NORGES HANDELSHØYSKOLE

Bergen, 14.12.2006

Kapitalverdimodellen

Estimerings- og korrigeringsmetoder som kan gjøre betaverdiestimatet bedre

Svein Olav Krakstad

Veileder: Jostein Lillestøl

Masterutredning i finansiell økonomi

NORGES HANDELSHØYSKOLE

Sammendrag

I denne utredningen er det foreslått flere metoder som kan gjøre estimeringen av betaverdien til et selskap bedre. Metodene som er foreslått, har ståsted i enten økonomisk teori eller økonometri. Utredningens hensikt er å prøve å finne et bedre estimat på den framtidige systematiske risikoen til et selskap.

I det siste kapitlet blir et par av de vanligste justeringsmetodene diskutert, og det blir foreslått en ny metode som justerer på en utradisjonell måte. Denne metoden tar hensyn til at betaverdier har en tendens til å bevege seg mot markedsporteføljens betaverdi med tiden.

Forord

Denne utredningen utgjør min avsluttende del av mastergradsstudiet ved Norges Handelshøyskole, der jeg har valgt finansiell økonomi som fordypningsområde. Kapitalverdimodellen ble valgt som tema, da jeg synes at kombinasjonen mellom finans og økonometri er spennende. Utredningen bygger dermed på det rammeverket som jeg har tilegnet meg innen disse fagområdene.

Jeg ønsker å takke min veileder, Jostein Lillestøl, for svært gode og raske tilbakemeldinger underveis i arbeidet med masteroppgaven.

Bergen, desember 2006

Svein Olav Krakstad

Innholdsfortegnelse

1. Innledning

Kapitalverdimodellen er kanskje den mest brukte modellen for estimering av avkastningskrav til egenkapitalen. Modellen blir ofte foretrukket selv om den ikke gir et helt korrekt bilde av virkeligheten. Siden andre, mer komplekse modeller som flerfaktormodeller, bare forklarer avkastningen til aksjen noe bedre, blir kapitalverdimodellen likevel ofte preferert på grunn av sin enkelhet. Modellen forklarer aktivumets avkastning mot hvordan aktivumet varierer mot markedsporteføljen.

For å bruke kapitalverdimodellen må man gjøre mange antakelser. Flere av disse er ikke alltid oppfylt i virkeligheten. Dette medfører at estimatet på betaverdien blir usikkert. For å estimere betaverdien til kapitalverdimodellen, møter man mange utfordringer. Det kan både være fundamentale og økonometriske problemer ved estimeringen. Selskapers risiko i forhold til markedsporteføljen kan endre seg fra en tidsperiode til en annen. Dette er noe man bør ta hensyn til for å unngå å gjøre feil verdivurderinger av selskaper. Det blir derfor viktig å gjøre en god strategisk regnskapsanalyse av selskapet slik at man kan avdekke om betaverdiestimatet er et godt estimat på den framtidige betaverdien. Av økonometriske problemer som bør løses, er hvordan man bør estimere betaverdien. Man må blant annet bestemme seg for hvilken frekvens av observasjoner som man skal bruke. En *detrending* av tidsseriene kan også være nødvendig, for ellers kan man få falske sammenhenger.

I denne oppgaven vil det bli diskutert hva som kan gjøres for å øke muligheten for å oppnå et forbedret estimat av betaverdien til kapitalverdimodellen. Det jeg ønsker å oppnå, er å redusere betaverdifeilen i den neste perioden. Hovedfokuset er å finne et så godt som mulig estimat på den systematiske risikoen til et selskap slik at betaverdien skal reflektere risikoen til selskapet.

Masteroppgaven er delt inn i tre deler. Den første delen omfatter teori om kapitalverdimodellen. Del 2 handler om hvordan man kan gå fram for å estimere en betaverdi. Den siste delen omfatter korrigeringsmetoder for betaverdier.

Appendiks D inneholder et register med finansielle og økonometriske termer. Ord i teksten som står i kursiv (med unntak av tabell- og figurnavn) er forklart i dette registeret.
Alle tidsseriene som har blitt brukt i regresjonene i oppgaven, er hentet fra Datastream som er et databaseprogram. Statistikkprogrammet, STATA, har kjørt alle disse regresjonene.

2. Kapitalverdimodellen

2.1 Generelt om kapitalverdimodellen (CAPM)

Kapitalverdimodellen skal gi et avkastningskrav til et aktivum avhengig hvor risikabelt det er i forhold til markedsporteføljen. Investorene skal få betalt for å ta systematisk risiko. Jo mer slik risiko en investor tar, desto mer avkastning skal investoren få tilbake i forventning.

2.1.1 Kapitalverdimodellen

Denne modellen er en en-periodisk, framtidig modell som skal beregne et avkastningskrav for tidsperioden mellom t og t+1. Formelen for modellen er (Bodie, Kane & Marcus 2005):

$$E(R^{i}_{t+1}) = R^{f}_{t+1} + [E(R^{m}_{t+1}) - R^{f}_{t+1}]\beta^{im}_{t+1} \qquad (2.01)$$

der;

$E(R^{i}_{t+1})$ er forventet avkastning i neste periode på et aktivum.

R^{f}_{t+1} er den risikofrie og ikke-stokastiske renten i neste periode.

$E(R^{m}_{t+1})$ er forventet avkastning på markedsporteføljen i neste periode.

$[E(R^{m}_{t+1}) - R^{f}_{t+1}]$ er markedets forventete risikopremie i neste periode.

β^{im}_{t+1} er en parameter som gir et mål på hvor følsom selskapet er til markedsbevegelser i neste periode.

Med markedsporteføljen menes en portefølje bestående av alle aktiva i verden. Det kan være børsnoterte selskaper, humankapital, obligasjoner og så videre. Problematikken omkring dette blir diskutert i kapittel 2.3.

Vi kan også skrive kapitalverdimodellen uten å ta forventningen, men da introduseres det et feilledd (ε^{i}_{t+1}):

$$R^{i}_{t+1} = R^{f}_{t+1} + [R^{m}_{t+1} - R^{f}_{t+1}]\beta^{im}_{t+1} + \varepsilon^{i}_{t+1} \qquad (2.02)$$

Man får et feilledd siden kapitalverdimodellen ikke klarer å forklare all variasjon til avkastningene til aktiva. Forventningen til feilleddet er null siden kapitalverdimodellen skal forklare all avkastning. På grunn av dette kan det heller ikke være korrelasjon mellom R^{m}_{t+1}

og ε_{t+1}^{i}. Dette medfører at:

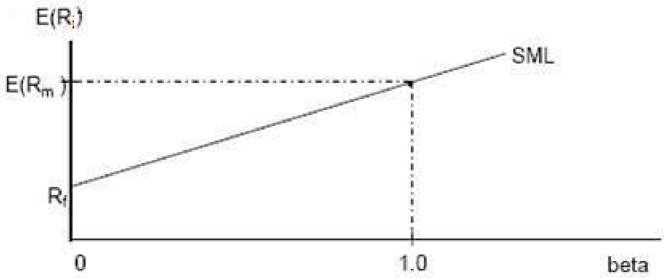
$$\beta_{t+1}^{im} = \frac{Cov(R_{t+1}^{i}, R_{t+1}^{m})}{Var(R_{t+1}^{m})} \tag{2.03}$$

der;

$Cov(R_{t+1}^{i}, R_{t+1}^{m}) = \sigma_{im} =$ Kovariansen mellom et aktivum og markedet.

$Var(R_{t+1}^{m}) = \sigma_{m}^{2} =$ Variansen til markedet.

Figur 2.01 viser hvordan et aktivum vil variere i forventing mot markedsporteføljen. Dersom et aktivum har mer systematisk risiko enn markedsporteføljen, vil betaverdien til dette aktivumet ligge over 1, mens i det motsatte tilfellet vil betaverdien være under 1.



Figur 2.01

For å forenkle notasjonen i resten av oppgaven vil ikke tidsnotasjonen lenger bli brukt. Bokstavene i, m og p vil fra nå av være den eneste notasjon for kapitalverdimodellen, bortsett fra der det er hensiktsmessig å bruke tidsnotasjon.

2.1.2 Forutsetninger for bruk av kapitalverdimodellen

Det finnes mange forskjellige versjoner av kapitalverdimodellen, men fokuset i oppgaven er på modellen til Sharpe (1964) og Lintner (1965). For å kunne bruke kapitalverdimodellen må følgende forutsetninger være tilstede (Montier 2004 og Bodie, Kane & Marcus 2005):

1) Investorene har ingen transaksjonskostnader. Det skal ikke koste noe å kjøpe eller å selge aksjen, og det skal ikke være en *spread* på aksjen.
2) Det er tillatt å ta både en *lang og en kort posisjon* i alle risikable aktiva.
3) Investorene er *risikoaverse*.
4) Tidshorisonten eller planleggingstiden er 1 og lik for alle.
5) Investorene velger porteføljer som er *mean-variance effisiente.*.
6) Alle aktiva, inkludert menneskelig kapital, kan omsettes i markedet.
7) Utlånsrenta og innlånsrenta er risikofrie, og alle kan låne eller låne ut penger.
8) Investorene kontrollerer risiko gjennom *diversifisering*.
9) Skattesatsen er null for alle. Derfor spiller det ingen rolle om overskuddet betales ut i utbytte eller kapitalgevinst.
10) Det antas at det er et stort antall investorer, slik at alle investorer blir pristakere. Det vil si at prisen blir gitt av markedet.
11) Alle investorer analyserer de risikable aktivaene likt. De deler også samme oppfatninger av hvordan fremtiden ser ut for dem. Med andre ord eksisterer det homogene forventninger om framtidsutsiktene.

Ikke alle forutsetningene er like sannsynlige for å bli tilfredstilt i det virkelige liv, noe som svekker modellen. Kapitalverdimodellen er likevel den mest brukte modellen for å bestemme avkastningskrav. Dette kan skyldes modellens enkelhet eller fravær av en betraktelig bedre modell.

2.1.3 Implikasjoner av antakelsene

Alle investorene holder en del av markedsporteføljen. Det vil si at gjennomsnittet av investeringene til investorene, er markedsporteføljen. En annen måte å se det på er å si at markedets kapitalallokeringslinje er summen av alle inverstores kapitalallokeringslinje (Bodie, Kane & Marcus 2005).

$$\text{CML}=\frac{1}{\text{N}}\sum_{i=1}^{\infty}\text{CAL(i)} \qquad (2.04)$$

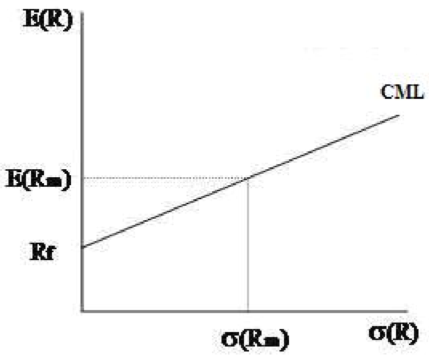
der;

CML er kapitalallokeringslinja til markedet.

N er antall investorer.

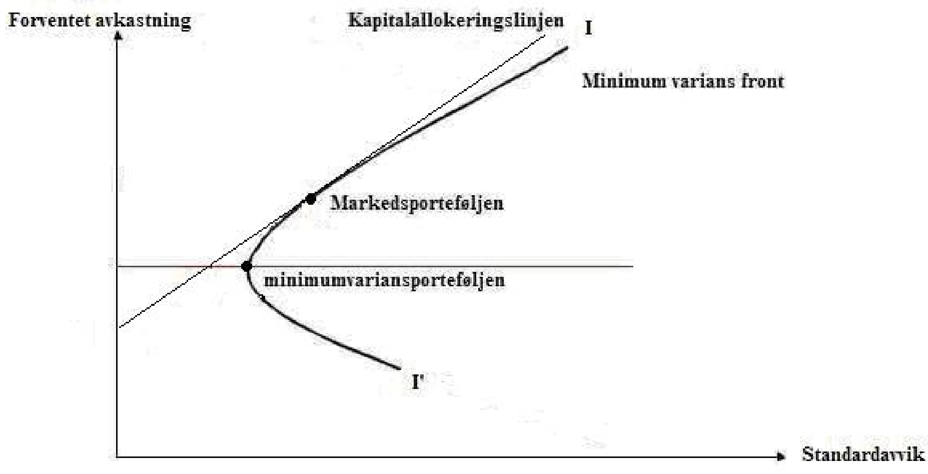
CAL(i) er kapitalallokeringslinjen til investor, i.

Kapitalallokeringslinjen finnes ved å trekke en linje fra risikofri rente (R_f) til punktet mellom avkastning og standardavviket til et aktivum. Figur 2.02 illustrer et eksempel med avkastningen og standardavviket til markedet. Standardavviket reflekterer her risikoen til en aksje.



Figur 2.02

Betydningen av at investorene er *mean-variance effisiente* er at de ønsker å kontrollere avkastning og risiko. De vil ha minst mulig risiko for en gitt forventet avkastning, og tilsvarende vil de ha mest mulig avkastning for gitt forventet risiko. Disse investorene er rasjonelle aktører som velger de aksjene som dominerer andre. Figur 2.03 illustrerer dette. Hvis risikoen er lik for to aktiva og det ene ligger over *minimum variansporteføljen* og det andre under, vil det som ligger over, dominere det andre aktivumet.



Figur 2.03

Kapitalverdimodellen tillater at *risikoaversjonen* kan variere mellom investorene. Dette skyldes at man kan finne den optimale porteføljen uten å kjenne til *risikoaversjonen* til investorene (Brealey & Myers 2003). Enkelte investorer har mindre aversjon enn markedet mens andre har mer. *Risikoaversjonen* til markedet vil være summen av alle investorenes *risikoaversjon*. På grunn av denne aversjonen vil ikke alle investorer nødvendigvis plassere hele sin formue i markedsporteføljen, men de kan velge en kombinasjon av plassering i markedsporteføljen og i det risikofrie aktivumet. Det er en mulighet for å ”geare” investeringen, det vil si å låne penger for å plassere mer i markedsporteføljen.

Investorene ønsker likevel å få mest mulig igjen av investeringene gitt risiko. De vil derfor ha en kombinasjon av markedsporteføljen og det risikofrie aktivumet slik at deres *sharperate* blir lik markedets sin rate. Det er viktig å legge merke til at det ikke er mulig å slå markedet for <u>en periode</u>. Dette skyldes at alle har lik informasjon og tidshorisont. Alle vil ta de optimale valgene og følgelig må markedsporteføljen bli den optimale porteføljen (tangeringsporteføljen i figur 2.03). Det er dermed ikke mulig å oppnå en meravkastning, α, på en investering i et aktivum.

2.1.4 Statistiske antakelser for å estimere modellen

For å kunne estimere kapitalverdimodellen ved hjelp av for eksempel en regresjon må man gjøre to statistiske antakelser om avkastningstallene (Campbell, Lo & MacKinlay 1997):

1) Avkastningene skal være uavhengige og identiske distribuert (*iid./strict white noise*).
2) Man må anta at fordelingen av avkastningene er *multivariat normal* slik at varians-kovarians matrisen komplett karakteriserer fordelingen.

Disse to antakelsene er veldig sterke og forutsetter at kapitalverdimodellen holder fra periode til periode. Under antakelsene blir avkastningstallene *stasjonære*, og fordelingen blir normalfordelt.

2.1.5 Utledningen av kapitalverdimodellen

For å utlede kapitalverdimodellen vil framgangsmåten til Copeland, Weston & Shastri (2005) bli brukt.

Dersom man investerer a prosent i et aktivum, i, og (1-a) prosent i markedsporteføljen vil avkastningen til porteføljen se slik ut:

$$E(R_p) = aE(R_i) + (1 - a)E(R_m) \tag{2.05}$$

der;

$E(R_p)$ er avkastningen på markedet og det nye aktivumet.

Bokstaven, a, kan tolkes som overskuddsetterspørsel av et individuelt aktivum. I likevekt skal overskuddsetterspørsel være null. Dette skyldes at prisene vil tilpasse seg slik at alle aktiva blir holdt av noen.

Standardavviket for avkastningen til porteføljen (2.05) er gitt ved:

$$\sigma_p = [a^2\sigma_i^2 + (1 - a)^2\sigma_m^2 + 2a(1 - a)\sigma_{im}]^{\frac{1}{2}} \tag{2.06}$$

der;

σ_p er standardavviket til strategien.

σ_i^2 er variansen til avkastningen for et aktivum, i.

For å finne endringen til den nye porteføljen, deriveres $E(R_p)$ og σ_p med hensyn på a:

$$\frac{\partial E(R_p)}{\partial a} = E(R_i) - E(R_m) \tag{2.07}$$

$$\frac{\partial \sigma_p}{\partial a} = \frac{1}{2}\frac{2a\sigma_i^2 - 2\sigma_m^2 + 2a\sigma_m^2 + 2\sigma_{im} - 4a\sigma_{im}}{[a^2\sigma_i^2 + (1-a)^2\sigma_m^2 + 2a(1-a)\sigma_{im}]^{1/2}} \tag{2.08}$$

Siden man ikke skal ha overskuddsetterspørsel i likevekt, vil andel investert i det nye aktivumet være lik null. Dermed kan uttrykkene (2.07) og (2.08) skrives som:

$$\frac{\partial E(R_p)}{\partial a}\bigg|_{a=0} = E(R_i) - E(R_m) \tag{2.09}$$

$$\frac{\partial \sigma_p}{\partial a}\bigg|_{a=0} = \frac{1}{2}\frac{-2\sigma_m^2 + 2\sigma_{im}}{\sigma_m} = \frac{\sigma_{im} - \sigma_m^2}{\sigma_m} \tag{2.10}$$

Det som man er ute etter, er å finne helningen på kapitalallokeringslinjen til strategien i likning (2.05). Vi må derfor dele den deriverte av $E(R_p)$ på den deriverte av σ_p:

$$\frac{\dfrac{\partial E(R_p)}{\partial a}}{\dfrac{\partial \sigma_p}{\partial a}}\Bigg|_{a=0} = \frac{E(R_i) - E(R_m)}{\dfrac{\sigma_{im} - \sigma_m^2}{\sigma_m}} \tag{2.11}$$

Siden man er i likevekt, må likning (2.11) være lik helningen på kapitalallokeringslinjen til markedet:

$$\frac{E(R_i) - E(R_m)}{\dfrac{\sigma_{im} - \sigma_m^2}{\sigma_m}} = \frac{E(R_m) - R_f}{\sigma_m} \tag{2.12}$$

Dette utrykket kan skrives om til:

$$E(R_i) = R_f + [E(R_m) - R_f]\frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2} \tag{2.13}$$

Siden betaverdien er definert som kovarians mellom markedet og aktivumet over variansen til markedet (se likning (2.03)), kan likning (2.13) skrives som:

$$E(R_i) = R_f + [E(R_m) - R_f]\beta_{im} \tag{2.14}$$

Avkastningen til et enkelt aktivum er risikofri rente pluss en premie for å bære risiko målt med aktivumets beta.

Siden markedet har en betaverdi lik 1, vil avkastningen til markedet i likning (2.14) bli lik $E(r_m)$. En høyere betaverdi skal gi en høyere risikopremie til investoren. Tilsvarende, gir en lavere betaverdi en lavere avkastning. Kapitalverdimodellen forklarer dermed ved hjelp av betaverdien hvorfor avkastningskrav er forskjellige for ulike selskap.

2.2 Tolkining av betaverdi

En vanlig feil å tro er at betaverdien til kapitalverdimodellen er basert på historiske kurser. Den er basert på kovariansen mellom markedet og det enkelte aktivumet, og variansen til markedet i neste periode. En betaverdi skal reflektere all systematisk risiko i forhold til markedsporteføljen. Det er denne systematiske risikoen som bestemmer hva betaverdien i neste periode blir.

2.2.1 Definisjon av beta

Betaverdien i likning (2.03) kan skrives om som:

$$\beta_{im} = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2} = \rho_{im}\frac{\sigma_i}{\sigma_m} \qquad (2.15)$$

der;

ρ_{im} er korrelasjonskoeffisienten mellom et aktivum og markedsporteføljen.

Disse størrelsene er å oppfatte som framtidige (ikke historiske) verdier.

Betaverdien er lik korrelasjonen mellom avkastningen til et aktivum og markedsporteføljen ganger forholdet mellom standardavvikene til aktivumet og markedet. I teorien skal kapitalverdimodellen forklare all avkastningen til et aktivum ved hjelp av markedsporteføljen og en betaverdi. Dette gjelder i forventing slik at man kan ha en avkastning som ikke markedsporteføljen klarer å forklare helt. Det er derfor muligheter for tilfeldig støy i modellen slik at variansen til et aktivum er gitt ved en systematisk og en usystematisk del:

$$Var(R_i) = \beta_{im}^2\sigma_m^2 + \sigma_\varepsilon^2 \qquad (2.16)$$

der;

σ_ε^2 er den usystematiske risikoen til et aktivum (det markedet ikke klarer å forklare).

Kapitalverdimodellen kan også skrives som:

$$R_i = \delta + \beta_{im}R_m + \varepsilon_i \qquad (2.17)$$

siden dette er ekvivalent med:

$$R_i = (1- \beta_{im})R_f + \beta_{im}R_m + \varepsilon_i \qquad (2.18)$$

Kovariansen mellom avkastningene til aktivumet og aksjen er da lik:

$$Cov(R_i,R_m – R_f) = Cov(R_i,R_m) = \sigma_{im}. \qquad (2.19)$$

Dette skyldes at kovariansen mellom en konstant (renten) og en variabel er null. Ved å sette inn (2.19) inn i (2.15) får man akkurat den samme likningen, (2.15)! En viktig antakelse her er at renten skal være ikke-stokastisk (kommer mer tilbake til dette i kapittel 2.4).

For å se hvilke operasjonelle og finansielle faktorer som påvirker betaverdien, kan betaverdien splittes ned til å bli en funksjon av mange faktorer.

2.2.2 Oppslitting av betaverdien fra et finansielt perspektiv

Koller, Goedhart & Wessels (2005) deler betaverdien opp i disse faktorene:

$$\frac{\mathrm{V_u}}{\mathrm{V_u}+V_{txa}}\beta_u+\frac{\mathrm{V_{txa}}}{\mathrm{V_u}+V_{txa}}\beta_{txa}=\frac{D}{D+E}\beta_d+\frac{E}{D+E}\beta_e \tag{2.20}$$

der;

V_u er markedsverdien av selskapets operasjonelle aktiva.

