

SNF-rapport nr. 30/05

Samkjøringsmodellen: En oversikt med vekt på økonomisk tolkning

av

Finn R. Førsvund^a, Birger Mo^{b*}, Balbir Singh^a, Ove Wolfgang^b

^aSNF ^bSINTEF

SNF-prosjekt nr. 3615
Grensesnitt for Samkjøringsmodellen

Prosjektet er finansiert av Norges vassdrags- og energidirektorat

SAMFUNNS- OG NÆRINGSLIVSFORSKNING AS
Bergen, Mars 2005

© Dette eksemplar er fremstilt etter avtale med KOPINOR, Stenergate 1, 0050 Oslo. Ytterligere eksemplarfremstilling uten avtale og i strid med åndsverkloven er straffbart og kan medføre erstatningsansvar.

* For SINTEF deltok også Gerard Doorman, Andres Gjelsvik og Arne Haugstad

ISBN 82-491-0389-0 Trykt versjon
ISBN 82-491-0390-4 Elektronisk versjon
ISSN 0803-4036

INNHOLDSFORTEGNELSE

Del 1: Egenskaper ved elektrisitetsmarkedet	1
1. Innledning	1
2. Etterspørsel og tilbud	1
2.1 Etterspørselssiden	2
2.2 Tilbudssiden	2
2.2.1 Vannkraft	2
2.2.2 Andre typer kraftverk	3
2.2.3 Overføringsnett	4
3. Drifts- og investeringsbeslutningen	4
3.1 Samfunnsøkonomisk driftsbeslutning	4
3.1.1 En to-periode illustrasjon (badekarmodellen)	5
3.1.2 Flere verk og magasiner	6
3.1.3 Utvidelse med termisk kapasitet	7
3.1.4 Handel med elektrisitet	8
3.1.5 Usikkerhet	8
3.2 Beslutningsproblemet i et marked	10
3.3 Markedsløsningen og samfunnsøkonomisk optimalitet	10
3.4 Investeringsbeslutninger	12
Del II: Samkjøringsmodellen	12
4. Generelle trekk ved samkjøringsmodellen	12
5. Problembeskrivelse og løsningsmetodikk	12
5.1 Problemformulering	12
5.1.1 Strategi og simuleringer	12
5.1.2 Optimalisering	13
5.2 Stokastisk beskrivelse	13
5.3 Nødvendige forenklinger i strategiberegningen	13
5.3.1 Delområder og enmagasinekvivalent	14
5.3.2 Energienheter	14
5.3.3 Kalibrering	14
6. Elementer	15
6.1 Vannkraft	15
6.1.1 Optimal produksjon	15
6.1.2 Vannverdimetoden	15
6.1.3 Sluttverdifunksjonen	16
6.2 Termisk, atomkraft, vindkraft, elvekraft, pumpekraft	16
6.3 Etterspørsel	16
6.4 Utveksling	17
6.5 Likevekt	17

7. Simuleringer.....	17
7.1 Et stokastisk system med en optimal strategi	17
7.2 Observasjoner fra historiske år	18
7.3 Tappefordeling.....	18
7.4 Lastflyt	18
7.5 Seriesimulering parallellsimulering.....	19
7.6 Sentrale bruksområder	19
7.6.1 Driftsplanlegging	19
7.6.2 Forventningsverdier og konfidensintervall.....	19
7.6.3 Investeringsanalyse.....	19
REFERANSER	20
VEDLEGG	22

DEL I. EGENSKAPER VED ELEKTRISITETSMARKEDET

For bedre å kunne forstå hvordan Samkjøringsmodellen virker vil vi i DEL I gå igjennom sentrale trekk og egenskaper ved elektrisitetmarkedet rent generelt. Selve Samkjøringsmodellen vil bli omtalt i Del II.

1. INNLEDNING

Elektrisitetsforsyningen i Norge har helt etter konsesjonsloven av 1917 vært dominert av offentlig sektor. I etterkrigstiden i Norge med en sterk ekspansjon av vannkraftutbyggingen med store lagringsmuligheter for vann ble det tidlig utviklet modeller for driftsbeslutninger og investeringer i ny kapasitet til bruk for sentralstyringen av systemet. Et sentralt nytt begrep var vannverdier som uttrykker alternativverdien på vann; det vannet som brukes i dag kan alternativt bli brukt i morgen. Vannverdi kan sammenliknes med råvarekostnader som for kull ved kullfyrte kraftverk. Men fordi verdien av vannet på et senere tidspunkt kommer inn vil analyser som omfatter vannkraft med vannlagre med nødvendighet bli dynamiske problemer. Vannkraftsystemet som et produksjonssystem er et typisk felt for tekniske eksperter. Den nødvendige fysiske minutt til minutt styringen for å holde likevekten mellom tilbud og etterspørsel samt at alle forbrukere og produsenter er knyttet sammen i ett og samme nett lå til grunn for at el - systemet i Norge ble typisk ”ingeniørstyrt”. Modellutviklingen for Samkjøringsmodellen startet allerede på 60- tallet (se [1] og [2]).

Etter dereguleringen i 1991 forandret situasjonen seg fra tilnærmet nasjonal selvforsyning til bevisst handel med elektrisitet med Sverige, Danmark og Finland og oppheving av lokal leveringsplikt for kommunale kraftverk. Introduksjonen av spotmarkedet NordPool gjorde at statskraftmonopolet på eksport/import forsvant sammen med skille fastkraft og tilfeldig kraft. Varmekraftverk, atomkraftverk og vindkraft kom inn i systemet. Utviklingen av Samkjøringsmodellen inkorporerte disse endringene. En ny rolle for Samkjøringsmodellen i tillegg til å bli brukt av aktører til drifts- og investeringsplanlegging er å tjene som referanseramme for å bedømme om spotmarkedet fungerer samfunnsøkonomisk optimalt.

2. ETTERSPOERSEL OG TILBUD

Et marked består av en etterspørselsside og en tilbudsside. Markedet er i likevekt når både etterspørere og tilbydere er fornøyd med den samme prisen. Dette gjelder også markedet for elektrisk kraft. Etterspørselen vil falle med stigende pris mens tilbudet vil øke. Men markedet for elektrisitet er spesielt som marked fordi det alltid må være i likevekt rent fysisk. Systemet bryter sammen hvis etterspørselen overstiger tilbudet eller tilbudet overstiger etterspørselen i tilstrekkelig grad og over tilstrekkelig lang tid. Avviket som tolereres, er ganske lite og må utlignes raskt – innen sekunder eller minutter - for å hindre kvalitetsnedgang og eventuell skade på sensitivt utstyr og systemkollaps. Den vanlige forstillingen hos økonomer om at markedet ”finner fram” til likevekt via prisendringer vil derfor ikke nødvendigvis være en god beskrivelse. El - systemet må overvåkes fysisk og systemet må holdes i kontinuerlig balanse ved fysiske inngrep.

Elektrisitet omsettes ikke som andre goder som kan stykkes opp i enheter rent fysisk. Produsenter og etterspørere er knyttet sammen ved nett. Nettverket omfatter store regioner,

for eksempel Norge, og transporten i nettet styres av fysiske lover. En forbruker vet ikke hvilket verk som har produsert den elektriske strøm han bruker. Eksistensen av ett nettverk tilsier en sentral styring av dette når det gjelder drift og investering.

2.1 ETTERSPORSELSSIDEN

Det faktiske forbruket fremstilles gjerne langs tidsaksen ved forskjellig tidsoppløsning. En vanlig kurve er forbruket time for time over et døgn. En slik kurve gir oss informasjon om effektuttaket over døgnet. Effekt er den momentane energi, og energi er summen av effektuttak over en viss tid, for eksempel en time. Energiforbruket over ett døgn er arealet under effektkurven. Topplasten kommer om morgenen ved frokosttid og kontoroppstart, og så en ny topp ved middagstid. Forbruket er lavest om natten. Slike kurver vil variere både over ukedager – topplasten er mindre lørdag og søndag – og over året. Topplasten er størst en sprengkald vintermorgen i januar og minst en lys, varm sommernatt i juni. Ved en aggregering av tiden, for eksempel til time, døgn, uke, osv. så mister vi informasjon om effektuttaket innenfor tidsenheten. Regnes tiden i timer ser vi da ikke den kontinuerlige utvikling i effektbruk innenfor denne timen. Uten ytterligere informasjon er det vanlig å forutsette at effektbruken fordeler seg jevnt i tidsintervallet, dvs. effektbruken per sekund er den samme gjennom hele timen.

Når vi snakker om et marked må tidsdimensjonen presiseres. Brukes en tidsoppløsning på en time så ser vi tilsvarende på etterspørselen for en time. Hvis vi er interessert i etterspørselen for et døgn med time som enhet, har vi i prinsippet 24 etterspørselskurver. På kort sikt er effektkapasiteten gitt, slik at det er etterspørsel etter energi vi ser på. Vi regner med at etterspørselen er avhengig av prisen i markedet på vanlig måte, dvs. etterspørselen faller når prisen stiger. Men etterspørselen over døgnet kan reagere mer eller mindre sterkt på prisendringer. Spesielt for timer hvor bruken av energi er begrenset av effektkapasiteten kan etterspørselen etter energi bli ganske ufølsom for prisoppgang. Det må en stor prisoppgang til for å klemme ned etterspørselen til den gitte effektkapasiteten. Det er viktig å merke seg at i et lengre tidsperspektiv hvor effektkapasiteten kan endres, så bør det skilles mellom energi- og effekttetterspørsel. Det er ikke vanlig i Norge å prise selve effekttetterspørselen på løpende basis til allmenne brukere (det er imidlertid effektprising på Nord Pool i de timene effekt er et knapt gode). Når det ikke skilles mellom etterspørsel etter effekt og energi vil effekttetterspørselen per konstruksjon endres i takt med etterspørselen etter energi når energiprisen endres.

2.2 TILBUDSSIDEN

2.2.1 Vannkraft

Over 99% av elektrisitetsproduksjonen i Norge foregår ved vannkraftverk. Et vannkraftverk kan ha lagringsmuligheter for vann slik at bruken av vannet kan bestemmes uavhengig av tilsiget innenfor et år og også lenger hvis magasinet er et flerårsmagasin (dvs. magasinet kan romme mer enn normalnedbøren i løpet av et år). Elvekraftverk kan ha så sterkt begrensede lagringsmuligheter at vannet som kommer, må brukes til produksjon av elektrisitet løpende.

Fallhøyden fra dam til turbin og volumet av vann gir den elektriske energi. Turbinene utnytter potensiell energi i høy grad. Rent produksjonsteknisk vil turbinene være konstruert til å gi maksimal konvertering fra vann til elektrisitet ved en bestemt vannmengde som slippes på. Avvik fra denne mengde gir noe lavere utnytting av vannets energi. Det kan gi

større elektrisitetsproduksjon å bruke en gitt vannmengde på en turbin enn å fordele denne mengden på flere turbiner.

