



Driftspålitelighet

- *med statistikk som hjelper*

Innhold

1.	Innledning	1
2.	Levetider: Teori	4
3.	Levetider: Statistisk analyse	8
4.	Levetider: Fornyelsesprosess	12
5.	Reparerbare systemer	15
6.	Systempålitelighet	17
7.	Systempålitelighet : Begivenhetstre og feiltre	19
8.	Feileffektanalyse	21
9.	Litteratur	23

Forord

Dette er en innføring i statistiske begreper og metoder som kan være til nytte ved analyse og forbedring av driftspålitelighet .

Kompendiet er skrevet ut fra behovet for materiale for opplæring i statistiske metoder som oppfyller kravene til kvalitetspersonell iht. PRS-ordningen administrert i Norge av Norsk Forening for Kvalitet og Lederskap, jfr. The EOQ-Personal Registration Scheme: Rules and Handbook. 13. Statistical Methods. Kompendiet inneholder nok materiale til å dekke 13.5 Dependability.

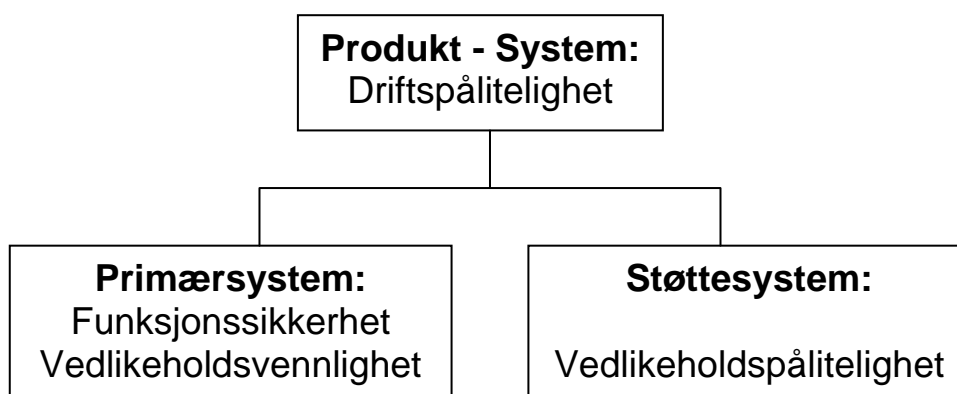
Bergen, 14 januar 2000

Jostein Lillestøl, Norges Handelshøyskole

Fagstyret for statistiske metoder,
Norsk Forening for Kvalitet og Lederskap

1. Innledning

Driftspålitelighet for et produkt eller et system er dets evne til å yte som planlagt eller forventet over tid. I den utstrekning produktet eller systemet utsettes for funksjonshemming, såsom feil eller forstyrrelser, skal disse kunne fanges opp og motvirkes på en hensiktsmessig måte gjennom vedlikehold og/eller reparasjon. Driftspålitelighet kan derfor oppfattes som vist i Figur 1.



På den ene side har vi produktet eller systemet som har en viss funksjonssikkerhet. Denne kombineres med produktet/systemets vedlikeholdsmulighet. I tillegg må en ha et støttesystem for reparasjon og vedlikehold som må fungere.

Det er en rekke faktorer som bestemmer driftspåliteligheten. I hovedsak er disse:

- Funksjonssikkerhet
 - Feilhyppighet
 - Innebygget robusthet (stand-by, dublering)
 - Vedlikeholdshyppighet
- Vedlikeholdsvennlighet
 - Oppdagbarhet av feil
 - Leverbarhet
 - Reparerbarhet
- Vedlikeholdspålitelighet
 - Personale: tilstrekkelig og kompetent
 - Utstyr - Forsyning - Deler
 - Instruksjoner - Plan - Gjennomføring

Vedlikeholdssystemets bidrag til driftspåliteligheten kan deles inn i

1. Forebyggende vedlikehold, dvs. hindre at feil eller driftsstans oppstår
2. Avhjelpende vedlikehold, dvs. reagere på oppstått feil eller driftsstans

For å måle driftspålitelighet kan en gjerne ta utgangspunkt i mål for de vesentligste elementene som bestemmer opplevd driftspålitelighet. Det fins en rekke slike som uttrykker gjennomsnittlige eller forventede tider. Blant disse er

MTTF	Mean Time To Failure
MTBF	Mean Time Between Failure
MTTR	Mean Time To Repair
MTBM	Mean Time Between Maintenance
MDT	Mean (Maintenance) Down Time

Den siste kan splittes i tre

$$MDT = M + MLDT + MTWA$$

der M er den medgåtte arbeidstid, mens MLDT er tid som skyldes logistikken, dvs. ventetid på deler, verktøy eller transport og MTWA er ventetid av administrative årsaker. Ulike varianter av slike mål kan brukes i ulike sammenhenger og kan kombineres på ulike måter.

En kan videre beregne ulike forholdstall fra disse som måler tilgjengelighet, dvs. den andel av tiden produktet eller systemet "gjør tjeneste". Eksempler er:

Iboende tilgjengelighet : $A_i = \text{MTBF}/(\text{MTBF}+\text{MTTR})$
 Operativ tilgjengelighet : $A_o = \text{MTBM}/(\text{MTBM}+\text{MDT})$

Disse mål forutsetter typisk en stabil situasjon, der produkt/system er det samme over tid og ikke eldes, dvs. at vedlikehold og reparasjon bringer det tilbake til utgangssituasjonen. Dette kan være en urealistisk antakelse, og kritikere har hevdet at dette ikke blir tatt tilstrekkelig hensyn til i teori og praksis.

De ulike målene ovenfor kan oppfattes som gjennomsnitt i det lange løp så lenge systemet er det samme. I praksis vil det kunne være stor variasjon i tidene fra gang til gang. Variasjon og tilfeldighet er derfor et sentralt tema ved analyse av driftspålitelighet. En grunnleggende forståelse av hvordan tilfeldigheter ytrer seg er nødvendig, slik at man ikke unødig kaster bort tid og krefter på å jage spøkelser. Vi illustrerer dette med en figur, der vi har tidene for 7 etterfølgende driftsperioder inntil driftsstans (anta for enkelhets skyld at systemet restarter uten tidsforbruk, men at noe produksjon vrakes).

| 51 | 43 | 27 | 177 | 15 | 65 | 32 |

Vi ser at gjennomsnittlige driftsperiode uten stans er noe over 50, men at variasjonen er stor: Etter en lang periode på 177, kom en svært kort på 15. Et interessant spørsmål er om det er bryet verdt å jakte på en spesiell årsak til den korte driftsperioden. Kanskje er denne variasjon iboende i systemet. Spørsmålet er da om det observerte mønstret er forenlig med slik iboende variasjon. Svaret er at det er det langt på vei! En reduksjon av slik variasjon vil i så fall kreve endring av hele systemet, og ikke bare fokus på et enkelt tilfelle. Dette er for øvrig et sentralt tema innen statistisk prosesstyring.