V_{txa} er markedsverdien av *skatteskjoldet* til selskapet.

β_u er betaverdien til V_u.

β_{txa} er betaverdien til V_{txa}.

D er markedsverdien av gjeld.

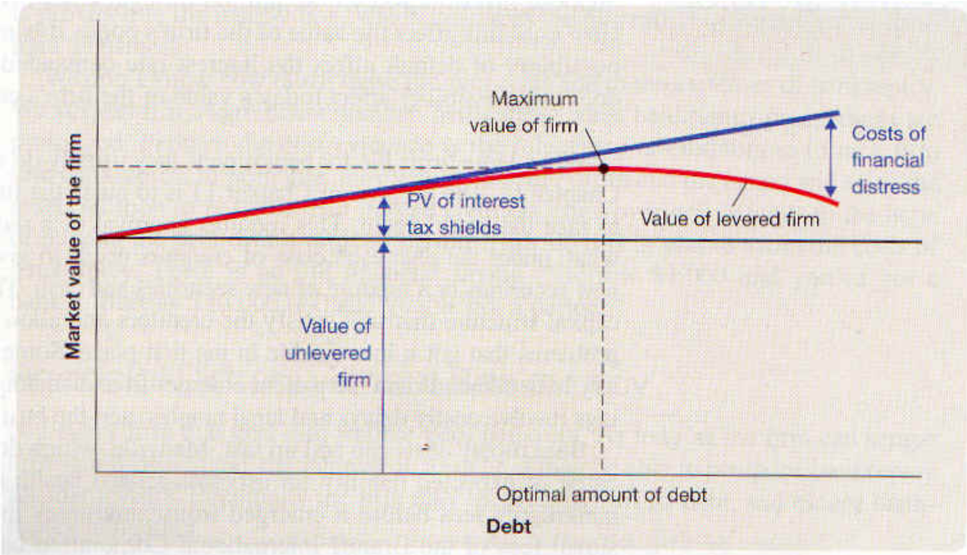
E er markedsverdien av egenkapitalen.

β_d er betaverdien til D.

β_e er betaverdien til E.

$V_u + V_{txa} = D + E =$ Verdien av selskapet.

Her har Koller, Goedhart & Wessels (2005) antatt at verdien av konkurskostnadene er tilnærmet lik null og fjernet disse ved oppslittingen av beta. Dette stemmer i mange tilfeller, men i følge Brealey, Myers & Marcus (2004) vil bedrifter som har optimal mengde gjeld også ha konkurskostnader og derfor vil ikke markedsverdien av konkurskostnadene være null. Figur 2.04 illustrerer dette poenget.



Figur 2.04 (Figur hentet fra Brealey, Myers & Marcus 2004)

Verdien av selskapets aktiva er summen av selskapets operasjonelle aktiva, *skatteskjoldet* og konkurskostnadene (Brealey, Myers & Marcus 2004). Hvis man bruker denne verdien på selskapet, vil det få betydning for likning (2.20). Ved å tilføre nåverdien av konkurskostnadene innføres det et ekstra ledd i likning (2.20):

$$\frac{\mathrm{V_u}}{\mathrm{V_u}+V_{txa}+V_{bc}}\beta_u+\frac{\mathrm{V_{txa}}}{\mathrm{V_u}+V_{txa}+V_{bc}}\beta_{txa}+\frac{\mathrm{V_{bc}}}{\mathrm{V_u}+V_{txa}+V_{bc}}\beta_{bc}=\frac{D}{D+E}\beta_d+\frac{E}{D+E}\beta_e \quad (2.21)$$

der;

V_{bc} er markedsverdien av konkurskostnadene.

β_{bc} er betaverdien til V_{bc}.

Dermed kan egenkapitalbetaverdien finnes ved å sette denne betaverdien alene på venstre side av likning (2.21):

$$\beta_e=\beta_u+\frac{D}{E}(\beta_u-\beta_d)+\frac{V_{txa}}{E}(\beta_u-\beta_{txa})+\frac{V_{bc}}{E}(\beta_u-\beta_{bc}) \quad (2.22)$$

Det viktige bak denne utledningen av egenkapitalbetaverdien er å forstå hvordan denne betaverdien endrer seg ved små forskjeller i likning (2.22). Små endringer i operasjonell virksomhet eller det finansielle planet medfører at betaverdien endrer seg.

2.2.3 Tidsvarierende betaverdi (Conditional CAPM)

Selskapets risiko vil som oftest variere med tiden. Dette kan for eksempel skyldes at selskapet ekspanderer, selger deler av selskapet eller gjør finansielle endringer. Siden selskapet endrer sin risiko mot markedsporteføljen, er det ventet at også den systematiske risikoen vil endre seg.

Det kan også være andre forstyrrende hendelser (overreaksjon, oppkjøpsspekulasjon og lignende faktor) som er med på å skape usystematisk varians ved en regresjonsanalyse. Disse er med på å forstyrre regresjonsestimatet siden regresjonen skal minimere kvadrat-summene til feilleddene. Et nytt selskap har ofte mer risiko enn et etablert selskap. Dette kan skyldes at selskapet er lite diversifisert. Med tiden er det rimelig å tro at slike selskaper vil for eksempel utvikle nye produkter, slik at de kanskje endrer sin systematiske risikoen.

Betaverdien er relativ konstant i et kort tidsvindu, men over et lengre perspektiv vil den som regel endre seg noe. Dette vil gjøre at regresjonsestimatene blir forventingskjeve. Mange empiriske studier av kapitalverdimodellen (versjonen til Sharpe 1964 og Litner 1965) har antatt at betaverdien er konstant med tiden (Jagannathan & Wang 1996). Siden bedriftens kontantstrømmer forventes å variere med tiden, vil dette ofte ikke være en bra antakelse. I nedgangstider vil typisk bedrifter med høy gjeldsrate oppleve at deres betaverdi blir veldig høy. Dette skyldes at bedriften kan komme i økonomiske vanskeligheter. I tillegg er det forventet at de vil oppleve reduksjon i salget siden kundene deres blir redde for at bedriften ikke kan levere service og eventuelt reklamasjon på varene sine (Grinblatt & Titman 2001). Dette kan igjen medføre at salgsprisen på deres varer og produkter blir redusert i et forsøk på å overleve nedgangstiden. Etter et fall i aksjemarkedet opplever investorene ofte at volatiliteten i aksjene deres stiger (Cochrane 1998). Dette skyldes blant annet et fenomen som kalles for ”the leverage effect”. Når aksjekursen synker, blir markedsverdien av egenkapitalen mindre. Dermed øker gjeldsgraden til selskapet, noe som også øker egenkapitalbetaverdien (se likning 2.22).

Arg & Chen (2005) foreslår at betaverdien kan følge en *stasjonær autoregressiv prosess*:

$$\beta_{t+1}^{i} = \varphi_0 + \varphi_1 \beta_t^i + \varepsilon_t^i \qquad (2.23)$$

der;

β_t^i er betaverdien ved tidspunkt t.

φ_0 er en konstant

φ_1 er den andelen av forrige periodes betaverdi som påvirker dagens betaverdi

ε_t^i er *white noise* (WN(0,σ^2)).

Det forutsettes her at φ_1 må være mindre enn 1 i absolutt verdi, for ellers blir ikke modellen *stasjonær*, og betaverdien vil da *eksplodere* (Brooks 2002). I følge Gomes, Kogan & Zhang (2003) skal denne konstanten være cirka 0,98 hvis vi ser på månedlig avkastning. AR(1)-prosessen er da en sakte mean reverting prosess.

Den autoregressive modellen kan brukes til å prøve å predikere hva den framtidige betaverdien skal være siden den går mot sin ubetingete verdi (Tsay 2005). Problemet er at for enkelt aktiva er modellen ganske ustabil i forhold til *porteføljebeta*, som var det Arg & Chen (2005) laget modellen for. For å teste hvor god denne prediksjonen kan være for en aksje, ble 20 amerikanske aksjer testet for om de hadde en *autoregressiv prosess* (en liste over disse selskapene ligger i Appendiks C4). Resultatet var de fleste hadde en signifikant AR-koeffisient, men problemet var at residualene til alle selskapene ikke var *white noise*. Siden de ikke var det, kan ikke denne modellen brukes til en prediksjon for framtidig betaverdi (Mills 1999).

Siden betaverdien til et aktivum kan endre seg, betyr det at enten kovariansen mellom markedsporteføljen og aktivumet, eller variansen til markedet kan endre seg. Aksjekurser beveger seg *intradag* slik at variansen og kovariansen i likning (2.03) vil endre seg fortløpende.

Disse endringene kan estimeres ved å bruke for eksempel *multivariat GARCH* modeller. For å vise hvordan betaverdien til det store, amerikanske oljeselskapet, Chevron endrer seg med tiden, kan en EWMA-model (Tsay 2005) brukes. EWMA står for Exponentially Weighted Moving Average. I denne modellen (for kapitalverdimodellen) får man en 2x2 matrise som inneholder variansen til aktivumet og markedet, samt kovariansen mellom disse. Gitt at antall observasjoner er stort nok får man følgende likninger:

$$\sigma_{i,t}^2 = (1-\lambda)r_{i,t-1}^2 + \lambda\sigma_{i,t-1}^2 \tag{2.24}$$

$$\sigma_{m,t}^2 = (1-\lambda)r_{m,t-1}^2 + \lambda\sigma_{m,t-1}^2 \tag{2.25}$$

$$\sigma_{im,t}^2 = (1-\lambda)r_{i,t-1}r_{m,t-1} + \lambda\sigma_{im,t-1} \tag{2.26}$$

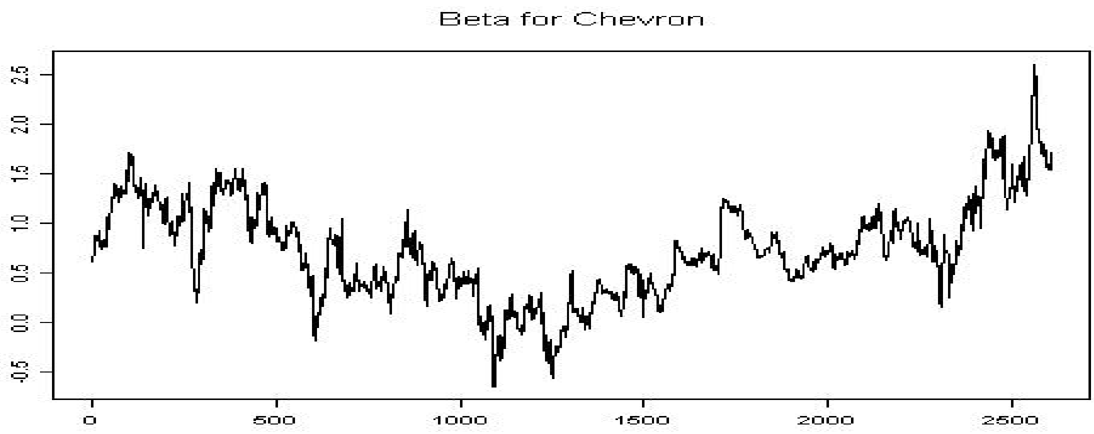
der;

$r_{i,t-1}^2$ er *proxyvariabelen* for volatiliteten i forrige periode.

$r_{i,t-1}r_{m,t-1}$ er *proxyvariabelen* til kovariansen i forrige periode.

λ er en glattingskoeffisient (smoothing coefficient) som ligger i intervallet $\langle 0,1 \rangle$.

Figur 2.05 viser hvordan betaverdien til Chevron endrer seg fra 1.1.1996 til 31.12.2005. (Betaverdien har blitt estimert med daglige observasjoner.)



Figur 2.05 (Betaverdier og figur generert av S-Plus)

Som figur 2.05 viser, er betaverdien til Chevron veldig varierende fra en til en annen periode. Dette er et stort problem for å kunne finne et godt betaverdiestimat for et selskaps systematiske risiko. Siden betaverdien er så varierende, er det ikke lett å si hva som er det beste estimatet. For å bøte på dette er det vanlig å anta at betaverdien er stabil i en periode og estimere på bakgrunn av det. Det kan forekomme at betaverdien ikke stabil nok, det vil si at det er et signifikant skift i betaverdien. For å kunne fange opp slike skift kan *interaksjonsvariabler brukes*, noe som det står mer om i kapittel 3.5.

2.3 Markedsporteføljen og proxyvariableproblematikk

Den teoretiske markedsporteføljen består av alle investerte aktiva der hvert aktivum er vektet etter sin egen markedsverdi mot den totale verdien av markedsporteføljen. Porteføljen inkluderer for eksempel investeringer i eiendom, næringslivet, human kapital og mye mer.

2.3.1 Den teoretiske markedsporteføljen

Problemet er å finne hva den virkelige markedsporteføljen er. Det er vanskelig å inkludere aktiva som ikke er indeksert, i form av for eksempel en aksje eller obligasjon. Mange selskaper ikke er registrert på børs, slik at det vanskelig å få disse med i porteføljen. Dette skaper et problem for å kunne identifisere den teoretiske porteføljen. Jagannathan & Wang 1993 hevder at den virkelige markedsporteføljen kan ikke bli definert på grunn av det er ikke mulig å verdsette alle aktivaene i verdensmarkedsporteføljen. Selv om mange investorer er klar over dette problemet, brukes gjerne en aksjeindeks som *proxyvariabel* for markedsporteføljen. Dette kan medføre at noen investerte aktiva ikke blir fanget opp i indeksen, som for eksempel human kapitalen. Hvis man bruker en *proxyvariabe*l som ikke korrelerer tilstrekkelig nok med den uobserverbare, teorietiske markedsporteføljen, kan betaverdien bli et skjevt estimat.

Anta at vi ønsker å estimere betaverdien til en aksje mot den teoretiske markedsporteføljen. Det vi trenger da er en proxyvariabel for denne porteføljen. Markedsporteføljen (R_m) kan ikke observeres, men vi har en aksjeindeks (I) som vi tror korrelerer sterkt med R_m. Vi kan dermed bruke aksjeindeksen som en proxyvariabel for markedsporteføljen.

På likningsform blir dette:

$$R_m = \delta_0 + \delta_1 I_m + v_m \qquad (2.27)$$

der;

δ_0 og δ_1 er konstanter som blir bestemt ved en regresjon.

v_m er feilleddet som oppstår på grunn av at I_m og R_m ikke er eksakt korrelerte.

For at estimatene våre skal være konsistente må de tilfredsstille to krav (Wooldrigde 2003):

1) ε_i fra (2.16) skal være ukorrelert med den forklarende variabelen, R_m. Dermed skal ikke *proxyvariabelen* ha noen forklaringskraft i (2.16) utover det som R_m har. Dette skyldes at vi har fått med effekten av R_m, slik at det ikke gjenstår noe som *proxyvariabelen* skal forklare. Dermed skal ε_i være ukorrelert med I.
2) Feilleddet v_m skal være ukorrelert med I.

Det finnes forskjellige syn omkring *proxyvariabelproblemet*. Stambaugh (1982) undersøkte sensitiviteten i forbindelse med tester ved valg av ulike *proxyvariabler*. Han brukte blant annet en aksjebasert indeks, en aksje- og obligasjonsbasert indeks, og en aksje-, obligasjons- og eiendomsbasert indeks. Konklusjonen hans var at feilen med å bruke en *proxyvariabel* som ikke korrelerer fullgodt med markedsporteføljen, er liten, og den er neglisjerbar hva angår inferensproblematikken. Med andre ord hevder Stambaugh (1982) at *proxyvariabelproblemet* ikke er et empirisk, men det er et teoretisk problem.

Jagannathan & Wang (1993) bruker en likevektet aksjeindeks og lønnsvekst i arbeidsmarkedet som *proxyvariabler* for markedsporteføljen og systematikken i feilleddene. Systematikken antar de at oppstår på grunn av fravær av humankapital i markedsporteføljen. Denne løsningen antar at proxyvariabelen til markedsporteføljen ikke er god nok, slik at det gjenstår systematikk i feilleddene som humankapitalleddet skal fange opp.

I dette kapittelet har det diskutert litt omkring problemet med å finne en god *proxyvariabel* for markedsporteføljen. Dette er viktig for å forstå usikkerheten omkring modellen. En begrensing i denne oppgaven er å kun se på problematikk rundt valg av forskjellige aksjeindekser som proxyvariabel.

2.3.2 Valg av proxyvariabel

Valget av *proxyvariabel* er meget viktig for å få et godt betaverdiestimat (Koller, Goedhart & Wessels 2005). I mange tilfeller blir det ikke foretatt vurderinger av hvilken aksjeindeks som skal brukes. Man bør bruke en aksjeindeks som er likevektet av alle bransjene i verden (Koller, Goedhart & Wessels 2005). Dette er under antakelse om at alle investorer er rasjonelle og veldiversifiserte. Problemet er at ved bruk av en lokal markedsindeks måles risikoen til selskapet opp mot de andre lokale selskapene. Dersom indeksen har en overvekt av en bransje, vil det medføre at risikoaspektet til en vilkårlig aksje blir skjev i en eller annen retning. Man måler her betaverdien i forhold til selskapets sensitivitet til den/de aktuelle industrien(e). Denne indeksen skal jo representere alle investerte aktiva, men ved å ha en overvekt av noen bransjer, vil ikke antakelsen holde. For å unngå dette problemet foreslår Koller, Goedhart & Wessels (2005) å bruke en verdensmarkedsportefølje. *Morgan Stanley Capital International World indeks* (MSCI World) kan være et godt alternativ å bruke.

I mange tilfeller kan det være mer korrekt å bruke en verdensmarkedsportefølje, men det finnes unntak. Et problem er at investorer ofte har en skjev porteføljesammensetning som er overvektet av nasjonale aktiva. Dette kan helle mot å bruke en lokal indeks eller en kombinasjon mellom en lokal og en internasjonal indeks. Bergundhaugen & Fearnley (2005) undersøkte graden av hjemmefavorisering i verdenssammenheng fra 1995 til 2005. Trenden av denne favoriseringen er avtakende i perioden. Dette impliserer (kanskje) at investorene i framtiden også vil investere mer i utenlandske aktiva. Det er viktig å legge merke til at hjemmefavorisering er et brudd på kapitalverdimodellens antakelser. Investorene skal være rasjonelle, noe som de ikke blir siden de velger en lavere *sharperate* enn det de kunne ha oppnådd av å investere mer internasjonalt (Bergundhaugen & Fearnley 2005). I denne oppgaven vil fokus være å anta at investorene er rasjonelle slik at hjemmefavoriseringsargumentet ikke gjelder.

2.3.3 Er en lokal indeks en god proxyvariabel for markedsporteføljen?

Man kan teste om en hjemlig indeks kan brukes for en veldiversifisert investor ved å kjøre en regresjon mot en verdensmarkedsportefølje (under antakelse at valget av verdensmarkedsporteføljen er et konsistent estimat på den teoretiske porteføljen). For en norsk investorer er det viktig å få kartlagt om man kan bruke en lokal indeks som for eksempel OBX-indeksen, som er en indeks for de 25 største selskapene på Oslo Børs. Teoretisk sett er OBX overvektet av energiselskaper noe som kan medføre at den ikke er valid for en veldiversifisert investor. Dersom OBX-indeksen skulle være en god *proxyvariabel* for verdensmarkedsporteføljen, vil OBX-indeksen følge variasjonen i avkastningene til MSCI World bra. Man kan teste dette ved å bruke MSCI World som en forklarende variabel til OBX-indeksen. Regresjonslikningen blir da:

$$OBX_t = \beta_0 + \beta_1 MSCI\_World_t \qquad (2.28)$$

Den initiale nullhypotesen og den alternative hypotesen er:

H_0: $\beta_1 = 1$,

H_A: $\beta_1 \neq 1$.

```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =     125
-------------+------------------------------           F(  1,   123) =   77.69
       Model |  .228687287     1  .228687287           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  .362070441   123  .002943662           R-squared     =  0.3871
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.3821
       Total |  .590757727   124  .004764175           Root MSE      =  .05426

------------------------------------------------------------------------------
      dlnobx |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
     dlnmsci |   .8028032   .0910819     8.81   0.000     .6225122    .9830943
       _cons |    .007614   .0048708     1.56   0.121    -.0020273    .0172554
------------------------------------------------------------------------------
```

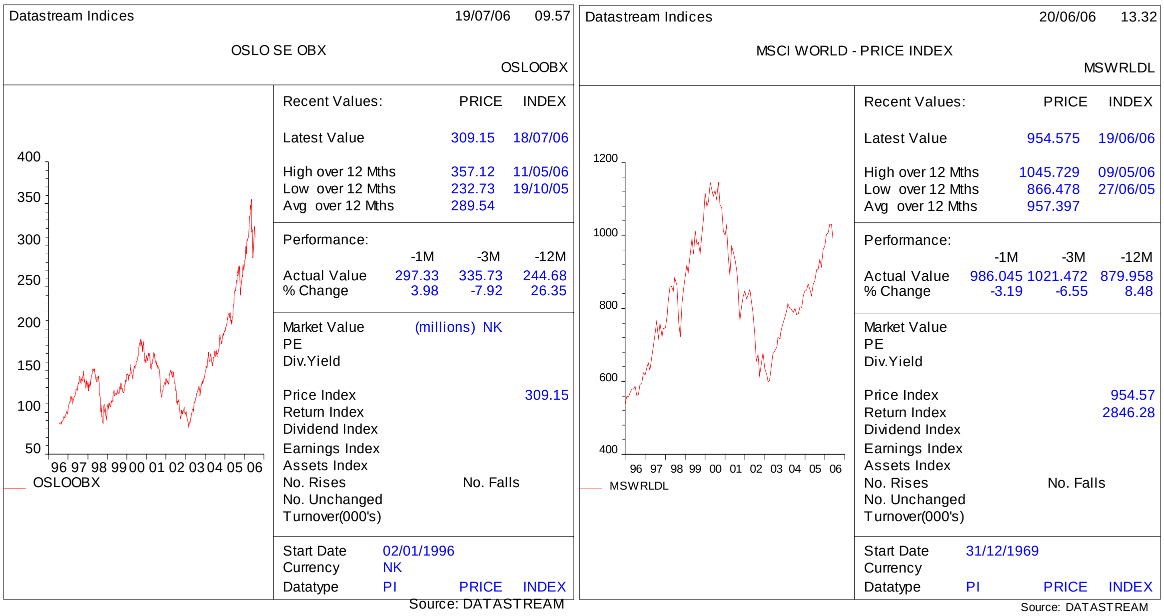
Utskrift 2.01

Betaverdien til OBX blir bare 0,80, noe som er betraktelig mindre enn 1. For å vurdere om den er signifikant mindre, må vi teste ved hjelp av en t-test:

$$t - verdi = \frac{\hat{\beta}_{estimat} - \beta_{H_0}}{\sqrt{Var(\beta_{MSCI-World})}} = \frac{0,8-1}{0,089} = -2,25 \qquad (2.29)$$

t-testen viser at betaverdien er signifikant mindre enn en. Dette impliserer at aksjene i OBX samlet sett har lavere betaverdi enn MSCI World. Verdensmarkedsporteføljen skal jo ha en betaverdi på 1. Dermed ser det ut som om OBX ikke er en tilfredsstillende *proxyvariabel* for verdensmarkedsporteføljen (gitt at MSCI World er en god *proxyvariabel* for den uobserverbare markedsporteføljen).