Elektrisitetsproduksjonen vil være begrenset av hvor mye vann som kan tas i bruk per tidsenhet. Det kan enten være mengden av vann fra dammen, dvs. kapasiteten til rørene fra dam til turbin, som begrenser, eller turbinene som er installert. Mengden av vann som slippes på turbinene vil påvirke både hvor fort nivået på dammen synker og vannføringen nedenfor turbinen hvis stasjonen ikke ligger ved havkanten som i en del tilfeller i Norge. Av forskjellige hensyn (miljø, erosjon) kan det være aktuelt både med en øvre grense for hvor mye vann som kan tappes og slippes ut og en nedre grense for vannføringen etter stasjonen. Det kan også være aktuelt med restriksjoner på selve endringstakten i bruk av vann. Den spesifikke elektrisitet man får ut av vannet i et magasin reduseres litt etter hvert som magasinnivået synker ved uttapping.

Lagringskapasiteten til dammen utgjør det maksimale energilageret. Lagret vann er potensiell energi. Grunnet miljøhensyn kan det være en nedre grense for hvor sterk man kan tappe ned. En slik grense kan eventuelt ligge til grunn for normeringen av hva som er null vann igjen.

For verk som ligger i samme vassdrag vil det være en hydrologisk avhengighet da tapping av vann øverst i vassdraget påvirker tilsig nedenfor.

Kostnadene ved vannkraft er i det alt vesentlige knyttet til kapitalinvesteringene. Kapitalen er ganske varig, så vedlikeholdet per år er beskjedent. Det vil være en viss sammenheng mellom kapitalslit og driftstid, men den er svak. Det meste av kapitalen består av tunneler og dammer. Det er ingen arbeidskraft knyttet direkte til nivået av produksjonen. Driftskostnadene er produksjonsuavhengige så sant verket ikke "parkeres" for en lengre tid (driftskostnadene blir da tilnærmet null ved null produksjon). Arbeidskraften har en typisk overvåkingsrolle. Et kraftverk kan også fullstendig fjernstyres uten bruk av arbeidskraft ved stasjonen. Det kan være stordriftsfordeler ved de faste driftskostnader. En typisk realistisk forenkling vil derfor være å anta at et vannkraftverk har null variable produksjonsavhengige kostnader.

2.2.2 Andre typer kraftverk

Elektrisitet kan produseres på en rekke andre måter, for eksempel ved produksjon av damp som utnyttes i dampturbiner ved bruk av kull, olje, naturgass, biobrensel og lignende som energibærere med forskjellige virkningsgrader. I tillegg kommer kjernekraftverk, vindmøller og geotermiske kilder. Det kan være kombinert varme og el-produksjon. Vi vil konsentrere oss om de former vi kan kalle termisk kraft, som utelukker vindmøller. Kjennetegnet er at løpende utgifter til energibærer utgjør de variable (produksjonsavhengige) variable kostnadene. På kort sikt vil den maksimale produksjonskapasitet være gitt. Termiske kraftverk basert på fossilt brensel har en oppstartskostnad fra null aktivitet til positiv produksjon. Oppvarming av strukturene trekker energi hvis produksjonen settes i gang fra kald tilstand. Slike kostnader kan spares hvis verket holdes varmt, eller "spinnende" selv om produksjonen er null, men kostnadene ved "spinning" kommer til. Det vil også være kostnader forbundet med selve økningen av produksjonsnivået når produksjonen er i gang. Varmekraftverk er gjerne dimensjonert for et nivå for produksjonen hvor variable enhetskostnaden er minimert. Dette kan kalles kapasiteten, men da det fysisk ofte er mulig å produsere mer, i alle fall for kortere tid, varierer definisjonen noe i praksis. Marginalkostnadsbegrepet kan bli litt mer komplisert enn vanlig på grunn av

justeringskostnadene. En forenkling er bare å betrakte den laveste gjennomsnittskostnad og å regne denne som lik marginalkostnaden.

2.2.3 Overføringsnett

Elektrisiteten må føres fra kraftverket til forbrukerne. Nettet har også en begrensning på kort sikt for hvor mye som kan overføres per tidsenhet fra produksjonssteder til et forbrukersted. En komplikasjon er at flyten i et nett styres av fysiske lover (Kirchoff's lov). Nettapet kan derfor være avhengig av konfigurasjonene av hvor produksjonen mates inn og hvor forbruket tas ut og i hvilke mengder selv om det totale forbruket er gitt.

En faktisk modellering av tilbudssiden vil bygge på forenklinger av de forhold som er omtalt ovenfor. Ved en vurdering av Samkjøringsmodellen bør man være klar over hvilke restriksjoner som er med og hvilke som ikke er det.

3. DRIFTS- OG INVESTERINGSBESLUTNINGEN

Vi vil definere en driftsbeslutning som beslutning om bruk av vann og andre former for el-verk ved eksogent gitte endringer i kapasiteter. En driftsbeslutning kan gjerne strekke seg over flere tidsperioder, for eksempel flere år. Dette vil være nødvendig i et system med vannkraft for å få grep på hvordan lagret vann skal utnyttes. Det er to perspektiver vi må se på; det samfunnsøkonomiske perspektiv hvor alle verk og alle vannlagre sees under ett, og det bedriftsøkonomiske perspektiv hvor vi ser på en enkelt enhet og dens tilpasning. I begge tilfeller må målet, eller målfunksjonen, til enheten defineres. Den samfunnsøkonomiske løsning er "fasiten" for hvordan elektrisitetsmarkedet fungerer der hvert verk tar en individuell beslutning. Under visse forutsetninger kan en markedsløsning falle sammen med den samfunnsøkonomiske løsning.

En investering er en økning i de kapasiteter som er gitte ved driftsbeslutningen. I det samfunnsøkonomiske perspektiv gjennomføres investeringer med positiv nåverdi. Det blir spørsmål både om dosering av type kapasitet og om "timingene". Hvis private aktører skal stå for investeringsbeslutningene kreves det ytterligere forutsetninger oppfylt, for eksempel perfekte kapitalmarkeder.

3.1 SAMFUNNSØKONOMISK DRIFTSBESLUTNING

I samfunnsøkonomiske problemer vil den mest generelle formulering av målfunksjon være å spesifisere en funksjon med resultater og ressurser som brukes som argumenter. Funksjonen gjelder over den tidshorisont som er aktuell og uttrykkes gjerne ved nåverdien i tidsutstrakte problemer. I eldre litteratur om vannkraft (fra 1950-60 tallet, se [3], [4], [1], [2]) kan man finne målfunksjonen uttrykt som kostnader ved alternativ måte å produsere elektrisitet på. Denne søkes minimert under bibetingelser om et gitt forbruk over tid og tilsig til dammene som stokastiske variable (tilsiget er usikkert).

I samfunnsøkonomiske analyser brukes gjerne summen av konsument- og produsentoverskudd som målfunksjon. Konsumentoverskuddet regnet i kroner er den tilleggsnytt (regnet i kroner) forbrukerne har av det faktiske konsum til den prisen de betaler. Dette kan visualiseres som arealet mellom etterspørselsfunksjonen og prislinjen. Det korresponderende produsentoverskuddet er den totale inntekt fratrukket de variable kostnader. Ved den forenklende forutsetning at de variable kostnader ved vannkraftproduksjonen er null så faller

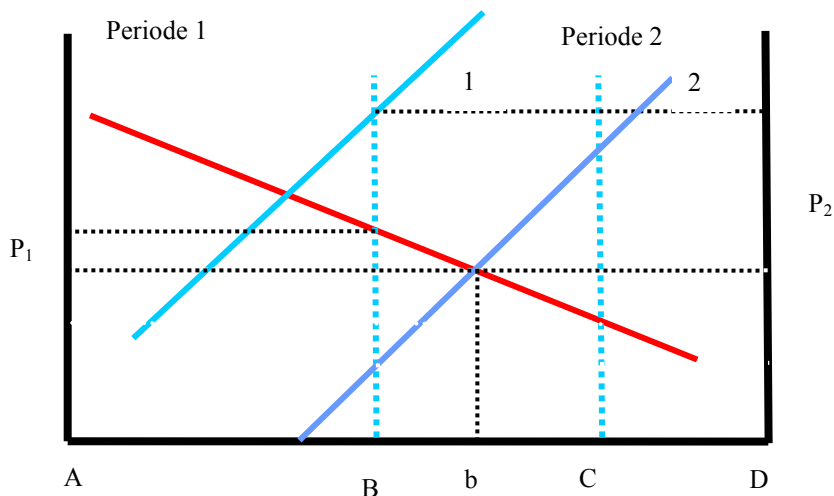
produsentoverskuddet sammen med det beløp konsumentene betaler. Summen av konsument- og produsentoverskudd blir derfor lik det totale arealet under etterspørselskurven fram til det faktiske forbruk. Ved termisk produksjon kommer driftskostnadene som fradrag. Når vi bruker en slik målfunksjon sier vi at vi ser på en *partiell likevektsanalyse* fordi vi ser bort ifra samspillet med resten av økonomien ved prisdannelsen i elektrisitetsmarkedet, påvirkning av inntektene til konsumenter og produsenter, osv. Det problem vi søker å løse, er å utnytte det tilgjengelige vann slik at målfunksjonen oppnår en maksimal verdi over den valgte horisont. Dette er essensielt et dynamisk problem.

Den fundamentale relasjon som styrer vannlageret er at magasinfylling ved slutten av en periode er lik eller mindre enn magasinfyllingen ved starten av perioden (lik vannlageret ved slutten av forrige periode) pluss det tilsiget som kommer i perioden fratrukket det vannet som brukes til elektrisitetsproduksjon i løpet av perioden. Magasinfyllingen ved slutten av perioden kan bli mindre enn det som regnes opp ovenfor hvis dammen flommer over. I vårt system har vi typiske sesongsvingninger i tilsiget. Vann akkumuleres som snø i vinterperioden og kommer til dammene ved snøsmeltingen om våren. Det er også en periode med høstregn på Vestlandet. Tilsiget om sommeren overstiger gjerne forbruket, mens om vinteren er det motsatt. Muligheten til å overføre vann fra sommeren til vinteren er selvsagt det økonomiske poeng med magasiner.

Det er ingen kostnader ved produksjonen da vannet er gratis, men vannet har en alternativ verdi: Det vannet som ikke brukes i dag kan brukes i morgen. Denne alternativverdien kalles *vannverdien* til lagret vann. Lagret vann får kun en verdi i det samfunnsøkonomiske problemet hvis forbrukerne har en positiv betalingsvillighet for mer vann enn det som er tilgjengelig for hele perioden vi ser på. Vi forutsetter at dette er tilfellet. Vannlagrene vil typisk øke i sommerhalvåret og tappes ned om vinteren når oppvarmingsbehovet er størst. Et problem er å styre bruken av vann slik at overflom (spesielt vår og høst) unngås. Overflom betyr et samfunnsøkonomisk tap. Hvis en dam potensielt truer med å renne over må så mye vann tappes ut på forhånd at dette unngås. Dess mindre tappekapasiteten er dess vanskeligere blir denne manøvreringen. Hvis overflom skal være en del av en samfunnsøptimal løsning bør *alle* magasiner flomme over samtidig. Men merk at det ikke er sikkert at dette er fysisk oppnåelig i en faktisk løsning med eksistens av mange forskjellige typer skranker.