La oss se på en annen situasjon, der de observerte driftstider er de samme, bare at de kommer i annen rekkefølge.

| 177 | 65 | 51 | 43 | 32 | 27 | 15 |

Det karakteristiske her er at driftstidene avtar systematisk, noe som gir klar indikasjon på at systemet forfaller og trenger vedlikehold eller reparasjon. Spørsmålet er hvordan en skal kunne skille mellom ulike systemer ut fra data, f.eks. med en formell statistisk test, og hvordan en skal lage hensiktsmessige beslutningsregler for vedlikehold og reparasjon.

Såkalte stokastiske modeller og sannsynlighetsteori kan bidra til å belyse slike spørsmål, og er dette er tema for neste avsnitt. Vi fokuserer der på levetider, men de begreper som defineres danner utgangspunkt for teori på flere felter.

2. Levetider: Teori

I ulike sammenhenger er man interessert i levetider i vid forstand. Det kan være

- levetid til et produkt eller en komponent
- tid til en prosess eller et system bryter sammen, og trenger reparasjon eller vedlikehold.

Slike levetider vil kunne variere betydelig fra enhet til enhet, selv om de er av samme slag. Tenk bare på levetiden til lyspærer av samme merke, brukt i samme lampe.

La T være en levetid som oppfattes som en stokastisk variabel med en tenkt kumulativ sannsynlighetsfordeling

$$F(t) = P(T \leq t)$$

Sannsynligheten for at levetiden overskrider t er

$$R(t) = P(T > t) = 1 - F(t)$$

Denne kalles *overlevelsefunksjonen* eller pålitelighetsfunksjonen (R for reliability). I pålitelighetsteori er en opptatt av hvordan et produkt eller et system som omfatter mange komponenter fungerer. Da spiller selvsagt levetiden til enkeltkomponentene en rolle, men hvordan disse er knyttet sammen har også betydning, om de f.eks. er i serie eller parallell med dublering for å redusere risiko knyttet til enkeltkomponenter.

Her vil vi ta for oss noen av byggestenene i analyse av levetider.

Av betydelig interesse er den såkalte eksponensielle fordeling gitt ved

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad t \geq 0$$

Her kan λ tolkes som en intensitet, jo større λ , desto kortere levetid må en regne med. Vi ser at

$$R(t) = e^{-\lambda t}$$

slik at sannsynligheten for at levetiden overskrider t blir mindre desto større λ er. Funksjonen

$$f(t) = F'(t)$$

kalles sannsynlighetstettheten til T . Her kan $f(t) dt$ tolkes som sannsynligheten for "død" i tidsintervallet $(t, t + dt)$. Tegner en grafen til $f(t)$ avgrenser den en total sannsynlighet (areal) lik 1, og sannsynligheten for "død" innen et bestemt

tidsrom er arealet under grafen over dette tidsrommet. Ut fra tettheten kan en beregne forventet levetid som et integral

$$ET = \int_{-\infty}^{+\infty} tf(t)dt$$

For den eksponensielle fordeling er sannsynlighetstettheten lik

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad t \geq 0$$

og forventet levetid er

$$ET = \frac{1}{\lambda}$$

slik at denne er omvendt proporsjonal med λ .

Eksempel

Anta at en komponent har en forventet levetid lik 1 (med en passende tidsenhet). Da er $P(T > t) = e^{-t}$, slik at $P(T > 1) = e^{-1} = 0.368$ og

$P(T > 2) = e^{-2} = 0.135$. Dersom forventet levetid isteden er 2, dvs. $\lambda = 0.5$, er $P(T > t) = e^{-0.5t}$, slik at $P(T > 1) = e^{-0.5} = 0.607$ og $P(T > 2) = e^{-1} = 0.368$

Den eksponensielle fordeling har en spesiell egenskap

$$P(T > s+t | T > s) = P(T > t)$$

som betyr at gitt at objektet lever ved tid s , så er sannsynligheten for at det lever minst t tidsenheter til, den samme som da objektet var nytt.

Dette betyr at det ikke er noen aldring; fordelingen er "uten minne". Dette er selvsagt en meget spesiell egenskap, som i praktiske situasjoner kan virke lite realistisk. I mange situasjoner er imidlertid antakelsen ikke helt urimelig. Siden den eksponensielle fordeling er spesielt enkel å regne med, brukes den som en tilnærming, selv om en viss aldring finner sted.

For å uttrykke egenskaper knyttet til aldring er det nyttig å bruke begrepet "hazard rate" (eller "failure rate") definert ved

$$h(t) = f(t)/(1 - F(t))$$

Her vil $h(t)dt$ være sannsynligheten for "død" i tidsintervallet $(t, t + dt)$, gitt levende ved tidspunkt t . Man kan også uttrykke overlevelsesfunksjonen ved hazardraten som et integral

$$R(t) = e^{-\int_0^t h(u)du}$$

For den eksponensielle fordeling har vi

$$h(t) = \lambda e^{-\lambda t} / e^{-\lambda t} = \lambda$$

dvs. konstant hazard rate.

En fleksibel klasse fordelinger som kan uttrykke aldring, er de såkalte Weibull-fordelinger gitt ved

$$F(t) = 1 - e^{-(\lambda t)^\alpha} \quad t \geq 0$$

der $\alpha > 0$ er en parameter som nærmere angir fordelingen.