Dette trenger ikke nødvendigvis å være helt rett. Oslo Børs er veldig sensitiv til oljeprisen noe som kan forstyrre betaverdiestimatet. På slutten av 1990-tallet var oljeprisen lav, mens verdensøkonomien var sterk. Det medførte lavere avkastning på Oslo Børs enn resten av verden samlet sett. Fra sommeren 2002 begynte oljeprisen og stige mye, samtidig med at verdensøkonomien i samme periode var god.



Figur 2.06

For å gjøre en litt grundigere vurdering om hvorvidt OBX-indeksen er en god *proxyvariabel*, kan man kjøre en test om helningen på betaverdien er den samme i hele perioden. Dette kan testes ved hjelp av en *interaksjonsvariabeltest*. Det genereres her en dummyvariabel med verdi en fra 1996 til juli 2002 og null ellers. Denne dummyen blir ganget med MSCI World for å få en *interaksjonsvariabel* (mer om *interaksjonsvariabler* i kapittel 3.5.).

$$OBX_t = \beta_0 + \beta_1 MSCI\_World_t + \beta_2 Interaksjonsvariabel_t + \beta_3 Dummy_t \qquad (2.30)$$

Den initiale nullhypotesen og den alternative hypotesen er

H_0: $\beta_2 = 0$,

H_A: $\beta_2 \neq 0$.

```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =     125
-------------+------------------------------           F(  3,   121) =   29.18
       Model |  .247966835     3  .082655612           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  .342790892   121  .002832983           R-squared     =  0.4197
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.4054
       Total |  .590757727   124  .004764175           Root MSE      =  .05323

------------------------------------------------------------------------------
      dlnobx |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
     dlnmsci |   1.018445   .1313321     7.75   0.000     .7584383    1.278451
interaksjo~r |  -.3546007   .1826026    -1.94   0.054    -.7161108    .0069094
       dummy |  -.0156074   .0097554    -1.60   0.112    -.0349208     .003706
       _cons |   .0174993   .0069266     2.53   0.013     .0037862    .0312124
------------------------------------------------------------------------------
```

Utskrift 2.02

Først er det naturlig å beregne de forskjellige betaverdiene. Betaverdien fra 1996 til sommeren 2002 er 0,6638 (1,0184-0,3546), mens betaverdien fra sommeren 2006 er 1,0184 som ikke er signifikant forskjellig fra 1. (Noen kan undre seg over hvorfor betaverdien den siste tiden ikke er signifikant større enn 1 siden OBX har utviklet seg bra i denne perioden. Ved å investere i OBX, ville man ha oppnådd en meravkastning, noe som forklarer hvorfor OBX har gjort det bedre enn MSCI World.)

Ut i fra denne undersøkelsen, kan det se ut som at feilen ved å bruke *OBX* som *proxyvariabel*, er liten for de siste fem årene. Utskrift 2.02 viser likevel at man bør være forsiktig ved å bruke denne indeksen for å estimere betaverdien. Å kjøre en regresjon fra for eksempel 1996 til sommeren 2002 ville betaverdien for en veldiversifisert investor blitt feil. Betaverdien til OBX ble i perioden estimert til kun 2/3 av MSCI World. Dette resultatet heller mot å bruke en verdensmarkedsbasert indeks.

2.4 Risikofri rente

Valget av risikofri rente er også et diskutert tema. Enkelte mener det mest korrekte er å bruke korte renter, mens andre mener bruk av lengre er bedre. I følge Koller, Goedhart & Wessels (2005) bør en ti års statsobligasjon brukes når man skal lage et avkastningskrav for et selskap.

2.4.1 Problematikk omkring valg av løpetid på renten

Vi lever i et globalisert samfunn der vi kan kjøpe obligasjoner på tvers av landegrensene. Rentene på disse er forskjellige siden land har ulik inflasjon. I følge teorien skal forventningshypotesen og renteparitet sørge for at avkastning på obligasjoner blir lik uansett hvilket land som man investerer i (Bodie, Kane & Marcus 2005). I følge Cochrane (1998) er dette kun tilfelle dersom man har et lengre perspektiv. I artikkelen hans antydet han at varigheten måtte være på minst fire år før dette gjaldt.

Ved å anta en lengre horisont kan problemet med ugyldigheten med teorien i forhold til virkeligheten løses. Dette kan helle mot å bruke en lengre horisont, slik at teorien stemmer med det som observeres. Dessuten er stort sett alle bedrifter langsiktige noe som også peker mot å tillate en lengre horisont som for eksempel ti år, som er det amerikanske lærebøker prefererer. Et annet argument for å bruke en lengre horisont er at bedrifter som trenger finansiering i form av gjeld (dersom de får det), vil foretrekke å ha en lang løpetid på obligasjonene sine.

2.4.2 Kan man estimere kapitalverdimodellen uten risikofri rente?

For å belyse denne problemstillingen kan man kjøre en regresjon ved bruk av kapitalverdimodellen og indeksmodellen for å se på hvor stor forskjellen mellom disse modellene er.

Indeksmodellen kan skrives som:

$$R_i = a + R_m b_{im} + u_t \qquad (2.31)$$

der;

$$a = R_f(1-\beta_{im}) + \alpha \qquad (2.32)$$

α er meravkastning utover systematisk avkastning

I denne oppgaven ble det gjort en undersøkelse av 25 selskaper fra Oslo Børs (se Appendiks C1). Resultatet av undersøkelsen ble at indeksmodellen hadde en tendens til å overestimere betaverdien med 0,23 prosent gjennomsnittlig i forhold til kapitalverdimodellen.

Årsaken til at det er forskjeller mellom indeksmodellen og kapitalverdimodellen er at renten er stokastisk. Dersom den hadde vært konstant, ville begge modellene gitt samme estimat. På grunn av at renten endrer seg normalt sett mye langsommere enn aksjemarkedet, vil renten være nokså stabil slik at den blir nærmest en konstant. Dette er grunnen til at indeksmodellens betaverdi er ganske lik kapitalverdimodellens betaverdi. Med andre ord kan man under normale økonomiske forhold, hevde at det blir konsistent å bruke indeksmodellens betaverdi som estimat på kapitalverdiens betaverdi.

For å forenkle regresjonene i denne oppgaven er det mer hensiktsmessig å bruke indeksmodellen framfor kapitalverdimodellen.

3. Estimerings- og korreksjonsproblematikk

Før man skal estimere en betaverdi til en bedrift, er det viktig å vurdere om den betaverdien som genereres i en regresjon, er brukbar for vårt fremtidige estimat av betaverdien. Dette kan gjøres gjennom strategisk regnskapsanalyse (regnskapsanalyse og strategisk analyse). En regnskapsanalyse tar relativt kortere tid enn en strategisk analyse som fort kan bli ganske krevende hvis man ikke kjenner markedet og selskapet**.** Begge analysene er sentrale for å kunne bestemme hvorvidt vårt estimat basert på historiske data er et bra framoverskuende estimat.

For selve estimeringen sin del er det viktig at dataene er økonometrisk gode. Det skal ikke være problemer med *ikke-stasjonæritet*. Avkastningstallene skal per antakelse være stasjonære (se kapittel 2.1.4), noe som de som regel er, men det kan likevel forekomme deterministiske trender i avkastningsseriene. Et annet problem som kan oppstå, er at betaverdier ikke er konstante nok over tidsperioden som brukes. Dette er noe som bør tas hensyn til.

3.1 Regnskapsanalyse

Gjennom en regnskapsanalyse finner man ut hvordan bedriften har gjort det historisk. Analysen kan man avdekke forhold som kan være av viktig betydning for estimeringen av betaverdien.

3.1.1 Viktige punkter i en regnskapsanalyse

For å få større innsikt i hvordan bedrifter har operert både på det operasjonelle og finansielle planet, kan disse punktene vurderes (Penman 2003):

- Man bør omgruppere årsregnskapet for å se hva som har generert selskapets kontantstrømmer. Det er viktig å skille mellom normale og unormale resultat for det er det normale resultatet som har betydning for framtiden. (Hvis det har vært unormale resultat kan det være hensiktsmessig å legge til enten en dummy- og/eller en *interaksjonsvariabel*.)

- Ved å sette opp en kontantstrømoppstilling vil man se hvor bedriften får penger fra. (Dette kan avsløre juks i regnskapsføringen slik at verdien av selskapet kanskje er overdrevet høy).
- Måltallsanalyse kan bli benyttet for å avdekke underliggende økonomiske forhold i selskaper. Likviditetsanalyse, solidaritetsanalyse, rentedekningsgrad, driftsrentabilitet, egenkapitalrentabilitet er noen av de vanligste måltallene som mange bruker. (Disse måltallene gir en indikasjon på hvordan selskapet har operert, om selskapet har gjort omstillingsprosesser og lignende.)
- Bruken av vekst- og trendanalyse kan fortelle om for eksempel selskapet har gått fra å være et vekstselskap til et mer stabilt selskap.

Ved å analysere regnskapstallene får man større innsikt i hvordan bedriften har gjort det i tidligere år. Dessuten ser man hva som har generert verdier for selskapet. Kanskje klarer man å kartlegge essensielle faktorer som har stor betydning for selskapet. Man kan også få innsikt om hvordan betaverdien kan estimeres. Problematikk om hvilken tidsperiode, som brukes i en regresjon, kan også bli besvart ved en regnskapsanalyse. Dersom det er store endringer i selskapet, kan det være aktuelt å benytte *interaksjonsvariabler* når betaverdien skal estimeres. Ved å inkludere slike variabler i en regresjon tillates betaverdien å endre seg over tidsperioden, mer om dette i kapitel 3.5.

Stort sett er selskaper ganske stabile over tiden slik at den operasjonelle risikoen ikke endrer seg så mye. Dette er jo avhengig av om selskapet opererer i en syklisk bransje eller ikke. Dersom det er i en syklisk bransje, er det ventet at prisen som selskaper får for sine produkter vil variere mye med tiden. For selskaper som er stabile, kan det være nok å kun se på endringen i den finansielle risikoen for å analysere eventuelle endringer i betaverdien. Selv om selskaper er stabile, kan estimeringen av betaverdier til disse selskapene være feil. Dette kan skyldes eierskapets påvirkning av betaverdien, mer om dette i kapittel 3.1.4 eller andre faktorer.

3.1.2 Debt/Equity-raten

En analyse ved bruk av likning (2.22) er veldig komplisert. I analysesammenheng er det vanlig å anta at verdien av selskapet (V_A) er lik verdien av operasjonell virksomhet, *skatteskjold* og konkurskostnader. Gjeldsbetaverdien fra likning (2.22) er det også vanlig å anta er lik null siden denne som regel er ganske liten (Koller, Goedharth & Wessels 2005).

Ved å gjøre disse forutsetningene reduseres likning (2.22) til:

$$\beta_e = \beta_a \, (1+\frac{D}{E}) \qquad (3.01)$$

der;

β_a er betaverdien til V_a.

$V_a = V_u + V_{txa} + V_{bc}$ (se likning (2.22)).

Det introduseres en usikkerhet hvis disse antakelsene tas**.** Dersom man derimot inkluderer verdien av operasjonell virksomhet, *skatteskjoldet* og konkurskostnadene, blir det veldig komplisert å analysere (3.01). Dette heller kanskje i retning av å gjøre analysen enkel.

Likning (3.01) sier implisitt at det er viktig at gjeld (D) over egenkapital (E) raten (D/E-raten) er konstant over perioden for ellers blir betaverdiestimatet feil. Dette kan enkelt testes ved å beregne D/E-raten til selskapet over hele estimeringsperioden. Hvis man tar dette alt for bokstavelig, vil man antakeligvis ikke kunne estimere noen betaverdier over en lengre periode. Så lenge forholdet mellom gjeld og egenkapital ikke endrer seg for mye, kan det være tilfredsstillende å bruke tidsserien.

3.1.3 Eksempel: Pan Fish

Ved å beregne D/E-rater for de årene som analyseres, vil man se om det er plausibelt å bruke regresjon på tallmaterialet eller ikke. Man kan også avdekke for hvilke år som det er naturlig å innlemme *interaksjonsvariabler* for. Pan Fish er et selskap som har hatt store finansielle problemer (Årsrapporter av Pan Fish 2001 til 2005), noe som denne
D/E-raten viser i tabell 3.01.

Pan Fish	**2001**	**2002**	**2003**	**2004**	**2005**
Markedsverdi egenkapital	2 518 919 915	39 534 209	656 827 634	934 278 405	2 891 485 512
Markedsverdi gjeld	5 649 000 000	5 404 900 000	2 838 530 000	2 000 869 000	1 600 296 000
D/E	2.24	136.71	4.32	2.14	0.55

Tabell 3.01 (Tall hentet fra Årsrapportene til Pan Fish fra 2001 til 2005)

Man kan se ganske fort at en regresjon på hele perioden uten *interaksjonsvariabler* vil medføre at betaverdien ikke blir forventningsrett. Dette skyldes at det er så store endringer over hele perioden. Siden variasjonen i D/E-raten er så stor, bør man kanskje ikke bruke *interaksjonsvariabler* heller. Ratene for D/E viser ganske klart at det er et skift for hvert år og da blir det naturlig å tro at betaverdien er forskjellig i hvert av disse årene. Valget kan da bli å bruke en kortere periode for estimeringen. Mer av valg av tidsperiode kommer senere i kapitlene 3.4 og 3.5. Grunnen til at det kan være hensiktsmessig å kun se på det siste året, er at svingningene er så store, noe som kan gjøre et estimat over fem år på betaverdien til selskapet dårlig.

3.1.4 Eierskapsfordelingsanalyse

Dette kan være en viktig analyse. Enkelte bedrifter har en dominerende eier som har over femti prosent av selskapet. Dersom dette er tilfelle, vil det antakeligvis få betydning for hvordan aksjen til selskapet svinger. Det optimale i følge Bøhren (2005) er at det er en stor eier som kontrollerer cirka førti prosent av selskapet. Avkastningen til selskaper på Oslo Børs har tendert til å være størst når det finnes en så stor eier. En stor investor har intensiv til å overvåke selskapet godt. Investoren vil ha god avkastning igjen for sin investering. Siden investoren er så stor har denne personen god innflytelse på styret av selskapet slik at styret er fokusert på lønnsomhet. Andre mindre investorer kan bruke den informasjonen som den store eieren skaffer seg, til avgjøre deres egen skjebne i selskapet. Dersom det er en eier som eier over femti prosent, vil andre, store investorer ha aversjon mot å investere i selskapet. Dette kan føre til at selskapets eierstruktur blir preget av mange små investorer pluss den ene store. En av årsakene til at det er mange små investorer kan være at det blir lettere å trekke kapitalen sin ut av selskapet dersom selskapet ikke leverer det de bør. Slike aksjer har en tendens til å være veldig volatile selv om mange av dem er stabile selskaper. I tillegg kan de være store og lite utsatt for konkursmuligheter. Dermed kan det hende at det skapes en ”kunstig” volatilitet i aksjen i forhold til sammenlignbare selskaper i samme bransje. Med kunstig volatilitet menes at aksjen svinger mer enn andre tilsvarende selskaper. Siden volatilitet er en inputfaktor i kovariansen mellom markedet og aksjen (se likning (2.15)), kan dette få betydning for fastsettelsen av betaverdien. Eksempel 3.1.5 illustrerer viktigheten av dette.

3.1.5 Eksempel: eierskapsfordelingsanalyse av Aker Kværner

Aker ASA eier 50,01 prosent av Aker Kværner noe som gjør at selskapet ikke blir så ettertraktet av andre store investorer siden de kan bli utnyttet som minoritetsaksjonærer. I tabell 3.02 ser man at det ikke er noen store eiere utenom Aker ASA.

20 største aksjonærer
Per 22. februar 2006

Beholdning	Andel (%)	Navn
27 520 930	50,01	Aker ASA
3 724 941	6,77	Morgan Stanley
1 424 025	2,59	JP Morgan
1 325 894	2,41	State Street Bank
1 280 742	2,33	JP Morgan
1 156 100	2,10	Fidelity Funds
1 040 412	1,89	The Northern Trust
865 800	1,57	Third Avenue International
857 676	1,56	JP Morgan
787 119	1,43	Goldman Sachs
557 260	1,01	JP Morgan
458 840	0,83	UBS AG
374 098	0,68	Morgan Stanley
370 200	0,67	JP Morgan
344 956	0,63	Vital Forsikring ASA
330 000	0,60	Capitalista S.P.A.
320 619	0,58	Bear Stearns Securities
286 481	0,52	State Street Bank
265 959	0,48	Clearstream Banking
241 255	0,44	Mellon Bank AS

Tabell 3.02 (Tabell hentet fra Årsrapporten til Aker Kværners for 2005)

Dette kan være med på å skape unødvendig mye volatilitet i aksjen. Hvis Oslo Børs går mye ned, vil ofte Aker Kværner gå enda mer ned enn andre sammenlignbare selskaper. Dette skyldes trolig at kjøpersiden til aksjen forsvinner, og verdien av selskapet faller mye og fort. Det samme skjer ofte den motsatte veien (få selgere). Dermed blir det en slags unaturlig volatilitet i selskapet noe som er med på å skape en høyere betaverdi enn nødvendig. En estimering av denne betaverdien basert på historiske avkastningstall av aksjen blir ikke nødvendigvis feil. Dersom man er en personlig investor (eventuelt institusjon) blir ikke betaverdien feil. Dette skyldes at investoren bruker et høyere avkastningskrav på grunn av at Aker ASA eier så mye i Aker Kværner**.** Dersom en bedrift skal kjøpe opp Aker Kværner, vil jo ikke den betaverdien som er blitt estimert på historiske tall være korrekt. Denne betaverdien vil ta med usikkerheten omkring hvordan en dominerende eier vil styre selskapet slik at betaverdien kan bli for høy. Ved oppkjøp av for eksempel Aker Kværner bør heller en *industribeta* brukes som mål for den systematiske risikoen til selskapet.

3.2 Strategisk analyse

For å få forståelse for hvordan et selskap oppfører seg i framtiden, er man nødt til å analysere bedriften i forhold til dens interne ressurser og markedet. Dette må gjøres fordi man ikke vet om bedriften kommer til å fortsatt være stabil eller om den vil endre sin produktportefølje betraktelig. Konkurrenter kan komme inn på markedet og presse ned marginene for de eksisterende aktørene. Det er derfor viktig å analysere bedriften ved hjelp av både intern- og eksternanalyse.

3.2.1 Internanalyse

Hensikten med internanalyse er å skaffe oversikt og forståelse for selskapets ressurser, og hvordan disse er med på å skape konkurransefortrinn. En bedrift har et konkurransefortrinn når de oppnår bedre avkastning enn gjennomsnittsavkastningen i markedet (Hill & Jones 2004). Bedre lønnsomhet skyldes at bedriften er flinkere til å skape verdier. Et nyttig verktøy for å analysere dette, er SVIMA-analysen.

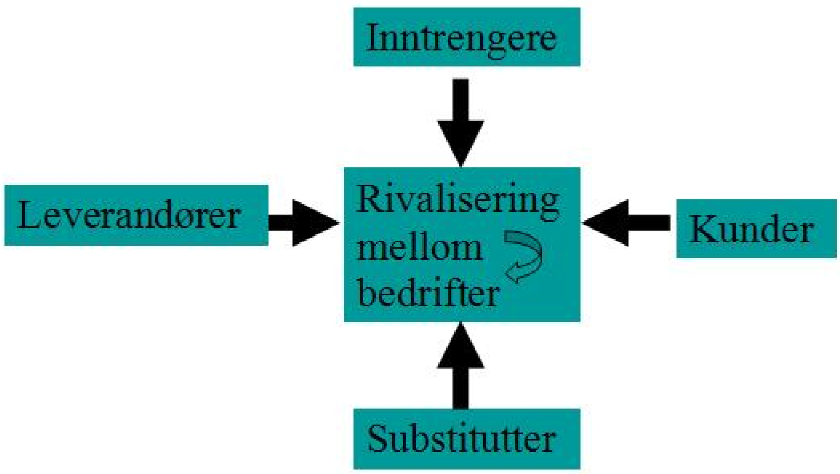
SVIMA-analyse (Fossum, Mundal, Fidje & Haukass 2005) går ut på å identifisere om selskapet har ressurser med disse egenskapene:

- **S**jelden: Hvis konkurrentene ikke har ressursen, i lik mengde og kvalitet.
- **V**iktig: Dette kan for eksempel bety at ressursen har effekt på kundenes betalingsvilje eller på bedriftens kostnader.
- **I**kke imiterbar: Det skal ikke være mulig for konkurrenter å kopiere ressursen eller at de kan substituere den.
- **M**obiliserbar: Ressursen må være mulig å ta i bruk, og den må brukes intensivt. Bedriften må kunne bruke ressursen til å skape økonomisk verdi av den.
- **A**ppropierbar: Den økonomiske verdien som skapes av ressursen må være til fordel for bedriften, og ikke tilfalle andre, som for eksempel egne ansatte, kunder, leverandører eller andre eksterne aktører. Hvis man snakker om ekspansjonsanalyser, bør fokuset være på ressursers overførbarhet til et nytt produkt.

For at ressursene skal kunne skape konkurransefortrinn bør de tilfredsstille helst alle av disse punktene. Hvis ikke alle tilfredsstilles, vil kanskje konkurransefortrinnet bare være midlertidig. (Se Appendiks C2 for fullstendig oversikt over SVIMA-testen.)

