

**Working Paper No. 14/2000**

**Fusjoner og Konkurransse:  
Kostnads- og Etterspørselsestimering  
i Markedsmodeller**

**av**

**Frode Steen**

SNF- prosjekt nr. 4165  
«Markedsmodellering»

Prosjektet er finansiert av Konkurransetilsynet

STIFTELSEN FOR SAMFUNNS- OG NÆRINGSLIVSFORSKNING  
BERGEN, JANUAR 2000

ISSN 0803-4028

© Dette eksemplar er fremstilt etter avtale  
med KOPINOR, Stenersgate 1, 0050 Oslo.  
Ytterligere eksemplarframstilling uten avtale  
og i strid med åndsverkloven er straffbart  
og kan medføre erstatningsansvar.

**Fusjoner og Konkurransen:**  
**Kostnads- og Etterspørselsestimering i Markedsmodeller<sup>0</sup>**

**av**

**Frode Steen**

**SNF WP 14/00**

**SNF prosjekt nr 4165 ”Markedsmodellering”**

---

<sup>0</sup> Forfatteren ønsker å takke Frank Asche og Lars Mathiesen for nyttige kommentarer.

## 1. Introduksjon

I forbindelse med fusjons- og konkurransesaker kommer det ofte frem et behov for å kunne måle konkurranseeffektene av eventuelle bedriftssammenslåinger. Dette krever bruk av ulike markedsmodeller der økonomisk adferd modelleres og ulike konkurranseregimer kan simuleres. Det er i hovedsak to typer markedsmodeller som brukes til slik simulering. Den vanligste, og mest tradisjonelle typen modeller er partielle – eller generelle – likevektsmodeller, som inneholder både ulike produksjonssektorer, etterspørselside, og har institusjonelt rammeverk implementert (Se Mathiesen 2000). Vi har de siste årene også fått en alternativ modelleringsteknikk med økonometriske modeller som tillater simulering av endrede markedsregimer direkte gjennom parameterrestriksjoner (Fershtman og Gandal, 1998, Fershtman, Gandal og Markovich, 1999).

I USA har konkurransemyndighetene lenge benyttet denne typen modeller i forbindelse med fusjonssaker. Nylig har også EU begynt å bruke økonometriske markedsmodeller i slike saker. I fusjonssaken med Volvo og Scania som ble avsluttet nylig (vinteren 2000) ble for eksempel endelig avslag av fusjon delvis begrunnet ut fra modellprediksjoner om fremtidig markedsrett og prisøkning i det svenske lokalmarkedet.

I dette notatet vil vi fokusere på noen av de økonometriske utfordringene man møter når man skal estimere input til markedsmodeller benyttet til å måle konkurranseeffekter. Spesielt vil de vanligste modellene bli skissert, og de økonometriske problemene som oppstår ved bruk av denne typen modeller. Mot slutten vil vi også diskutere bruken av økonometriske resultater i modellering.

Typisk trengs informasjon om både kostnader og etterspørsel i en tradisjonell markedsmodell. I kapittel 2 vil vi først si litt om kostnadsestimering, for dernest å skissere etterspørselsmodellering i kapittel 3. Kapittel 4 diskuterer databehov og spesielle økonometriske problemer knyttet til bruk av økonometriske resultater i tradisjonell markedsmodellering. I kapittel 5 gies en kort oversikt over alternative nyere økonometriske modelleringsteknikker som modellerer markedsrett direkte, og tillater simulering av endringer i konkurranseregimer. Kapittel 6 oppsummerer notatet.

## 2. Kostnadsmodellering

Avhengig av kompleksitetsgrad vil man ha ulike behov for økonometrisk input på kostnadssiden i en modell. I de største markedsmodellene vil man i tillegg til å kalibrere kostnadsnivå ha mål på teknisk substitusjonsrate mellom de ulike innsatsfaktorene. Dette krever at man estimerer enten produktfunksjoner direkte, eller velger en dual tilnærming som for eksempel kostnadsfunksjoner.<sup>1</sup> I denne typen modeller ønsker man typisk å si noe om ”makroforhold” som for eksempel bevegelser av arbeid og kapital mellom de ulike industri-/tjenestesektorer i økonomien. Når man er interessert i å måle effekten av fusjoner eller andre strategiske handlinger i markeder er det ofte unødvendig å gjøre en tilsvarende kompleks modellering av kostnadssiden. Det vil vanligvis være nok å kunne identifisere/spesifisere grensekostnadskurven til de ulike aktørene. Potensiell markedsrett er dessuten lettere å avlese gjennom skift i etterspørselen, slik at i disse modellene blir det dermed typisk viktigere å utføre en mer kompleks etterspørselsmodellering.

Marginalkostnadene er privat informasjon for den enkelte bedrift/næring og er derfor vanskelig å estimere direkte. Basert på regnskapstall kan man kalibrere ulike grensekostnads mål, men dette gir kun punktinformasjon om disse. Alternativet er å benytte data til enten å estimere grensekostnadsfunksjonen direkte, eller indirekte via kostnads- eller profittfunksjonen. I det siste tilfellet utnytter man sammenhengen mellom kostnads-/profittfunksjonen og grensekostnader slik at etter å ha estimert ”mors”funksjonen fremkommer grensekostnadene som den førstederiverte med hensyn på kvantum av kostnadsfunksjonen.

Det er flere fordeler med denne innfallsvinkelen. Man slipper å kjenne grensekostnaden direkte, kun det som er bestemmende for grensekostnaden (innsatsfaktorpriser, produsert kvantum etc.) må finnes i data. I tillegg må man selvfølgelig kjenne et mål på kostnadene. Avhengig av datatilgang kan man velge en kort- eller langsiktig tilnærming. I den kortsiktige tilnærmingen tas kapasiteten for gitt, mens i den langsiktige modellen tillates også kapasiteten å variere.

---

<sup>1</sup> Alternative duale tilnærminger er foruten profittfunksjonen såkalte inntektsfunksjoner.

Den viktigste fordel er imidlertid at en rikere spesifisering av grensekostnadene er langt mer fleksibel i modelleringssammenheng. Ofte antas kvantumskonkurranse (Cournot) i strategiske markedsmoeller. Når grensekostnadene er gitt som fast/konstant betyr dette for eksempel at i en standard Cournot modell vil en fusjon av en stor bedrift med lave kostnader og liten bedrift med høye kostnader medføre at den nye fusjonerte bedriften får lavere kostnader enn begge de opprinnelige bedriftene hadde før fusjonen. Dette resultatet følger av de faste grensekostnadene, og trenger på ingen måte avspeile et sannsynlig økonomisk utfall av en fusjon. Gjennom å estimere funksjonsformer for marginalkostnadene som tillater for eksempel avtagende/tiltagende grensekostnad kan slike ”modellspesifikke” utfall unngås.