For Weibull-fordelinger er

$$ET = \frac{1}{\lambda} \Gamma(1 + 1/\alpha)$$

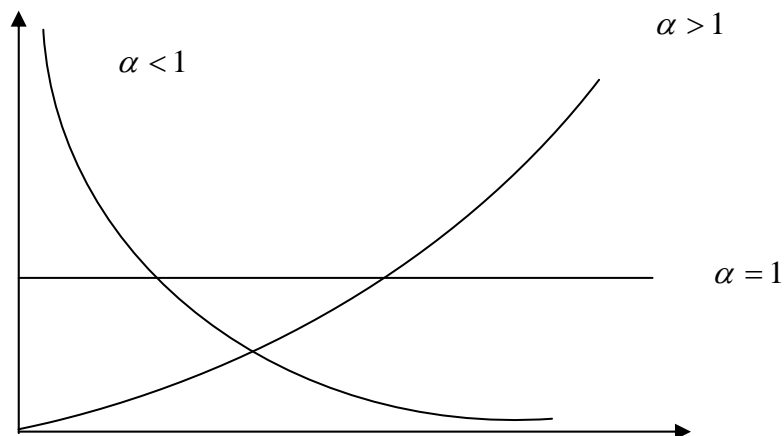
der $\Gamma(x)$ er den såkalte Gammafunksjonen. Vi har eksempelvis

α	1/2	1	2
$\lambda \cdot ET$	2	1	$\frac{1}{2} \sqrt{\pi} = 0.886$

Her er hazard raten

$$h(t) = \alpha \lambda (\lambda t)^{\alpha-1}$$

For $\alpha > 1$ er dette en økende funksjon i t , vi sier at fordelingen har økende hazard rate (engelsk IFR = Increasing Failure Rate). Vi ser også at for $0 < \alpha < 1$ er $h(t)$ en avtagende funksjon av t , dvs. har avtagende hazard rate (DFR – Decreasing Failure Rate). Dette er illustrert i figuren, der vi har tegnet et tilfelle der $\alpha > 2$. Dersom $1 < \alpha < 2$ går krumningen motsatt vei.



Tilfellet $\alpha = 1$ (eksponensial) sies å være både IFR og DFR.

Man kan kanskje tro at det bare er IFR som kan forekomme i praksis, men det er slett ikke tilfelle. Vi kommer tilbake til dette senere.

Blant andre aktuelle teoretiske levetidsfordelinger er: Gammafordeling, ekstremverdifordeling, lognormal fordeling og normalfordeling (mindre aktuell da den kan anta negative verdier).

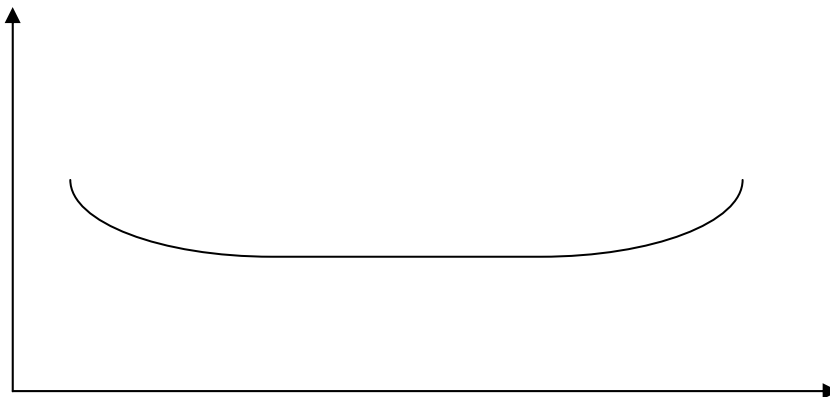
I forbindelse med levetidsfordelinger kan en også være interessert i fraktiler, dvs. de tider som har en gitt sannsynlighet for å ikke overskrides. Den såkalte p -fraktilen til en kumulativ fordeling F er da gitt ved $t=t(p)$ der $F(t)=p$. Dette skrives ofte som $t(p) = F^{-1}(p)$. Den såkalte medianen i fordelingen svarer til $p=1/2$. For den eksponensielle fordeling har vi at p -fraktilen er

$$t(p) = -\frac{1}{\lambda} \ln(1-p)$$

Tilsvarende men mer kompliserte formler gjelder for andre levetidsfordelinger. For den eksponensielle fordeling er medianen lik

$$m = \frac{1}{\lambda} \ln 2 .$$
 Som vi ser er denne større enn forventningen.

I praksis observeres ofte hazard rater som først er fallende, så noenlunde konstant og til sist stigende, som vist i figuren og ofte kalt "badekarkurven".



Dette kan forklares ved at enhetene er utvalgt fra en populasjon av enheter, der tilvirknings- og materialvariasjoner medfører at enkelte enheter i utgangspunktet har svært dårlig funksjonssikkerhet. Disse vil ha kort levetid, og etter en stund vil en levende enhet typisk være en med god funksjonssikkerhet. Det samme observeres for levetiden av systemer med mange komponenter som kan erstattes – såkalte reparerbare systemer. Da blir eventuelle dårlige komponenter byttet ut raskt og barnesykdommer kurert, noe som betyr avtagende hazard rate i den første tid systemet er i drift.

I tilfeller der hazard raten varierer over tid, kan det være nyttig å ha begrepet gjennomsnittlig hazard rate. Hvis denne er en økende funksjon av t , sier en at levetidsfordelingen er IFRA, "Increasing Failure Rate on the Average". Dersom en fordeling er IFR er den også IFRA, men det omvendte er ikke nødvendigvis tilfelle.

3. Levetider: Statistisk analyse

Hvis vi skal kartlegge levetidsfordelingen til en komponent, trenger vi et antall observasjoner av levetidene til n slike komponenter i bruk uavhengig av hverandre. La disse levetidene være $T_1, T_2, T_3, \dots, T_n$.

En mulighet er nå å lage plott av den empiriske fordeling eller hazard rater, og sammenligne med kjente teoretiske fordelinger. Det er ikke lett å foreta slike sammenligninger. Bedre mulighet er

1. PP-metoden (PP for Probability Plot)
2. TTT-metoden ("Total Time on Test")

PP metoden er et grafisk hjelpemiddel, der problemet med identifikasjon er redusert til å vurdere om punkter ligger nesten på linje eller ikke. Hver aktuell fordeling (eksponensiell, Weibull, lognormal etc.) har sitt PP-plott. Alle slike plott tar utgangspunkt i observasjonene ordnet i stigende rekkefølge, der j 'te observasjon nedenfra svarende til andelen j/n plottes mot denne på hhv. x-aksen og y-aksen (varianter av dette fins). Skalaen på aksene er innrettet slik at de n punktene fremtrer noenlunde på linje dersom observasjonene samsvarer med fordelingen.

PP-plott kan enten lages på såkalt sannsynlighetspapir, eller ved bruk av programvare, f.eks. Minitab, som har PP-plott for et knippe fordelinger, herunder eksponensiell, Weibull og lognormal. Når en egnet parametriske fordeling er identifisert, kan en estimere parametrene og dermed også gi estimer for overlevelsessannsynligheter og hazardrater. I PP-plottet for den eksponensielle fordeling kan forøvrig et anslag for intensiteten leses ut som vinkelkoeffisienten til linjen. Hvis ingen parametriske fordeling passer, kan en alternativt estimere overlevelsessannsynligheter ved såkalte ikke-parametriske metoder.