3.1.1 En to-periode illustrasjon (badekarmodellen)

Illustrasjonen i Figur 1 viser tilsiget i periode 1 som AC og tilsiget i periode 2 som CD . Magasinkapasiteten er BC . Det er to alternative etterspørselskurver for periode 2. Kurve 1 gir som optimal løsning at vannet AB skal brukes i første periode med tilhørende vannverdi (og "markedspris") p_1 og en høyere vannverdi (markedspris) p_2 i andre periode. Maksimalt vannlager BC overføres fra periode 1 til periode 2, men dette er ikke tilstrekkelig til å gi den samme prisen i begge perioder. Marginal betalingsvillighet er større i periode 2. Det samfunnsøkonomiske overskudd for de to perioder er summen av arealet under etterspørselskurven for periode 1 fra A til B og arealet under etterspørselskurven for periode 2 fra B til D (vi forutsetter at det er endelig). Produksjonen av elektrisitet er kostnadsfri utenom alternativverdien for vann.



Figur 1. Optimal allokering av vann

I tilfellet med etterspørselskurven 2 i periode 2 vil det være mulig med en allokering av vann som gir samme vannverdi for de to perioder. For å oppnå dette spares vannet bC i første periode som supplement til tilsiget CD i periode 2.

3.1.2 Flere verk og magasiner

Når det gjelder en situasjon med flere verk med magasiner kan vi merke oss at en samfunnsøkonomisk optimal løsning, når vi ikke tar hensyn til andre skranker enn for øvre magasinkapasitet, innebærer at vannverdiene må være felles for alle verk. Det spiller ingen rolle for forbrukerne hvem som leverer strømmen. Vannverdiene vil svare til det som bør være prisene i et markedssystem. Det overordnede prinsipp for en samfunnsøkonomisk optimal bruk av vann er at vann brukes i perioder der bidraget til målfunksjonene er størst. Dette gir en underliggende tendens til å gjøre vannverdiene over tid så like som mulig. Uten noen form for restriksjoner ville vannverdiene bli like for alle perioder. Det er skranker som i perioder kommer inn og er bindende som gir samfunnsøkonomisk optimal svingning i vannverdiene.

En kvalitativ egenskap ved samfunnsløsningen som kan være viktig ved sammenlikning med en markeds løsning, er at det grovt sett vil være optimalt å bevege alle individuelle magasiner i takt både opp og ned, dvs. analysen vil kunne gjøres som om magasinene er aggregert til ett magasin. Individuelle skranker ved de enkelte magasin eller verk kan slå inn i forskjellige perioder og komplisere dette bilde noe. Skranker kan hindre at en slik "first best" løsning er oppnåelig.

Trusselen om overflom (som i Figur 1 med etterspørselskurve 1 for periode 2) vil skape variasjon i vannverdiene over tid. Satt på spissen kan vi si at vannverdiene ikke er høyest om vinteren fordi behovet for kraft eller forbruket er høyest om vinteren. Det er vannverdiene om vår, sommer og høst som er lavere for å unngå overflom. Vannverdiene blir høyere om vinteren fordi det ikke er noen trussel om overflom i denne perioden. Vannverdiene om vinteren blir heller ikke høyere selv om magasinutfyllingene går ned. Dette er jo en direkte konsekvens av hele poenget med å ha dammer. Men det kan være at den tilfeldige komponenten når det gjelder været slår ut slik at vannverdien ved noen av værprofilene som

er erfart, går opp fordi manøvreringsmulighetene kan bli drastisk mindre når man nærmer seg bunnen av magasinet. Med full sikkerhet vil det tilnærmet (unntak kan gjelde kombinasjon av verk- eller damspesifikke skranker) være samfunnsøkonomisk optimalt at alle dammer går tomme i samme periode¹.

Hvis skranken på effekt eller hvor mye vann som maksimalt kan tappes over en kort periode er med i analysen, vil denne kunne føre til høyere "pris" (skyggepris på forsyning av elektrisitet til forbruk) om vinteren da forbruket da er på sitt høyeste.

Vann som kommer til verk uten nevneverdige lagringsmuligheter, må tas i bruk til elektrisitetsproduksjon løpende hvis det ikke skal gå tapt. Tilgjengeligheten av slikt vann vil følge nedbøren over året og vil typisk være minst i vinterperioden. Dette vil også bidra til at vannverdiene vil være lavere i de andre periodene.

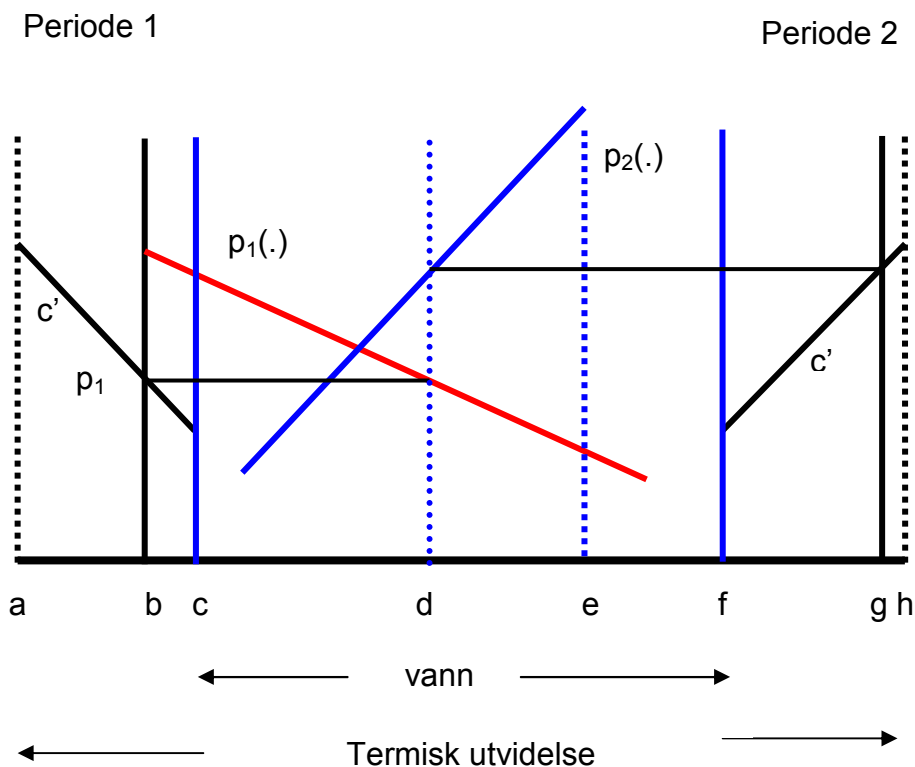
3.1.3 Utvidelse med termisk kapasitet

Hvis produksjonssiden omfatter termiske verk vil det bli typiske mønstre for samspill med vannkraft. Drift av atomkraftverk kjennetegnes ved at det er mye å vinne ved kontinuerlig drift. En stans/oppstart må planlegges i god tid. Det vil derfor bli snakk om å bruke verket eller ikke i et langsiktig perspektiv. Gitt at det brukes vil de gjennomsnittlige variable kostnadene måtte være lavere enn gjennomsnittlige vannverdier.

Når det gjelder kraftverk basert på fossilt brensel vil vi for enkelhets skyld forutsette at marginalkostnaden er konstant og lik gjennomsnittskostnaden over produksjonskapasiteten. Videre ser vi bort fra oppstarts- og justeringskostnader. Slike verk vil bli tatt i bruk til maksimal kapasitet (ett verk kan bli delvis utnyttet) i de periodene hvor vannverdien er høyere enn marginalkostnaden og tatt ut av bruk i perioder hvor marginalkostnaden er høyere enn vannverdien. Atomkraft vil bli grunnlast i et hydrodominert system, mens termisk kraft vil bli topplastverk.

I et badekarsdiagram for to perioder kan vi utvide produksjonskapasiteten med termisk kapasitet. I figur 2 representerer hele linjen ah den totale kapasitet regnet i kWh for begge periodene. Termisk kapasitet er ac i første periode og tilbudskurven starter i badekarveggen til vann i første periode ved minste marginalkostnad. Den samme kapasitet fh er tilgjengelig i den andre perioden og starter ut fra vannbadekarveggen for periode 2. Vanntilsiget i første periode er ce og i andre periode ef , mens lagringskapasiteten er de . Tilbudskurven for termisk kraft representerer verk ordnet etter stigende marginalkostnad ("merit order"). Løsningen innebærer at grensekostnad c' i termisk produksjon settes lik vannverdien i første periode. Termisk produksjon er bc og vannkraftproduksjon er cd . Maksimalt magasin overføres til annen periode. I denne perioden blir vannverdien høyere. Igjen brukes en termisk kapasitet slik at grensekostnaden blir lik vannverdien. Nå blir nesten hele kapasiteten fh tatt i bruk; produksjonen blir fg . Vannet som brukes er df . Termisk kraft kommer inn som topplast. Men merk at for perioder med samme vannverdi vil utnyttet termisk kapasitet bli den samme for periodene. Prisvariasjonen som skyldes begrenset magasinkapasitet for vannkraft vil bli dempet når også annen kraft kan tas i bruk.

¹Vi merker oss at dette forhold sammen med resultatet ovenfor at ved overflom skal alle dammer flomme over samtidig er grunnlaget for den sammenslåing av magasiner og verk i delområder som brukes i Samkjøringsmodellen for å få til en løsning i praksis. Bemerk dog at skranker kan hindre oppfylling av denne regelen i noen situasjoner.



Figur 2. Utvidet badekar: Både termisk kapasitet og vannkraft

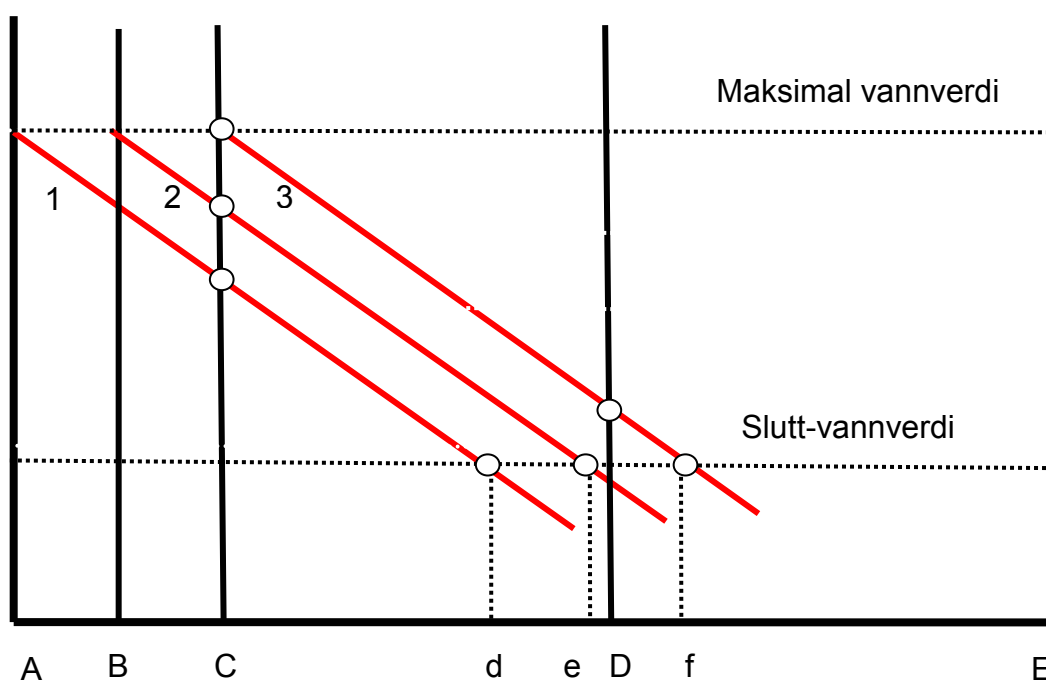
3.1.4 Handel med elektrisitet

Hvis vi åpner for eksport (import) fra (til) regionen vi ser på (Norge) må vi endre målfunksjonen slik at eksportinntekter legges til og importutgifter trekkes fra. Uten skranker på overføringskapasiteten vil den "utenlandske" prisen bli fullstendig gjeldende i Norge i alle perioder, dvs. vannverdiene blir lik de gitte (per forutsetning) utenlandsprisene; dammene blir rene "pengemaskiner" og utnyttes for å få maksimal inntekt. Men begrensninger i overføringsmulighetene er en mer realistisk situasjon. Når slike skranker binder vil regionsprisen være lavere (høyere) enn utenlandsprisen ved den maksimale eksport (import) som nettkapasiteten tillater. Elektrisiteten flyter fra lavprisområder til høyprisområder.