3.2.2 Eksternanalyse

Eksternanalyse brukes for å identifisere strategiske muligheter og trusler for bedriften. Både makro- og mikroøkonomiske årsaker vil spille inn på en bedrifts eksistens, og man ønsker å kartlegge dette, for eksempel ved bruk av Porters modell om de fem konkurransekreftene. Porter fremhever fem krefter som virker inn på konkurransesituasjonen (Hill & Jones 2004); intensiteten i rivaliseringen mellom etablerte bedrifter, risikoen for konkurrerende inntrengere, hvor nære bedriftens substitutter er, forhandlingskraften til kundene og forhandlingskraften til leverandørene. Porter mener at jo sterkere disse kreftene er, jo mer begrenset er mulighetene til å kunne øke prisene og profitten.



Figur 3.01

En bedrifts markedsmakt er påvirket av rivaliseringen mellom bedriftene i markedet de operer i, samt fire andre krefter; leverandører, inntrengere, kunder og substitutter.

3.2.3 Konklusjon

Etter at en strategisk analyse av selskapet er gjennomført, bør man avgjøre om selskapets risiko er den samme i den neste perioden som regresjonsperioden. Hvis man finner klare bevis for at dette ikke er tilfelle bør ikke regresjonsbetaverdien brukes. Det kan likevel bli konsistent å bruke regresjonsbetaverdien framfor for å estimere en *industribeta* dersom man tror at endringen er minimal.

3.3 Korreksjon for deterministiske trender

En ting mange tidsserier har til felles, er at de har en deterministisk trend, det vil si at de har en tendens til å vokse med tiden. *Spuriøse* sammenhenger kan inntreffe dersom dette er tilfelle (Wooldrigde 2003). Dette kan medføre at man tror at en endring i den ene variabelen, vil medføre en endring i den andre, selv om dette reelt sett ikke er tilfelle. For avkastningstall er kanskje denne trenden mer marginal, slik at det ikke betyr så mye i den store sammenhengen. Dersom det er en trend i avkastningstallene, medfører dette at avkastningstallene ikke lenger blir *stasjonære*. Dette er et brudd på antakelsen om at avkastningstallene er uavhengige og identisk distribuert (se kapittel 2.1.4) siden forventingen ikke lenger er konstant. Den er avhengig av en tidsvariabel. Ved å utelate en trend i en regresjon får samme effekt som å utelate en variabel. Man får en forventingsskjevt estimat på betaverdien dersom avkastningen til en aksje og en tidstrend er korrelerte (Wooldrigde 2003):

$$E(\beta_{aksje}) = \beta_{aksje} + \beta_2 \mathrm{Cov}(\text{avkastningen til aksjen, tidsvariabel}) \qquad (3.02)$$

Hvis tidstrenden er sterk, kan dette resultere i et inkonsistent estimat på betaverdien. For å løse problemet med forventingsskjevhet på grunn av trenden kan en trend legges til i selve regresjonen. Variansen til tidsserien blir ikke rett ved å kun legge til en trend. Dersom man *detrender* tidsserien først, og kjører en regresjon av de *detrendete* variablene, blir variansen korrekt (Wooldrigde 2003).

En liten undersøkelse i oppgaven ble gjort for å kartlegge hvor vanlig det er med deterministiske trender i aksjekurser. 25 aksjer (samme aksjer som i kapittel 2.4.2) på Oslo Børs ble testet over en femårsperiode. Resultatet var at 6 av 25 som hadde en deterministisk trend. Dette indikerer at man bør sjekke for deterministisk trend før en regresjon av tidsseriene kjøres.

3.3.1 Metode for å korrigere for deterministiske trender

Wooldrigde (2003) foreslår en metode for å trekke ut trender fra tidsseriene.

Steg 1: *Detrend* tidsseriene ut fra regresjonene:

$i_t = \alpha_0 + \alpha_1 tid + u_t$ (3.03)

$s_t = \alpha_0 + \alpha_1 tid + v_t$ (3.04)

der;

i_t er endringen i logaritmen til indeksprisen (avkastningen på indeksen).

α_0 og α_1 er konstanter bestemt ved en regresjon

s_t er endringen i logaritmen til aksjeprisen (avkastningen på aksjen).

Lagre residualene til de to regresjonene til s_t^* og i_t^*.

Ved å bruke flere forklaringsvariabler, for eksempel bruke potenser av tid med forskjellige eksponenter eller bruke en eksponential funksjon, vil man typisk kunne oppnå en bedre tilpasning enn ved å bruke kun en lineær trend. Det er derfor viktig å være forsiktig nå en trend skal legges til, og i følge Wooldrigde (2003) bør man bruke kun en enkel trend som fanger opp de større bevegelser i den avhengige variabelen.

Steg 2: Regresser betaverdien:

$s_t^* = \beta_0 + \beta_1 i_t^* + e_t$ (3.05)

der;

β_1 er betaverdien til aksjen etter *detrendingen.*

3.3.2 Eksempel: DNO-aksjen

I dette eksempelet blir avkastningstallene til DNO og MSCI World med månedlige observasjoner fra januar 2001 til og med desember 2005 brukt. Hensikten er å finne ut om DNO har en deterministisk trend og *detrende* tidsserien dersom den har det.

```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      59
-------------+------------------------------           F(  2,    56) =    6.28
       Model |  .189879998     2  .094939999           Prob > F      =  0.0035
    Residual |  .846302773    56   .01511255           R-squared     =  0.1832
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.1541
       Total |  1.03618277    58   .01786522           Root MSE      =  .12293

------------------------------------------------------------------------------
      dlndno |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
     dlnmsci |   .6461841   .3099174     2.09   0.042     .0253449    1.267023
         tid |   .0021144   .0009801     2.16   0.035     .0001511    .0040778
       _cons |  -.0260087   .0347688    -0.75   0.458     -.095659    .0436416
------------------------------------------------------------------------------
```

Utskrift 3.01

der;

dlndno er endringen i logaritmen til aksjekursen til DNO

dlnmsci er endringen i logaritmen til *proxyvariabelen* til verdensmarkedsporteføljen (MSCI World)

tid = {1,2,...,59}

Utskriften over viser at DNO har en signifikant trend på et 3,5 prosents signifikansnivå. Siden tiden var en signifikant forklaringsvariabel i modellen, bør serien *detrendes*. Det kjøres dermed en regresjon av dlndno som den avhengige variabelen på en tidsvariabel.

```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      59
-------------+------------------------------           F(  1,    57) =    7.76
       Model |  .124181067     1  .124181067           Prob > F      =  0.0072
    Residual |  .912001703    57   .01600003           R-squared     =  0.1198
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.1044
       Total |  1.03618277    58   .01786522           Root MSE      =  .12649

------------------------------------------------------------------------------
      dlndno |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         tid |    .002694    .000967     2.79   0.007     .0007576    .0046305
       _cons |   -.047263    .034203    -1.38   0.172    -.1157533    .0212273
------------------------------------------------------------------------------
```

Utskrift 3.02

Fra denne regresjonen trekkes residualene til modellen ut og lagres til en ny variabel, dlndno_t. Bruken av "_t" er for å understreke at serien er *detrendet*. Tilsvarende blir det for MSCI World.

Siden man har to variabler som ikke er påvirket av tiden, kan disse brukes i en regresjon.

```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      59
-------------+------------------------------           F(  1,    57) =    4.42
       Model |  .065698934     1  .065698934           Prob > F      =  0.0398
    Residual |   .84630277    57  .014847417           R-squared     =  0.0720
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.0558
       Total |  .912001704    58  .015724167           Root MSE      =  .12185

------------------------------------------------------------------------------
    dlndno_t |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
   dlnmsci_t |    .6461841   .3071868     2.10   0.040     .0310531    1.261315
       _cons |   -3.43e-12   .0158635    -0.00   1.000    -.0317661    .0317661
------------------------------------------------------------------------------
```

Utskrift 3.03

Betakoeffisienten er den samme nå som når man kjørte en regresjon med en ekstra tidsvariabel (se utskrift 3.01). Standardfeilen til den forklarende variabelen, dlnmsci_t, har mindre varians enn dlnmsci. For inferensbetraktninger bør derfor tidsserien *detrendes* framfor kun å legge til en tidstrend i regresjonen (som utskrift 3.01). Dersom man hadde kjørt en regresjon av DNO (dlndno) med markedsporteføljen (dlnmsci) som forklarende variabel, ville betaverdien være 0,836 (se Appendiks B4). Ved å bruke en tidstrend reduseres betaverdien med 0,19. Dette eksempelet fremhever hvor kritisk det er å teste for deterministisk trend.

3.4 Frekvensproblematikk

Et vanskelig spørsmål kan være å finne ut om man skal ha daglige, ukentlige eller månedlige observasjoner. Flere lærebøker, som boka til Koller, Goedhart & Wessels (2005), mener at man skal bruke månedlige data for en fem års periode. Mange har argumentert for at betaverdien ikke er stabil over fem år, noe som medfører feil estimat av betaverdier. Spørsmålet er om betaverdien er stabil nok for den perioden som brukes. Ved å bruke *interaksjonsvariabler* kan det testes om betaverdien er stabil nok, mer om dette i kapittel 3.5. En annen problemstilling angående tidsserier, er om dataene blir utsatt for finansielle hendelser som har påvirkning for variasjonen i avkastningen til aksjen. Det kan for eksempel være innsidehandel, spekulasjoner, god resultateffekt (at aksjen stiger i dagene etter at selskapet har lagt frem et godt resultat) og andre lignende hendelser. Dette kan gi direkte påvirkning for betaverdien til en aksje, spesielt mye hvis man bruker en kort estimeringsperiode. Over en lengre periode er det ventet at slike hendelser vil kansellere hverandre ut.

3.4.1 Fem minutters observasjoner

Bollerslev & Zhang (2002) brukte en hyppighet av dataene på fem minutter over en måned. De fikk problemer med *seriekorrelasjon*, noe som antakeligvis skyldes problemet med at aksjer tenderer til å ha momentum (positiv *seriekorrelasjon*). Dette problemet løses enkelt vel å tillate laggete verdier av residualene. Det er viktig å merke seg at de testet *Fama & French's flerfaktormodell*, men de hevdet at dette var sammenlignbart til å også gjelde kapitalverdimodellen (på form av likning 2.01). Grunnen til at de hevdet at dette var en bedre måte å estimere betaverdien på, var at *mean squared error* (MSE) og *mean absolute error* (MAE) ble minimert ved bruk av fem minutters data. Dessuten var også forklaringsgraden høyere.

Markedet er ikke alltid like rasjonelt slik at det kan bli påvirket av hendelser som kan medføre forventningsskjeve betaverdier. Dette kan igjen få store konsekvenser når man skal verdsette prosjekter og lignende. I noen tilfeller kan fem minutters betaverdi være bedre å bruke enn å bruke observasjoner med lavere hyppighet, men dette er kun tilfelle under forutsetning av at det er:

1. Normalperiode for aksjen
2. Normalperiode for verdensmarkedsporteføljen
3. God likviditet (mye handel)

Med en normalperiode for aksjer, menes at man ikke skal ha hendelser som kan forstyrre estimeringsprosessen til den virkelige betaverdien. Hvis et lite krakk i aksjemarkedet skjer, kan dette slå forskjellig ut for aksjen og verdensmarkedsporteføljen. Når det slike hendelser skjer, kan det inntreffe mye irrasjonell handling i markedet på grunn av investorene får panikk. Det er også viktig med betraktelig likviditet i aksjene. Dersom en aksje omsettes sjeldent, vil betaverdien til denne aksjen tendere til å være forventningsskjev i retning null siden mange av observasjonene til denne aksjen vil være null.

3.4.2 Daglige observasjoner

Mange hevder at man ikke bør bruke daglige observasjoner, siden det er *seriekorrelasjon* i residualene (Koller, Goedhart & Wessels 2005). Dette er ikke en valid begrunnelse. *Seriekorrelasjon* er jo bare et spørsmål om hvor mange lag av residualene som inkluderes i regresjonen. Dermed kan *seriekorrelasjonen* bli fanget opp, og antakelsene om variansen blir tilfredsstilt slik at man kan komme med gode inferensbetraktninger (se Appendiks A4). Seriekorrelasjon gir ikke forventingsskjeve estimat på betaverdien på grunn av at man ikke trenger å anta ingen korrelasjon av residualene for å beregne en betaverdi (Wooldrigde 2003). Forskjellen mellom daglige og fem minutters observasjoner er at man kommer med en tilleggsantakelse om at betaverdien er relativ stabil over en lengre periode (Lewellen & Nagel 2003). Bollerslev & Zhang (2002) fant at betaverdien varierer fra måned til måned slik at antakelsen om at betaverdiene er konstante for kvartalsbaserte daglige observasjoner ikke holder. En annen fallgruve er at man må ta de samme antakelsene som nevnt for fem minutters beta. Dersom disse er tilfredsstilt, er det ingenting i veien for å bruke daglige observasjoner.

For å se på variasjonen til betaverdier med daglige observasjoner (i et kvartal), har betaverdien til fem store oljeselskap (i verdenssammenheng) blitt estimert. (Disse fem selskapene ble valgt på bakgrunn av at de skulle være effisient priset.) Resultatet ble likevel at det var ganske stor variasjon innen betaverdiene avhengig av hvilken periode som man velger. Dette gjør usikkerheten omkring betaverdiestimatet stor.

Selskap	q2003-3	q2003-4	q2004-1	q2004-2	q2004-3	q2004-4	q2005-1	q2005-2	q2005-3	q2005-4
British Petroleum	0.35	0.36	0.35	0.89	0.60	0.12	0.59	0.95	1.28	1.26
Chevron	0.70	0.76	0.85	1.16	0.73	0.54	1.31	1.74	1.34	1.88
ConocoPhillips	0.51	0.64	0.85	0.97	0.95	0.31	1.32	1.73	1.62	2.56
ExxonMobil	0.57	0.67	0.97	1.03	0.76	0.63	1.71	2.07	1.52	1.71
Royal Dutch Shell	0.58	0.86	1.06	1.16	1.07	0.68	0.75	1.29	0.76	1.26

Tabell 3.03

Dersom et selskap skal verdsettes ved hjelp av kapitalverdimodellen, er det kritisk hvilken betaverdi som brukes. Hvis man bruker en betaverdi til British Petroleum i første kvartal i 2005, vil verdien av fremtidige kontantstrømmer være mye større enn dersom betaverdien fra fjerde kvartal 2005 brukes. I og med at betaverdien endrer seg så fort, er dette et argument mot bruk av daglige observasjoner for å estimere den systematiske risikoen til et selskap. Man kunne alternativt brukt en lengre tidshorisont, men det er likevel stor variasjon i betaverdiene selv om man bruker *overlappende observasjoner*. I Appendiks C3 er dette gjort over en periode på 2 år. Resultatet i tabell C.03 var ganske likt, men betaverdiene endret seg noe mindre nå enn ved bruk av et kvartalsbaserte regresjoner.

3.4.3 Ukentlige observasjoner

Ukentlige observasjoner har også noen av de samme problemene som er nevnt for daglige og fem minutters observasjoner. Betaverdien kan bli påvirket i stor grad av hendelser som inntreffer, slik at betaverdien kan bli skjev i en eller annen retning. Et annet problem er at et selskap kan få konkursproblemer et år og blir kvitt problemene året etter. Hvis man estimerer betaverdien for det året med konkursproblemer, vil betaverdien antakeligvis være høy. Dette medfører at estimat på den virkelige betaverdien som man skal bruke på selskapet, blir feil. Dette er noe som kan unngås dersom man gjør en strategisk regnskapsanalyse av selskapet. Et annet problem med ukentlige data er at man kan få noen uvanlige resultat ved estimering av enten høy eller lav betaverdiselskaper. Ved bruk av ukentlige observasjoner blir betaverdier større enn 1, ofte større enn ved bruk av månedlige data (McQueen 1993). Det motsatt er tilfelle med betaverdier som er lavere enn 1.

I tabell 3.04 har det blitt utført 10 regresjoner for hvert av de samme selskapene som i kapittel 3.4.2. Disse betaverdiene viste seg å være omtrent like ustabile som daglige observasjoner. I og med at disse selskapene er store i internasjonal sammenheng, er det naturlig å anta at den systematiske risikoen endrer seg lite fra år til år**.** Dette er ikke tilfelle for disse fem selskapene (gitt ukentlige observasjoner). Betaverdiene var ganske volatile fra et år til et annet, noe som kan tale mot å bruke ukentlige observasjoner.

Selskap	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
British Petroleum	0.71	0.73	0.74	0.13	-0.07	0.78	1.02	0.74	0.32	1.53
Chevron	1.24	0.77	0.37	0.25	-0.02	0.47	0.79	0.58	0.41	1.72
ConocoPhillips	1.08	0.76	0.52	0.25	-0.01	0.53	0.85	0.18	0.76	2.44
ExxonMobil	0.86	1.18	0.49	0.50	-0.12	0.78	0.94	0.49	0.55	1.95
Royal Dutch Shell						1.33	1.03	0.79	0.78	0.87

Tabell 3.04

3.4.4 Månedelige observasjoner

Månedlige observasjoner er helt klart det mest brukte. En av hovedårsakene i følge mange lærebøker, er at man blir kvitt *seriekorrelasjonen* (Koller, Goedhart & Wessels 2005). S*eriekorrelasjon* er jo bare et lag-spørsmål, og bør derfor ikke brukes som argument for å bruke månedlige data. Risikoen til selskapet er forventet å endre seg i løpet av fem år. For mer solide selskaper kan antakelsen om at betaverdien er noenlunde konstant, være noe mer sann, men for små og nye selskaper er dette en drøy antakelse. En fordel med månedlige data er at det er mindre hendelser som gir påvirkning av estimeringen av betaverdien. Innsidehandel og andre hendelser har ikke så mye betydning for månedlige data som for eksempel med daglige observasjoner. Grunnen til dette er at man forventer å få nyheter som virker både positivt og negativt på kursen over en lengre tidsperiode.

En annen fordel med månedlige observasjoner er at betaverdiene blir mer stabile fra periode til periode. Dette skyldes blant annet at man bruker *overlappende observasjoner* slik at en regresjon fra 2001 til 2005 har intervallet [2001,2004] sammen med en regresjon fra 2000 til 2004. Tabell 3.05 viser at betaverdiene nå er mer stabile enn med en regresjon med høyere frekvens av observasjoner.

Regresjon fra til	1992 1996	1993 1997	1994 1998	1995 1999	1996 2000	1997 2001	1998 2002	1999 2003	2000 2004	2001 2005
British Petroleum	0.62	0.51	0.25	0.52	0.63	0.48	0.53	0.68	0.56	0.57
Chevron	0.49	0.77	0.22	0.34	0.48	0.34	0.41	0.60	0.61	0.65
ConocoPhillips	0.21	0.39	0.02	0.31	0.32	0.36	0.45	0.63	0.62	0.74
ExxonMobil	0.29	0.55	0.35	0.41	0.47	0.41	0.53	0.61	0.63	0.72
Royal Dutch Shell								0.89	0.87	0.79

Tabell 3.05

3.4.5 Konklusjon

Det er ikke lett å velge hvilken tidshorisont man skal ha. Det finnes ikke noe fasitsvar på det, men det er viktig å bruke økonomisk intuisjon for å velge horisont for eksempel ved hjelp av en strategisk regnskapsanalyse. Det er viktig å se på antakelsene før tidshorisont velges slik at man ikke gjør feil valg. Problemet med daglige og ukentlige observasjoner er at de varierer mye fra periode til periode. Dette skaper problemer for sikkerheten omkring betaverdiestimatet. Ved å bruke månedelige data, vil betaverdien være noe mer stabil, noe som kanskje gjør disse verdiene bedre egnet for å måle den systematiske risikoen til et selskap. Tabell 3.06 gir en oversikt over standardavviket til betaverdiestimeringen i tabell 3.03, C.03, 3.04 og 3.05.

Selskap	dag	dag*	uke	Måned
British Petroleum	0.402	0.219	0.452	0.118
Chevron	0.460	0.337	0.507	0.168
ConocoPhillips	0.674	0.310	0.686	0.215
ExxonMobil	0.544	0.344	0.545	0.135
Royal Dutch Shell	0.253	0.295	0.231	0.054
Medianen	0.460	0.310	0.507	0.135

** standardavvik som er generert av tabell C.03*

Tabell 3.06

Som vi ser av tabellen, er ukentlige observasjoner mer volatil enn daglige observasjoner. Dette kan skyldes at betaverdier endrer seg noe mer fra år til år enn fra kvartal til kvartal, men forskjellene mellom disse to er ganske liten. Standardavviket til månedlige observasjoner er betraktelig mindre enn ved bruk av andre frekvenser av observasjonene. Dette gjør usikkerheten rundt estimeringen mindre, men det er fortsatt en usikkerhet til stede. For å gjøre sammenlignbargrunnlaget mellom daglige og månedlige observasjoner bedre, ble *overlappende observasjoner* brukt for begge. Resultatet ble det samme; det er mye mindre variasjon ved bruk av månedlige observasjoner. Om månedlige observasjoner likevel er det beste valget, kan avgjøres ved hjelp av en strategisk regnskapsanalyse.

3.5 Korrigering for tidsvarierende beta

Den mest vanlige metoden å estimere en betaverdi på, er å bruke en vanlig regresjon på månedlige data for fem år. Metoden tar ikke hensyn til om betaverdien endrer seg i løpet av tidshorisonten. Før man bruker en betaverdi, burde man teste om det er skift i den. Ordet, skift, betyr i denne sammenheng at det er en stor endring i betaverdien.

3.5.1 Kapitalverdimodellen med *interaksjonsvariabler*

For å teste om betaverdien endrer seg over en tidsperiode for eksempel over fem år, kan man bruke *interaksjonsvariabler* (S) av årsdummyer og markedsporteføljen (MSCI). Dermed kjøres denne regresjonen:

$$Aksje_t = \beta_0 + \beta_1 MSCI_t + \beta_2 S^{2001} + \beta_3 S^{2002} + \beta_4 S^{2003} + \beta_5 S^{2004} \qquad (3.06)$$

der;

MSCI er *proxyvariabelen* for verdensmarkedsporteføljen

$$S^{200x} = D^{200x} * MSCI_t \qquad (3.07)$$

D^{200x} er en hvis året er 200x og null dersom ulik 200x.