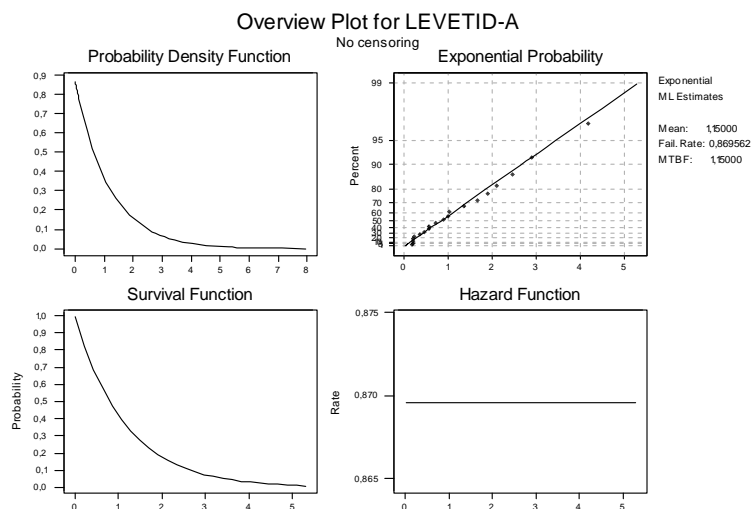
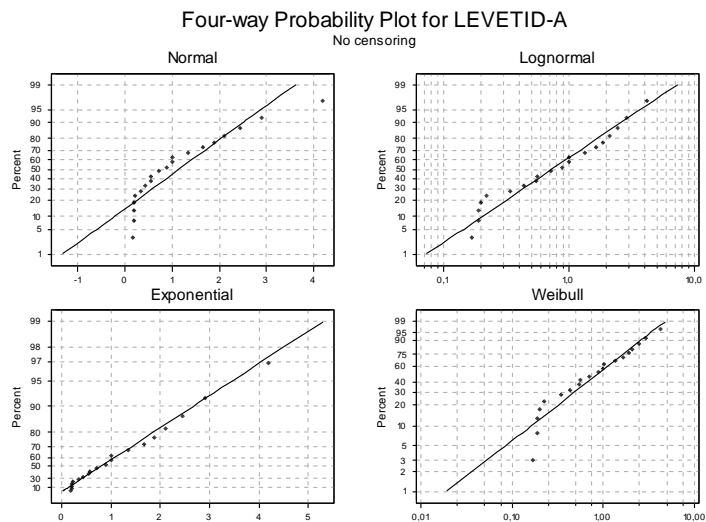
TTT-plott er en plottemetode som gir mulighet for å avsløre levetidsfordelinger der eksponensialfordelingen svarer til en rett linje og økende/avtagende hazard rate svarer til hhv. konkav/konveks kurve. En kurve som først er konveks og så konkav ("liggende S") svarer til den før nevnte badekarskurven.

Eksempel 1

Anta at vi har observert levetidene til 20 komponenter som har virket uavhengig av hverandre under samme forhold. Resultatet ble:

0.89 2.10 0.19 0.55 4.19 0.56 2.45 0.22 1.01 1.00
 0.71 0.19 1.34 1.88 2.90 0.17 1.66 0.34 0.43 0.20

En kombinasjon av 4 P-P plott følger nedfor. Vi ser at det er P-P plottet for eksponensiell fordeling gir punkter omtrent på en rett linje, mens de andre avviker en god del. Vi bestemmer oss for eksponensiell fordeling som modell, og estimerer så intensiteten. Dette gir oss den estimerte overlevelsesfunksjon, tetthet og hazdrate, som illustrert i neste plott. Vi ser at MTBF=1.15.

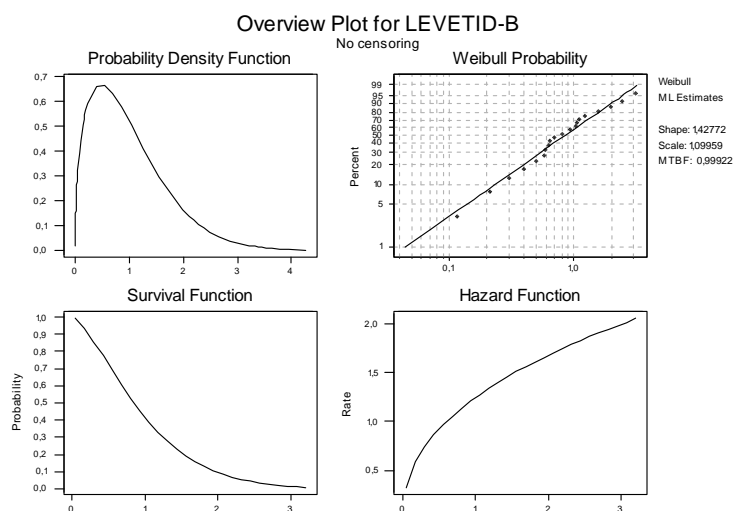
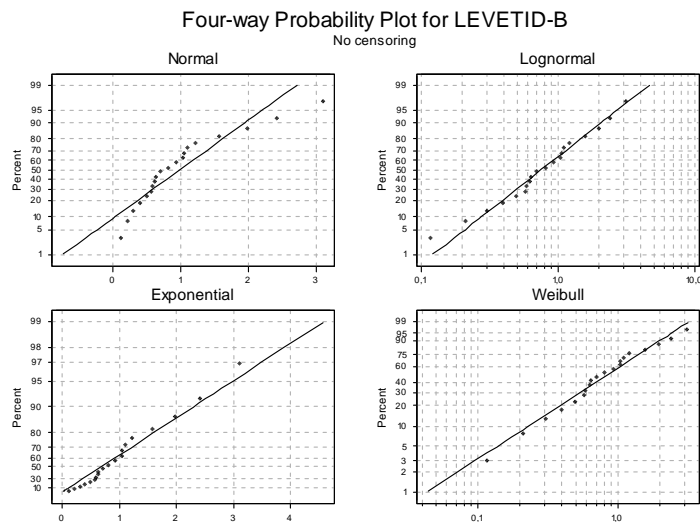


Eksempel 2

Anta at vi har observert levetidene til 20 komponenter som har virket uavhengig av hverandre under samme forhold. Resultatet ble:

1.05 0.12 0.50 3.10 0.64 0.40 0.57 0.58 0.30 0.21
 1.04 0.63 0.94 1.10 1.98 0.81 1.22 0.70 1.57 2.42

En kombinasjon av 4 P-P plott følger nedfor. Vi ser at det er P-P plottet for Weibull- fordeling gir punkter omtrent på en rett linje, mens de andre avviker en god del. Vi bestemmer oss for Weibull-fordeling som modell, og estimerer så intensiteten. Dette gir oss den estimerte overlevelsesfunksjon, tetthet og hazrdrate, som illustrert i neste plott. Vi ser at MTBF=1.00.