3.1.5 Usikkerhet

Et fundamentalt problem er at vi ikke vet med sikkerhet hva tilsiget vil bli. Det kan lages en god prognose på snølager, men det er vanskelig å vite hvor fort det vil smelte og hvor mye som fanges opp i grunnvannet. Dette er avhengig av temperaturen under snøsmeltingen. Tilsiget ellers gjennom året kan ikke forutsies med sikkerhet. Etterspørselen vil også til en viss grad, spesielt om vinteren, avhenge av utetemperaturer. En samfunnsanalyse må derfor ta hensyn til denne usikkerheten. Dette gjøres ved å se på *forventet* verdi av målfunksjonen og variable i skrankene gitt at tilsig, snømengde og etterspørsel ikke kan forutsees med full sikkerhet. Data for nedbør og temperatur finnes for over 70 år bakover. Disse data kan brukes til å gjøre anslag på hva som er den beste forventede samfunnsøkonomiske løsning.

Figur 3 illustrerer hvordan baklengs induksjon fungerer for å løse vanddisponeringsproblemet i en-magasinsmodellen når tilsiget er stokastisk. Målfunksjonen er å maksimere totalt forventet konsument- og produsentoverskudd. Per modellforutsetning er dette forenklet til å maksimere samlet sum av arealene under etterspørselsfunksjonene for periodene (vi ser bort fra diskontering). Det maksimalt tilgjengelige vann for den siste periode er AE. Tre mulige tilfeller for tilsig vises; A , B og C som betyr null tilsig, og tre mulige magasinfyllinger arvet fra perioden før; C som nå betyr null magasinbeholdning overført fra forrige periode, D og E , som betyr maksimal magasinfylling. Etterspørselskurven vil starte på den aktuelle vertikale for tilsig. De tre mulighetene er merket 1, 2 og 3. For å oppnå en løsning må man enten ha informasjon om den vannverdien som skal gjelde etter siste periode, eller velge en bestemt magasinfylling som overleveres til tiden etter siste periode. Vi har valgt å tegne inn en eksogen vannverdilinje. For hvert alternativ av fylling fra forrige periode kan vi se på vannverdiene ved forskjellige realiseringer av det stokastiske tilsig. For null magasinbeholdning får vi de tre verdier for vannverdier merket med sirkler på vertikalen i C for null fylling. Vannverdien synker ved økende tilsig. Så lenge vannverdiene ligger over



Figur 3. Stokastisk dynamisk programmering

slutt-vannverdien vil alt tilsig brukes opp i siste periode. For arvet magasinfylling svarende til vertikalen i D er vannverdiene for de tre tilsigsmuligheter igjen merket med sirkler. I tilfellet med null tilsig blir vannverdien høyere enn slutt-vannverdien, mens i de to andre tilfellene blir vannverdiene lik slutt-vannverdien. For de to siste tilfellene vil det overleveres henholdsvis eD og dD til tiden etter siste periode. For overlevering av maksimal magasinfylling blir vannverdiene like for alle tilsigsalternativer og lik slutt-vannverdien. Vannverdiene kan bare bli lavere enn slutt-vannverdien hvis overflom truer. (Dette er ikke vist i figuren.) For alle fordelinger av vannverdier for gitt fyllingsgrad fra forrige periode vil vi nå finne forventet vannverdi ved å veie sammen vannverdiene med sannsynlighetene for tilsiget som vekt. Disse sannsynlighetene kan for eksempel være basert på nedbørsdata for

de tilgjengelige år, som er 70 år. Forutsetter vi uavhengighet vil hver av de 70 realisering ha en sannsynlighet på $1/70$.

Vi ser lett at forventet vannverdi synker med stigende fylling overlevert fra forrige periode når vi starter med null fylling. For fyllinger større enn f vil forventet vannverdi bli konstant og lik den gitte slutt-vannverdi. Ser vi på sammenhengen mellom forventet vannverdi og den magasinfylling som overlates tiden etter siste periode, vil vi ikke ha noe positivt vannlager før overleveringen fra perioden før den siste kommer over et visst nivå. Vi kan danne oss forventet overlevering til fremtiden ved å veie sammen fyllingene med sannsynligheten for tilsigene som veker igjen. Vi merker oss at forventet fylling overlevert til fremtiden i tilfellet med fyllingen D ligger mellom dD og eD (f.eks regnet ut som $1/3(dD+eD+0)$). Forventet vannverdi vil synke med stigende mengde vann overlevert fremtiden inntil forventet vannverdi oppnår sin konstante nedre verdi lik slutt-vannverdien. Maksimal forventet overlevering vil være eE ved bruk av samme sannsynligheter som ovenfor.

Prosedyren kan så gjentas for den nest siste perioden ved å bruke forventet vannverdi funnet for den siste perioden som om den var en slutt-vannverdi, osv. helt til første periode.

3.2 BESLUTNINGSPROBLEMET I ET MARKED

La oss forenkles ved å forutsette at all kraft omsettes på et daglig spotmarked. Tilbydere og etterspørere byr inn pris og kvantum for hver time innenfor for eksempel et døgn døgnet i forveien, og prisene bestemmes ved markedsklarering (Et verk som får levere sitt ønskede kvantum kan få høyere pris enn den prisen den var villig til å akseptere). Et profittmaksimerende vannkraftverk med magasin uten muligheter til å utøve markedsrett vil basere seg på forventninger om prisene innenfor horisonten. Både fremtidige priser og fremtidige tilsig blir stokastiske (usikre) variable i verkets tilpasning. Verket vil ikke bruke noe vann i dag utover eventuelle krav til minstevannføring hvis det forventer at prisen blir høyere på et senere tidspunkt og vannet kan lagres uten at magasinet flommer over. Verket vil gjerne bruke alt vann i perioden med høyeste forventede pris. Men igjen kommer skrankene inn og modifierer denne strategien. Hvis overflom truer må noe vann brukes før perioden med høyest pris. Hvis produksjonskapasiteten ikke er stor nok til at hele magasinet kan tømmes i høyprisperioden må vannet brukes i andre perioder. Usikkerheten om fremtidige priser og tilsig kan gjøre dette til et komplisert beslutningsproblem.

Den private driftsbeslutning for et kullfyrt verk blir atskillig enklere. Det tar hver dag for seg og produserer for fullt hvis prisen er høyere enn marginalkostnaden og tar verket ut hvis prisen ikke dekker driftskostnadene (under samme forenklede forutsetninger som ovenfor). Tar vi i betraktning faste kostnader kan verket gå med underskudd i perioder. (Det er sett bort fra oppstartskostnader.)

De private aktører behøver ikke å tenke på eksport - import. Disse mulighetene vil gi seg utslag i markedsprisene og dermed indirekte komme med.

3.3 MARKEDSLØSNINGEN OG SAMFUNNSØKONOMISK OPTIMALITET

En grunnleggende innsikt fra økonomisk teori er at et frikonkurransemarked *kan* realisere samfunnsløsningen. Skyggeprisene på de diverse skranker i samfunnsproblemet må da direkte speiles i markedsprisene. Det er viktig å understreke at dette ikke vil skje med nødvendighet. Fordi om det eksisterer et marked for kraft kan man ikke si at dette fungerer

samfunnsøkonomisk optimalt. Det er et komplisert koordineringsproblem som skal løses uten at deltakerne eksplisitt tar dette inn over seg.

La oss starte med å se bort fra usikkerhet og alle skranker. Alle verk vil da ønske å bruke alt vannet i samme periode. Men dette kan ikke være konsistent med den prisen som skal gjelde som likevektspris for perioden: prisene ville bli meget høye for de perioder ingen vil ønske å levere, mens prisen for perioden alle ønsker å levere ville bli meget lav. Et marked vil ikke fungere hvis ikke prisene blir like for alle perioder og det er tilfeldig hvilken periode verkene produserer. Det samme resonnetet gjelder hvis prisene er usikre, men tilsiget sikkert. Alle verk vil ønske å spare vannet til perioden med høyest forventet pris gitt at de tror på den samme sannsynlighetsfordeling for prisene (dvs. har rasjonelle forventninger). Igjen vil det eneste mulige fungerende marked gi samme pris for alle perioder.

Situasjonen blir straks mer komplisert når vi innfører skranker som øvre grense for magasin, øvre grense for effektkapasitet, nettkapasitet, osv. Holder vi fast på rasjonelle forventninger når det gjelder både priser og tilsig *kan* en markedsløsning være samfunnsøkonomisk optimal. Men det kan være slik at med fullt sett av skranker kan en markedsløsning fungere uten at vi har full samfunnsøkonomisk optimalitet. Skrankene kan hindre at en ikke-optimal markedsløsning bryter sammen. Systemet blir så komplisert at vi ikke uten videre kan se om det fungerer optimalt. Markedet kan tilsynelatende fungere godt selv om aktørene ikke har rasjonelle forventninger om priser og tilsig. Et system med fullt ut fungerende fremtidsmarkeder for elektrisitet vil kanskje være nødvendig for å gi markedsdeltakerne den nødvendige informasjon for å oppnå rasjonelle forventninger. Men selv om slike markeder finnes er omsetningsvolumet for tiden lite.

Både etterspørere og tilbydere kan se seg tjent med å sikre seg mot prisusikkerhet. Dette kan gjøres ved å inngå bilaterale kontrakter om fast pris (eller en prisprofil over flere perioder, for eksempel ett år). Men hvis etterspørere er vanlig husholdninger vil slike avtaler kunne føre til avvik fra en optimal løsning da prisen vil bindes for et visst antall perioder. Selv om spotprisen skulle variere opp eller ned i forhold til avtalt pris vil ikke etterspørere kunne reagere på slike prissignaler. Men produsenten har muligheter ved å selv kjøpe fra spotmarkedet hvis avtalt pris er høyere enn spotprisen og spare vannet til senere høyprisperioder. Den samfunnsøkonomiske løsningen forutsetter "real time" prising som ikke så lett lar seg implementere i praksis, særlig da bilaterale avtaler er vanlig (gjelder ca. 60 % av all elektrisitet). Et typisk eksempel er prisvariasjonene over døgnet med relative lavere pris om natten. En vanlig husholdning får ingen signaler til å forskyve sitt forbruk. Faktiske "real time" prising eksperimenter i California har vist at husholdningene vil vri forbruket mot de billigere periodene.