Betaverdien for årene:

2001 er $\beta_1 + \beta_2$,

2002 er $\beta_1 + \beta_3$,

2003 er $\beta_1 + \beta_4$,

2004 er $\beta_1 + \beta_5$ og

2005 er β_1.

Den initiale nullhypotesen og den alternative hypotesen er:

H_0: $\beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = 0$

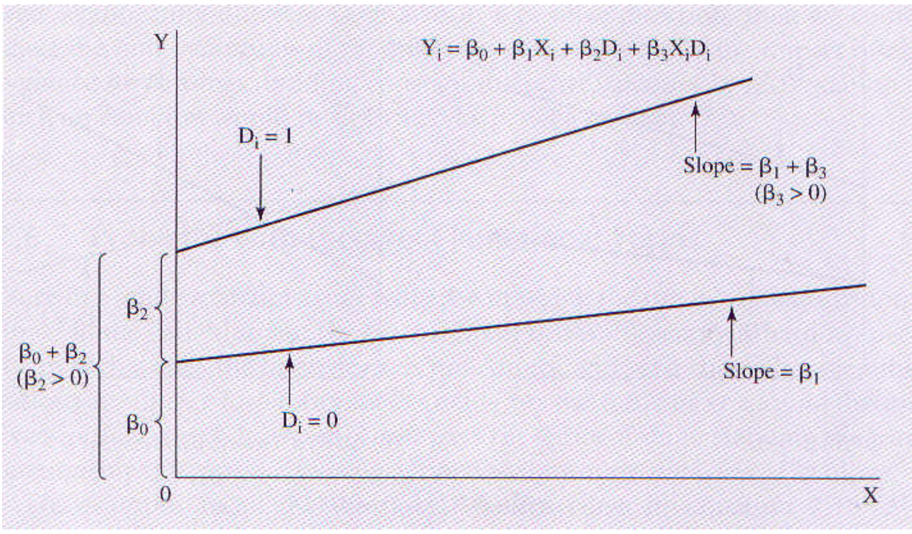
H_A: minst en av de betaverdiene $\{\beta_2,\beta_3,\beta_4,\beta_5\}$ ulik null. Dersom H_A er sann, betyr det at det har vært et skift i betaverdien.

I likning (3.06) ble det som eksempel brukt månedlige data over en femårsperiode. Man kan alternativt bruke observasjoner med høyere frekvens om ønskelig. Året 2005 har blitt brukt som basisår. Valget kunne likeså godt være et av de andre årene hvis det er ønskelig.

En *interaksjonsvariabeltest* er en test om helningslinjen er statistisk signifikant over tidsperioden. Dersom alle *interaksjonsvariablene* er ikke signifikante, kan man bruke en vanlig estimering av beta. Hvis en eller flere av disse variablene er signifikante, betyr det at risikobildet har endret seg. Betaverdien endrer seg fordi faktorene i egenkapitalbetaverdien (i likning (2.22)) har endret seg. Man kan da enten bruke de signifikante *interaksjonsvariablene*, eller velge en kortere tidshorisont. Valget bør ha en forankring i strategisk regnskapsanalyse.

Man bør kunne begrunne hvorfor man ønsker å bruke en eller flere *interaksjonsvariabler*. For eksempel har et selskap hatt konkursproblemer i periode, er det naturlig å ta med en *interaksjonsvariabel* for denne perioden. Bakgrunnen for å innlemme *interaksjonsvariabler* er å trekke ut unormale hendelser fra regresjonen, slik at betaverdiestimat blir bedre.

En annen problemstilling angående *interaksjonsvariabeltesten*, er om en dummyvariabel skal inkluderes i tillegg for hver *interaksjonsvariabel*. Man kan inkludere et problem når hver årsbetaverdi tvinges til å ha samme konstantledd. Studenmund (2006) skriver at man alltid bør inkludere en dummyvariabel til hver *interaksjonsvariabel* når helningen til en betaverdi skal testes fordi man ønsker å unngå forventningsskjevhet i betaverdiene til disse variablene.



Figur 3.02 (hentet fra Studenmund 2006)

Figur 3.02 illustrerer at betaverdien kan ha forskjellige verdier avhengig av hvilken periode som undersøkes. Denne figuren illustrer også viktigheten med å inkludere en dummyvariabel. Dersom denne variabelen er utelatt, kan det medføre at helningen på $\beta_1 + \beta_3$ blir forventingsskjev. For aksjene sin del, kan det tenkes at de har forskjellig alfaverdi avhengig av hvilken periode man er i. Med denne argumentasjonen burde likning (3.06) bli skrevet som:

$$\text{Aksje}_t = \beta_0 + \beta_1\text{MSCI}_t + \beta_2 D^{2001} + \beta_3 D^{2002} + \beta_4 D^{2003} + \beta_5 D^{2004} + \beta_6 S^{2001} + \beta_7 S^{2002} + \beta_8 S^{2003} + \beta_9 S^{2004} \quad (3.08)$$

Dette er bare et eksempel på hvordan inkluderingen av *interaksjonsvariabler* kan skje. I likning (3.08) er det brukt mange forklaringsvariabler som bruker opp frihetsgrader, og det er ikke ønskelig. I en regresjonsanalyse ved bruk av mange *interaksjonsvariabler* kan β_1 bli ikke signifikant. En eller flere av disse variablene kan ha høy korrelasjon med andre variabler slik at man skaper forventningsskjevhet i β_1 på grunn av misspesifisering av modellen. Kapitalverdimodellen må inneholde β_1, og fjerning av den vil medføre at modellen blir meningsløs.

3.5.2 Variansen til en *interaksjonsvariabel*

Dersom man kun ønsker å teste om *interaksjonsvariabelen* er signifikant for et år, vil variansen til den være lav i retning null. Dette skyldes at variabelen har mange nullobservasjoner, og det blir dermed liten varians i *interaksjonsvariabelen*. Det er ønskelig med høy varians i den forklarende variabelen. Dette kan man se av likning (3.09) (Wooldrigde 2003):

$$\text{Var}(\hat{\beta}_{Interaksjonsvariabel}) = \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^{n}(S_i - \bar{S})(1 - R_S^2)} \quad (3.09)$$

der;

σ^2 er den sanne variansen i feilleddene.

$\sum_{i=1}^{n}(S_i - \bar{S})$ er variansen til *interaksjonsvariabelen*.

R_S^2 er forklaringsgraden fra en regresjon med *interaksjonsvariabelen* som den avhengige variabelen på de andre uavhengige variablene som er på den venstresiden av likehetstegnet.

Jo mindre varians *interaksjonsvariabelen* har, jo større blir variansen til betaverdien til denne variabelen. Dette får betydning for t-verdien (Wooldrigde 2003) siden:

$$\text{t-verdi} = \frac{\beta_{estimat} - 0}{\sqrt{Var(\beta_{Interaksjons\text{var}iabel})}} \quad (3.10)$$

t-verdien til variabelens parameter blir ofte liten, noe som gjør at nullhypotesen, som er at parameteren skal være null, lett kan aksepteres. I enkelte tilfeller kan det være ønskelig å ha en *interaksjonsvariabel* selv om denne ikke er signifikant over tidsperioden. Man kan da ut i fra økonomisk teori begrunne hvorfor det er ønskelig å ha med denne variabelen likevel.

3.5.3 Eksempel: Tandberg Television

Tandberg Television (TAT) er et selskap som har hatt store kurssvingninger i løpet av 2001 til 2005. Dette skyldes at de har hatt finansielle og operasjonelle problemer i perioden. I dette eksempelet brukes et datasett med månedlige observasjoner fra 2001 til og med 2005. Siden Tandberg Television har hatt en urolig periode, kan det være ønskelig å teste hvordan dette har hatt innvirkning på betaverdien. I denne regresjonen blir det testet for om alle de fem årene skal ha forskjellig betaverdi.

$$TAT_t = \beta_0 + \beta_1 MSCI_t + \beta_2 D^{2001} + \beta_3 D^{2002} + \beta_4 D^{2003} + \beta_5 D^{2004} + \beta_6 S^{2001} + \beta_7 S^{2002} + \beta_8 S^{2003} + \beta_9 S^{2004} \quad (3.11)$$

Den initiale nullhypotesen og den alternative hypotesen er:

H_0: $\beta_6 = \beta_7 = \beta_8 = \beta_9 = 0$,

H_A: Minst en ulikhet.

En regresjon av liking (3.11) gav dette utskriftet.

Source	SS	df	MS
Model	1.6436244	9	.182624933
Residual	1.15207895	49	.023511815
Total	2.79570335	58	.048201782

Number of obs =	59
F(9, 49) =	7.77
Prob > F =	0.0000
R-squared =	0.5879
Adj R-squared =	0.5122
Root MSE =	.15334

dlntat	Coef.	Std. Err.	t	P>|t|	[95% Conf.	Interval]
dlnmsci	.8146869	1.11038	0.73	0.467	-1.416706	3.04608
dlnmsci2001	1.908309	1.359662	1.40	0.167	-.8240335	4.640652
dlnmsci2002	2.361516	1.343366	1.76	0.085	-.3380788	5.061111
dlnmsci2003	2.49273	1.356455	1.84	0.072	-.2331674	5.218628
dlnmsci2004	1.512879	1.716491	0.88	0.382	-1.93654	4.962297
d2001	-.0205818	.0690145	-0.30	0.767	-.1592715	.1181079
d2002	-.060147	.0714826	-0.84	0.404	-.2037966	.0835027
d2003	.0698324	.066702	1.05	0.300	-.0642104	.2038752
d2004	.0142572	.0666603	0.21	0.832	-.1197018	.1482162
_cons	.0290401	.0498299	0.58	0.563	-.0710967	.129177

Utskrift 3.04

Dersom H_0 av likning (3.11) testes ved hjelp av en *F-test*, vil denne testen akseptere nullhypotesen**.** Dette er kanskje ikke riktig måte å angripe problemet på. En *F-test* vil ofte si at *interaksjonsvariablene* er ikke signifikante hvis det er mange variabler. Dette kan skyldes at man har overspesifisert modellen, og det kan være høy korrelasjon mellom en eller flere variabler. En trinnvis eksklusjon av *interaksjonsvariabler* vil her fjerne alle variablene selv om dette ikke nødvendigvis er korrekt.

Man bør kanskje heller lete etter *interaksjonsvariabler* som ser ut til å ha lik helning siden man ofte kan slå sammen en eller flere disse variablene. I dette tilfellet synes det kanskje mest naturlig å teste om *interaksjonsvariabelen* for 2004 er forskjellig null eller ikke.

Den initiale nullhypotesen og den alternative hypotesen er:

H_0: $\beta_9 = 0$,

H_A: $\beta_9 \neq 0$.

Siden en t-test av denne parameteren viser at den ikke er signifikant på et 38 prosentsignifikansnivå (vanlig grense er ofte 5 prosent), kan nullhypotesen aksepteres og *interaksjonsvariabelen* fjernes. Dummyvariabelen for 2004 er ikke interessant og bør fjernes. Man kan om ønskelig teste begge variablene ved hjelp av en *F-test*, noe som i dette tilfellet ville vist at betaverdiene deres ikke er signifikant forskjellig fra null. Deretter kjøres en ny regresjon uten denne *interaksjons-* og dummyvariabelen. Denne gangen er det kanskje mest interessant å teste om helningen for 2001 er ulik i forhold til basisåret (2005) siden betaverdien er et stykke i fra de to andre *interaksjonsvariablene.* Regresjonslikingen blir nå:

$$TAT_t = \beta_0 + \beta_1 MSCI_t + \beta_2 D^{2001} + \beta_3 D^{2002} + \beta_4 D^{2003} + \beta_6 S^{2001} + \beta_7 S^{2002} + \beta_8 S^{2003} \qquad (3.12)$$

Den initiale nullhypotesen og den alternative hypotesen er:

H_0: $\beta_6 = 0$,

H_A: $\beta_6 \neq 0$.

Utskrift 3.05 viser t-verdien for denne hypotesen.

```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      59
-------------+------------------------------           F(  7,    51) =   10.06
       Model |  1.62145993     7  .231637133           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  1.17424341    51  .023024381           R-squared     =  0.5800
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.5223
       Total |  2.79570335    58  .048201782           Root MSE      =  .15174

------------------------------------------------------------------------------
      dlntat |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
     dlnmsci |   1.351597   .8046871     1.68   0.099    -.2638798    2.967074
 dlnmsci2001 |   1.371399   1.118254     1.23   0.226    -.8735892    3.616387
 dlnmsci2002 |   1.824606   1.098798     1.66   0.103    -.3813228    4.030535
 dlnmsci2003 |    1.95582   1.114433     1.75   0.085    -.2814978    4.193138
       d2001 |  -.0217578   .0570544    -0.38   0.705    -.1362992    .0927836
       d2002 |   -.061323   .0599565    -1.02   0.311    -.1816906    .0590447
       d2003 |   .0686564   .0542943     1.26   0.212     -.040344    .1776568
       _cons |   .0302162   .0319764     0.94   0.349    -.0339791    .0944114
------------------------------------------------------------------------------
```

Utskrift 3.05

Verken *interaksjonsvariabelen* eller dummyvariabelen for 2001 er signifikante ved bruk av en t-test eller *F-test*. Man kan derfor fjerne disse fra regresjonslikningen.

Dermed er det kun to *interaksjonsvariabler* igjen i modellen. Deres betaverdier er nokså like, så det kan hende at deres helning ikke er signifikant forskjellig fra hverandre.

$$TAT_t = \beta_0 + \beta_1 MSCI_t + \beta_3 D^{2002} + \beta_4 D^{2003} + \beta_7 S^{2002} + \beta_8 S^{2003} \qquad (3.13)$$

Den initiale nullhypotesen og den alternative hypotesen er:

H_0: $\beta_7 = \beta_8$,

H_A: $\beta_7 \neq \beta_8$.

En regresjon av likning (3.13) gav dette utskriftet:

```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      59
-------------+------------------------------           F(  5,    53) =   13.83
       Model |  1.5824704      5  .316494081           Prob > F      =  0.0000
    Residual | 1.21323294     53  .022891188           R-squared     =  0.5660
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.5251
       Total | 2.79570335     58  .048201782           Root MSE      =   .1513

------------------------------------------------------------------------------
      dlntat |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
     dlnmsci |   2.121537   .5400385     3.93   0.000     1.038357    3.204717
 dlnmsci2002 |   1.054666   .9209986     1.15   0.257    -.7926235    2.901955
 dlnmsci2003 |    1.18588   .9394906     1.26   0.212    -.6984998    3.070259
       d2002 |  -.0463953   .0566798    -0.82   0.417    -.1600806      .06729
       d2003 |    .083584   .0506896     1.65   0.105    -.0180864    .1852545
       _cons |   .0152885   .0255966     0.60   0.553    -.0360519    .0666289
------------------------------------------------------------------------------
```

Utskrift 3.06

En *F-test* viser at de to *interaksjonsvariablene* er statistisk like, og dermed skal de ha felles *interaksjonsvariabel* (dlnmsci23) og dummyvariabel (d23). Nå blir en regresjon med kun en *interaksjonsvariabel* kjørt:

$$TAT_t = \beta_0 + \beta_1 MSCI_t + \beta_3 D^{23} + \beta_{23} S^{23} \qquad (3.14)$$

Den initiale nullhypotesen og den alternative hypotesen er:

H_0: $\beta_{dlnmsci23} = 0$,

H_A: $\beta_{dlnmsci23} \neq 0$.

Utskrift 3.07 viser t-verdien for denne hypotesen.

```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      59
-------------+------------------------------           F(  3,    55) =   21.02
       Model |  1.49318314     3  .497727713           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  1.30252021    55  .023682186           R-squared     =  0.5341
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.5087
       Total |  2.79570335    58  .048201782           Root MSE      =  .15389

------------------------------------------------------------------------------
      dlntat |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
     dlnmsci |   2.121537   .5492897     3.86   0.000     1.020736    3.222338
   dlnmsci23 |   1.444716   .7549154     1.91   0.061    -.0681679    2.957601
         d23 |   .0248239   .0415722     0.60   0.553    -.0584885    .1081364
       _cons |   .0152885   .0260351     0.59   0.559    -.0368871    .0674641
------------------------------------------------------------------------------
```

Utskrift 3.07

Interaksjonsvariabelens varians blir liten, noe som medfører at standard feilen blir stor. Dette medfører til at variabelen ikke blir signifikant på et fem prosents nivå. Det er ikke nok varians i *interaksjonsvariabelen* til å forkaste nullhypotesen på et fem prosents signifikansnivå, men på grunn av så mange like observasjoner (nullobservasjoner) i denne variabelen, kan man argumentere likevel for å ta med variabelen. Betaverdien til Tandberg Television var 2,86 uten en *interaksjonsvariabel* (se Appendiks B2), noe som er langt høyere enn bruk av en slik variabel. De store problemene som Tandberg Television har hatt gir stor påvirkning på aksjens betaverdi slik at man kan vurdere å tillate en *interaksjonsvariabel*.

3.5.4 Eksempel: Norsk Hydro – Utskillelsen av Yara Int.

For dette eksempelet brukes månedlige observasjoner fra 2001 til og med 1.6. 2006. Mars 2004 fisjonerte Yara International og Norsk Hydro (NHY). I den forbindelse er det naturlig å ønske å teste om risikobildet til Norsk Hydro har endret seg siden de tidligere var mer diversifisert. Dette kan man gjøre ved å legge inn en *interaksjonsvariabel* (S = dlnmsci_1t4) og en dummyvariabel (D = d1t4) fra 2001 til og med mars 2004.

$$NHY_t = \beta_0 + \beta_1 MSCI_t + \beta_2 D + \beta_3 S \qquad (3.15)$$

Den initiale nullhypotesen og den alternative hypotesen er:

H_0: $\beta_3 = 0$,

H_A: $\beta_3 \neq 0$.

Utskrift 3.08 viser resultatet av regresjonen.

```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      65
-------------+------------------------------           F(  3,    61) =   11.71
       Model |  .142548693     3  .047516231           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  .247528485    61  .004057844           R-squared     =  0.3654
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.3342
       Total |  .390077178    64  .006094956           Root MSE      =   .0637

------------------------------------------------------------------------------
      dlnnhy |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
     dlnmsci |   .9091368   .3223278     2.82   0.006     .2646026    1.553671
 dlnmsci_1t4 |  -.0157445   .3661118    -0.04   0.966    -.7478303    .7163414
        d1t4 |  -.0009208   .0161766    -0.06   0.955    -.0332679    .0314262
       _cons |   .0198975   .0122809     1.62   0.110    -.0046598    .0444547
------------------------------------------------------------------------------
```

Utskrift 3.08

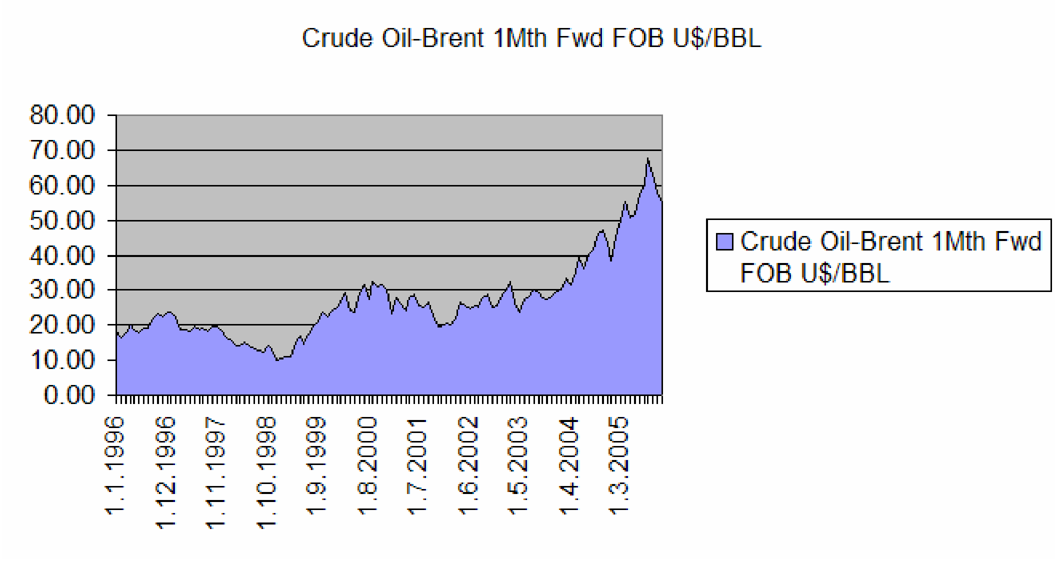
Siden t-verdien til *interaksjonsvariabelen* er nesten null, synes det rimelig å anta at risikobildet til Norsk Hydro ikke har endret seg på grunn av fisjonen.

3.5.5 Kan man bruke observasjoner lengre enn fem år?

Hovedgrunnen til at de fleste som skal estimere en betaverdi, bruker kun fem år, er at antakelsene om at betaverdien er konstant nok, kun er gyldig innen et kort vindu. Denne antakelsen kan ved hjelp av *interaksjonsvariabler* bli ignorert siden man kan legge til en variabel som fanger opp eventuelle skift i betaverdien. Ved bruk av månedlige data over fem år der det kun 59 observasjoner. Dette er jo en del mer enn minimum grense som er cirka 30 i følge sentralgrenseteoremet for å få tilnærmet normalfordeling av residualene. Å ha et lite antall observasjoner, kan gjøre estimeringen av betaverdien noe unøyaktig, mens en lengre tidsperiode med flere observasjoner vil kunne gjøre estimatet bedre Dessuten vil endringer knyttet til betaverdien kunne bli fanget opp av eventuelle *interaksjonsvariabler*.

3.5.6 Eksempel: Norsk Hydro – Ti år med observasjoner

Norsk Hydro (NHY) er et oljeselskap (og et aluminiumselskap) som er utsatt for oljerisiko i form av oljepris. Denne prisen vil variere med tiden slik at den kan påvirke den systematiske risikoen til Norsk Hydro. I kapittel 3.5.4 fant vi at utskillelsen av Yara Int. ikke fikk betydning for betaverdien til Norsk Hydro slik at vi kan se vekk fra problematikken omkring det. Figur 3.03 viser oljeprisutviklingen fra 1996 til og med 2005.