I noen situasjoner der en setter seg som mål å observere levetider av n komponenter, ser en seg ikke i stand til å vente til alle komponentene har sluttet å funksjonere, men må bryte av etter en viss tid. En vet da ikke den virkelige levetid til de gjenlevende, bare at den er minst lik avbruddstiden. Da har en såkalte (høyre)sensurerte data, Det fins metoder som tar omsyn til dette ved estimering av overlevelsessannsynligheter og hazrdrater.

Det fins også en annen fremgangsmåte som kan brukes i enkelte tilfeller der komponenter har så lang levetid at det ikke kan observeres innen rimelig tid under normal belastning. En kan da forsøke ulike økte belastninger som forkorter levetiden, men som likevel gjør det mulig å regne seg tilbake til forventede levetider under normal belastning. Dette kalles *aksellerert testing*.

4. Levetider: Fornyelsesprosess

I ulike sammenhenger ser man på et system med suksessive "levetider" T_1, T_2, T_3, \dots , der disse er uavhengige med samme sannsynlighetsfordeling. I statistisk teori kalles dette en *fornyelsesprosess* ("renewal prosess"). Da er

$$S_n = T_1 + T_2 + \dots + T_n$$

tidspunktet for n 'te "fornyelse". Lar vi

$$N_t = \text{antall fornyelser inntil } t$$

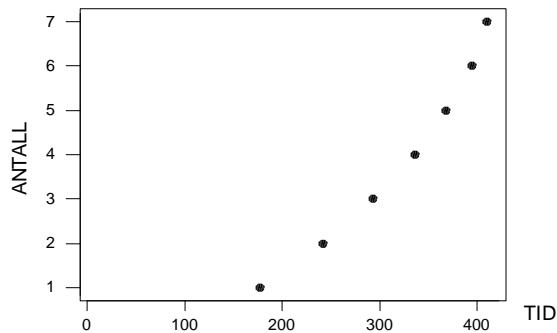
har vi at

$$S_n > t \Leftrightarrow N_t < n$$

dvs. n 'te fornyelse kommer etter t er det samme som at antall fornyelser inntil t er mindre enn n . Dersom levetidene alle er eksponensielt fordelte viser det seg at N_t er såkalt Poissonfordelt med forventning λt .

I dette tilfelle er fornyelsesprosessen en såkalt *Poissonprosess* med intensitet λ . En slik prosess har *uavhengige inkremitter* dvs. at antall fornyelser i et hvilket som helst tidsrom etter t er uavhengig av hvor mange fornyelser vi har opplevd inntil tid t . En prosess med denne egenskapen, men der intensiteten er en funksjon av tiden $\lambda(t)$, kalles en ikke-homogen (tidsavhengig) Poissonprosess. De suksessive levetider er da ikke uavhengige med samme fordeling, dvs. det er ikke en fornyelsesprosess, og hver enkelt levetid er heller ikke eksponensielt fordelt. Vi kommer tilbake til dette nedenfor.

Et plott av N_t mot t for å se om dette gir punkter nær en linje gjennom origo kan være informativt. Merk imidlertid at dette ikke gir noen sjekk på om vi har en homogen Poissonprosess, siden linearitet i forventningen gjelder for en videre klasse av fornyelsesprosesser. Imidlertid kan et slikt plott indikere om det er en trend i prosessen mot hyppigere eller sjeldnere sammenbrudd. For eksemplet i innledningsavsnittet ser plottet ut som nedenfor. Kurven krummer oppover (konveks) og går slett ikke gjennom origo. Et tilsvarende plott for det andre eksemplet i innledningsavsnittet gir grovt sett punkter uten krumning sett fra origo.



I litteraturen fins også andre plottemetoder. en kan ønske seg formelle statistiske tester. Disse vil avhenge av den valgte modell uten trend man har valgt (homogen Poissonprosess eller annen fornyelsesprosess), og hva slags trendalternativer man tenker seg.

Det fins også tester som ikke forutsetter at fornyelsesprosessen er en Poissonprosess (dvs. eksponensielt fordelte levetider). En slik er Mann's test. Denne er basert på alle par av levetider, og teller opp antall slike der den seneste av de to er lengre enn den tidlige. Dersom dette antallet er lite, tyder det på en negativ trend. Hvor lite kan leses ut av tabeller.

Dersom vi observerer en Poissonprosess med ukjent intensitet λ , ønsker vi å anslå denne. Siden $ET_i = 1/\lambda$ kan det skje ved å beregne gjennomsnittlig levetid \bar{T} og la

$$\hat{\lambda} = 1/\bar{T}$$

Vi kunne alternativt observere N_t for stor nok t og så beregne

$$\hat{\lambda} = N_t/t$$

Estimeringsproblemet blir noe mer komplisert dersom vi har en fornyelsesprosess de levetidene har en annen fordeling, f.eks. Weibull.

Følgende betegnelse brukes i praksis:

For en ikke-reparerbar enhet (som byttes ut ved sammenbrudd) taler man om

MTTF = "Mean Time To Failure".

For et reparerbart system taler man om

MTBF = "Mean Time Between Failures".

For systemer som ved sammenbrudd gjennomgår en såkalt maksimal reparasjon, slik systemet er som nytt, vil tidene mellom suksessive sammenbrudd være uavhengige med samme fordeling. Metoden for analyse av levetidsdata vil da være den samme i de to situasjonene.

5. Reparerbare systemer

I praksis har en ofte systemer med reparerbare enheter som ikke gjennomgår en maksimal reparasjon etter en feil. Da vil en typisk kunne ha at tidene mellom hver feil ikke har samme sannsynlighetsfordeling og kanskje heller ikke er uavhengige. Med andre ord at det ikke dreier seg om en fornyelsesprosess. Dette er typisk for systemer med mange komponenter. Et system av flere komponenter der en komponent erstattes med en ny når denne bryter sammen, er ikke en maksimal reparasjon, med mindre de øvrige komponenter har konstant hazard rate, dvs. ikke eldes. Tenk bare på et to-komponent system der begge komponenter må fungere for at systemet skal fungere (seriekoblet). Dersom de ene ryker etter T_1 og erstattes, vil tiden T_2 til neste gang en av dem ryker T_2 være avhengig av T_1 som jo er alderen til den andre komponenten ved starten av den andre driftsperioden.

La N_t være antall reparasjoner inntil t . For slike situasjoner kan det være aktuelt å bruke en ikke-homogen Poissonprosess som modell., dvs. at feilintensiteten $\lambda(t)$ avhenger av t .