Formen på grensekostnadsfunksjonen følger dermed direkte av kostnadsfunksjonen. Velges for eksempel en lineær kostnadsfunksjon blir grensekostnadsfunksjonen redusert til en konstant – eller et tall. I noen tilfeller kan dette være tilstrekkelig, spesielt hvis man har en produksjonsteknologi der det er rimelig å anta at grensekostnadene er fast innenfor det relevante produksjonsområdet. På den annen side vil en tilnærming der grensekostnadene degenererer til et tall i stor grad kunne erstattes med en regnskapsbasert gjennomsnittsobservasjon. Derfor har man etter hvert gått over til å tillate mer fleksible funksjonsformer for kostnadsfunksjonen. Dette innebærer spesielt inklusjon av en eller annen form for andreordensledd i kostnadsfunksjonen.

Vi vil illustrere dette med å sette opp en generell kostnadsfunksjon litt mer formelt. Vi antar at kostnadene ved å kjøpe en enhet av innsatsfaktoren  $w_i > 0$ ,  $i=1, \dots, N$ , er uavhengig av innsatsfaktorbruk (fast pris). Den positive vektoren med innsatsfaktorpriser produsenten står ovenfor kan da skrives  $w \equiv (w_1, \dots, w_n) > 0$ . For  $y \geq 0$  og  $w > 0_n$  er produsentenes kostnadsfunksjon  $c(w, y)$  definert som løsningen på kostnadsminimeringsproblemet gitt ved:

$$(1) \quad c(w, y) = \min_{x \geq 0} \{w \cdot x : f(x) \geq y\}$$

Her er  $w \cdot x = \sum_i w_i x_i$ , dvs. det indre produktet av  $w$  og  $x$ . Kostnadsfunksjonen er dermed de minimale kostnader som skal til for å produsere et gitt produksjonsnivå til gitte innsatsfaktorpriser. Ved å pålegge en rekke tekniske betingelser (konkavitet, differensierbarhet, etc.) kan man gjennom bruk av Shepards lemma og bruk av Hessematrisen fra (1) regne ut

faktoreterspørsmål elastisiteter, skalaelastisitet, grensekostnad og kostnadsandeler. Det kan vises at antall teknologiske effekter som kan beregnes fra kostnadsfunksjonen i (1) er gitt ved  $\frac{1}{2}(n+2)(n+3)$ , hvor  $n$  er antall innsatsfaktorer i kostnadsfunksjonen.<sup>2</sup> Når vi tar hensyn til homogenitetsrestriksjonen til kostnadsfunksjonen reduseres antall effekter med  $(n+2)$  til  $\frac{1}{2}(n+2)(n+3) - (n+2) = \frac{1}{2}(n+1)(n+2)$ . Målet blir dermed å spesifisere en funksjon som klarer å gjengi flest mulig av disse effektene. Substitusjons- og faktoreterspørsmålselastisitetene trenger informasjon fra Hessematrisen slik at ønsker vi å kjenne disse må vi velge en funksjon som har nok parameter til å representere også disse.

For å illustrere dette kan vi ta utgangspunkt i den kanskje mest kjente Cobb-Douglas funksjonen. Den oppfyller alle de mikroteoretiske krav vi setter til en kostnadsfunksjon, men kan imidlertid kun gi informasjon om  $(n+2)$  effekter; kostnadsnivå og vektoren med førstederiverte. Dette følger av at i en Cobb-Douglas teknologi er alle substitusjonselastisitetene konstant og lik 1. Dermed gir bruk av denne svært begrenset informasjon om kostnadssiden.

Det har på denne bakgrunn blitt utviklet "nye" fleksible funksjonsformer. Alle disse funksjonsformene har til felles at de kan gjengi alle de  $\frac{1}{2}(n+1)(n+2)$  forskjellige effekter. Dermed legger ingen av disse restriksjoner på substitusjonselastisiteten. Alle disse funksjonene er bygget opp over en andre-ordens Taylor tilnærming til den underliggende funksjonen/teknologien. Det kan vises at de fleksible funksjonene kan brukes som lokale tilnærminger til hvilken som helst to ganger differensierbar funksjon. Det finnes en rekke slike funksjoner. Den vanligste er den såkalt translogfunksjonen (Christensen, Jorgenson og Lau, 1971; 1973). Andre slike er Generalisert Leontief (Diewert, 1971), normalisert kvadratisk (Lau, 1976), generalisert translog/Box-Cox (Brown, Caves og Christensen, 1979) og generalisert Mc Fadden (Diewert og Wales, 1987).

---

<sup>2</sup> Atall effekter i de første to "nivåene" krever ingen spesiell forklaring, der kostnadsnivået gir ett element informasjon og (neste "nivå", vektoren av førstederiverte gir  $(n+1)$  elementer med informasjon. Matrisen med andredriverte (tredje "nivå" - Hessematrisen) inneholder  $(n+1)^2$  elementer informasjon, men siden vi vet at elementene i Hessematrisen øvre og nedre triangel er symmetriske trenger vi bare informasjon fra en av disse. I tillegg kommer elementene i selve diagonalen i matrisen. Den matematiske formelen for en slik triangel er gitt som  $\frac{1}{2}k(k-1)$  der  $k$  er antall elementer i hver rad/kolonne i matrisen. Uttrykket i innsatsfaktorpriser ( $n$ ) er det dermed  $\frac{1}{2}(n+1)n$  elementer i et triangel. Diagonalen består av  $n+1$  elementer, slik at de økonomiske interessante effektene fra Hessematrisen er gitt som  $\frac{1}{2}(n+1)n + (n+1)$ . Samlet antall effekter fra alle tre "nivå" blir dermed  $1 + [n+1] + [\frac{1}{2}(n+1)n + (n+1)] = \frac{1}{2}(n+2)(n+3)$ .

Translog funksjonen dominerer i anvendte arbeid blant annet fordi den er lineær i parametrene, og eksakt oppfyller fleksibilitetskravet. Translogformuleringen av (1) kan skrives som:

$$(2) \quad \ln c(w, y) = \beta_0 + \sum_i \beta_i \ln w_i + \beta_y \ln y + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \sum_j \beta_{ij} \ln w_i \ln w_j \\ + \frac{1}{2} \beta_{yy} (\ln y)^2 + \frac{1}{2} \beta_{ii} (\ln w_i)^2 + \sum_i \beta_{yi} \ln y \ln w_i$$

Parametrene -  $\beta$  - er like mange som antall effekter  $\frac{1}{2}(n+2)(n+3)$ . Det er vanlig å betegne  $\beta_0, \beta_i$  og  $\beta_y$  som førsteordensparametre (førstederiverte), mens  $\beta_{ii}, \beta_{yi}, \beta_{ij}$  og  $\beta_{yy}$  kalles andreordensparametre (andrederiverte). Translogfunksjonen er formulert slik at andreordensparametrene er symmetriske,  $\beta_{ij} = \beta_{ji}$ . Vi ser ellers at selv om variablene inngår eksponensielt så inngår parametrene lineært. For å sikre at kostnadsfunksjonen er lineært homogen i innsatsfaktorpris må følgende restriksjon pålegges:

$$(3) \quad \sum_i \beta_i = 1, \sum_j \beta_{ij} = 0, \sum_i \beta_{yi} = 0.$$

De siste to restriksjonene følger av at den partielt deriverte funksjonen av en lineært homogen funksjon er homogen av grad 0. Translog funksjonen estimeres vanligvis sammen med kostnadsandelsligningene som kan finnes ved bruk av Shepards lemma. Andelsfunksjoner og kostnadsfunksjonen estimeres som et system for å øke effisiensen. Systemestimering tar hensyn til krysskorrelasjon mellom ligningenes feilledd.