Et siste problem vi vil nevne med et markeds optimalitet er mulighetene for å bruke markedsrett. Et stort vannkraftverk kan ha en mulighet til å forskyve bruken av vannet for å få større overskudd. Formen på etterspørselskurvene blir utnyttet slik at vann forskyves fra perioder med relativ uelastisk etterspørsel til perioder med relativ elastisk etterspørsel i forhold til en samfunnsøkonomisk optimal tapping ([6]). En tilstrekkelig stor produsent som disponerer både vann- og varmekraft kan ha muligheter til å manipulere markedet ved å trekke varmekraftkapasitet ut i høylastperioder (med begrunnelse nødvendig vedlikehold, slik som under California-krisen) og så få ekstra høy pris for vannkraften.

3.4 INVESTERINGSBESLUTNINGER

Løsningen på det samfunnsøkonomiske driftsproblemet ovenfor gir positive skyggepriser (dualvariable) på kapasitetsskranke i de perioder de er bindene. En samfunnsøkonomisk investeringsanalyse kan som et første trinn baseres på nåverdien av skyggeprisene sammenliknet med investeringskostnadene. Hvis nåverdien overstiger kostnadene gjennomføres investeringene. Men merk at ved nye kapasiteter må driftsproblemet løses på nytt. Det korrekte inntektsbegrepet er derfor endringen i nåverdien av den samfunnsøkonomiske målfunksjon sammenliknet med investeringskostnadene.

DEL II: SAMKJØRINGSMODELLEN

Formålet med Del II er å gi en enkel presentasjon av Samkjøringsmodellen. Med den bakgrunnskunnskapen som Del I har gitt vil den spesifikke utformingen av Samkjøringsmodellen kunne sees i perspektiv.

4. GENERELLE TREKK VED SAMKJØRINGMODELLEN

Samkjøringsmodellen er et simuleringsverktøy for elektrisitetsmarkeder med mye vannkraft. Modellen er dokumentert i [7] og [8], mens [9] og [10] gir mer kortfattede oversikter. Samkjøringsmodellen er ikke en enkelt modell, men består av flere delmodeller. I prinsippet løser modellen det samfunnsøkonomiske driftsproblem som er gjennomgått i avsnitt 3.1. Vi vil derfor ikke gjenta rammen for dette problem her, men konsentrere oss om spesielle trekk.

Samkjøringsmodellen løser et stokastisk optimaliseringsproblem. En prøver å finne den strategien som maksimerer det forventede samfunnsøkonomiske overskuddet målt ved konsument- pluss produsentoverskuddet i elektrisitetsmarkedet. Detaljrikdommen i modellen er stor. Den omfatter bare for Norge 512 magasiner og 252 kraftverk. I tillegg kommer termiske verk, atomkraft og vindkraft. Tidsoppløsningen er en uke når det gjelder disponeringen av vann, men på etterspørselssiden deles en uke ytterligere opp i et antall lastavsnitt, dvs. uketimerne ordnes etter lastprofilen. En normal horisont å kjøre en driftsbeslutning for vil være 3-5 år. Detaljene på produksjonssiden sammen med tidsoppløsningen og antall perioder gjør at spesielle grep må gjøres for å få til en numerisk løsning ved metoden, stokastisk dynamisk programmering, som brukes. Vesentlig informasjon om etterspørselssiden legges inn av brukeren, for eksempel som stykkevis lineære etterspørselsfunksjoner.

5. PROBLEMBESKRIVELSE OG LØSNINGSMETODIKK

5.1 PROBLEMFOMULERING

5.1.1 Strategier og simuleringer

Samkjøringsmodellen har to viktige modi. I *strategidelen* beregnes en strategi for disponering av vannmagasiner. Strategien er en handlingsregel for magasinindisponeringen for alle tenkelige tilstander (spesielt magasinutfyllinger) en kan havne i. Den optimale strategien gir handlingsregler som maksimerer det forventede samfunnsøkonomiske overskuddet i

elektrisitetmarkedet gitt den kjente tilstanden systemet befinner seg i. I *simuleringsdelen* simuleres systematferden for ulike stokastiske utfall gitt at den optimale strategien følges. Dermed kan en beregne konfidensintervall for variablene.

5.1.2 Optimalisering

Det er bare disponeringen av vannmagasinene som gjør at en ikke kan løse optimaliseringsproblemet stilt i avsnitt 3 for ulike uker hver for seg. Vannmagasinene fører imidlertid til at tilpasningen i én uke påvirker produksjonsmuligheten i andre uker. Og siden blant annet tilsiget er stokastisk kan vi ikke vite hvor stor magasinbefyllingen kommer til å bli i fremtiden. Vi trenger derfor en *strategi* for magasin disponeringen. Det kan vises at dersom prisen, dvs. skyggeprisen på kraftbalansen, er større enn marginalverdien av vannet delt på virkningsgraden, er det lønnsomt å øke produksjonen dersom restriksjonene tillater dette, og vice versa. Strategiene kan derfor representeres ved vannverditabeller og det er denne informasjonen en tar vare på fra *strategidelen*. Deretter kan en kjøre *simuleringsdelen* og finne systematferden ved ulike stokastiske utfall når den optimale strategien følges. En kan også beregne forventet samfunnsøkonomisk overskudd for ulike stokastiske utfall og for ulike utforminger av energisystemet (kapasiteter for produksjon, overføring osv). I praksis formuleres optimaliseringsproblemet som et kostnadsminimeringsproblem. Men siden en kan ”kjøpe forbruksreduksjoner” er dette helt analogt til maksimalisering av samfunnsøkonomisk overskudd.

5.2 STOKASTISK BESKRIVELSE

Som en del av inngangsdata til modellen skal en for hver uke angi historiske observasjoner for regulert tilsig, uregulert tilsig, temperaturer og vindkraftenergi for alle områdene for de årene en har data. Fra dette beregnes en diskret sannsynlighetsfordeling for hver uke hvor ett utfall gir en bestemt verdi for alle de stokastiske variablene. En kan derfor si at det er været som er stokastisk og at været regnes i 4 dimensjoner (regulert tilsig, uregulert tilsig, vind og temperatur). Sannsynlighetsfordelingen for de stokastiske variablene brukes når en beregner den optimale strategien. I simuleringene brukes imidlertid observerte utfall for de stokastiske variablene. Dette er beskrevet i pkt. 7.2.

Metoden gir et forventningsrett estimat for de stokastiske variablene og variansen er rett dersom en ser 1 uke frem. Men variansen i aggregert tilsig blir for liten dersom det er positiv autokorrelasjon i tilsiget. Brukeren kan imidlertid spesifisere at tilsigets varians skal være riktig for et bestemt tidsintervall. Modellen vil da justere sannsynlighetene for ukenivå slik at variansen blir riktig for det angitte intervallet og forventningsverdien er uendret. Seriene for vanntilsig kan også justeres for eventuelle observasjoner av snømagasinet.

5.3 NØDVENDIGE FORENKLINGER I STRATEGIBEREGNINGEN

Verdien av vann i et enkelt magasin er i prinsippet avhengig av magasinbefyllingen i alle andre magasin hver for seg og av den samlede sannsynlighetsfordelingen for alle stokastiske variabler innenfor planleggingsperioden. Det er praktisk umulig å beregne den optimale strategien numerisk med en slik oppløsning. For finne den optimale strategien for magasin disponeringen tas derfor noen viktige grep.

- All vannkraft innad i et delområde aggregeres til ett ekvivalent magasin og en ekvivalent stasjon.
- I strategiberegningen regnes alt i energienheter

- En finner en optimal strategi (vannverdier) for hvert enkelt delområde isolert.

5.3.1 Delområder og enmagasinekvivalent

Brukeren bestemmer selv hvilke delområder som skal brukes, og vanligvis er overføringsbegrensninger, landegrenser, hydrologiske forhold og vannkraftens geografiske fordeling viktig for hvilke delområder som velges. Ofte velges 14-15 delområder i Norden.

Brukeren spesifiserer data for hvert enkelt magasin og kraftverk. I det nyeste NVE-datasettet for Norge finnes det 512 magasin som er større enn 0,1 Mm³ og 252 kraftverk. I Samkjøringsmodell - datasettet som beskriver dette systemet er det ca 1025 vannkraftmoduler. En "vannkraftmodul" kan være et magasin, kraftverk, eller begge deler, eller det kan være et punkt i vassdraget som er nødvendig eksempelvis for å beskrive en restriksjon.

Basert på den detaljerte vannkraftbeskrivelsen beregnes en aggregert energimodell av vannkraften for hvert delområde. Denne beregnes delvis ved summasjon av kapasiteter (vannkapasitet multiplisert med konverteringsfaktor fra vann til energi):

- magasingrenser (minimum og maksimum) hver uke
- grenser på tapping (minimum og maksimum) hver uke.

Tidsvariable restriksjoner medfører at den aggregerte modellen gjerne har kapasitetsgrenser som varierer fra uke til uke. Denne enkle modellen får tilsig i form av en serie for regulerbar tilsigsenergi, som kan lagres i magasinet, og en serie for uregulerbar tilsigsenergi som ikke kan lagres. Disse seriene beregnes ved simulering med en detaljert modell.

5.3.2 Energienheter

I strategiberegningene gjøres modellen om til en energimodell. Dvs. at vannmagasin, tapping osv gjøres om til energienheter, og "virkningsgraden" er 1. I simuleringene regnes imidlertid magasininnhold, tapping og flom i m³ vann. Det tas hensyn til at virkningsgraden ved stasjonen er avhengig av produsert mengde og magasinnivået (pga fallhøyden).

5.3.3 Kalibrering

Som nevnt beregnes vannverdiene for hvert delområde hver for seg. Men siden noen områder er overskuddsområder mens andre er underskuddsområder kan en ikke anta at kraftproduksjonen i et enkelt delområde bare brukes til å dekke den lokale etterspørselen. Da ville vannverdiene (marginalverdien av mer vann ved en gitt magasinfylling) blitt for høy i underskuddsområdene og for lav i overskuddsområdene. Dette er årsaken til at modellen må kalibreres. Hvis modellens standardverdier (default-verdier) brukes i kalibreringen fordeles den totale etterspørselen i hele systemet (både nivå, profil og fleksibilitet), fratrukket produksjon utenom vannkraft, ut på de enkelte delområdene slik at områder med relativt stor vannkraftproduksjon tildeles relativt mye etterspørsel som må dekkes av vannkraft. Reguleringsgraden i vannkraften påvirker også hvor mye forbruk som må dekkes av vannkraft. Hvis reguleringsgraden er stor tildeles mye forbruk, spesielt i vinterhalvåret. Dersom simuleringene viser at gjennomsnittlig vannkraftproduksjon i simuleringene er større enn det som ble antatt initialt, justeres kalibreringen automatisk.