For slike prosesser har vi at forventet antall reparasjoner inntil tid t er

$$EN_t = \int_0^t \lambda(u) du$$

der konstant intensitet gir forventet antall fornyelser i Poissonprosessen λt .

For systemer der det oppstår feil, og som gjennomgår en minimal reparasjon, slik at feilintensiteten $\lambda(t)$ ikke påvirkes av reparasjonen, vil denne ofte kunne tilnærmes med

$$\lambda(t) = \alpha \lambda (\lambda t)^{\alpha-1} \quad \text{for } \alpha > 1$$

Tidene mellom hver reparasjon er da ikke uavhengige med samme fordeling. Da er forventet antall reparasjoner inntil tidspunkt t

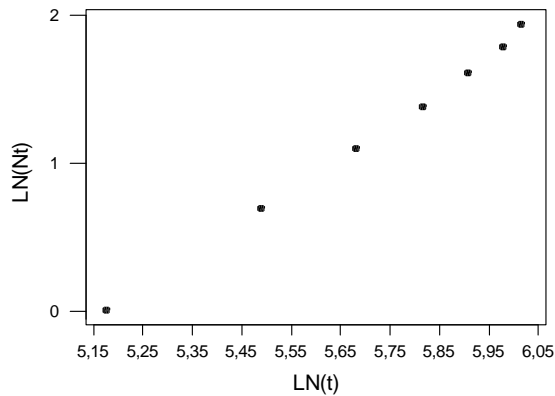
$$EN_t = (\lambda t)^\alpha$$

Vi ser da at

$$\ln EN_t = \alpha \ln \lambda + \alpha \ln t$$

Vi kan da plote $\ln N_t$ mot $\ln t$, og vinkelkoeffisienten vil da kunne brukes som anslag for α . Ut fra konstantleddet kan også λ beregnes.

Nedenfor har vi laget et slikt plott for eksemplet i innledningsavsnittet, der vi hadde 7 driftsperioder som ble kortere og kortere. Vi ser at punktene ligger omtrent på linje.



Regression Analysis

The regression equation is
 $LN(Nt) = - 11,7 + 2,26 LN(t)$

Predictor	Coef	StDev	T	P
Constant	-11,7080	0,3054	-38,33	0,000
LN(t)	2,25834	0,05330	42,37	0,000

S = 0,03954 R-Sq = 99,7% R-Sq(adj) = 99,7%

Vi har også gjort en regresjonsanalyse for å bestemme estimatet for α og λ . Denne gir $\alpha = 2.258$ og $\lambda = 0.0056$. Innsatt i formelen for forventet antall fornyelser gir dette prediksjoner, eksempelvis

Tid:	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
E(Nt):	1.3	3.3	6.1	10.1	15.3	21.6	29.1	37.9	48.1

Det fins også mer formelle statistiske tester for intensiteten $\lambda(t)$ konstant med trend i intensiteten som alternativ. For modellen ovenfor er dette å teste $\alpha = 1$ mot $\alpha > 1$. Anta at vi har observert m suksessive driftsperioder av lengde hhv. T_1, T_2, \dots, T_m . Den beste testobservatoren er da

$$U = 2 \sum_{k=1}^{m-1} \ln(S_m S_k^{-1})$$

der $S_k = T_1 + T_2 + \dots + T_k$ for $k = 1, 2, \dots, m$. Man kan påstå forverret trend dersom U er liten. Hvor liten bestemmes av tabeller (over den såkalte kjvkvadratfordelingen med $2(m-1)$ frihetsgrader). En annen test er den såkalte Laplace's test som er best for en annen type modell for trend.

6. Systempålitelighet

Pålitelighetsteori ("Reliability theory") tar sikte på å kartlegge forhold knyttet til levetid og funksjonalitet av systemer eller produkter som typisk består av flere deler eller komponenter. Funksjonaliteten avhenger av levetiden til disse og hvordan de er sammensatt.

Eksempelvis dersom et system består av komponenter som er seriekoblet, vil dette fungere hvis og bare hvis alle komponentene fungerer. Et system med parallellkoblede komponenter fungerer hvis og bare hvis minst en av komponentene fungerer.

Systemer der en komponent dubleres, slik at det fungerer så lenge minst en av enkeltkomponentene fungerer, kan betraktes som en parallellkobling.

Typisk vil en anta at de ulike komponentene fungerer/feiler uavhengig av hverandre, ellers er det vanskelig å foreta enkle beregninger. En hake ved dette er at mange systemer utsettes for sporadisk stress, som påvirker flere komponenter samtidig.

Anta at vi har et system med n komponenter, der p_i er sannsynligheten for at komponent nr. i fungerer. Sannsynligheten for at systemet fungerer vil da være en funksjon $r = r(p)$ av $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$. Denne funksjon kalles ofte *pålitelighetsfunksjonen*. Vi har

Eksempel 1: n komponenter i serie

$$r(p) = p_1 \cdot p_2 \cdots p_n$$

Eksempel 2: n komponenter i parallell

$$r(p) = 1 - (1 - p_1) \cdot (1 - p_2) \cdots (1 - p_n)$$

For mer sammensatte systemer med mange komponenter kan det være komplisert å beregne eksakt sannsynligheten $r(p)$. Det fins metoder som gir nedre og øvre skranke for denne basert på enklere beregninger.

Ovenfor har vi bare sett på sannsynligheter uten å se på tidsaspektet. Betrakt et system med n komponenter med levetider hhv. T_1, T_2, \dots, T_n . La de kumulative fordelingene til disse levetidene være F_1, F_2, \dots, F_n , slik at sannsynligheten for at komponent nr. i overlever tid t er

$$R_i(t) = P(T_i > t) = 1 - F_i(t)$$

La T være levetiden til systemet med kumulativ fordeling $F(t)$ og overlevelsesfunksjon $R(t)$. Da er

$$R(t) = P(T > t) = 1 - F(t)$$

Eksempel 1 n komponenter i serie

$$R(t) = R_1(t) \cdot R_2(t) \cdots R_n(t)$$

Eksempel 2: n komponenter i parallell

$$R(t) = 1 - (1 - R_1(t)) \cdot (1 - R_2(t)) \cdots (1 - R_n(t))$$

Pålitelighetsteori kan bidra til å klarlegge sammenhengen mellom levetidsfordelingen til komponentene og levetidsfordelingen til systemet som helhet. Det er faktisk mulig at systemet ikke har IFR, selv om alle komponentene har IFR.