Translogfunksjonen har Cobb-Douglas teknologien nestet inn i seg, dette kan ses ved å sette alle andreordensparametrene  $\beta_{ii}, \beta_{yi}, \beta_{ij}$  og  $\beta_{yy}$  til 0.

Selv om translog formuleringen er fleksibel har den noen problemer i forhold til modellering. Spesielt gjelder det at siden funksjonen gir en lokal tilpasning til produksjonsteknologien blir parameterestimaterne usikre når man beveger seg i ytterkant av, eller utenfor utvalget av observasjoner. Når vi for eksempel antar, og finner konkavitet i faktorpriser gjelder dette bare

lokalt. I en simuleringsmodell kan dette typisk generere ”merkelige” effekter når markedsmodellen simulerer resultater der man har store endringer i variabelverdier. Til sammenligning sikrer for eksempel Cobb-Douglas spesifikasjonen global konkavitet.

### 3. Etterspørselsmodellering<sup>3</sup>

#### 3.1. Enligningsmodeller

Den enkleste formen for empiriske etterspørselsmodeller er såkalt ”enlignings” modeller der etterspørselsfunksjonen spesifiseres som en enlignings funksjonsammenheng. Spesifikasjonen følger direkte fra etterspørselsfunksjonen, og krever informasjon om pris, substituttpriser, mengde og inntekt. Siden man vanligvis ønsker å si noe om elastisiteter, er spesifikasjoner på logaritmeform ofte foretrukket. Den vanligste spesifikasjonen er dobbel-log spesifikasjonen.

La  $q_{it}$  være kvantum konsumert av gode  $i$  på tidspunkt  $t$  være en funksjon av,  $p_{jt}$  prisen på gode  $j$  på tidspunkt  $t$  og  $X_t$  inntekter på tidspunkt  $t$ ;

$$(4) \quad \ln q_{it} = \alpha_i + \sum_j e_{ij} \ln p_{jt} + e_i \ln X_t$$

Fordelen med denne spesifiseringen er at de estimerte parametrene kan tolkes som elastisiteter direkte ( $e_i$ ). Dette til forskjell fra i en lineær etterspørselsmodell hvor elastisitetene må regnes ut for utvalgsgjennomsnitt. De andre to elastisitetene er dermed gitt som  $e_{ij} = \partial \ln q_{it} / \partial \ln p_{jt}$  (krysspriselasiteteten) og  $e_i = \partial \ln q_{it} / \partial \ln X_t$  (inntektselastisiteteten). Inntektsmålet  $X_t$  representeres ofte med et aggregert mål på konsumentenes inntekt.

Fra mikroteorien vet vi at etterspørselen er homogen av grad 0; en dobling av alle priser og inntekt vil ikke påvirke etterspurt kvantum. I (4) innebærer dette følgende parameterrestriksjon (Deaton and Muellbauer, 1980a, kap. 3):

$$(5) \quad \text{Homogenitet: } \sum_j e_{ij} + e_i = 0$$

---

<sup>3</sup> Fremstillingen her bygger i stor grad på Asche og Steen (1999) og Asche, Salvanes og Steen (1997).



Denne restriksjonen kan pålegges direkte i modellen. Homogenitet gjelder imidlertid kun for konsumentenes totale kjøp av goder. Når vi pålegger homogenitet innefor et system av varer sier vi derfor implisitt at Marshall krysspriselasitetene mot alle andre varer er lik null. Jo snevrere vår gruppe varer er definert jo større blir dette problemet. I strategiske markedsmodeller der vi modellerer relativt få produkter, og avgrensning av mulige substitutt kan være vanskelig kan homogenitetskravet bli problematisk.

En alternativ fremgangsmåte er å pålegge homogenitet gjennom å deflatere priser og inntekt. Deflatering innebærer at man deler gjennom alle priser og inntekt med en valgt prisindeks. Denne prisindeksen inngår dermed som en "ekstra" vare i etterspørselsfunksjonen. I stedet for å la den inngå som egen variabel og pålegge parameterrestriksjone i (5), vil man gjennom deflateringen imidlertid oppnå en reparametrisering av modellen som gjør at (5) holder i den reparametriserte modellen. Den mest vanlige prisindeksen å bruke er konsumprisindeksen (KPI). Når man deflaterer med KPI vil denne bli å tolke som "alle andre varer", slik at denne tar opp eventuelle krysspris-effekter som ikke er ivaretatt innen gruppen. Effekten fra "andre varer" kommer ikke direkte frem, men kan beregnes ved å gå tilbake til "nominell" form på ligningen. Kryssprisindeksen mht. "alle andre" varer vil bare være lik null hvis alle kryssprisindekser er lik null.<sup>4</sup> Gjennom å innføre en generell prisindeks og deflatere tillater vi dermed mer fleksibilitet siden kravet til et veldefinert og endelig sett av substitutter ikke lenger er like kritisk. Hvis alle priser i systemet/ligningen øker så kan nå konsumentene velge å redusere sitt konsum av disse og heller etterspørre mer av "alle andre" varer, samtidig som homogenitetskravet holder. Dermed løser vi noe av problemet i markedsmodeller der vi ser på en snever gruppe produkter.

En vanlig utvidelse av denne modellen vil være å inkludere deterministiske trendvariabler som skal ivareta viktige etterspørselseffekter: trend og sesongmønster. Disse modelleres normalt gjennom å inkludere en lineær trendvariabel ( $t$ ), og et sett med sesongdummyer  $S_m$  ;

$$(6) \quad \ln q_{it} = \alpha_i + b_i t + \sum_{m=2}^M \alpha_{im} S_m + \sum_j e_{ij} \ln p_{jt} + e_i \ln X_t$$

Hvorvidt etterspørselsfunksjonen skal inneholde trend/sesongmønstre er et empirisk spørsmål og kan enkelt testes med vanlige statistiske validitetstester.

En annen viktig utvidelse er betydningen av dynamikk. Etterspørselen er mer elastisk på lengre sikt, noe som også bør avspeile seg i modelleringen. De første eksplisitte dynamiske modellene som skilte mellom kort- og lang sikt var Houthakker og Taylor's (1966) vanedannelsemodell ("habit formation"). Denne modellen er en enkel utvidelse av dobbel-log formen ovenfor:

$$(7) \quad \ln q_{it} = \alpha_i + c_i \ln q_{it-1} + \sum_j e_{ij} \ln p_{jt} + e_i \ln X_t.$$

Dynamikken er introdusert gjennom den laggede kvantumsvariabelen  $q_{it-1}$ , som gjør dagens konsum avhengig også av forrige periodes konsum. De kortsiktige elastisitetene er nå  $e_{ij}$  og  $e_i$ , og de langsiktige elastisitetene kommer frem gjennom å sette  $\ln q_i$  lik over alle perioder – altså en slags "steady state" restriksjon. De langsiktige elastisitetene kan dermed kalkuleres fra (7) som  $\eta_{ij} = e_{ij} (1 - c_i)^{-1}$  og  $\eta_i = e_i (1 - c_i)^{-1}$ .