Figur 3.03

Figuren viser at oljeprisen begynte fra 1997 å gå nedover til under 10 dollar fatet i 1997/1998 og var lav i 1999. Det kan dermed vær nærliggende å teste om disse årene gav unormal lav betaverdi. Dette kan gjøres ved å legge til en *interaksjonsvariabel* for årene 1997 til og med 1999. Regresjonslikningen blir da:

$$NHY_t = \beta_0 + \beta_1 MSCI_t + \beta_2 S^{789} + \beta_3 D^{789} \quad (3.16)$$

Den initiale nullhypotesen og den alternative hypotesen er:

H_0: $\beta_2 = 0$,

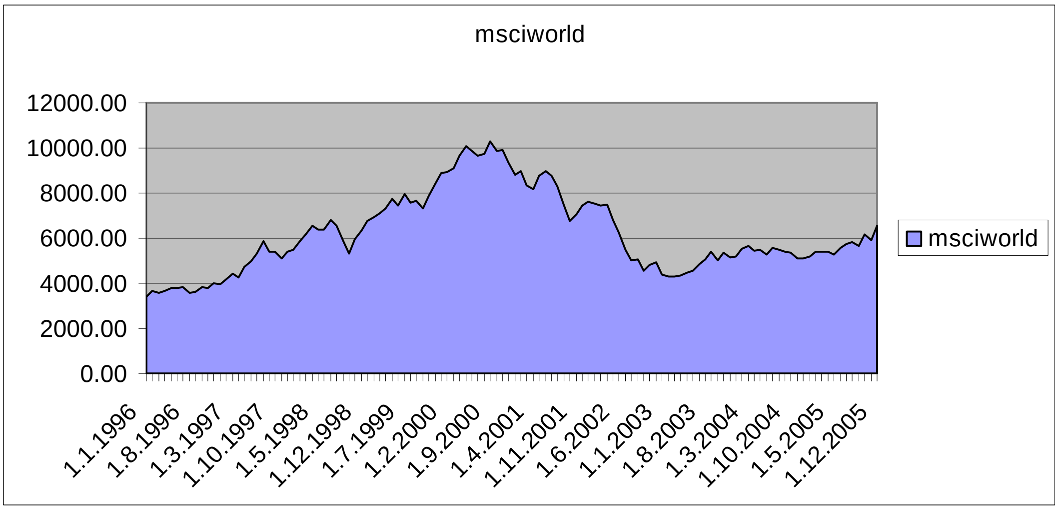
H_A: $\beta_2 \neq 0$.

Resultatet er presentert i utskrift 3.09.

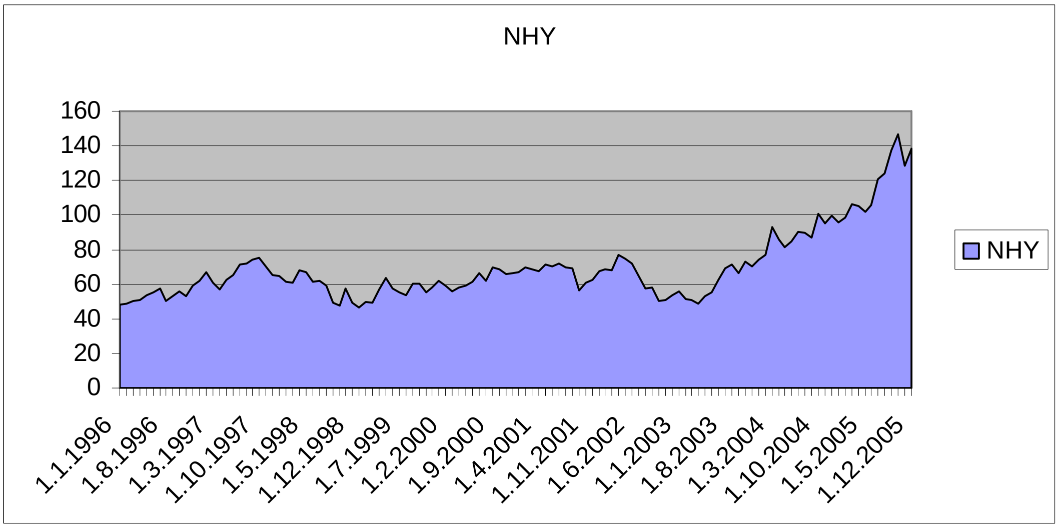
```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =     119
-------------+------------------------------           F(  3,   115) =   15.27
       Model |  .188975109     3  .062991703           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  .474256782   115  .004123972           R-squared     =  0.2849
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.2663
       Total |  .663231891   118  .005620609           Root MSE      =  .06422

------------------------------------------------------------------------------
      dlnnhy |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
     dlnmsci |   .8355876   .1393927     5.99   0.000     .5594774    1.111698
  dlnmsci789 |  -.2932734   .2299074    -1.28   0.205    -.7486757    .1621289
        d789 |  -.0255304   .0133639    -1.91   0.059    -.0520018     .000941
       _cons |   .0138748   .0070505     1.97   0.051    -.0000909    .0278405
------------------------------------------------------------------------------
```

Utskrift 3.09

Her kan nullhypotesen aksepteres på et 20 prosents signifikansnivå, noe som indikerer at man ikke trenger en *interaksjonsvariabel*. Dersom den systematiske utviklingen i Norsk Hydro og markedsporteføljen er nokså lik, vil det medføre at betaverdien til *interaksjonsvariabelen* kan bli liten. Figur 3.04 og 3.05 er utviklingen til henholdsvis markedsporteføljen (MSCI World) og Norsk Hydro.



Figur 3.04



Figur 3.05

Figurene (3.04 og 3.05) kan antyde at helningen i betaverdien ikke avviker i 1998. Dette kan testes ved hjelp av en enkel t-test.

$$NHY_t = \beta_0 + \beta_1 MSCI_t + \beta_2 D^{1997} + \beta_3 D^{1998} + \beta_4 D^{1999} + \beta_5 S^{1997} + \beta_6 S^{1998} + \beta_7 S^{1999} \quad (3.17)$$

Den initiale nullhypotesen og den alternative hypotesen er:

H_0: $\beta_6 = 0$,

H_A: $\beta_6 \neq 0$.

Likning (3.17) gir dette utskriftet:

```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =     119
-------------+------------------------------           F(  7,   111) =    7.08
       Model |  .204739204     7  .029248458           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  .458492686   111  .004130565           R-squared     =  0.3087
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.2651
       Total |  .663231891   118  .005620609           Root MSE      =  .06427

------------------------------------------------------------------------------
      dlnnhy |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
     dlnmsci |   .8355876   .1395041     5.99   0.000     .5591509    1.112024
 dlnmsci1999 |  -.5852802   .4462532    -1.31   0.192    -1.469561    .2990003
 dlnmsci1998 |  -.0117931   .3094462    -0.04   0.970    -.6249814    .6013953
 dlnmsci1997 |  -.5381308   .3327892    -1.62   0.109    -1.197575    .1213132
       d1999 |  -.0063306   .0223289    -0.28   0.777    -.0505769    .0379157
       d1998 |  -.0484808   .0201852    -2.40   0.018    -.0884791   -.0084826
       d1997 |   -.012418   .0212081    -0.59   0.559    -.0544432    .0296073
       _cons |   .0138748   .0070561     1.97   0.052    -.0001074     .027857
------------------------------------------------------------------------------
```

Utskrift 3.10

Av utskriften ser man at betaverdien til *interaksjonsvariabelen* for 1998 er ikke signifikant. Dermed blir det naturlig fjerne denne *interaksjonsvariabelen*. Dummyvariabelen for 1998 virker signifikant, noe som gjør det naturlig å ta med denne variabelen videre. Helningen til interaksjonsvariablene for 1997 og 1999 viste seg å være signifikant like (se Appendiks B7). En regresjon med en *interaksjonsvariabel* for årene 1997 og 1999 kan dermed kjøres sammen med to dummyvariabler (en for 1998 og en for 1997 + 1999). Regresjonslikningen blir da:

$$NHY_t = \beta_0 + \beta_1 MSCI_t + \beta_2 D^{79} + \beta_3 D^{1998} + \beta_4 S^{79} \qquad (3.18)$$

der:

D^{79} er 1 i årene 1997 og 1999 og 0 ellers.

D^{1998} er 1 i 1998 og 0 ellers.

$S^{79} = D^{79} * MSCI_t$

Den initiale nullhypotesen og den alternative hypotesen er:

H_0: $\beta_4 = 0$,

H_A: $\beta_4 \neq 0$.

Resultatet er presentert i utskrift 3.11.

```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =     119
-------------+------------------------------           F(  4,   114) =   12.71
       Model |  .204552874     4  .051138218           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  .458679017   114   .0040235            R-squared     =  0.3084
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.2842
       Total |  .663231891   118  .005620609           Root MSE      =  .06343

------------------------------------------------------------------------------
      dlnnhy |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
     dlnmsci |   .8331908   .1228991     6.78   0.000     .5897286    1.076653
   dlnmsci79 |  -.5518764   .2721517    -2.03   0.045    -1.091007   -.012746
         d79 |  -.0095462   .0158527    -0.60   0.548    -.0409502    .0218579
       d1998 |  -.0486029   .0196694    -2.47   0.015    -.0875678   -.009638
       _cons |   .0138722   .0069638     1.99   0.049      .000077    .0276673
------------------------------------------------------------------------------
```

Utskrift 3.11

Utskriften viser at man kan akseptere at det er ulik helning i årene 1997 og 1999 enn i de andre åtte årene.

Det er interessant å sammenligne denne regresjonen men en enkel regresjon med en $MSCI_t$ som eneste forklaringsvariabel. Betaverdien er 0,685 (se Appendiks B3) for den enkle regresjonen, noe som gjør at β_1 i likning (3.18) har en betaverdi som er 0,167 høyere enn den. Dette har stor betydning for verdivurderingen av selskapet. Eksempelet viser også at det ikke er noe problem å bruke en lengre horisont enn 5 år selv om betaverdien skulle endre seg.

3.6 Seriekorrelasjon og heteroskedastisitet

I tidsserier kan det være et problem med *seriekorrelasjon* og *heteroskedastisitet*. For tidsserier er *seriekorrelasjon* et større problem enn *heteroskedastisitet* i motsetning til tverrsnittsregresjon (Gordon, 2006). Dette betyr ikke at man kan overse problemet med *heteroskedastisitet*.

3.6.1 Seriekorrelasjon

Et problem med observasjoner med høy frekvens er at feilleddene til en regresjon kan være *seriekorrelerte*. Denne korrelasjonen skal ikke ha noen påvirkning for estimeringen av betaverdien, men beregningen av variansen blir feil slik at også inferensen også blir feil (se regresjonsantakelser (*LS*) i Appendiks A4). Man kan teste om det er problemer med *seriekorrelasjon*. Dette kan gjøres ved hjelp av en Durbin-Watson test dersom det kun er korrelasjon mellom t-1 og t (Brooks 2002). Hvis det er problemer med flere lags, kan testen til Breusch & Godfrey brukes (Brooks 2002).

En enkel metode for å korrigere for autokorrelasjon er å legge til en eller flere lagete verdier av residualene. Det kan likevel være et mindre problem med *seriekorrelasjon* i regresjonen. Man kan da bruke Cochrane-Orcutt prosedyren for å korrigere mer for korrelasjonen (Wooldrogde 2003). Denne metoden kan brukes for en eller flere lag. Hovedpoenget med å korrigere for *seriekorrelasjon*, er at man får bedre inferensbetraktninger.

3.6.2 Heteroskedastisitet

Problemet med *heteroskedastisitet* er at det bryter med den ene av de to antakelser til variansen til betaverdien (se Appendiks A4). Variansen blir ikke lenger konstant. Det finnes systematikk i de kvadrerte feilleddene til en regresjon, noe som er med på gjøre variansen for liten (stor) avhengig av hvordan systematikken er. Variansen til betaverdien blir da:

$$Var(\hat{\beta}_t^i) = \frac{\sum_{t=1}^{N}(S_t - \overline{S})^2 \sigma_t^2}{\left(\sum_{t=1}^{N}(S_t - \overline{S})^2\right)^2} \tag{3.19}$$

der:

S_t er den eneste forklarende variabelen.

Dersom variansen hadde vært homoskedastisk, ville residualvariansen vært konstant:

$$Var(\beta_t^i) = \frac{\sigma^2}{\sum_{t=1}^{N}(S_t - \overline{S})^2} \tag{3.20}$$

Problemet er at variansen til feilleddet (u_t) har systematikk, som for eksempel kan være en ukjent funksjon, z_t, som gjør at variansen blir heteroskedastisk. Variansen blir da:

$$Var(u_t) = z_t \sigma^2 \tag{3.21}$$

Dersom man kjenner funksjonen z_t, kan kapitalverdilikningen deles med kvadratroten av denne funksjonen, og problemet er løst. Problemet er at denne funksjonen er ukjent. De fleste statistiske program løser heldigvis dette veldig enkelt. I STATA, for eksempel, kan man bruke kommandoen ”robust”, og dermed korrigerer programmet for denne funksjonen. Det robust-korrigeringen gjør, er å kontrollere for enhver ukjent form av *heteroskedastisitet* og korrigerer for denne. Ved å bruke robust-estimering legges det mindre vekt på ekstremverdier eller ”uteliggerne” (Mills 1999). Et resultat av det er at fordelingen ligger nærmere normalfordelingen, enn det som var tilfelle før. *heteroskedastisitet* gir ikke forventningsskjeve estimat på betaverdien, men variansen blir feil slik at inferensen til parameterne blir dårlige. I tidsserier er ikke dette et stort problem, men det er greit å gjøre dette likevel siden det er så lite arbeid som kreves for å gjøre denne korrigeringen. (Både Wooldrigde (2003) og Mills (1999) foreslår gode metoder for å korrigere manuelt for heteroskedastisitet.)

4. Korrigeringsmetoder

Det finnes mange forskjellige korrigeringsmetoder for betaverdier, men en begrensning i oppgaven er til de metodene som Koller, Goedhart & Wessels (2005) behandler. Disse metodene som heter *industribeta* og justering mot markedet, er antakeligvis de mest brukte i dag.

Et av hovedargumentene for å korrigere betaverdier er at forklaringsgraden til kapitalverdimodellen er lav, noe mange assosierer med at betaverdien er et dårlig estimat på risikoen til selskapet (Koller, Goedheart & Wessels 2005). Dette kan i enkelte tilfeller være rett mens i andre sammenhenger ikke tilfelle. Man bør være forsiktig å bruke forklaringsgraden som et argument for en statistisk modell. Mange forstyrrelser kan gjøre den liten. For betaverdien sin del betyr forklaringsgraden ingenting fordi man ikke trenger å gjøre antakelser om variansen til aksjen (se Appendiks A4).

I dette kapittelet vil det først komme en presentasjon av de to vanligste metodene. Korrigeringen for noen aktiva kan synes å være ganske stor slik at gyldigheten av metodene kan diskuteres. I siste underkapittel 4.3 presenteres en metode som utnytter trenden i betaverdien.

4.1 Industibeta

Dersom man av en eller annen grunn ikke kan estimere betaverdien til et selskap, A, kan man bruke *industribeta*. Denne metoden går ut på å identifisere hvilke selskaper som er i samme bransje som selskapet. Deretter skal man følge disse trinnene for å finne betaverdien til selskapet:

1. Estimer betaverdiene til de selskapene som er i samme bransje som selskap A.
2. Gjør alle egenkapitalbetaverdiene (β_e) om til aktivabeta (β_a). For å ikke gjøre justeringen for kompleks, er det vanlig å anta at egenkapitalbetaverdien (2.22) kan forkortes til (3.01). Aktivabetaen blir da:

$$\beta_a = (1+\frac{D}{E})^{-1}\beta_e. \tag{4.01}$$

3. Finn median eller gjennomsnitt av betaverdiene (bruk medianen dersom stor spredning).
4. Juster median-/gjennomsnittbetaen til D/E-raten til selskapet A.

$$\beta_e^{Selskap\_A} = \beta_a^{Medianen}(1 + \frac{D_{Selskap\_A}}{E_{Selskap\_A}}) \qquad (4.02)$$

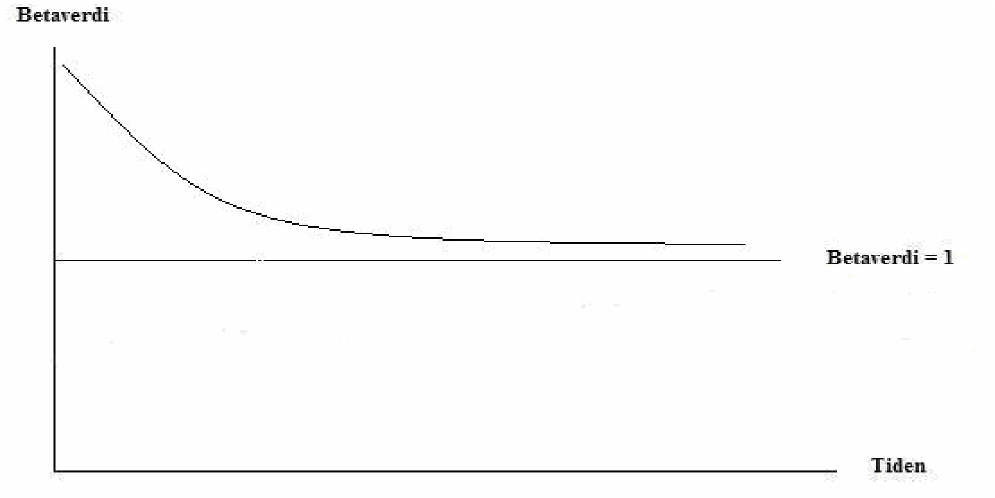
Denne metoden kan fort føre til store feil siden alle selskaper opptrer forskjellig i forhold til verdensmarkedsporteføljen. Dersom man ikke har annen relevant informasjon, kan denne metoden vurderes. Et stort problem som kan inntreffe, er at det er vanskelig å kartlegge selskaper i samme bransje. Dessuten kan jo noen av selskapene som man ønsker å sammenligne seg med, være en del av et konglomerat.

4.2 Justeringen mot markedet

Før justering av en betaverdi mot markedets betaverdi kan skje, må man finne ut om aksjens betaverdi virkelig går mot markedet (mean reversion). Det vil si at avviket mellom selskapets og markedets betaverdi går mot 0.

4.2.1 Test for mean reversion

Man kan bruke en ko-integrasjonstest for å avgjøre om selskapets betaverdi går mot markedets betaverdi eller ikke. Dersom to variabler er ko-integrerte betyr det at det finnes en langsiktig likevekt mellom dem (Brooks 2002). For aksjer betyr dette at betaverdien deres har en tendens til å bevege seg mot markedets betaverdi. Hvis noen aksjer ikke er ko-integrerte, finnes det ikke noe argumentasjon for å justere en betaverdi mot markedets betaverdi, for det eksisterer ikke en langsiktig likevekt. Figur 4.01 illustrerer poenget med mean reversion i betaverdier.



Figur 4.01

Når tiden går mot uendelig skal aksjer tendere til å få samme betaverdi som markedet (Blume 1975). En test for ko-integrasjon er presentert i Appendiks A3. Dersom det er ko-integrasjon mellom en aksje og markedet, kan man si at det finnes en langsiktig likevekt mellom dem slik at en korrigering mot markedets betaverdi er valid.

4.2.2 Korrigering mot markedet

Den kanskje mest brukte korrigeringsmetoden er Bloomberg's justeringen (Koller, Goedheart & Wessels 2005):

$\beta_{justert} = 2/3 * \beta_{estimert} + 1/3 * 1$ (4.03)

der;

$\beta_{estimert}$ er den betaverdien som man har funnet i en regresjonsanalyse.

Tallet 1 er betaverdien til verdensmarkedsporteføljen.

Grunnen til at justeringen skjer mot 1 er at man forventer at aksjene har mean reversion, altså tilbakevendende mot gjennomsnittet (Blume 1975). Justeringen kan få en uheldig virkning på den systematiske risikoen til aksjen siden betaverdien til selskapet kanskje endres for mye. Dessuten bryter dette med kapitalverdimodellens antakelser om at man kun ser på en periode dersom korrigeringen er for stor. Mean reversion har man over en lengre tidsperiode. Det kan dermed bli feil å anta at en tredjedel av avviket mellom betaverdien til selskaper og markedet reduseres så fort.

Hvis den estimerte betaverdien til en aksje er for eksempel 4, er aksjen veldig volatil i forhold til verdensmarkedsporteføljen, og sådan er det mye risiko forbundet med aksjen. Ved å bruke Bloomberg's justering får man:

$\beta_{justert} = 2/3*4 + 1/3*1 = 3.$ (4.04)

Man reduserer den systematiske risikoen til selskapet betraktelig, noe som kan være helt feil. Selskapet kan jo gå konkurs. Ved å redusere risikoen blir selskapet mer verd enn det skulle ha vært, for det da benyttes feil sannsynlighet ved beregning av nåverdien av kontantstrømmene. I enkelte tilfeller som da et selskap vært gjennom en vanskelig periode, kan jo denne justeringen være god siden man justerer betaverdien mot den virkelige betaverdien.

En forbedring av denne modellen kan være å justere mot *industribeta*, for risikobildet til selskapet blir ikke endret så mye. Siden man forventer at alle selskaper i samme bransje vil samme operasjonell risiko, synes dette å være mer plausibelt enn å korrigere mot 1 på kort sikt. Betaverdien skal være et estimat for neste år. På lengre sikt er det ventet at aksjer vil ha mye mean reversion, men på kort sikt vil graden av mean reversion som regel være liten, slik at dette heller mot å ikke korrigere mot 1. Korrigeringen av betaverdien kan bli stor hvis det er et stort avvik mellom selskapets betaverdi og *industribetaen*. Man bør med andre ord være veldig forsiktig når man korrigerer en betaverdi mot en eller *industribeta*.

Koller, Goedheart & Wessels (2005) hevder at Bloomberg's metode for justering er en gammeldags metode, og viser til en mer moderne metode:

$$\beta_{adjusted} = \frac{\sigma_\beta^2}{\sigma_\beta^2 + \sigma_b^2}(1) + [1 - \frac{\sigma_\beta^2}{\sigma_\beta^2 + \sigma_b^2}](\beta_{raw}) \qquad (4.05)$$

der;

σ_β er standardfeilen til regresjonsbetaverdien.

σ_b er tverrsnitt standardavviket for alle betaverdiene i markedsporteføljen.

β_{raw} er en betaverdi fra en regresjon.