Eksempel: Med to komponenter i parallell med levetider som begge er eksponensielt fordele, men med ulik forventet levetid, for eksempel $\lambda = 1$ og $\lambda = 0.5$, er det lett å vise at hazardratefunksjonen $h(t)$ først stiger og så avta, dvs. er verken IFR eller DFR,

Eksempel: Anta at en komponent velges fra en et lager med komponenter fra to leverandører. Anta at levetidsfordelingen er ulik for de to hhv. F_1 og F_2 , og at for tiden er andelen komponenter hhv. q_1 og q_2 fra de to leverandørene. Dersom en komponent velges tilfeldig er levetidsfordelingen til den valgte komponent lik (kalt mixture-fordeling)

$$F(t) = q_1 \cdot F_1(t) + q_2 \cdot F_2(t)$$

Det kan vises at dersom levetidsfordelingene for de to komponentene begge er eksponensielle med parametre hhv. λ_1 og λ_2 , så er levetiden av en tilfeldig valgt langt fra å være IFR, men faktisk DFR.

En intuitiv forklaring på dette er: La $\lambda_1 < \lambda_2$ slik at komponentene av type 1 har lenger forventet levetid enn komponentene av type 2. Ettersom tiden går og den valgte komponent fortsatt lever, så er det økende sjans for at den er av type 1 enn av type 2, slik at jo eldre komponenten er, desto mindre risiko er det for at den feiler. Dette kan vises formelt.

I praksis vil mange foretrekke å simulere systemene istedenfor å lete etter komplisert teori. Den smule teori (fordelinger osv.) vi har gått gjennom ovenfor, vil imidlertid være nyttig når en skal formulere simuleringsproblemet. Det er da også av interesse hvordan en kan simulere levetider, f.eks i henhold til eksponensiell eller Weibull-fordeling.

Vi trenger da å avklare fordelingsstype og parameterverdier for levetidene av de komponentene som inngår.

Lærepenge:

Det som gjelder for komponenter behøver ikke gjelde for system!

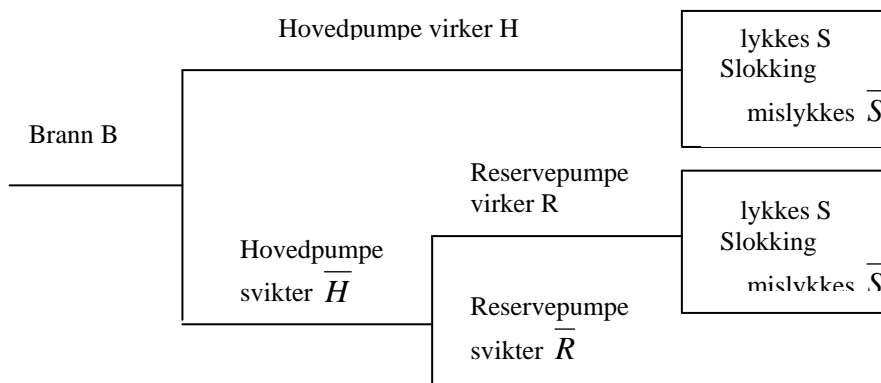
Når det gjelder analyse av reparerbare systemer som ikke gjennomgår maksimal reparasjon, fins det mye uklarerheter og direkte feil både innen teori og praksis. Et problem ved analyse av levetider til enkeltkomponenter i et system er at de ikke er satt i drift samtidig, og en vet ofte ikke når.

7. Systempålitelighet : Begivenhetstre og feiltre

To aktuelle hjelpemidler ved risikoanalyser er begivenhetstre og feiltre.

Eksempel: Begivenhetstre

En begivenhet B som representerer et uhell, f.eks. brann, utløser aktiviteter for å bringe situasjonen under kontroll, f.eks. bruk av brannslukningsutstyr. Anta at situasjonen er som beskrevet i begivenhetstreet.



Sannsynligheten for at brann oppstår og ikke slokkes (A) blir da

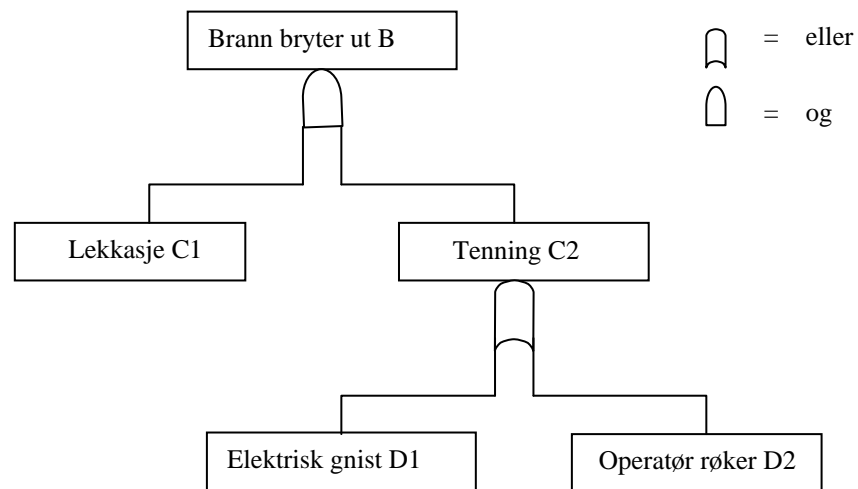
$$\begin{aligned} P(A) &= P(B) \cdot P(H|B) \cdot P(\bar{S}|B \text{ og } H) \\ &\quad + P(B) \cdot P(\bar{H}|B) \cdot P(R|B \text{ og } \bar{H}) \cdot P(\bar{S}|B \text{ og } \bar{H} \text{ og } R) \\ &\quad + P(B) \cdot P(\bar{H}|B) \cdot P(\bar{R}|B \text{ og } \bar{H}) \end{aligned}$$

Kompliserte systemer vil omfatte mange muligheter for feil eller uhell, og hver kan tenkes analysert på tilsvarende måte, ofte med forenkende antakelser om uavhengighet. Sannsynligheten for feil/uhell av et eller annet slag i tidsperioden beregnes oftest ved å summere enkeltsannsynlighetene, fordi dette i hvert fall ikke undervurderer totalsannsynlighetene (hvorfor?). En må imidlertid alltid stille spørsmålene

- er alle tenkelige uhellstyper tatt med?
- er enkeltsannsynlighetene relevante?
- er evt. forenkende antakelser om uavhengighet realistiske?

Eksempel: Feiltre

Ofte studeres de betingelser som må være tilstede for at uhell skjer, noe som ofte kan beskrives ved et feiltre som beskrevet nedenfor.