Til tross for de foreslåtte standardverdiene og den automatiske justeringen av strategiene gir ikke Samkjøringsmodellen en optimal løsning uten inngripen av bruker. Modellen må kalibreres ved at bruker justerer noen skaleringsfaktorer for hvor mye etterspørsel som må dekkes av vannkraften i de enkelte delområdene. Det finnes det én riktig kalibrering siden det i teorien eksisterer én løsning for vannverdiene som maksimerer det forventede samfunnsøkonomiske overskuddet for hele systemet. Denne kalibreringen er vanskelig å finne, men en kan komme rimelig nær. Hovedregelen i kalibreringsfasen er at en bør velge den kalibreringen som gir det største forventede samfunnsøkonomiske overskuddet. I praksis er imidlertid magasinutfyllingene i simuleringene viktige når en leter etter en god strategi:

- Hvis magasinene tømmes og det blir rasjonering store deler av året i mange simuleringer for et delområde bør en sannsynligvis oppjustere etterspørselen rettet mot vannkraft i strategiberegningen slik at vannverdiene øker.
- Hvis magasinene aldri tømmes i noen av simuleringene i et delområde bør en sannsynligvis nedjustere etterspørselen rettet mot vannkraft i strategiberegningen slik at vannverdiene reduseres.

Dersom brukere gir ulike inngangsdata til Samkjøringsmodellen eller dersom brukere kalibrerer modellen ulikt, gir også modellen ulike svar. Men dersom inngangsdata er like og en har funnet en god strategi bør også svarene fra Samkjøringsmodellen bli temmelig like.

Ved SINTEF Energiforskning er det også utviklet en alternativ modell, Samplan [12], som ikke må kalibreres av bruker. Modellen er basert på stokastisk *dual* dynamisk programmering og den kan brukes på det samme datasettet som Samkjøringsmodellen. Denne modellen er imidlertid avhengig av å få verdsetting av lagret vann i slutten av planleggingsperioden fra en annen modell, og som regel brukes Samkjøringsmodellen til dette.

6. ELEMENTER

6.1 VANNKRAFT

6.1.1 Optimal produksjon

Vannkraftproduksjonen i en bestemt periode er i hovedsak bestemt av hvor mye vann som tappes fra magasinet. I den optimale tilpasningen skal en tappe så mye vann at kraftprisen (dvs. dualen til kraftbalansen) er lik marginal vannverdi. En trenger altså verdier for den marginale vannverdien for å kunne løse for den optimale vannkraftproduksjonen. I noen tilfeller kan det være umulig å oppfylle det nevnte kriteriet for magasintappingen for eksempel fordi det er begrenset tappekapasitet eller fordi tappingen ikke kan være negativ. I disse tilfellene er den optimale tappingen gitt av den bindende restriksjonen.

6.1.2 Vannverdimetoden

Når vannverdiene beregnes på områdenivå i strategidelen benyttes stokastisk dynamisk programmering. Følgende fremgangsmåte brukes. En starter i den siste uken innenfor planleggingsperioden, for eksempel uke 52 i år 2010. I denne perioden maksimeres konsument- pluss produsentoverskudd hensyn tatt til verdien av lagret vann ved slutten av planleggingsperioden. Kalibreringen av sluttverdifunksjonen er beskrevet i et eget avsnitt. Optimaliseringsproblemet for den siste perioden løses for ulike magasinutfyllinger og for ulike stokastiske utfall for den siste perioden som per antagelse er kjent i starten av den perioden. Dermed kan en også beregne forventet verdi av å ha litt mer vann tilgjengelig fra forrige periode. Denne informasjonen lagres i en vannverditabell. Nå kan vi gå til den nest siste

uken, uke 51 år 2010 i vårt eksempel. I denne uken minimeres løpende kostnader ved å dekke etterspørselen hensyn tatt til verdien av lagret vann overført til neste periode – gitt ved vannverditabellen. Dermed kan en løse optimaliseringsproblemet for denne uken isolert sett for ulike magasinfillinger og for ulike realiseringer av stokastiske variable. Dermed kan en også beregne forventet verdi av å ha litt mer vann tilgjengelig fra forrige periode. Denne informasjonen lagres i vannverditabellen for denne uken. Og slik fortsetter en helt til en har kommet til den første uken innenfor planleggingsperioden, f.eks. uke 1 år 2005. I simuleringene fungerer vannverdiene i praksis som marginale produksjonskostnader for vannkraft. Vannverdiene er derfor en representasjon av den optimale *strategien* for vannkraften.

6.1.3 Sluttverdifunksjonen

Det beregnes vannverdier så langt fram at sluttverdifunksjonen ikke har betydning for vannverdiene det siste året en ønsker å simulere. Dette skjer automatisk. Deretter brukes den beregnede vannverditabellen ved slutten av den perioden en ønsker å simulere som en sluttverdifunksjon. I praksis gjetter man på en sluttverdifunksjon og så regner en seg så mange år bakover (en bruker systembeskrivelsen for det siste året en vil simulere) at vannverdiene ikke endres fra år til år.

6.2 TERMISK, ATOMKRAFT, VINDKRAFT, ELVEKRAFT, PUMPEKRAFT

Termisk kraftproduksjon, inklusive atomkraft, er vanligvis definert ved marginale produksjonskostnader, forventet kapasitet i ulike uker (en må ta hensyn til forventet vedlikehold) samt en forventet tilgjengelighet (det tas hensyn sannsynlighet for utfall av enheter). Kostnader ved start og stopp er ikke modellert. Noen ganger kan det også være aktuelt å modellere gasskraft med fast leveranse eller med et lokalt gasslager. Dette modelleres henholdsvis som eksogen produksjon og som en vannkraftekvivalent.

Vindkraft modelleres som en stokastisk produksjon som ikke er avhengig av pris. Data gis som energiserier og det kan tas hensyn til at en forventer økt produksjonskapasitet. Elvekraftverk kan modelleres på samme måte eller som vannkraft uten lagringskapasitet.

Noen kraftverk kan reversere turbinene (pumpekraftverk) og løfte vann fra ett magasin til et annet. En kan også modellere rene pumpestasjoner som pumper vann fra ett magasin til et annet hvor det er bedre muligheter for energiproduksjon. Disse teknologiene tas i bruk i simuleringdelen dersom dette er lønnsomt, men de er ikke med i strategidelen.

6.3 ETTERSPØRSEL

Det skal angis data for etterspørselen i hvert delområde. Brukeren står fritt til å velge ulike kategorier for etterspørselen, for eksempel alminnelig forsyning, industri, el-kjeler eller andre kategorier. Etterspørselsdata kan angis på ulike måter, men til slutt ender en opp med en eksplisitt etterspørselsfunksjon (sammenheng mellom pris og etterspurt mengde) for hver uke og hvert lastavsnitt, og etterspørselen er stokastisk avhengig av temperaturer.

For alminnelig forsyning er det vanlig å legge inn forbruket som ”fastkraft” som beskrives ved et årsforbruk (for ulike år), årsprofil (for ulike uker) og relativt forbruk i ulike lastavsnitt. Temperaturkorreksjonen skjer ved at en legger inn forbrukets følsomhet for temperaturen i % per grad og bruker historiske temperaturobservasjoner. Prisfølsomheten kan gis som en

stykkevis lineær sammenheng mellom % forbruk av referanseverdi og priser eller ved en priselastisitet. Industrikontrakter med begrenset uttak til bestemte priser kan defineres av bruker. En tredje mulighet er å definere en eksplisitt utkoblingspris med et tilhørende energiforbruk for noen typer forbruk.

Den angitte etterspørselen brukes i simuleringene. Denne etterspørselen er også utgangspunkt for de etterspørselsfunksjonene som brukes i strategidelen, men dette overstyres av den brukerstyrte kalibreringen.

6.4 UTVEKSLING

I Samkjøringsmodellens strategidel modelleres ikke utvekslingen direkte siden en finner strategien for hvert enkelt delområde isolert. I simuleringene er utvekslingen mellom delområder og mellom andre områder og et delområde beskrevet ved enkeltstående overføringslinjer mellom områdene med en gitt kapasitet (som kan være forskjellig i hver retning) og med et lineært overføringstap. En kan også inkludere en monetær overføringsavgift. Dersom den initiale prisdifferansen mellom to områder er større enn verdien av overføringstapet pluss en evt. monetær overføringsavgift overføres så mye kraft at prisene balanserer, evt. så brukes hele kapasiteten på overføringslinjen.

6.5 LIKEVEKT

Det skal være likevekt mellom tilbud og etterspørsel (kraftbalanse) i alle delområder, uker og lastavsnitt. De respektive skyggeprisene (dualverdiene) til kraftbalansene er modellens estimat for elektrisitetsprisene. Brukeren kan også angi en eller flere rasjoneringspriser med tilhørende kvantum. En rasjoneringspris vil fungere som en maksimalpris.

7. SIMULERINGER

7.1 ET STOKASTISK SYSTEM MED EN OPTIMAL STRATEGI

Fra strategidelen av simuleringsmodellen tar en vare på vannverditabellene som viser marginal vannverdi i ulike delområder på ulike tidspunkt som funksjon av magasinutfyllingen. I simuleringsdelen finner en systematferden gitt den optimale strategien og gitt bestemte utfall for de stokastiske variable. Sammen med noen enkle handlingsregler utgjør vannverdiene den optimale strategien for magasinindisponeringen: *Tapp så mye fra magasinet at vannverdien blir lik områdeprisen multiplisert med virkningsgraden.* Dette tilsvarer at marginalkostnaden ved bruk av vann skal være lik marginalinntekten. Noen ganger kan begrensninger i den fysiske kapasiteten føre til at en ikke klarer å følge handlingsregelen. Da produserer en det størst mulige kvantumet. Andre ganger kan vannverdien overstige marginalinntekten ved bruk av vann selv om det ikke tappes noe fra magasinet. Da tappes ingenting fra magasinet og en produserer bruker bare det uregulerte tilsiget i produksjonen. I simuleringsdelen bruker en ikke energienheter; det tas hensyn til at virkningsgraden er en funksjon av magasinutfylling og tapping.

I simuleringene finner modellen modelløsningen når vannkraften i alle områder følger denne handlingsregelen, mens etterspørsel, øvrig produksjon og overføringer tilpasses det optimale nivået. Utfallet for de stokastiske variablene påvirker imidlertid hvilken tilstand en havner i og dermed også systematferden på et bestemt tidspunkt.

7.2 OBSERVASJONER FRA HISTORISKE ÅR

Når en skal simulere stokastiske utfall for de stokastiske variablene (regulert tilsig, uregulert tilsig, vindenergi, temperaturer og elvekraftenergi) og den påfølgende systematferden brukes vanligvis observerte tidsrekker. Hvis en for eksempel skal simulere 4 år og en har data fra 1931 – 2000 simulerer en systematferden for

Serie 1: 1931-1934

Serie 2: 1932-1935

Serie 3: 1933-1936

osv

Dermed får en 70 stokastiske scenario dersom en har 70 tilsigsår. Bruker kan imidlertid spesifisere serier med andre kombinasjoner.

7.3 TAPPEFORDELING

Tappefordelingsmodellen [13], som er en integrert del av Samkjøringsmodellen, beregner hvordan de magasinene brukeren har angitt data for innenfor de enkelte delområdene skal disponeres gitt at den simulerte produksjonen på områdenivå skal nås. Tappingen og fyllingen av det enkelte magasin er ikke basert på en formell optimalisering men den følger en regelbasert logikk. I fyllesesongen prøver en å få lik dempning (% nedtapping justert for reguleringsgrad) i alle magasiner; et forenklet uttrykk for lik flomrisiko. I tappesesongen prøver en å nå lik relativ dempning ved slutten av tappesesongen, men samtidig unngå tømning av enkeltmagasin før vårkulminasjonen.