For at modellen skal være konsistent med nyttemaksimering må parameteret  $c_i$  ligge mellom null og en. Hvis  $c_i > 1$  vil konsumet "eksplodere" i den forstand at konsumbanen vil "ta av" og vi får uendelig vekst i variansen i konsumet.<sup>5</sup>

Senere har man blitt klar over at disse enkleste modellene har problemer med korrelerte feilledd (autokorrelasjon). Dette har delvis blitt løst gjennom å modellere enda "rikere" modeller. Med "rikere" menes her utvidet spesifisering av dynamikk. Dette problemet ble først diskutert innenfor makroøkonomis modellering av konsumfunksjonen, men er senere blitt diskutert også for mikromodellering av etterspørsel.<sup>6</sup>

---

<sup>4</sup> Også inntektseffekter vil selvfølgelig påvirke dette forholdet..

<sup>5</sup> Når  $c_i = 1$ , følger kvantum en såkalt "tilfeldig gange" ("random walk") og kvantumsutviklingen er dominert av en stokastisk trend. Pris og inntektseffekten vil da bli dominert av denne stokastiske trenden. Modellen vil dessuten ikke lenger være statistisk korrekt siden enhetsroten vil gi forventningsrette standardfeil når man bruker standard estimeringsverktøy.

<sup>6</sup> En diskusjon av problemene med manglende dynamisk spesifisering og autokorrelasjon er gitt i Banerjee et al (1993)

En utvidet og rikere dynamisk utgave av (7) er dermed:

$$(8) \quad \ln q_{it} = \alpha_i + \sum_{k=1}^r c_{ik} \ln q_{it-k} + \sum_j \sum_{l=0}^s e_{ijl} \ln p_{jt-l} + \sum_{l=0}^s e_{il} \ln X_{t-l}.$$

Antallet lag,  $r$  og  $s$ , er et empirisk spørsmål. Antallet velges typisk høyt nok til at all kortidsdynamikk er tatt hensyn til, og dermed at feilleddet blir ukorrelert (ingen autokorrelasjon). Fordelen med denne siste spesifiseringen er at alle lineære dynamiske strukturer er inkludert som spesialtilfeller av (8) (Anderson og Blundell, 1982). For eksempel er vanedannelsemodellen i (7) et spesialtilfelle av (8), med  $r=1$  og  $s=0$ . Hver variabel i (8) gir elastisiteten til en variabel for et spesifikt lag med hensyn på dagens konsum. Langsiktige elastisiteter kan finnes ved å summere over alle lag;  $\eta_{ij} = \sum_l e_{ijl} (1 - \sum_k c_{ik})^{-1}$  og  $\eta_i = \sum_l e_{il} (1 - \sum_k c_{ik})^{-1}$ .

Det finnes både statistiske og økonomiske argumenter for å inkludere en lagstruktur som den beskrevet i (8). Det statistiske motivet er at tidsseriedata ofte er seriekorrelert over tid, og dermed forutsetter en dynamisk formulering. Det økonomiske argumentet følger av vanedannelse. Konsumenter tilpasser seg i svært liten grad momentant til endrede rammebetingelser slik at endringer finner sted over et lengre tidsspenn. I tillegg kan faktorer som kontraktsforhold, imperfekt informasjon og lignende også generere kortidsdynamikk.

Et problem med spesifikasjonen i (8) er at de langsiktige elastisitetene (som gjerne er de vi helst vil vite noe om) må etterberegnes etter estimeringen er gjort. En vanlig omformulering av (8) er derfor følgende feilkorreksjonsmodell (Davidson *et al.* (1978);

$$(9) \quad \begin{aligned} \Delta \ln q_{it} = & \alpha_i + \sum_{k=1}^{r-1} C_{ik} \Delta \ln q_{it-k} + \sum_j \sum_{l=0}^{s-1} E_{ijl} \ln p_{jt-l} + \sum_{l=0}^{s-1} E_{il} \ln X_{t-l} \\ & - \omega (\ln q_{t-r} - \sum_j \eta_{ij} \ln p_{jt-s} - \eta_i \ln X_{t-s}) \end{aligned}$$

Sammenhengen mellom parametrene i (8) og (9) er gitt ved:

$$C_k = \sum_{k=1}^K c_{ik} - 1, \quad E_{ijl} = \sum_{l=0}^L e_{ijl}, \quad E_{il} = \sum_{l=0}^L e_{il}, \quad \omega = 1 - \sum_{k=1}^r c_{ik}.$$

Fordelen med feilkorreksjonsmodeller er flere. De langsiktige parametrene (elastisitetene) er direkte estimert. Modellen tillater kortsiktig avvik fra likevekt og parameteret  $\omega$  gir dermed viktig informasjon om likevektsprosesser siden denne kan tolkes som tilpasningshastigheten mot likevekt. Denne siste modellen er imidlertid ikke lineær i parametrene og krever ikke-lineære estimeringsteknikker. Dette problemet kan imidlertid løses gjennom transformasjoner av modellen, se Wickens og Breusch (1988) eller Bårdsen (1989).

### 3.2. Etterspørselssystem

En annen innfallsvinkel til etterspørselstimering er formulering av etterspørselssystemer. Her estimeres et sett av ligninger som følger direkte fra økonomisk teori. Denne innfallsvinkelen gir dermed klarere kobling til økonomisk teori, og i tillegg er estimatene mer effisiente. Problemet med systemer er at man trenger relativt store datasett. Gjennom å anta svak eksogenitet avgrenses en gruppe produkter fra konsumentens totale kjøp av goder. Deretter formuleres et system av etterspørselsfunksjoner hvor ulike strukturelle egenskaper pålegges systemet; homogenitet, symmetri og "budsjettbetingelsen".