Legg merke til at dette er tilbakeskuende, mens begivenhetstreet ser forover. Vi ser at

$$\begin{aligned}
 P(B) &= P(C_1) \cdot P(C_2) \\
 &= P(C_1) \cdot P(D_1 \text{ eller } D_2) \\
 &\approx P(C_1) \cdot (P(D_1) + P(D_2))
 \end{aligned}$$

8. Feileffektanalyse

Ved analyse av driftspåliteligheten av en prosess vil man være opptatt av

1. Risikoen for prosess-svikt (dvs. forekomst)
2. Alvorlighet av prosess-svikt
3. Påvisbarhet og oppfølgingsevne ved prosess-svikt

Merk at prosess-svikt ikke bare trenger å dreie seg om sammenbrudd, men også om uønsket variasjon eller redusert kvalitet sett med kundens øyne.

Det kan være nyttig å knytte et risikotall til hvert av disse tre elementene som deretter sammenfattes til et eneste risikotall.

Det gjelder f.eks. i forbindelse med å

- prioritere mellom ulike tiltak som kan bedre driftspåliteligheten,
- velge ut nøkkelkarakteristikker som overvåkes, f.eks. i forbindelse med statistisk prosesstyring

Mange har funnet det praktisk å angi hvert risikotall på en skala fra 1 til 10, der 10 svarer til høyest risiko, og så gange sammen disse til et samlet risikotall, som dermed blir et tall mellom 1 og 1 000. Risikotall beregnes for hvert av flere alternative tiltak eller alternative karakteristikker, som rangeres etter størrelsen på det samlede risikotall. Ved fastsetting av de enkelte risikotall kan en nok benytte erfaringsdata, men i praksis vil en ofte måtte foreta subjektive vurderinger.

Et problem er selvsagt bruken av vurderingsskalaen fra 1 til 10. Det er klart at risiko, alvorlighet og oppfølgingsevne oppleves ulikt i ulike bransjer, f.eks. i offshorevirksomhet og forbrukerelektronikk. Innen en bedrift bør man imidlertid ha felles retningslinjer, slik at feileffektanalyse kan brukes som et kommunikasjonsverktøy.

Vi vil her gjengi de kriterier som er brukt av flyfabrikken Boeing ved deres feileffektanalyse knyttet til utvelgelse av nøkkelkarakteristikker for statistisk prosesstyring blant flere aktuelle karakteristikker. Det er faktisk slik at Boeings underleverandører også må forholde seg til denne systematikken for å oppfylle kravene for å bli godkjent som fast leverandør. Når en betrakter kriteriene nedenfor, må en huske at Boeing i hovedsak er en montasjebedrift, og kriteriene må selvsagt modifiseres noe for å passe for annen virksomhet.

Slik analyse blir ofte kalt FMEA ("Failure Mode and Effect Analysis") eller risikoanalyse (som for øvrig også brukes om andre ting).

Forekomst

Kriterier	Risikotall	Sannsynlighet for forekomst	Minimum C_{pk}
Svært lav sannsynlighet for forekomst.	1	1/10 000	1.30
Lav sannsynlighet for forekomst. Prosess under statistisk kontroll.	2	1/5 000	1.25
	3	1/2 000	1.20
	4	1/1 000	1.10
	5	1/400	1.00
Moderat sannsynlighet for forekomst. Generelt forbundet med prosesser som har sporadisk svikt i liten skala. Prosess i statistisk kontroll, men ikke kapabel.	6	1/200	0.95
Høy sannsynlighet for forekomst. Generelt forbundet med prosesser som ofte feiler. Prosess i statistisk kontroll, men ikke helt kapabel.	7	1/100	0.85
	8	1/50	0.75
Svært høy sannsynlighet for forekomst.	9	1/20	0.65
	10	1/10	0.55

Alvorlighet

Kriterier	Risikotall
Urimelig på anta at en feil av denne art vil forårsake noen merkbar effekt i ytelsene på neste monterings- eller systemnivå. Kunden vil sannsynligvis ikke oppdage noe avvik.	1
Avvik forårsaker bare mindre irritasjon hos kunden. Vedkommende vil sannsynligvis bare merke en meget liten ytelsesforringelse, eller meget små problemer på neste monteringsnivå.	2-3
Kunden blir berørt eller irritert over avviket. Eksempler på tilfeller som ville kvalifisere til denne rangeringen: Nødvendig justering av deler ved montering, små skrammer på synlige deler etc. Kunden vil måtte nedgradere ytelsesnivået.	4-5-6
Kunden vil bli meget misfornøyd på grunn av feilens natur. Eksempler er ubrukbare subsystemer eller for tidlig korrosjon av strukturelle komponenter.	7-8
Avvik som utgjør en mulig sikkerhetsrisiko.	9-10

Påvisbarhet

Kriterier	Risikotall	Sannsynlighet for uoppdaget
Svært lav sannsynlighet for at produktet blir levert med denne feilen. Den er av "funksjonsmessig åpenbar" art (for eksempel mangel av bolthull), og oppdages lett ved videre arbeidsoperasjoner hos leverandøren. Sannsynlighet for å oppdage denne type feil er minst 99,99%.	1	1/10 000
Lav sannsynlighet for at produktet blir levert med denne feilen. Den er åpenbar (for eksempel mangel av et dørhåndtak). Sannsynligheten for å oppdage denne type feil er minst 99,8%.	2	1/5 000
	3	1/2 000
	4	1/1 000
	5	1/500
Moderat sannsynlighet for at produktet blir levert med denne feilen. Den er lett på oppdage (for eksempel ved kontroll av funksjonsfeil på kabel). Sannsynligheten for å oppdage denne type feil er minst 98%.	6	1/200
	7	1/100
	8	1/50
Høy sannsynlighet for at produktet blir levert med denne feilen. Den er av subtil karakter (for eksempel manglende tilkoblinger). Sannsynligheten for å oppdage denne type feil er større enn 90%.	9	1/20
Meget høy sannsynlighet for at produktet blir levert med denne feilen. Eksempel: Egenskapen kontrolleres ikke eller lar seg ikke kontrollere: Feilen, som for eksempel kan ha innflytelse på levetiden av komponenten, er latent og kommer ikke for en dag ved produksjon eller montering. Sannsynligheten for å oppdage denne type feil er 90% eller lavere.	10	1/10 +

9. Litteratur

- Ascher,H. & Feingold,H Repairable Systems Reliability.
Marcel Dekker Inc., New york 1984.
- Aven,T. Reliability and Risk Analysis.
Elsevier Publ. Comp,, Barking Essex 1994.
- Bergman,B. & Klefsjö,B Tillförlitlighet,
Studentlitteratur, Lund.
- Johansson, K.E Driftssäkerhet och underhåll.
Studentlitteratur, Lund 1993