I simuleringene kan også tappefordelingsmodellen brukes også til å undersøke om løsningen på områdenivå er fysisk mulig gitt restriksjonene for de enkelte stasjonene innad i området. Hvis produksjonen på områdenivå er for stor, eller dyr for eksempel pga lav virkningsgrad, reduseres virkningsgraden eller så økes produksjonskostnaden helt til en finner en løsning som er gjennomførbar og fornuftig. Strategien, gitt ved vannverdiene, endres normalt ikke. En kan imidlertid kjøre tappefordelingsmodellen i strategiberegningene også slik at kalibreringen er basert på fysisk mulig disponering. Ofte utelates dette pga økt regnetid, og fordi det normalt har begrenset effekt å sluttresultatet.

7.4 LASTFLYTT

Som beskrevet i 6.4 har modellen en enkel nettbeskrivelse, og det tas ikke hensyn til de fysiske lovene som bestemmer hvordan strømmen flyter i et nett (Kirchoffs lover). Utnyttelsen av linjene kan derfor bli urealistisk stor. Det er imidlertid utviklet et eget program, Samlast [14], som sjekker at den detaljerte løsningen fra tappefordelingsmodellen er konsistent med en detaljert beskrivelse av det elektriske nettet innen hvert delområde. I dette programmet tas det hensyn til alle linjer over en viss kapasitet samt de fysiske lovene som gjelder for nettflyt. Dersom de detaljerte resultatene fra tappefordelingen gir en utveksling mellom to delområder som er større enn det som er fysisk mulig reduseres overføringskapasitetene mellom disse delområdene i simuleringdelen. Deretter gjøres en ny simulering på områdenivå, ny tappefordeling og en ny lastflytsanalyse.

Samlast er mest aktuell i forbindelse med konkrete analyser av selve kraftnettet (for eksempel studier av netttutbygging) siden denne modellen krever at bruker registrerer og vedlikeholder data for et omfattende nett. Regnetiden øker også betydelig.

7.5 SERIESIMULERING OG PARALLELLSIMULERING

Samkjøringsmodellen kan kjøres i 2 ulike modus. Ved parallellsimulering tar en utgangspunkt i en kjent magasinifylling og så simuleres et bestemt antall år frem i tid, f.eks. 5 år. Ved seriesimulering (stadiumanalyse) simuleres kun ett år og en velger en startfylling. En finner den optimale strategien på vanlig måte og så simulerer en alle tilsigsårene etter hverandre slik at sluttmagasinet for ett år blir startmagasinet det neste året. Parallellsimulering brukes vanligvis dersom en ønsker å lage prognoser for kommende år eller for noen år frem i tid, mens seriesimulering kan brukes dersom en for eksempel ønsker å studere markedet langt frem i tid under ulike forutsetninger uavhengig av dagens tilstand.

7.6 SENTRALE BRUKSOMRÅDER

7.6.1 Driftsplanlegging

Samkjøringsmodellen gir en optimal strategi for magasinindisponeringen for hvert område og tappefordelingsmodellen fordeler dette på det enkelte magasin innad i delområdene. En innebygd sesongmodell beregner marginalverdi av lagret vann for alle magasin.

7.6.2 Forventningsverdier og konfidensintervall

Det er vanlig å forutsette at de ulike seriene har lik sannsynlighet, dvs. en sannsynlighet på $1/70$ dersom en har 70 serier. Dermed kan en beregne forventningsverdier og et konfidensintervall for alle variable på ulike tidspunkt, for eksempel for priser, magasinifylling og sannsynlighet for rasjonering i ulike delområder. Den stokastiske fordelingen for prisene fra Samkjøringsmodellen kan også brukes som input i modeller for kortsiktig driftsplanlegging hvor prisene per antagelse har en kjent stokastisk fordeling, for eksempel ProdRisk [15] og Shop [16].

7.6.3 Investeringsanalyse

Samkjøringsmodellen brukes til å undersøke lønnsomheten av bestemte investeringer i kraftmarkedet. Et prosjekts nåverdi er lik den diskonterte virkningen på det samfunnsøkonomiske overskuddet i kraftmarkedet. Prosjektet er lønnsomt dersom den neddiskonterte økningen i konsumentoverskudd + produsentoverskudd + overføringsgevinst er større enn investeringsutgiften pluss eventuelle faste kostnader. Dersom det er flere konkurrerende prosjekt bør en beregne lønnsomheten for alle prosjektene for å finne det mest lønnsomme prosjektet. Dersom investeringen er et tiltak for å få ned etterspørselen må en også legge til arealet mellom etterspørselskurvene før og etter tiltaket.

REFERANSER

- [1] Hveding, V. (1967): "Driftssimulering av et kraftproduksjonssystem", *Elektroteknisk Tidsskrift* 80 (25), 517-525.
- [2] Hveding, V. (1968): "Digital simulation techniques in power system planning," *Economics of Planning* 8(2), 118-139.
- [3] Little, J. D. C. (1955): "The use of storage water in a hydroelectric system," *Journal of the Operations Research Society of America* 3, 187-197
- [4] Koopmans, T. C. (1957): "Water storage policy in a simplified hydroelectric system," *Proceedings of the First International Conference on Operational Research*, Oxford, September, 1-35.
- [5] Før Sund, F. R. (1994): "Driftoptimalisering i vannkraftsystemet", SNF - rapport 29/94, SNF - Oslo.
- [6] Før Sund, F. R., R. Golombek, M. Hoel og S. A.C. Kittelsen: "Utnyttelse av vannkraftmagasiner", Rapport 4/2003, Frischsenteret.
- [7] Samkjøringsmodellen: Dokumentasjon – Brukerveiledning, SINTEF Energiforskning.
- [8] Vansimtap: Dokumentasjon – Brukerveiledning, SINTEF Energiforskning.
- [9] Haugstad, A., T. Reinertsen, T. Green, A. Johannesen og O. J. Botnen (1990), "Samkjøringsmodellen. Et verktøy for drifts- og utbyggingsplanlegging", EFI TR A3678.
- [10] Haugstad, A., O. J. Botnen og A. Johannesen (1992), "Samkjøringsmodellen: Et verktøy for regional/nasjonal ressursdisponering", EFI TR A3962.
- [11] Gjelsvik, A., T. A. Røtting, and J. Røystrand (1992): "Long-term scheduling of hydro-thermal power systems," in Broch and Lysne (eds): *Hydropower 92*, Rotterdam: Balkema, 539-546.
- [12] Haugstad, A., A. Gjelsvik, J. Røystrand, O. B. Fosso, E. S. Huse and G. Warland (2001), "En samkjøringsmodell basert på stokastisk dual dynamisk programmering", TR A5496, EBL-K 38-2001.
- [13] Haugstad, A. "Tappefordelingsmodellen i Vansimtap", EFI TR A4421.
- [14] Hornes, K., S. (1995), "A model for coordinated utilization of production and transmission facilities in a power system dominated by hydropower", dr. avhandling NTNU.

- [15] B. Mo, A. Gjelsvik, A. Grundt, K. Kåresen, "Optimisation of Hydropower Operation in a Liberalised Market with Focus on Price Modelling", 2001 IEEE Porto Power Tech Proceedings, vol. 1, 10-13 September 2001
- [16] Fosso, O. B. and M. M. Belsnes (2004), "Short-term Hydro Scheduling in a Liberalized Power System", POWERCON 2004, Singapore.

8. VEDLEGG: MATEMATISK BESKRIVELSE

8.1 SPESIFIKASJON AV DET MATEMATISKE PROBLEMET

Nå skal vi spesifisere det matematiske problemet en ideelt sett prøver å løse med Samkjøringsmodellen. For å forenkle matematikken antar vi imidlertid at det kun finnes ett vannmagasin og en stasjon per delområde, og vi ser bort fra pumpekraft.

8.2 SYMBOLLISTE

8.2.1 Sett og indekser

T	Planleggingsperiode, $\tau \in T$	I_j	Tilbydere av elektrisitet, $j \in J$
J	Delområder, $j \in J$	R	Rasjoneringsnivå, $r \in R$
K	Områder utenfor det simulerte systemet, $k \in K$	L_j	Mulige forbruksreduksjoner, $j \in J$
F	Lastavsnitt innen uken, $f \in F$	Q	Sett av stokastiske utfall, $q \in Q$

Indeksene kan løpe over andre sett og delsett enn det som er angitt her, men da er dette angitt eksplisitt.

8.2.2 Parametre

t	Nåtidspunkt (ukenr).	$p_{k\tau f}$	Kraftpris
Ψ	Siste uke innenfor planleggingsperioden	c_r^{ras}	Rasjoneringskostnad
$v_{j\tau q}$	Et utfall for alle stokastiske variable	$\beta_{k\tau}$	Monetær overføringsavgift
$c_{i\tau}$	For $i \in I_j$: Marginal kostnad For $i \in L_j$: Marginal betalingsvillighet	$pr(\tilde{v}_{j\tau} = v_{j\tau q})$	Sannsynligheten for et bestemt stokastisk utfall
α_{jk}	Overføringstap fra område k til område	δ	Diskonteringsfaktor én uke frem (for eksempel 0.999)
$V_{j\tau}$	Minstevannføring	Δ_f	Antall timer per uke i lastavsnitt f
$W_{j\tau}$	Slukeevne		

8.2.3 Stokastiske variabler

$\tilde{v}_{j\tau}$	En vektor av alle de andre stokastiske variablene, kjente utfall for $\tau \leq t$	$\tilde{D}_{j\tau f}$	Temperaturavhengig etterspørsel
$\tilde{v}_{j\tau}^1$	Regulert tilsig til magasin	$\tilde{y}_{vindkraft\ område\ j',\tau,f}$	Vindkraft

$\tilde{v}_{j\tau f}^2$ Uregulert tilsig direkte til stasjon. (Lik for alle f i praksis).

8.2.4 Variabler

$x_{j\tau}$	Lagret vann i magasin i starten av τ , overført fra $\tau-1$	$u_{j\tau f}$	Tapping fra magasin
$y_{i\tau f}$	For $i \in I_j$: Produsert nivå For $i \in L_j$: Forbruksreduksjon	$y_{jk\tau f}^{imp}$	Importert elektrisitet til område j fra område k
$s_{j\tau}^1$	Flom fra magasin (vann går ikke til stasjon)	$s_{j\tau f}^2$	Forbitapping fra stasjon
$\rho_{j\tau f}$	Skyggepris på kraftbalanse	$y_{jk\tau f}^{exp}$	Eksportert elektrisitet fra område j til område k
$\lambda_{j\tau}$	Skyggepris på magasinbalanse	$y_{ij\tau f}^{ras}$	Rasjonert mengde

Alle variable med indeks f angir verdier per time.