Det mest vanlige systemet er det såkalte "AIDS" systemet ("almost ideal demand system") som ble utviklet av Deaton og Muellbauer i 1980(b). Systemet er definert i form av budsjettandeler slik at hver etterspørselsfunksjon kan skrives:

$$(10) \quad w_{it} = \alpha_i + \sum_j \gamma_{ij} \ln p_{jt} + \beta_i \ln \left( \frac{X_t}{P_t} \right),$$

hvor  $w_{it} = p_{it} q_{it} / X_t$ ,  $X$  er totale utgifter til alle godene som inngår i systemet og:

$$\ln P = \alpha_0 + \sum_i \alpha_i \ln p_i + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \gamma_{ij} \ln p_i \ln p_j.$$

AIDS modellen er lineær bortsett fra translog-prisindeksen  $\ln P_t$ . Dette problemet har tradisjonelt blitt løst i empirisk arbeid gjennom å benytte en Stone prisindeks;  $\ln P_t^* = \sum_i w_{it} \ln p_{it}$ , noe som gjør hele systemet lineært. I den senere tid har man imidlertid vist at bruk av denne indeksen kan resultere i inkonsistente parameterestimater. (Pashardes, 1993; Buse, 1994; Moschini, 1995). Moschini viser at dette skyldes at Stone indeksen ikke er nøytral (invariant) med hensyn på endringer i måleenhet. Moschini introduserer og tester ut en rekke nye indekser, og ender ut med å anbefale bruk av en såkalt Laspeyre versjon av Stone indeksen;

$$(11) \quad \ln P_t^S = \sum_i w_{it}^0 \ln \left( \frac{p_{it}}{p_i^0} \right),$$

Hvor 0 som hevet skrift gir basisperiode – vanligvis gjennomsnittsobservasjonen. Flere forfattere har dessuten anbefalt at prisene skal normaliseres, noe som også gjør det enklere å evaluere elastisitetene. Det mest praktiske er å normalisere gjennomsnittsobservasjonen til en, og evaluere elastisitetene i dette punktet. Denne normaliseringen gjør dessuten at den korrigerte Stone indeksen blir lik den ukorrigerte (Asche og Wessels, 1997).

Egenskaper som følger fra teorien pålegges gjennom følgende restriksjoner:

$$\text{Budsjettbetingelsen :} \quad \sum_i \alpha_i = 1, \quad \sum_i \gamma_{ij} = 0.$$

$$(12) \quad \text{Symmetri :} \quad \gamma_{ij} = \gamma_{ji}.$$

$$\text{Homogenitet :} \quad \sum_j \gamma_{ij} = 0.$$

Budsjettbetingelsen blir automatisk pålagt gjennom data, men en ligning må slettes før estimering for å unngå en singular kovariansmatrise. Symmetri og homogenitetsrestriksjonene blir implementert som parameterrestriksjoner.

Trend og sesongdummyer kan inkluderes på samme måte som i enligningsspesifiseringen ovenfor.

Elastisitetene i AIDS-modellen er gitt som:

$$\begin{aligned} \text{Ukompensert: } \eta_{ij} &= \frac{\gamma_{ij}}{w_i} - \beta_i \frac{w_j}{w_i} - \delta, \quad \delta = 1, \quad i = j, \quad \delta = 0, \quad i \neq j \\ \text{(13) Kompensert: } \eta_{ij}^* &= \frac{\gamma_{ij}}{w_i} + w_j - \delta, \quad \delta = 1, \quad i = j, \quad \delta = 0, \quad i \neq j \\ \text{Inntekt: } \eta_i &= 1 + \frac{\beta_i}{w_i} \end{aligned}$$

Elastisitetene blir evaluert for utvalgsgjennomsnittet av budsjettandelene. Kompenserte elastisiteter tar hensyn til inntektseffekten mens de ukompenserte ikke tar hensyn til denne. Det er viktig å merke seg at selv om symmetri er pålagt på Slutsky matrisen av andreordensderiverte gjennom (12), så kan (og vil vanligvis) krysspriselastisitetene være assymmetriske, siden andelene bare unntaksvis vil være symmetriske. Dette er viktig, siden i en markedsmodell vil man vente assymmetriske substitusjonseffekter. Hadde vi til forskjell fra krysspriselastisitetene definert i (13) for eksempel brukt en Allen-substitusjonselastisitet ville vi derimot pålagt også elastisitetssymmetri.

Så langt har vi snakket om etterspørselssystemer med et begrenset antall goder. I mange marked observerer vi stor grad av produkt differensiering. Dette er vanligvis markeder med få dominerende produsenter som benytter produkt differensiering til å oppnå markeds makt. I slike marked vil det ikke være mulig å plukke ut separate produktsett da det er helt marginale forskjeller i produkt attributter mellom produktene. En god illustrasjon på slike markeder er markedet for frokostblandinger ("cereals"), hvor produsenter som Kellogs og General Mills prøver å opprettholde sin markedsposisjon gjennom å forvalte større porteføljer av svært nære substitutter. Nevo (1998) analyser det amerikanske frokostblandingsmarkedet, markedet består av mer enn 200 ulike frokostblandinger. Skulle han estimert etterspørsel elastisiteter for alle mulige kombinasjoner av disse frokostblandingene måtte han estimert mer enn 40 000 elastisiteter selv om han antok en konstant elastisitetsmodell! Dette vil ikke være mulig – eller ønskelig – med noe vanlig datasett.

Nevo (1998) løser dette ved å bruke modeller utviklet av Berry (1994) og Berry, Levinsohn og Pakes (1995) – såkalte BLP modeller, hvor man neddimensjonere problemet ved å dekomponere produktene i ulike grupper avhengig av produktkarakteristika (produkter for barn vs. produkter for voksne etc). I disse modellene utnyttes produktkarakteristikaene til å identifisere etterspørselen, og dernest også grad av markedsrett. I disse modellene brukes vanligvis såkalte kvalitativt valg modeller, der etterspørselsbeslutninger modelleres. De mest vanlige modellene er "logit" og "nested logit" (McFadden, 1973; 1986). Et eksempel på et rent etterspørselsstudium som bruker denne teknologien men spesifiserer en standard AIDS modell er Cotterill, Putsis og Dhar (1999).

#### **4. Oppsummering og diskusjon av økonometrisk modellering av input til markedsmodellering**

Under vil vi gjennom to underkapitler diskutere noen av utfordringene som vi møter ved modellering og bruk av økonometriske input i markedsmodeller.

##### **4.1. Databehov**

For å estimere en kostnadsfunksjon kreves i første rekke data som enten kan finnes i regnskapsstatistikken eller i norsk industristatistikk. Bruttoproduksjonsverdi, eller kvantum benyttes som kvantumsvariabel ( $y$ ). Valget mellom kvantum og bruttoproduksjonsverdi avgjøres normalt av hvor homogent produktet er. For homogene produkter brukes normalt kvantum, mens for heterogene produkter brukes normalt bruttoproduksjonsverdi.

Innsatsfaktorpriser er vanligvis representert med lønnsatts (gjennomsnittslønn), vareinnsatspris (for eksempel totalt forbruk av vareinnsats fordelt på produsert kvantum), og eventuelt en kapitalpris. Denne siste er ofte representert med en alternativverdi på kapital via en realrentesats. Noen ganger har man også muligheten for å konstruere en brukerpris på kapital gjennom bruk av bedrifts- eller industrispesifikke depresieringsrater. Noen ganger vil

man ønske å bruke markedspriser på noen av faktorene, for eksempel når man ønsker å modellere faktorer som energibruk separat.