Når standardfeilen (σ_β) til regresjonsbetaverdien er 0, får β_{raw} all vekt. Dersom standardfeilen derimot er stor, vil den justerte betaverdien gå mot en. Denne metoden blir en bra metode dersom betaverdiestimatet går mot den sanne betaverdien. En liten endring kan jo være rimelig, men enkelte selskaper kan få en altfor stor endring mot 1, noe som kan medføre store feil i betaverdien. Koller, Goedheart & Wessels (2005) sier også at man bør være forsiktige å bruke β_{raw} som har en stor standardfeil. Det kan igjen være mer naturlig å justere mot *industribeta* framfor verdensmarkedsporteføljen fordi operasjonell risiko til et selskap vil antakeligvis ligge nærmere bransjens risiko.

Hvis man argumenter for å bruke en slik justeringsmetode fordi et selskap har vært i en stor omleggingsfase, vil en slik justering ikke være nødvendigvis den beste. Dersom selskapet har endret for eksempel sin produktsammensetning mye, vil det kanskje være bedre å bruke *industribeta*.

4.3 Betatrend-justering

I noen tilfeller kan velkjente korrigeringsmetoder (som Bloomberg's justeringen) korrigere betaverdien for mye i neste periode. Konsekvensene av dette kan være at man nedjusterer eller oppjusterer risikoen for mye. I dette kapittelet presenteres en metode som tar hensyn til mean reversion på en annen måte.

Estimeringen av betaverdier basert på historiske kurser gir kun et bakoverskuende estimat på betaverdien. Den sier ingenting om hvordan det kommer til å bli. En betaverdi kan følge en trend, for eksempel mot markedsporteføljens betaverdi, som er 1. Blume (1975) fant at betaverdier hadde en tendens til å gå mot markedsporteføljen med tiden.

4.3.1 Justering på grunn av deterministisk trend

Betaverdien til aksjen kan også dekomponeres på denne måten:

$$\beta_t^i = \beta_t^m + d_t^i \tag{4.06}$$

der;

β_t^i er betaverdien til aksjen

β_t^m er markedsporteføljens betaverdi og per definisjon lik en

$d_t^i = \beta_t^i - \beta_t^m$ (differansen mellom aksjens og markedets betaverdi)

Denne differansen kan man bruke til å finne et estimat på den framtidige betaverdien til et selskap.

Anta at differansen følger en prosess som likning (4.07):

$$d_t^i = \gamma_0 + \gamma_1 t + \gamma_2 t^2 \tag{4.07}$$

der;

$\gamma_0 = d_{t=0}^i$ (differansen på tidspunkt null).

γ_1 er parameteren til den lineære tidsvariabelen.

t er tidsvariabelen (t = {1,2,…n}).

γ_2 er parameteren til den kvadratiske tidsvariabelen som er lagt til modellen for å ikke påtvinge en lineær trend.

Tankegangen bak (4.07) er at aksjer er tilbakevendende til markedsgjennomsnittet. Hvis noen aksjer er det, vil de langsomt nærme seg markedets betaverdi. Dermed vil differansene mellom betaverdiene til en aksje og markedet gå mot 0. Likning (4.07) er en metode for å tilnærme seg denne ukjente prosessen. Dersom disse differansene følger en deterministisk tidstrend med eller uten en kvadratisk korreksjon, kan man kanskje oppnå et bedre estimat på den framtidige betaverdien ved å predikere dette. Dette gjelder kun dersom likning (4.07) har signifikante parametere. I noen tilfeller kan den lineære modellen være den beste modellen (når γ_2 er ikke signifikant). I figur 4.02 illustreres hvordan en betaverdi kan endre seg med tiden.

Figur 4.02

Figur 4.02 viser en aksje som har en lineær trend i betaverdien. Den går sakte mot markedsporteføljens betaverdi etter hvert som tiden øker. Dermed kan det være nærliggende å anta at trenden vil fortsette også i neste periode hvis man ikke har annen informasjon (gjennom for eksempel strategisk regnskapsanalyse) som tilsier noe annet. Det kan da hende at en kvadratisk tilpasning som i likning (4.07) er mer passende enn en lineær trend. Siden kapitalverdimodellen er en en-periodisk modell, er man bare interessert i hva som skjer i neste periode. Selv om den kvadratiske korreksjonen om et gitt antall perioder kan være stor, er det mindre interessant siden kapitalverdimodellen er en en-periodisk modell.

Den framtidige betaverdien en periode fram blir (4.07) innsatt i (4.06):

$$\beta_t^i = \beta_t^m + \gamma_0 + \gamma_1 t + \gamma_2 t^2 \qquad (4.08)$$

(4.08) en periode fram blir:

$$\beta_{t+1}^i = \beta_{t+1}^m + \gamma_0 + \gamma_1(t+1) + \gamma_2(t+1)^2 \qquad (4.09)$$

Differansen mellom (4.09) og (4.08) er:

$$\beta_{t+1}^i - \beta_t^i = (\beta_{t+1}^m + \gamma_0 + \gamma_1(t+1) + \gamma_2(t+1)^2) - (\beta_t^m + \gamma_0 + \gamma_1 t + \gamma_2 t^2) \qquad (4.10)$$

$$= \gamma_1 + \gamma_2(2t+1) \qquad (4.11)$$

(Merk at $\beta_t^m = \beta_{t+1}^m = 1$.)

Ved å flytte β_t^i over til den høyre siden av likhetstegnet i likning (4.11), blir betaverdien i likning (4.12) et estimat på neste periodes betaverdi:

$$\beta_{t+1}^i = \beta_t^i + \gamma_1 + \gamma_2(2t+1) \qquad (4.12)$$

4.3.2 En mulig metode for estimeringen av modellen

Siden daglige og ukentlige observasjoner kan være noe varierende, kan det tendere til å bruke månedlige observasjoner til estimeringen. Dersom man skal ha ikke-*overlappende observasjoner* må en lang tidsserie brukes. Det kan introdusere mange problemer, for eksempel at selskapets systematiske risiko har endret seg mye, eller at selskapet ikke har eksistert så lenge. På bakgrunn av dette resonnementet kan man velge å bruke *overlappende observasjoner*. Betaverdiene blir ofte estimert med månedlige data over en femårsperiode. Valget av observasjoner dekker perioden fra januar 1997 til og med desember 2004. Året 2005 er utelatt for å teste forskjeller mellom estimering av betaverdi i 2005 mot den virkelige. Med bakgrunn i sentralgrenseteoremet er det ønskelig med over 30 observasjoner (i gjennomsnitt), og valget av antall betaverdiobservasjoner faller da på 36 (3 år med data).

Ved å bruke flere betaverdiobservasjoner kan informasjon som ligger i tidsseriene ha blitt noe foreldet siden man bruker avkastningstall fra før 1997.

I en verdsettelse er det normalt å anta at kontantstrømmene kommer midt i året slik at det er naturlig å anta det samme for betaverdien. Neste periodes betaverdi blir et estimat på betaverdien om et halvt år. Det som kan være interessant, er å finne ut om denne betatrend-metoden er en bedre metode enn bare å kjøre en enkel regresjon fra januar 2000 til og med desember 2004 uten korrigeringer. Den virkelige betaverdien antas å være en betaverdi fra en regresjon i perioden fra juli 2000 til og med juni 2005.

4.3.3 Eksempel: Chevron

For å finne hva Chevron's betaverdiestimat i neste periode blir, brukes likning (4.07) for å approksimere mean reversion trenden. I tabell C.04 (se Appendiks C5) er differansene til likning (4.07) lagret. Regresjonslikningen er liking (4.07). Estimatene på γ_1 og γ_2 blir dermed (se Appendiks B1):

$\gamma_1 = 0.012223$

$\gamma_2 = -0.0001824$

En vanlig regresjon (fra januar 2000 til og med desember 2004) uten korrigeringer gav en betaverdi på 0,61 (β_t^i) (se Appendiks B5).

Den virkelige betaverdien blir antatt å være en betaverdi som er generert av en regresjon fra juli 2000 til og med juni 2005. Denne verdien var 0,67 (se Appendiks B6).

Betatrend-metodens estimat er:

$$\beta_{t+6}^i = \beta_t^i + 6\gamma_1 + \gamma_2(12t + 36) \qquad (4.13)$$

$$\beta_{t+6}^i = 0.61 + 0.012223 * 6 + (-0.0001824) * (12*6+36) = 0,66 \qquad (4.14)$$

Å bruke betatrend-metoden gav et bedre estimat på betaverdien om 6 måneder enn estimatet til en vanlig regresjon gjorde (siden 0,66 er nærmere 0,67 (den virkelige betaverdien) enn det 0,61 er).

4.3.4 Utvalgstest på metoden

For å teste hvor god denne metoden egentlig er, ble et utvalg av 20 aksjer i *S&P500* valgt (en oversikt over disse aksjene finnes i Appendiks C4). For estimeringen av denne modellen, ble ikke noen av metodene som ble anbefalt i kapittel 3 brukt. Dette skyldes at det er svært tidkrevende å bruke disse metodene, siden man skal teste mange forskjellige aksjer.

Ved bruk av metoden viste det seg at 11 av aksjene hadde en trend bestående av t og t^2, mens 7 hadde kun en lineær trend (2 hadde ikke signifikante parametere). De aksjene som hadde to forklarende variabler, endte opp med estimater som var bedre enn den enkle regresjonen (uten korrigeringer) i 9 av 11 ganger. For de med en forklarende variabel ble resultatet noe dårligere. De hadde et bedre estimat i 4 av 7 ganger. Oppsummert gir dette en suksessfaktor på 13/18 = 0,72.

Denne metoden (for disse aksjene og de gitte forutsetningene) gav bedre estimater på betaverdien enn det en enkel regresjon gjorde. Det kan dermed se ut som om metoden har noe å tilføre den systematiske risikoen til et selskap i neste periode.

5. Konklusjoner

Som det fremgår av oppgaven, finnes det flere metoder for å generere betaverdier til selskaper. En av konklusjonene fra dette arbeidet er at det er viktig å bruke en del tid på analysearbeidet og valg av metoder for at gode estimat på betaverdier skal kunne oppnås. Å ta snarveier anbefales ikke. Som påpekt i kapittel 3 er det viktig å gjennomføre en god strategisk regnskapsanalyse av det selskapet som man skal finne betaverdien til. Denne analysen kan avsløre hvorvidt historiske avkastningstall kan brukes for å beregne en betaverdi.

Det er flere antakelser som må gjøres i forbindelse med estimeringen av betaverdien, blant annet kan det oppstå et problem hvis det er en deterministisk trend i avkastningstallene. Dette blir et problem siden man ikke oppnår *stasjonæritet* på grunn av at en tidstrend er et brudd på dette. Man bør da trekke denne trenden ut av tidsseriene. En annen vanskelig prosess kan være å bestemme ser for hvilken frekvens datamaterialet skal ha. I avsnitt 3.4.5 ble det vist at daglige og ukentlige data hadde mye større variasjon i betaverdien enn månedlige data. Dette er noe som taler for å bruke månedlige data i for eksempel en periode på fem år eller lengre siden det er mindre usikkerhet omkring estimatet. Dessuten er ikke estimeringen av betaverdien med månedlige observasjoner utsatt for så mye forventingsskjevhet på grunn av finansielle hendelser som daglige observasjoner er utsatt for. En viktig forutsetning for å estimere den systematiske risikoen, er at selskapet ikke endrer sin risiko vesentlig fra verdensmarkedsporteføljen i estimeringsperioden. Dersom betaverdien ikke er stabil nok innenfor et fem års perspektiv, kan det medføre feil estimat på betaverdien. Det man kan gjøre da, er å legge til en *interaksjonsvariabel* som fanger opp eventuelle skift i betaverdien eller bruke en lavere frekvens på observasjonene.

Det er ganske vanlig å korrigere betaverdien mot markedet siden man ikke vet hva den framtidige betaverdien vil bli. Hovedargumentet for korrigering er at aksjer tenderer til å gå mot markedets betaverdi med tiden. En slik korrigering kan bli for stor for den neste perioden. Siden kapitalverdimodellen er en en-periodisk modell, bør man være forsiktig med dette. Man ønsker jo at kontantstrømmene skal bli diskontert med rett sannsynlighet. Det som kan skje, er at den systematiske risikoen går betraktelig ned (opp), noe som medfører at risikobildet til selskapet kan endres for mye. Betatrend-metoden justerer betaverdien mot markedet mer moderat i de fleste tilfeller enn det Bloomberg’s justeringen vil gjøre. Ut i fra de undersøkelser som er gjort i oppgaven, vil det anbefales å bruke denne metoden framfor en justering mot markedet.

6. Litteraturliste

Ang, A. & Chen, J.; 2005; CAPM over the Long Run: 1926-2001; NBER Working Paper No. 11903; http://www2.gsb.columbia.edu/faculty/aang/papers/value_beta.pdf

Bergundhaugen, J. & Fearnley, T.A.; 2005; Borte bra, men hjemme best i verdipapirmarkedet. Problemstillinger rundt hjemmefavorisering.; Penger og Kreditt 2/05.

Blume, M.E.; 1975; Journal of Finance, Vol. 30, No. 3 (Jun., 1975)

Bodie, Z., Kane, A. & Marcus, A.J.; 2005; Investment 6th edition; Mc Graw Hill

Bollerslev, T. & Zhang, B.Y.B.; 2002; Measuring and Modelling Systematic Risk in Factor Pricing Models using High-Frequency Data; Journal of Empirical Finance 10

Brealey, R.A. & Myers, S.C.; 2003; Principles of Corporate Finance 7th Edition; McGraw-Hill

Brealey, R.A. & Myers, S.C.; 2004; Fundamentals of Corporate Finance, 4th Edition; McGraw-Hill

Brooks, C.; 2002; Introductory econometrics for finance; Cambridge university press

Bøhren, Ø.; 2005; Eierskap og lønnsomhet; Økonomisk Forum nr. 5 2005

Campbell, J.Y., Lo, A.W. & MacKinlay, A.C.; 1997; The Econometrics of Financial Markets; Princeton

Cochrane, J.H.; 1998_a; New Facts in Finance; Economic Perspectives; Fed of Chicago 3/98

Copeland, T.E., Weston, J.F. & Shastri, K.; 2005; Financial Theory and Corporate Policy, 4th Edition; Pearson Addison Wesley

Fossum, M., Mundal, H., Fidje, T. & Haukass, A.; 2005; MASTRA VII; http://www.nhh.no/adm/info/doc/Avhandling_Mastra_gr5.pdf#search=%22SVIMA-analyse%22

Fama, E.F. & French, K.R.; 2003; The Capital Pricing Model: Theory and Evidence; CRSP Working Paper No. 550; Tuck Business School Working Paper No. 03-26.

Gomes, J.K., Kogan, L. & Zhang, L.; 2003; Equilibrium cross-section of returns; Journal of Political Economy 111,4, 693-732

Gordon, D.; 2006; Time Series Models; Lecture: ECO433 – Topics in Empirical Analysis (9.10.2006)

Greene, W.H.; 2003; Econometric Analysis, 5th Edition; Prentice Hall (International Edition)

Grinblatt, M. & Titman, S.; 2001; Financial Markets and Corporate Strategy, 2nd Edition; McGraw Hill

Hill, C.W.L. & Jones, G.R.; 2004; Strategic management theory. An integrated Approach; Houghton Mifflin Company

Jagannathan, R. & Wang, Z.; 1993; The CAPM is alive and well; Federal Bank of Minneapolis, Quarterly Review 19

Jagannathan, R. & Wang, Z.; 1996; The conditional CAPM and the Cross-section of Expected Returns; Journal of Finance 51, 1--51.6

Koller, T., Goedharth, M. & Wessels, D.; 2005; Valuation: Measuring and Managing the Value of Companies, Fourth Edition; McKinsey & Company Inc.

Lewellen, J. & Nagel, S.; 2003; The Conditional CAPM Does Not Explain Asset-Pricing Anomalies; National Bureau of Economic Research

Lintner, J.; 1965; The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets; Review of Economics and Statistics. 47:1, 13-37

Penman, S.H.; 2003; Financial Statement Analysis and Security Valuation – 2nd, Mc Graw Hill

McQueen, G.; 1993; The Beta Debate: A Teaching Note; http://marriottschool.byu.edu/emp/Grm//TeachingNotes/Beta-Debate.wpd

Mills, T.C.; 1999; The Econometric Modelling of Financial Time Series, 2nd Edition; Cambridge

Montier, J.; 2004; Behaverioural Finance; John Wiley & Sons, LTD

Morgan Stanley Capital International; 2006; http://www.msci.com

Phillips, P.C.B.; 1986; Understanding Spurious regressions in Econometrics, Journal of Econometrics, 33

Samuelson, P.; 1963; ”Risk and Uncertainty: A Fallacy of Large Numbers” Scienta, April-May

Sharpe, W.F.; 1964; Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk; Journal of Finance. 19.3, pp 425-442

Stambaugh, R.F.; 1982; On the exclusion of assets from tests of the two parameter model: A sensitivity analysis; Journal of Financial Economics 10, 237-268.

Studentmund, A.H.; 2006; Using Econometrics – A practical guide, 5th Edition; Pearson Addison Wesley

Tsat, R.S.; 2005; Analysis of Financial Time Series – 2nd; Wiley-Interscience

Wang, P.; 2003; Financial Econometrics: Methods and Models; Routledge Taylor & Francis Group

Wooldrigde, J.M.; 2003; Introductory Econometrics: A Modern Approach; Thomson – South Western

Årsrapport Aker Kværners 2005; http://www.akerkvaerner.com/

Årsrapport Pan Fish 2001, 2002, 2003, 2004 og 2005; http://www.panfish.no/

Appendiks

Appendiks A: Teori

A1. Stasjonæritet

En stokastisk prosess er streng stasjonær dersom alle statistiske egenskaper er uendret over tid. Det vil si at fordelingen til (S_{t1}, S_{t2},…,S_{tm}) er lik fordelingen til (S_{t1+k}, S_{t2+k},…,S_{tm+k}) for alle k og m.

For at en prosess skal være svak stasjonær (også kalt kovarians stasjonær) må tre antakelser tilfredsstilles:

1. Konstant gjennomsnitt, $E(y_t) = \mu$
2. Konstant varians, $E(y_t - \mu)(y_t - \mu) = \sigma^2$
3. Konstant kovarians (skal kun avhenge av tidsdifferansen mellom observasjonene)
   $E(y_{t1} - \mu)(y_{t2} - \mu) = \gamma_{t_1-t_2}$

Når man snakker om stasjonæritet, mener man ofte svak siden det er den som er mest vanlig å observere.

A2. Spuriøse regresjoner og testing for stasjonæritet

Tidsseriene som vi ønsker å kjøre en regresjon på, kan ofte være av en eller annen type random walk (Phillips 1986). Dette skaper problemer hvis man finner en sammenheng mellom to tidsserier som er tilfeldige.

Forskjellen mellom en *stasjonær* serie og en *ikke-stasjonær* serie, er at den *stasjonær*e serien krysser sitt gjennomsnitt oftere enn de *ikke-stasjonære* (Wooldrigde 2003). Finansielle tidsserier har ofte kun en enhetsrot og blir derfor *stasjonær* dersom man differensierer tidsserien en gang. Dersom man finner at serien er *ikke-stasjonær* selv om man har differensiert variabelen en gang, må man differensiere en gang til.

Anta at man har denne *autoregressive prosessen*

$$S_t = \Phi S_{t-1} + u_t \qquad \text{(A.01)}$$

Vi mistenker at denne likningen har en enhetsrot slik at vi må teste dette. Det finnes flere forskjellige tester. Dickey-Fuller (DF) testen er kanskje den mest brukte enhetsrotstesten, og denne blir derfor brukt i oppgaven.

Denne testen trekker fra S_{t-1} på begge sider av likhetstegnet av (A.01):

$$S_t - S_{t-1} = \Phi S_{t-1} + u_t - S_{t-1} \qquad \text{(A.02)}$$

$$\Delta S_t = (\Phi - 1)S_{t-1} + u_t \qquad \text{(A.03)}$$

$$\Delta S_t = \beta S_{t-1} + u_t \qquad \text{(A.04)}$$

der;

$\beta = (\Phi - 1)$

Å teste om betaverdien er mindre enn 0, er identisk til å teste om Φ er mindre enn 1.

Nullhypotesen er at serien er *ikke-stasjonær*, og den alternative hypotesen er at serien er *stasjonær*:

H_0: $S_t \sim I(1)$ (har en enhetsrot eller flere), $\beta = 0$,

H_1: $S_t \sim I(0)$, $\beta < 0$.

Her dukker det opp problemer knyttet til inferensen og autokorrelasjonen. Problemet er at under nullhypotesen ikke kan man bruke en t- eller F-fordeling. Dette skyldes at disse fordelingene ikke lenger er approksimert standard normalfordelte selv i store sample (Wooldrigde 2003). Man trenger derfor en ny distribusjon som blir kalt Dickey-Fuller distribusjonen. Ved å tabulere nye og strengere kritiske verdier, kan man bruke den t-verdien som kommer ut av likning (A.04). Et annet problem er at DF-testen forutsetter at feilleddene skal være white noise. Dermed skal det ikke være autokorrelasjon i feilleddene.

Ved å inkludere lag av variablene kan man løse autokorrelasjonsproblemet (Brooks 2003), noe som blir kalt Augmented Dickey-Fuller (ADF) testen.

$$\Delta S_t = \beta S_{t-i} + \sum_{i=1}^{N} \left(\tau_i \Delta S_{t-i} \right) + u_t \qquad \text{(A.05)}$$

der;

N er antall lags som man inkluderer

ADF-testen er følsom for antall lags som brukes, og dette problemet bør derfor behandles med stor varsomhet. Tommelfinger-regelen sier at man skal inkludere alle signifikante lags (siden de laggete verdiene følger en approksimert t-fordeling (Wooldrigde 2003)), mens teorien har noe som kalles informasjonskriterier (Brooks 2003). Deriblant er Akaike (AIC) og Schwartz (BIC) de mest vanlige kriteriene. (Det er kanskje best å bruke Schwartz kriteriet siden det er både teoretisk og asymptotisk korrekt i motsetning til Akaike (Mills 1999).)

Testen er veldig følsom for deterministiske trender. Dersom den deterministiske trenden er signifikant, bør man inkludere denne. Et problem som kan inntreffe er at den prosess som man ser på er *ikke-stasjonær*. Man kan ikke da bruke t-fordeling for å avgjøre om man skal ha med en trend eller ikke på grunn av at trenden ikke har en asymptotisk standard normalfordelt distribusjon (Wooldrigde 2003). Dermed må man bruke økonomisk intuisjon for å velge om man skal inkludere en trend eller ikke. Det samme er tilfelle med et konstantledd.