8.2.5 Funksjoner

Objektfunksjonen	$J_\tau(\{x_{j\tau}\}, \{v_{j\tau}\})$	Sluttverdifunksjonen	$S(\{x_{j,\psi}\})$
Virkningsgrad	$f_j(x_{j\tau}, u_{j\tau f} + \tilde{v}_{j\tau f}^2 - s_{j\tau f}^2)$	for magasin vann	

8.2.6 Objektfunksjon

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{J_t \left(\underbrace{\begin{matrix} \text{magasinfylling} \\ \text{for tilsig uke } t \\ \{x_{jt}\} \end{matrix}}_{\text{Samfunnsøkonomisk kostand}}, \underbrace{\begin{matrix} \text{stokastisk} \\ \text{utfall (kjent)} \\ \{v_{jt}\} \end{matrix}} \right)}_{\text{Samfunnsøkonomisk kostand}} = \min E_{\tilde{v}_{j\tau}} \left[\sum_{j \in J, \tau \in T, f \in F} \underbrace{\delta^{\tau-t}}_{\text{diskontering}} \Delta_f \left(\underbrace{\sum_{i \in I_j} c_{it} y_{itf}}_{\text{Produksjonskostnader}} + \underbrace{\sum_{i \in L_j} c_{it} y_{itf}}_{\text{Kostnader av forbruksreduksjoner}} + \underbrace{\sum_{r \in R, f \in F} c_r^{ras} y_{rj\tau f}^{ras}}_{\text{Rasjoneringskostnader}} \right) \right. \\
 & \quad \left. + \underbrace{\sum_{k \in K} p_{k\tau f} \left((1 - \alpha_{jk}) y_{jk\tau f}^{imp} - y_{jk\tau f}^{exp} \right)}_{\text{Netto importverdi}} + \underbrace{\sum_{k \in J \setminus j} \beta_{kt} y_{jk\tau f}^{imp}}_{\text{Monetær overføringskostnad}} \right] - \underbrace{\delta^{\psi-t} S(\{x_{j,\psi}\})}_{\text{Vannets sluttverdi}} \\
 & = \min \left[\sum_{j \in J, f \in F} \Delta_f \left(\sum_{i \in I_j} c_{it} y_{itf} + \sum_{i \in L_j} c_{it} y_{itf} + \sum_{r \in R, f \in F} c_r^{ras} y_{rj\tau f}^{ras} \right) \right. \\
 & \quad \left. + \sum_{k \in K} p_{k\tau f} \left((1 - \alpha_{jk}) y_{jk\tau f}^{imp} - y_{jk\tau f}^{exp} \right) + \sum_{k \in J \setminus j} \beta_{kt} y_{jk\tau f}^{imp} \right] + \delta E_{\tilde{v}_{j,t+1}} \left[J_{t+1}(\{x_{j,t+1}\}, \{\tilde{v}_{j,t+1}\}) \right]
 \end{aligned}$$

Det forutsettes at utfallet for de stokastiske variablene ikke er avhengig av utfallet i forutgående perioder eller av magasintilstander. Den siste likheter spesifiserer en Bellmanlikning som reduserer optimaliseringsproblemet reduseres til et problem i 2 perioder. Den siste likheten gjelder for $t < \psi$. For $t = \psi$ gjelder $J_t(\{x_{jt}\}, \{v_{jt}\}) = -S(\{x_{j\psi}\})$.

8.2.7 Restriksjoner

Kraftbalanse	$\sum_{i \in L_j} y_{ijf} \geq \tilde{D}_{jif} - \sum_{i \in L_j} y_{ijf} - \sum_{r \in R} y_{ijf}^{ras} - \sum_{k \in K \cup J / j} (y_{jkf}^{exp} - y_{jkf}^{imp})$	$\forall j \in J, f \in F$
Magasinutvikling	$x_{j,t+1} = x_{jt} + \tilde{v}_{jt}^1 - s_{jt}^1 - \sum_{f \in F} \Delta_f u_{jif}$	$\forall j \in J$
Magasinbeholdning	$\underline{x}_{j,t+1} \leq x_{j,t+1} \leq \bar{x}_{j,t+1}$	$\forall j \in J$
Minstevannføring og slukeevne	$V_{jt} \leq u_{jif} + \tilde{v}_{jif}^2 - s_{jif}^2 \leq W_{jt}$	$\forall j \in J, f \in F$
Produsert mengde	$\underline{y}_{jif} \leq y_{jif} \leq \bar{y}_{jif}$	$\forall j \in J, f \in F$
Tapping fra magasin	$\underline{u}_{jif} \leq u_{jif} \leq \bar{u}_{jif}$	$\forall j \in J, f \in F$
Virkningsgrad vannkraft	$y_{vannkraft \text{ område } j',t,f} = f_j(u_{jif} + \tilde{v}_{jif}^2 - s_{jif}^2, x_{jt})$	$\forall j \in J, f \in F$
Overføringstap	$y_{kjf}^{exp} = (1 - \alpha_{jk}) y_{jkf}^{imp}$	$\forall j \in J, k \in J / j, f \in F$

8.3 OPTIMALITETSBETINGELSER

Nå gjør vi noen av de forenklingene som gjøres i strategiberegningen. Spesielt antar vi at

- Vannverdiene er kun avhengig av eget magasininnhold og stokastiske utfall i eget område slik at verdifunksjonen for et bestemt område. Da kan vi for enkelthets skyld sløyfe områdeindeksen og skrive verdifunksjonen som $J_t(x_t, v_t)$.
- Vi ser på en energiekvivalent slik at virkningsgraden for vannkraft er 1.
- Vi ser på et spesialtilfelle hvor øvre og nedre grenser for de enkelte variablene samt restriksjonene for minstevannføring og slukeevne ikke er bindende og det er ingen flom.
- Vi ser også bort fra ulike lastavsnitt slik at vi ikke trenger indeksen for ulike lastavsnitt f .

Optimal tapping fra magasinet tilfredsstill betingelsen

$$\frac{dJ_t}{du_t} = 0 \quad \Rightarrow \quad \rho_t = \lambda_t. \quad (1)$$

Dette betyr at tappingen skal tilpasses slik at skyggeprisen på kraftbalansen (kraftprisen) er lik skyggeprisen på magasinbalansen. En annen måte å uttrykke dette på er at marginalinntekten ved økt bruk av vann skal være lik marginalkostnaden, gitt ved vannets alternativverdi. Noen ganger er ikke dette fysisk mulig, og da blir noen restriksjoner bindende

og optimalitetsbetingelsen en annen. Optimal mengde vann overført til neste periode er gitt ved med

$$\frac{dJ_t}{dx_{t+1}} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\delta E \left[\frac{dJ_{t+1}}{dx_{t+1}} \right] = \lambda_t. \quad (2)$$

Dette betyr at den neddiskonterte forventede marginalverdien av vann neste periode skal være lik skyggeprisen på magasinbalansen i inneværende periode. Ved omhylling finner vi også at

$$-\frac{dJ_t}{dx_t} = \lambda_t. \quad (3)$$

Dette betyr at marginalverdien av vann i innværende uke er lik skyggeprisen på magasinbalansen. Fra (2) og (3) følger det at

$$\frac{dJ_t}{dx_t} = \delta E \left[\frac{dJ_{t+1}}{dx_{t+1}} \right], \quad (4)$$

og dette betyr at en skal disponere magasinet slik at marginalverdien av vann i inneværende periode er lik den diskonterte forventningen til vannets marginalverdi neste periode. Dette er et spesialtilfelle som kun gjelder når restriksjon for magasinbeholdningen ikke er bindende i den uken vi ser på. Hvis magasinet er fullt eller hvis magasinet er på den nedre minimumsgrensen gjelder andre betingelser. Fra (1), (3) og (4) kan vi også se at

$$\rho_{jt} = \delta E \left[\rho_{j,t+1} \right], \quad (5)$$

og det vil si at kraftprisen i inneværende uke skal være lik forventet kraftpris neste uke, neddiskontert. Betingelsen i (5) gjelder for spesialtilfellet i (4) bare hvis det er en indre løsning for tappingen fra magasinet. Likning (5) viser likevel hvordan vannmagasinene virker utjevne på kraftprisene. I mange tilfeller, for eksempel under vårflom og i ekstrem høylast, vil imidlertid de ulike restriksjonene i problemet bli bindende slik at betingelsene i (4) og (5) ikke gjelder.

8.4 BEREGNING AV VANNVERDITABELLER

I det følgende utledes den optimale strategien ved baklengs induksjon. Målet er altså å finne verdiene for $E[dJ_{\tau+1}/dx_{\tau+1}]$ på tidspunkt τ på ulike tidspunkt og for ulike magasinfyllinger.

Periode ψ

I den siste perioden utbetales bare restverdien av vannet slik at

$$J_\psi = -S(x_\psi), \quad \frac{dJ_\psi}{dx_\psi} = -\frac{dS}{dx_\psi} \quad (6)$$

er kjente funksjoner.

Periode $\psi-1$

Ved inngangen til den nest siste perioden er alle stokastiske variable realisert, og hvis ikke grensene for magasininnholdet er bindende er

$$\frac{dJ_{\psi-1}}{dx_{\psi-1}} = \delta E \left[\frac{dJ_\psi}{dx_\psi} \right] = -\delta \frac{dS(x_\psi)}{dx_\psi}. \quad (7)$$

Siden dS/dx_ψ er en kjent funksjon kan vi løse denne likningen som en del av det simultane problemet for tidspunkt $\psi-1$. Og siden vi kan løse problemet for ulike startmagasiner for

denne perioden og for ulike realiseringer av de stokastiske variable for denne perioden (som per antakelse er kjent på dette tidspunktet), kan vi også finne en numerisk løsning for forventningen til den marginale vannverdien.

$$E \left[\frac{dJ_{\psi-1}(\tilde{v}_{\psi-1}, x_{\psi-1})}{dx_{\psi-1}} \right] = \sum_{q \in Q} pr(\tilde{v}_{\psi-1} = v_{\psi-1,q}) \frac{dJ_{\psi-1}(v_{\psi-1,q}, x_{\psi-1})}{dx_{\psi-1}}. \quad (8)$$

Hvor forventningen tas over alle mulige utfall for de stokastiske variable på tidspunkt $\psi-1$. Vi kan evaluere venstre side som en funksjon av magasinutfyllingen siden vi har verdier for alt på høyre side av likhetstegnet, og den numeriske løsningen av denne, for ulike magasinutfyllinger, beskrives i en vannverditabell.

Periode $\psi-2$

Vi starter med å evaluere vannverdien for inneværende periode. Dersom ikke grensene for magasinutfyllingen er bindende er denne gitt ved

$$\frac{dJ_{\psi-2}}{dx_{\psi-2}} = \delta E \left[\frac{dJ_{\psi-1}}{dx_{\psi-1}} \right]. \quad (9)$$

Siden $E[dJ_{\psi-1}/dx_{\psi-1}]$ er en kjent funksjon kan vi løse denne likningen som en del av det simultane problemet for tidspunkt $\psi-2$. Og siden vi kan løse problemet for ulike startmagasiner for denne perioden og for ulike realiseringer av de stokastiske variable for denne perioden (som per antakelse er kjent på dette tidspunktet), kan vi også finne en numerisk løsning for den marginale vannverdien $dJ_{\psi-2}/dx_{\psi-2}$ for ulike tilfeller. I det følgende betraktes derfor dette som en kjent funksjon. Det betyr at vi også kan utlede forventet marginal vannverdi, etc.

På denne måten kan vi fortsette helt til en har etablert forventet verdi av å overføre mer vann til neste periode (vannverdier) for alle perioder innen planleggingsperioden. Kombinert med førsteordensbetingelsen for tapping fra magasinet gir dette den optimale strategien på optimaliseringsproblemet. En kan nå løse optimaliseringsproblemet i simuleringsdelen uke for uke.