Endelig trengs et kostnadsmål. Det er normalt enklere å få tilgang på såkalte variable driftskostnader. Skal man nytte langsiktige driftskostnader må man kalkulere også bedriftens kapitalkostnader. Dette er ofte vanskelig siden regnskapstall typisk er basert på skattemessige regler for avskrivning og lignende. Det blir derfor ofte benyttet kortsiktige spesifikasjoner av kostnadsfunksjoner. Her trengs kun variable driftskostnader som venstresidevariabel, men til gjengjeld må man da spesifisere et kapasitets-/kapitalmål. Dette siste er vanligvis mulig gjennom bruk av brannforsikringsverdi for bygninger og maskiner.

Siden man kan hente ut grensekostnadene fra kostnadsfunksjonen, slipper man å ta stilling til et konstruert grensekostnadsmål. I noen industrier hvor produktet er tilstrekkelig homogent, og produksjonsteknologien relativt fast kan det imidlertid være bedre å konstruere grensekostnadsmål direkte. Dette er for eksempel vist i Steen og Sjørgard (1999) for sement og i Genesove og Mullin (1998) for sukkerindustrien.

Etterspørselsdata er i utgangspunktet lettere å skaffe. Priser (egenpris og substituttpriser) kan finnes via ulike kilder; Statistisk Sentralbyrå (SSB) prisdatabase til konsumprisindeksen, handels og industristatistikk eller direkte fra markedet.

Kvantum kan være mer komplisert å få gode tall for. For det første samles det ikke like inngående kvantumsinformasjon av SSB. Dernest er kvantum tidvis vanskelig å bestemme, siden kvalitet og produktkarakteristika for øvrig ofte er vanskelig å måle i form av "kvantum". Jo mer differensiert produktene er, jo mer uklart blir kvantumsmålet. Dette problemet gjelder dermed indirekte også for pris, siden prisen avspeiler varens karakteristika. En mulig løsning på dette problemet er såkalte hedonisk prisestimering, der produktkarakteristika tas direkte hensyn til når prisindeksene konstrueres. Produktkarakteristika kan også utnyttes til å identifisere etterspørsel gjennom såkalte BLP modellene (Berry, Levinsohn og Pakes, 1995).

Den siste variabelen som man trenger å kjenne er inntekt. Her benyttes i hovedsak to typer informasjon. I enligningsmodeller bruker man hovedsakelig makrovariabler som BNP, inntekt til privat konsum, og lignende. I flerligningsmodeller som for eksempel AIDS brukes de totale utgiftene til varene som inngår i etterspørselssystemet. Dette bygger på en



separabilitetsforutsetning som ligger implisitt i valget av varer som inngår i systemet. Når man spesifiserer et etterspørselssystem må man prøve å få med de relevante varene som konkurrerer i markedet. Separabilitetsantagelsen innebærer at man antar at den utgift man har på den separable varegruppen er representativt for all inntekt som er relevant for denne gruppen. For eksempel, hvis systemet bestod av et endelig antall ferskfiskprodukter, så antar man at konsumenten først bestemmer seg for hvor mye han/hun skal bruke på ferskfisk, og dernest separat gjør beslutninger innefor segmentet ferskfisk. Totale utlegg til fisk blir dermed konsumentens relevante inntektsnivå for denne gruppen varer.

I utgangspunktet er pris, mengde og inntekt nok til å spesifisere en etterspørselsfunksjon. Ofte er imidlertid etterspørsel og tilbud bestemt simultant. Da må man instrumentere tilbudskurven slik at man kan få identifisert etterspørselskurven. Til dette trenger man såkalte kostnadsskiftere, dvs. variabler som ved endring vil skifte tilbudskurven. Dette er typisk representert gjennom innsatsfaktorpriser som de nevnt ovenfor. Siden simultanitet vanligvis er et problem, betyr dette at selv om man noen ganger i utgangspunktet kun ønsker å økonometrisk modellere etterspørselssiden i en markedsmodell, vil man måtte ha ganske utfyllende kostnadsinformasjon uansett. I såfall er veien ikke lang til å estimere også en kostnadsfunksjon.

I strategiske markedsmodeller finner man typisk ikke mange aktører. Derfor vil det oftest være umulig å benytte tverrsnittsdata, annet enn for etterspørselsmodelleringen. Har man imidlertid en etterspørselsmodell med simultanitet, trenger man også kostnadsinformasjon, og dermed blir tverrsnittsdata vanskelig også for etterspørselsmodellering. Tidsseriedata med få aktører vil imidlertid alltid være mulig. På den annen side så vil fleksible spesifiseringer på kostnadssiden, og etterspørselssystemer kreve mange frihetsgrader – lange dataserier. Dette er ikke alltid like lett å få tilgang til, slik at det tidvis må gjøres en avveining mellom rik økonometrisk spesifisering og statistisk validitet i modellene. Typisk vil et dynamisk etterspørselssystem ivareta mye av den økonomiske informasjonen vi ønsker, men hvis parametrene er estimert med liten grad av presisjon som følge av korte dataserier så gir dette andre problem med hensyn til troverdighet i neste omgang.

## 4.2. Homogenitetskravet i etterspørselsmodellen

Konsumentteoriens krav om homogenitet i pris og inntekt medfører at summen av egenpris og krysspriselasititeter skal summere seg til null for hver etterspørselsfunksjon. Dette innebærer at når man har en samling av varer som alle er substitutter, kan summen av krysspriselasititetene ikke overstige absoluttverdien av egenpriselasititeten. Dette er også ganske intuitivt, siden egneffekten forventes å dominere krysseffektene. Samtidig viste vi at siden at dette kravet kun gjelder når man så konsumentens totale konsum av goder, vil dette kunne bli problematisk i en snevert definert etterspørselsmodell der bare et fåtall substitutt inngår.

I markedsmodeller (se Mathiesen, 2000) vises det at dette kravet er kritisk for modellenes stabilitet. Når krysspriselasititetene går mot sin grenseverdi (der de i sum blir større enn egenpriseffekten) kolliderer modellene. I anvendte arbeid ser man imidlertid mange eksempler på at homogenitetsrestriksjonen ikke gjelder på denne måten. Enten fordi man bruker deflaterte tall og dermed ikke trenger å pålegge parameterrestriksjonen i ligning (5), men oftest fordi det også finnes komplement med i ligningene. Når et komplement inngår vil dette innebære at når vi ser på substituttene isolert og summerer krysspriselasititetene på disse så vil denne summen overstige egenpriseffekten. Dette kan lettest illustreres med et eksempel. Anta fire varer i et etterspørselssystem, der tre (varene 1,3 og 4) er substitutt og en (vare 2) er et svakt komplement;  $\varepsilon_{11} = -2, \varepsilon_{12} = -0,2, \varepsilon_{13} = 1,1, \varepsilon_{14} = 1,1$ , her gjelder homogenitetskravet men  $|\varepsilon_{11}| < \varepsilon_{13} + \varepsilon_{14}$ . I markedsmodellen betyr dette at man enten må inkludere også komplementet eller få en ustabil modell.