Ofte viser det seg at når man har små utvalg, er det vanskelig å forkaste nullhypotesen (Wooldrigde 2003).

A3. Ko-integrasjon

Før leseren starter å lese om ko-integrasjon, er det viktig at leseren kjenner godt til begrepet *stasjonæritet* og *spuriøse* regresjoner (se Appendiks A1 og A2).

Engle & Granger laget en metode for testing av ko-integrasjon (Brooks 2002):

Engle-Granger tostegsmetode

1) Anta at man har funnet at begge tidsseriene til både en aksje (A) og markedsporteføljen (M) har en enhetsrot hver slik at $A_t \sim I(1)$ og $M_t \sim I(1)$.

2) Deretter kjører man regresjonen:

$$A_t = \beta_0 + \beta_1 M_t + \varepsilon_t \qquad \text{(A.06)}$$

Man lagrer deretter residualene til denne regresjonen. Dersom disse ($\hat{\varepsilon}_t$) er *stasjonære*, finnes det en langsiktig likevekt mellom dem.

$$\hat{\varepsilon}_t = A_t - \hat{\beta} M_t \qquad \text{(A.07)}$$

der;

$\hat{\beta}$ er den estimerte ko-integrasjonsvektoren.

Dette kan testes ved en standard Dickey-Fuller test. Dersom det er problemer med *seriekorrelasjon* kan man alternativt bruke en Augmented Dickey-Fuller. Det man ønsker å finne er at man har en AR(1) modell som er *stasjonær*, slik at $\Phi<1$ i likning (A.08). ADF-testen utføres på denne måten:

$$\Delta\varepsilon_t = \beta\varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^{N}\alpha_i\Delta\varepsilon_{t-i} + u_t \qquad \text{(A.08)}$$

Nullhypotesen er at feilleddene er *ikke-stasjonært*, og den alternative hypotesen er at den er *stasjonær*:

H_0: $S_t \sim I(1)$ (har en enhetsrot eller flere), $\beta = 0$,

H_1: $S_t \sim I(0)$, $\beta < 0$.

A4. Antakelser bak Least Squares (LS)

Den kanskje mest brukte metoden for å estimere kapitalverdimodellen er LS. For å få forventingsrette betaverdiestimater må man gjøre tre antakelser (Wooldrigde 2003):

1) Parameterne i modellen skal være lineære (for eksempel kan ikke parameteren være en eksponent til en konstant som e^{β}).
2) $E(u_t|x) = 0$, altså at summen av feilleddene (u_t) skal være null og at feilleddene skal være ukorrelert med hver forklarende variabel (x_t) uansett t.
3) Det skal ikke være perfekt *multikollinearitet* i modellen, og det må være nok varians i høyresidevariabelen(e) til å kunne estimere parameterne.

For å estimere variansen trenger man ytterligere to antakelser (Wooldrigde 2003):

4) Homoskedastisitet som betyr at variansen skal være konstant, $Var(u_t|x_t) = \sigma^2$.
5) Det skal ikke være *seriekorrelasjon* i feilleddene, $Corr(u_t,u_{t-1}|x_t) = 0$.

Under disse fem antakelsene blir variansen også forventingsrett. Siden man ønsker å kunne si noe om hvor effisient betaverdien er, må man å teste dette. For å kunne gjøre dette må man gjøre antakelser om fordelingen av feilleddene til en regresjon (Wooldrigde 2003):

6) $u_t \sim N(0,\sigma^2)$.

(Antakelse 6) har vi allerede tatt i 3) og 5), men siden det er mulig å ha en annen fordeling enn normalfordelingen, bruker man likevel å ta denne antakelsen (Greene 2003).)

Appendiks B: STATA-utskrifter

B1. Chevrons STATA-utskrift for å den framtidige trenden

```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      36
-------------+------------------------------           F(  2,    33) =   24.38
       Model |  .127461354     2  .063730677           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  .086278926    33  .002614513           R-squared     =  0.5963
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.5719
       Total |  .213740281    35  .006106865           Root MSE      =  .05113

------------------------------------------------------------------------------
         che |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
        time |   .0122223   .0033718     3.62   0.001     .0053623    .0190824
       time2 |  -.0001824   .0000884    -2.06   0.047    -.0003623   -2.61e-06
       _cons |  -.5818588   .0270553   -21.51   0.000    -.6369033   -.5268143
------------------------------------------------------------------------------
```

Utskrift B.01

B2. Tandberg Televisions STATA-utskrift for en enkel regresjon over 5 år

```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      59
-------------+------------------------------           F(  1,    57) =   57.42
       Model |  1.40295298     1  1.40295298           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  1.39275037    57  .024434217           R-squared     =  0.5018
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.4931
       Total |  2.79570335    58  .048201782           Root MSE      =  .15631

------------------------------------------------------------------------------
      dlntat |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
     dlnmsci |   2.863436   .3778898     7.58   0.000     2.106725    3.620148
       _cons |   .0201062    .020441     0.98   0.329    -.0208263    .0610386
------------------------------------------------------------------------------
```

Utskrift B.02

B3. Norsk Hydros STATA-utskrift for en regresjon over 10 år

```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =     125
-------------+------------------------------           F(  1,   123) =   36.78
       Model |  .166680625     1  .166680625           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  .557449246   123  .004532108           R-squared     =  0.2302
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.2239
       Total |  .724129871   124  .005839757           Root MSE      =  .06732

------------------------------------------------------------------------------
      dlnnhy |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
     dlnmsci |   .6853791   .1130156     6.06   0.000     .4616717    .9090866
       _cons |   .0069103   .0060437     1.14   0.255    -.0050528    .0188735
------------------------------------------------------------------------------
```

Utskrift B.03

B4. DNOs STATA-utskrift for en enkel regresjon over 5 år

```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      59
-------------+------------------------------           F(  1,    57) =    7.43
       Model |  .119536957     1  .119536957           Prob > F      =  0.0085
    Residual |  .916645813    57  .016081505           R-squared     =  0.1154
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.0998
       Total |  1.03618277    58   .01786522           Root MSE      =  .12681

------------------------------------------------------------------------------
      dlndno |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
     dlnmsci |   .8358279   .3065696     2.73   0.008     .2219328    1.449723
       _cons |   .0405039   .0165831     2.44   0.018     .0072968    .0737111
------------------------------------------------------------------------------
```

Utskrift B.04

B5. Chevrons STATA-utskrift fra 1.1.2000 til 1.12.2004

```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      59
-------------+------------------------------           F(  1,    57) =   10.92
       Model |  .039922796     1  .039922796           Prob > F      =  0.0016
    Residual |   .20830863    57  .003654537           R-squared     =  0.1608
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.1461
       Total |  .248231426    58  .004279852           Root MSE      =  .06045

------------------------------------------------------------------------------
    dlnaksje |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
     dlnmsci |   .6052932   .1831351     3.31   0.002     .2385715    .9720148
       _cons |   .0050088   .0079131     0.63   0.529    -.0108368    .0208544
------------------------------------------------------------------------------
```

Utskrift B.05

B6. Chevrons STATA-utskrift fra 1.7.2000 til 1.6.2005

```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      59
-------------+------------------------------           F(  1,    57) =   16.72
       Model |  .047013805     1  .047013805           Prob > F      =  0.0001
    Residual |  .160257636    57  .002811537           R-squared     =  0.2268
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.2133
       Total |  .207271441    58  .003573646           Root MSE      =  .05302

------------------------------------------------------------------------------
    dlnaksje |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
     dlnmsci |   .6692453   .1636608     4.09   0.000     .3415203    .9969703
       _cons |    .007038   .0069403     1.01   0.315    -.0068596    .0209356
------------------------------------------------------------------------------
```

Utskrift B.06

B7. Norsk Hydros STATA-utskrift for en regresjon over 10 år

```
      Source |       SS       df       MS              Number of obs =     119
-------------+------------------------------           F(  6,   112) =    8.34
       Model |  .204733205     6  .034122201           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  .458498686   112  .004093738           R-squared     =  0.3087
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.2717
       Total |  .663231891   118  .005620609           Root MSE      =  .06398

------------------------------------------------------------------------------
      dlnnhy |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
     dlnmsci |   .8331908   .1239672     6.72   0.000     .5875657    1.078816
 dlnmsci1999 |  -.5828835   .4398255    -1.33   0.188    -1.454341    .2885743
 dlnmsci1997 |   -.535734   .3253325    -1.65   0.102    -1.180339    .1088707
       d1999 |   -.006328   .0222291    -0.28   0.776     -.050372    .0377161
       d1998 |  -.0486029   .0198403    -2.45   0.016     -.087914   -.0092919
       d1997 |  -.0124153   .0211132    -0.59   0.558    -.0542485    .0294178
       _cons |   .0138722   .0070243     1.97   0.051    -.0000455    .0277899
------------------------------------------------------------------------------

test dlnmsci1999 = dlnmsci1997

(1)  dlnmsci1999 - dlnmsci1997 = 0

     F(1,112) = 0.01
     Prob > F = 0.9277
```

Utskrift B.07

Appendiks C: Tabeller og Lister

C1. Kapitalverdimodellen versus indeksmodellen

For å undersøke hvor stor forskjellen var, ble 25 selskaper på Oslo Børs valgt, og deretter ble det kjørt regresjoner av disse selskapene med både kapitalverdimodellen og indeksmodellen. Regresjonene er basert på fem år med månedlige data 2001 til og med 2005. MSCI World ble valgt som forklarende variabel.

Selskap	Betaverdi med indeksmodellen	Betaverdi med CAPM	Differanse	Differanse/CAPM
DNB NOR	0.5457	0.5437	0.0020	0.3677 %
DNO	0.8358	0.8405	-0.0047	-0.5550 %
Ementor	2.0909	2.0727	0.0182	0.8758 %
Fjord Seafood	1.0035	1.0091	-0.0056	-0.5522 %
Frontline	1.0035	1.0091	-0.0056	-0.5522 %
Ganger Rolf	0.3681	0.3771	-0.0090	-2.3925 %
Kitron	1.5935	1.5829	0.0106	0.6703 %
Nera	1.6236	1.6133	0.0103	0.6366 %
Norsk Hydro	0.8813	0.8766	0.0047	0.5323 %
Norske Skog	1.2256	1.2127	0.0129	1.0603 %
Orkla	0.6585	0.6563	0.0022	0.3305 %
Pan Fish	0.5730	0.5851	-0.0121	-2.0727 %
Petroleum Geoservices	2.5518	2.5514	0.0004	0.0173 %
Prosafe	0.7663	0.7622	0.0041	0.5366 %
Royal Carriwean Cruises	2.9590	2.9359	0.0231	0.7865 %
Schibsted	0.9924	0.9863	0.0061	0.6162 %
Stolt Nielsen	1.2351	1.2323	0.0028	0.2300 %
Storebrand	1.6440	1.6312	0.0128	0.7872 %
Superoffice	1.6554	1.6437	0.0118	0.7149 %
Tandberg	1.8419	1.8199	0.0220	1.2088 %
Tandberg Data	2.0659	2.0525	0.0134	0.6505 %
Tandberg Television	2.8634	2.8492	0.0142	0.4999 %
Telenor	0.9774	0.9707	0.0067	0.6946 %
TGS Nopec Geophs.	1.2027	1.1985	0.0042	0.3483 %
Tomra	1.2567	1.2511	0.0056	0.4461 %

Tabell C.01

Den absolutte gjennomsnittsfeilen var 0,73 prosent. Gjennomsnittsfeilen var 0,24 prosent.

C2. SVIMA –Testen

Denne testen går ut på at vi tester en og en ressurs opp mot disse kravene for å kunne bestemme hva slags fortrinn en bedrift har (Fossum, Mundal, Fidje & Haukass 2005).

Sjelden	**Viktig**	**Ikke Imiterbar**	**Mobilisert**	**Approprierbar**	**Utfall**
Nei	Ja	Ja	Ja	Ja	Paritet
Ja	Nei	Ja	Ja	Ja	Trivielt fortrinn
Ja	Ja	Nei	Ja	Ja	Midlertidig fortrinn
Ja	Ja	Ja	Nei	Ja	Potensielt varig fortrinn
Ja	Ja	Ja	Ja	Nei	Varig, ikke beholdt fortrinn
Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Varig, beholdt fortrinn

Tabell C.02

C3. Regresjon av daglige avkastningstall med *overlappende observasjoner*

Regresjon fra til	1999-7 2001-6	2000-1 2001-12	2000-7 2002-6	2001-1 2002-12	2001-7 2003-6	2002-1 2003-12	2002-7 2004-6	2003-1 2004-12	2003-7 2005-6	2004-1 2005-12
British Petroleum	0.27	0.36	0.45	0.73	0.84	0.86	0.89	0.71	0.51	0.72
Chevron	0.13	0.15	0.32	0.65	0.73	0.81	0.85	0.68	0.92	1.15
ConocoPhillips	0.23	0.20	0.33	0.64	0.67	0.74	0.76	0.59	0.84	1.23
ExxonMobil	0.18	0.26	0.45	0.86	0.93	0.95	0.97	0.73	0.95	1.23
Royal Dutch Shell	0.32	0.46	0.59	0.99	1.11	1.10	1.14	0.95	0.91	1.03

Tabell C.03

Gjennomsnittsvariansen av alle fem selskapene var 0,30.

C4. Liste over 20 store amerikanske selskaper

Basert på likviditet i omsetningen av aksjene i *S&P500* ble følgende 20 selskaper tatt med i utvalgstesten:

Avon Products, Apple Computer, Bank of America, Carnival, Centerpoint En., Chevron, Citizens Communications Co., Electronic Data Systems, Exxon Mobil, Ford Motor, Intel, Johnson & Johnson, Microsoft, Northrop Grumman, Paccar, Qualcomm, Sara Lee, Target, United Technologies og Wal-Mart Stores.

C5. Chevron's betaverdier og differanser til markedet

Tabellen under viser "Start måned" som er den måneden regresjonen er kjørt i fra og "Slutt måned" er den måneden som er den siste måneden i regresjonen.

Start måned	Slutt måned	$\beta_{Chevron}$	d_t^i
1997-1	2002-1	0.44	-0.56
1997-2	2002-2	0.45	-0.55
1997-3	2002-3	0.46	-0.54
1997-4	2002-4	0.47	-0.53
1997-5	2002-5	0.49	-0.51
1997-6	2002-6	0.49	-0.51
1997-7	2002-7	0.47	-0.53
1997-8	2002-8	0.43	-0.57
1997-9	2002-9	0.57	-0.43
1997-10	2002-10	0.55	-0.45
1997-11	2002-11	0.57	-0.43
1997-12	2002-12	0.57	-0.43
1998-1	2003-1	0.55	-0.45
1998-2	2003-2	0.55	-0.45
1998-3	2003-3	0.53	-0.47
1998-4	2003-4	0.54	-0.46
1998-5	2003-5	0.54	-0.46
1998-6	2003-6	0.50	-0.50
1998-7	2003-7	0.52	-0.48
1998-8	2003-8	0.52	-0.48
1998-9	2003-9	0.51	-0.49
1998-10	2003-10	0.56	-0.44
1998-11	2003-11	0.65	-0.35
1998-12	2003-12	0.65	-0.35
1999-1	2004-1	0.66	-0.34
1999-2	2004-2	0.73	-0.27
1999-3	2004-3	0.73	-0.27
1999-4	2004-4	0.70	-0.30
1999-5	2004-5	0.65	-0.35
1999-6	2004-6	0.62	-0.38
1999-7	2004-7	0.60	-0.40
1999-8	2004-8	0.59	-0.41
1999-9	2004-9	0.59	-0.41
1999-10	2004-10	0.58	-0.42
1999-11	2004-11	0.60	-0.40
1999-12	2004-12	0.61	-0.39

Tabell C.04

$d_t^i = \beta_{Chevron} - 1$

Regresjonen som bli kjørt er:

$d_t^i = \gamma_0 + \gamma_1 t + \gamma_2 t^2$

Appendiks D: Termologi

Autoregressiv prosess: er en prosess som dagens verdi kan skrives som en funksjon av tidligere verdier (for eksempel: $Y_t = \varphi_0 + \varphi_1 Y_{t-1} + \varphi_2 Y_{t-2} + v_t$)

Benchmark: referanseindeks (sammenligner for eksempel resultatet på en portefølje med en bestemt indeks).

Detrending: trekke ut trenden av for eksempel en tidsserie (se kapittel 3.3).

Diversifisering: sprer risiko på flere aksjer.

Eksplodere: er et tidsserieutrykk for når en *autoregressiv prosess* har koeffisienter som er større enn 1 (gjelder ikke konstanten).

Fama & French (Fama & French 2003): Det er en trefaktor model:

$$R_i - R_f = (R_m - R_f)\beta_{im} + b_s \text{ x SMB} + b_v \text{ x HML} + \text{alpha}$$

der;

SMB er en forkortelse for small cap minus large cap.

HML er høy (bokførte verdier dividert på prisen) minus lav.

b_i er betaverdiene til de to nye faktorene.

F-test: Dette er en test med flere restriksjon i motsetning til t-testen som kun tester en restriksjon om gangen (se eventuelt Wooldrigde (2003)).

Heteroskedstisitet: se definisjon i kapittel 3.6.2.

iid.: independent and identical distributed (uavhengig og identisk distribuert).

Ikke-stasjonær: Det er en stokastisk prosess som ikke tilfredsstiller en eller flere av forutsetningene for en *stasjonær* prosess som er definert i Appendiks A1.

Industribeta: Dette begrepet blir definert i kapittel 4.1.

Interaksjonsvariabel = Dummy * en forklarende variabel

Interaksjonsvariabeltest: Dette er en test på om betaverdien er konstant eller ikke over en tidsperiode.

Intradag: eksempel: ser på observasjoner innen en dag.

Lang og kort posisjon: eier (lang) for eksempel en aksje og har solgt (kort) en aksje short (selge en aksje som man ikke eier før man kjøper den).

LS: Det er en engelsk forkortelse for Least Squares (som på norsk betyr minste-kvadraters metode). Mer om antakelsene bak LS i Appendiks A4.

Mean Absolute Error (MAE): vektet gjennomsnitt av de absolutte feilleddene. (Feilledd =

estimert verdi minus virkelig verdi)

Mean Squared Error (MSE): summen av de kvadrerte feilleddene delt på antall observasjoner. (Feilledd = estimert verdi minus virkelig verdi)

Mean-variance effisiens: En investor velger høyest mulig avkastning hvis personen vet risikoen. Tilsvarende blir det hvis investoren vet avkastningen, da velger denne personen lavest mulig risiko.

Minimum variansportefølje: Den porteføljesammensetningen som har minst varians.

Morgan Stanley Capital International indeks: Denne indeksen skal være et representativt utvalg av alle aksjene i verden. Indeksen er laget av Morgan Stanley Capital International som er en ledende leverandør av globale indekser og *benchmarker*. Mange institusjonelle investorer som bruker MSCI sine indekser (http://www.msci.com). MSCI World inkluderer et utvalg av aksjer av alle utviklete markeder i verden. I dag består den av aksjer fra 23 land. Utvelgelsen av aksjer, skjer på grunnlag av prinsippet om effisiente aksjer. Dersom aksjer for eksempel har for lite likviditet, for konsentrert eierskap eller mye statlig eierskap vil ikke disse aksjene bli inkludert i indeksen. MSCI World blir kalkulert uten utbytte eller utbytte reinvestert.

Multikollinearitet: Dersom en variabel er en lineær kombinasjon av noen av de andre variablene i regresjonslikingen.

Multivariat GARCH: En modell med flere variabler og med varierende varians (se Mills (1999) for bedre forklaring).

Multivariat normal: En n-dimensjonal tilfeldig variabel, x, med tetthetsfunksjon

$f(x) = \left|2\pi\Sigma\right|^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2}(x-\mu)'\Sigma^{-1}(x-\mu)}$ sies å ha en n-dimensjonal normal distribusjon. (Σ er varians-kovarians matrisen, og (x-μ)’ betyr at denne matrisen er *transponert*.)

Omitted variable bias: forventningsskjevhet på en betaverdi på grunn av en utelatt variabel i regresjonslikningen.

Overlappende observasjoner: Her: det har man når man for eksempel bruker noen observasjoner til å kjøre en regresjon på og deretter kjører man en ny regresjon der man bruker deler av de gamle observasjonene samt noen nye.

Porteføljebeta: Betaverdien til en portefølje som er sammensatt av for eksempel flere aksjer.

Proxyvariabel: er en variabel som man antar korrelerer sterkt med en variabel som man ikke kan måle.

Proxyvariabelproblemet: Vi mangler data på en variabel og man trenger dermed en *proxyvariabel* for denne variabelen. Et problem som oppstår, er at man ikke kan teste korrelasjonen av mellom disse variablene. Man må bruke økonomisk intuisjon for å avgjøre det.

Risikoaversjon: redd for risiko.

S&P500: En amerikansk aksjeindeks som innholder de 500 største selskapene i USA.

Seriekorrelasjon: feilleddene til en regresjon er korrelerte

Sharperate: er meravkastning utover risikofri avkastning dividert på standardavviket til avkastningen.

Spread: antall kroner mellom kjøpersiden og selgersiden.

Spuriøs: gal, feil.

Skatteskjold: Nåverdien av det man får tilbake på skatten i fremtiden på grunn av rentekostnader.

Stasjonær eller stasjonæritet: Se Appendiks A1 for definisjon og se Appendiks A2 for en test for stasjonæritet.

Strict white noise (SWN): Vi har det dersom feilleddene er ukorrelerte og uavhengige og trukket fra en distribusjon med endelig varians. (u_t~SWN(0,σ^2).) Prosessen blir kun *white noise* dersom feilleddene ikke er uavhengige.

Transponert: en NxK-matrise blir skrevet som en KxN-matrise.

White noise: For at prosessen skal være *white noise* må den tilfredsstille disse fire betingelsene

1. Konstant gjennomsnitt, $E(y_t) = \mu$
2. Konstant varians, $E(y_t - \mu)(y_t - \mu) = \sigma^2$
3. Kovariansen skal være null, men hvis lag'en er lik null, er den lik variansen.
   $\gamma_{t-r} = \sigma^2$ hvis t=r ellers 0.