En mulig løsning er å ekskludere komplementet også fra estimereingen. Problemet med dette er at hvis man presumptivt har gode grunner til å anta at dette faktisk er et substitutt kan estimeringsresultatet følge av at man enten har målefeil i data, eller at homogenitetsrestriksjonen ikke gjelder statistisk, og dermed "plasseres" avviket på vare 2 i estimeringen. Hvis vare 2 faktisk er et komplement, så vil utelatelse gi et "utelatt" variabel problem som i sin tur gir forventningsskjev estimater av elastisitetene til varene 1, 3 og 4. En alternativ løsning er å *ex ante* pålegge tilleggsrestriksjonen at alle de presumptive substituttene skal ha positive krysspriselasititeter. Denne typen restriksjoner vil imidlertid i sin tur kunne resultere i forventningsskjev estimater av alle elastisitetene.

Den beste måten er dermed å benytte deflaterte priser og inntekt, der en generell prisindeks representerer “alle andre varer” og brukes som deflator. Hvis effekten av “alle andre” varer ikke er neglisjerbar vil man imidlertid i disse modellen kunne få tilfeller der sammenhengen mellom krysspris- og egenpriseffektene ikke oppfyller markedsmodelleringskravet. Siden dette kun vil gjelde når den samlede effekten fra “alle andre” varer er komplementær – noe som er lite trolig - er imidlertid dette ikke et stort empirisk problem. En ytterligere fordel med å benytte en deflator er at man som diskutert i avsnittet A1 da tillater substitusjons- og inntektseffekter også fra andre produkt enn de som inngår i etterspørselssystemet. Alternativet til deflatering er å inkludere en indeks for “alle andre varer” i systemet/modellen som en egen variabel, og pålegge homogenitetsrestriksjonen på prisindeksparameteret.

Det viktigste er imidlertid å være klar over at homogenitetsrestriksjonen er mer “kritisk” når man skal benytte de økonometriske resultatene som input i markedsmodeller, og at dette kan legge føringer på økonometrisk spesifisering.

## **5. Alternative innfallsvinkler – økonometriske markedsmodeller**

Når man i utgangspunktet har nok data til estimere både kostnads- og etterspørselsside er veien til en fullstendig økonometrisk markedsmodell ikke lang. Det finnes en rekke økonometriske arbeid innenfor næringsøkonomi (“Industrial Organization” - IO) der effekter av skift i rammebetingelser er modellert direkte gjennom økonometriske modeller. Gjennomgående går det to skiller i denne litteraturen. Det første går mellom modeller som bruker et indirekte mål for grensekostnad og de som bruker regnskapsbaserte grensekostnadstall. Det første skillet er typisk karakterisert som skillet mellom eldre empirisk IO der man testet structure-conduct-performance paradigmet<sup>7</sup>, og nyere empirisk IO der man ikke nytter regnskapstall men modellerer mer strukturelle modeller. I disse nye modellene er

---

<sup>7</sup> Structure-Conduct-Performance paradigmet går i korthet ut på at det finnes en positiv sammenheng mellom profitabilitet og markedskonsentrasjon. For eksempel kan man i en enkel Cournot modell vise en slik sammenheng mellom markedsandel og Lerner indeksen. Mange har i ettertid kritisert dette paradigmet. For det første finnes det en rekke mulige andre forklaringsfaktorer for høy profitabilitet; effektivitet, entrybarrierer etc., og dessuten er sammenhengen vanskelig å etablere empirisk på disaggregerte data der bedrifts og industrispesifikke effekter kontrolleres for. For en oversikt se (Martin 1993) eller Schmallensee (1989).

grensekostnaden enten implisitt modellert, eller man nytter modeller der man tester hypoteser om markedsmakt som følger direkte fra økonomisk teori.

Det neste skillet finner man innefor denne nyere empirisk IO tradisjonen, der noen estimerer hele strukturelle modeller der kostnads- og etterspørselsside er eksplisitt modellert, mens noen estimerer såkalt redusert form modeller. I redusert form modeller kan man for eksempel estimere en standard tilbuds- eller etterspørselssammenheng alene, men man inkluderer variabler som normalt ikke inngår i disse sammenhengene for å teste ulike strategiske markedsmaktshypoteser.

Den kanskje mest brukte av de strukturelle modellene er Bresnahan-Lau (1982, 1989) modellen. I denne modellen estimeres etterspørselsfunksjonen sammen med en tilbudsrelasjon som i prinsippet kommer frem gjennom å sette grenseinntekt og grensekostnad lik hverandre. ”Triksset” i denne modellen er at man trenger kun å kjenne de faktorene som bestemmer grensekostnaden, men ikke grensekostnaden som sådan. Man trenger for eksempel heller ikke å kjenne kostnadsnivået (variable eller langsiktige driftskostnader), kun innsatsfaktorpriser og etterspørselsdata. Denne modellen har vært brukt i mange ”forkledninger” i ettertid, da den også inneholder et spesielt indentifiseringstriks der man kan skille mellom resultatene fra en markedsmaktsmodell og en frikonkurransmodell (se for eksempel Buschena og Perloff (1991), Shaffer (1993), Suominen (1994), Steen og Salvanes (1999)).

Bresnahan-Lau modellen er imidlertid beste egnet for homogene produkter. Dette er et problem siden man ofte har en markedsstruktur med svært differensierte produkter, slik at produktkarakteristika blir viktige komponenter i en eventuell analyse. De siste årene har det dermed vokst frem en ny litteratur spesielt basert på arbeidene til Berry Levinsohn og Pakes (1995). Her utnyttes forskjeller i produktkarakteristika til å identifisere først etterspørsel og dernest pålegges økonomisk struktur slik at eventuell markedsmakt lar seg identifisere og kvantifisere. Nyere studier som bruker denne teknologien i markeder med differensierte produkter inkluderer Verboven (1996), Fershtman og Gandal (1998), Fershtman, Gandal og Markovich (1999) på bilmarkeder, og Nevo (1998) i markedet frokostblandinger.

## 6. Oppsummering

Generelt gjelder det at databehovet ved de ulike modelleringsvalgene er svært lik så lenge som alle input skal estimeres. Spesielt gjelder det imidlertid at tradisjonelle markedsmodeller også uten økonometrisk estimert input kan gi viktig innsikt om markedsmekanismer og effekter av endrede konkurranseforhold. Validiteten må i det siste tilfellet testes ut gjennom å utprøve modellenes parameterfølsomhet.

Fordelen med økonometrisk testing av strategisk adferd direkte, uten veien om simuleringsmodeller er at man får statistiske validitetstester på resultatene. Ulempene er imidlertid at det er vanskeligere å simulere ulike regimer, dels fordi man er bundet til historiske data, men viktigere fordi at parameterestimat bare i begrenset grad gjelder utenfor utvalgsobservasjonene. Det finnes også økonometriske modeller som faktisk tillater simulering (se f. eks. Fershtman, Gandal og Markovich, 1999), men disse er svært omfattende både å modellere og estimere. Disse er derfor kanskje ikke mer effektive enn kombinasjonen som vi diskuterer først i dette notatet, nemlig økonometrisk estimering av input for deretter i trinn to utføre simulering i tradisjonelle markedsmodeller.

Konkurransemyndighetene i Europa begynner nå å ta i bruk økonomiske markedsmodeller i sin bevisførsel i fusjons- og konkurransesaker. En viktig utfordring blir dermed og lære og ta i bruk denne typen modeller slik at vi også besitter denne typen kompetanse ”lokalt” når det blir aktuelt ta metodene i bruk i norske konkurransesaker.

## Referanser

Anderson, G. J., og R.W. Blundell, (1982). Estimation and Hypothesis Testing in Dynamic Singular Equation Systems. *Econometrica* 50, 1559-1571.

Asche, F. og F. Steen (1999), "Demand for wild caught and farmed fish in the European Union" SNF-rapport 56/99.

Asche, F. K.G. Salvanes og F. Steen (1997) "Market Delineation and Demand Structure" *American Journal of Agricultural Economics*, 1997, 79, 139-150

Asche, F., og C. R. Wessells, (1997). On Price Indices in the Almost Ideal Demand System. *American Journal of Agricultural Economics* 79, 1182-1185.

Banerjee, A., Dolado, J., Galbraith, J. W., og Hendry, D. F. (1993). "Co-integration, error-correction, and the econometric analysis of non-stationary data" Advanced texts in econometric, Edit.: C. W. J. Granger and G. E. Mizon (1 ed.). Oxford: Oxford University Press.

Berry, S. (1994), "Estimating discrete-choice models of product differentiation" *RAND Journal of Economics*, 25, 242-62

Berry, S., J. Levinsohn, og A. Pakes (1995) "Automobile prices in market equilibrium" *Econometrica* 63, 841-90

Bresnahan, T. F. (1989). "Empirical Studies of Industries with Market Power" Handbook of Industrial organization, Eds: R. Schmalensee and R. D. Willig, Amsterdam: North Holland.

Bresnahan, T. F. (1982). "The Oligopoly Solution Concept is Identified". *Economics Letters*, 10, 87-92.

Brown R.S., D.W. Caves og L.R. Christensen (1979) "Modelling the structure of cost and production for multiproduct firms" *Southern Economic Journal*, 256-70.

Buschena, D. E., and Perloff, J. M. (1991). "The Creation of Dominant Firm Market Power in the Coconut Oil Export Market". *American Journal of Agricultural Economics*, 1001-1008.

Buse, A. (1994). Evaluating the Linearized Almost Ideal Demand System. *American Journal of Agricultural Economics* 76, 781-793.

Bårdsen, G. (1989). The Estimation of Error Correction Models. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 51, 345-350.

Christensen L.R., D.W., Jorgenson og L.J. Lau (1973) ” Transcendental logarithmic production production frontiers” *Review of Economics and Statistics*, 28-45

Christensen L.R., D.W., Jorgenson og L.J. Lau (1971) ”Conjugate Duality and the Transcendental logarithmic production function” *Econometrica*, 39, 255-56

Cotterill, R.W., W.P., Putsis Jr., og R. Dhar. (1999) “Assessing the competitive interaction between private labels and national brands” Research report series, No. 44, July 1999, Food Marketing Policy Centre, University of Connecticut, Department of Agricultural and Resource Economics.

Davidson, J. E. H., Hendry, D. F., Srba, F., og Yeo, S. (1978). Econometric Modelling of the Aggregate Time-Series Relationship Between Consumers' Expenditure and Income in the United Kingdom. *Economic Journal*, 88, 661-92.

Deaton, A. S., og Muellbauer, J. (1980a). “Economics and Consumer Behavior,” Cambridge University Press, New York.

Deaton, A. S., og Muellbauer, J. (1980b). An Almost Ideal Demand System. *American Economic Review* 70, 312-326.

Diewert, W.E. (1971) “An application of the Sheperd duality theorem, a Generalized leontif production function” *Journal of Political Economy*, 481-507

Diewert, W.E. og T.J. Wales (1987) "Flexible functional forms an global curvature conditions" *Econometrica* 43-68

Fershtman C., N. Gandal og S. Markovich (1999), "Estimating the effect of tax reform in differentiated product oligopolistic markets" Working Paper, Department of public Policy, Tel Aviv University.

Fershtman C. og N. Gandal, (1998), "The effect of the Arab boycott on Israel: The U.S. Automobile Market" *RAND Journal of Economics*, 29, 193-214

Genesove D og W.P. Mullin (1998) "Testing static oligopoly models: conduct and cost in the sugar industry, 1890-1914" *RAND Journal of Economics* 2, 355-77

Houthakker, H. S., og L. D. Taylor (1966). "Consumer Demand in the United States: Analysis and Projections," Harvard University Press, Cambridge, MA.

Lau, L. J. (1982). "On Identifying the degree of competitiveness from industry price and output data". *Economics Letters*, 10, 93-99.

Lau, L.J., (1976) "A characterization of the normalized restricted profit function" *Journal of Economic Theory* 131-63

Martin, S. (1993) "*Advanced Industrial Economics*". Oxford, Blackwell Publishers, , 1.ed.

Mathiesen, L. (2000) "Numeriske modeller av markeder med differensierte produkter", SNF-rapport 11/2000.

McFadden, D. (1986) "Econometric analysis of qualitative response models, I Z Griliches og M. Intriligator, eds, *Handbooks of Econometrics*, Volume III, Amsterdam, North-Holland.

McFadden, D. (1973) "Conditional logit analysis of qualitative choice behaviour I P. Zarembka, eds, *Frontiers of econometrics*, New York, Academic press



- Moschini, G. (1995). Units of Measurement and the Stone Price Index in Demand System Estimation. *American Journal of Agricultural Economics* 77, 63-68.
- Nevo, A. (1998) "Measuring market power in the ready-to-eat cereal industry" Research report series, No. 37, July 1998, Food Marketing Policy Centre, University of Connecticut, Department of Agricultural and Resource Economics.
- Schmalensee, R.. (1989). "*Inter-Industry Studies of Structure and Performance*" Handbook of Industrial organization, Eds: R. Schmalensee and R. D. Willig, Amsterdam: North Holland.
- Shaffer, S. (1993). "A Test of the Competition in Canadian Banking". *Journal of Money, Credit, and Banking*, 25, 49-61.
- Steen, F. og L. Sjørgard (1999) "Semi-Collusion in The Norwegian Cement Market", , *European Economic Review*, 43, 1999, 1775-96.
- Steen, F. og K.G. Salvanes (1999) "Testing for Market Power using a Dynamic Oligopoly Model", *International Journal of Industrial Organization*, 1999, 17, 2, 147-177.
- Suominen, M. (1994). "Measuring Competition in Banking: A two product model " *Scandinavian Journal of Economics*, 95-110
- Stone, J. R. N. (1954). "The Measurement of Consumers' Expenditure and Behaviour in the United Kingdom," Cambridge University Press, Cambridge.
- Verboven, F. 1996 "International price discrimination in the European car market" *RAND Journal of Economics*, 27, 240-68
- Wickens, M. R., og Breusch, T. S. (1988). Dynamic Specification, the Long-Run and the Estimation of Transformed Regression Models. *Economic Journal* 98, 189-205.