

# Credit Default Swap

*Betingelser, Prising og Kontrakter*

*En redegjørelse for teori og praksis*

**Mikael Strandenæs**

**Veileder: Jøril Mæland**

Masterutredning i finansiell økonomi

NORGES HANDELSHØYSKOLE

Dette selvstendige arbeidet er gjennomført som ledd i masterstudiet i økonomisk-administrative fag ved Norges Handelshøyskole og godkjent som sådan. Godkjenningen innebærer ikke at Høyskolen inntår for de metoder som er anvendt, de resultater som er fremkommet eller de konklusjoner som er trukket i arbeidet.

## Forord

Denne oppgaven utgjør Masteroppgaven til Mikael Strandenæs, tilknyttet institutt for foretaksøkonomi, NHH. Oppgaven er utviklet med bakgrunn i interessefelt og fordypningsemner gjennomført på masterprogrammet ved NHH.

I senere år har investorer, sentralbanker og akademikere studert markedet for risikable renteinstrumenter som bedriftsobligasjoner, gjeld eller kredittderivater med økende oppmerksomhet. Etter Asiakrisen på slutten av 90-tallet, har kredittderivat markedet både omsetning men også interessen økt eksplosivt og i den siste utgaven til både McDonald, R (2006) "Derivatives Markets" og Hull, J (2006) "Option, Futures and Other Derivatives" får disse instrumentene et helt eget kapittel. Ved å bli oppmerksom på hvilke risiko som en påtar seg ved kjøp av rentepapirer gir stor nytte for investoren og Credit Default Swap er et kredittderivat som gir oss nettopp det.

Credit Default Swap som forsikring for mislighold på obligasjoner og mulighet for reduksjon for en nytt stort finansielt tap som Asia-krisen ble for mange har vekket min interesse samtidig som det er det største enkeltstående produktet i kredittderivat markedet og dermed også et område med stor aktualitet i dagens finansverden.

Nå som jeg er endelig ferdig, så vil jeg takke veilederen min Jøril Mæland for veiledning og hjelp. Også takk til mor og far for all hjelp og støtte. Jeg hadde aldri klart det uten dere.

## Sammendrag

Denne utredningen omhandler Credit Default Swap (CDS). Det har blitt lagt vekt på en forklarende og teoretisk gjennomgang av utviklingen til prisingsmodeller. De kraftige kredittkrisene som kom på tidlig 80-tallet i Latin Amerika, videre til Asia-krisen på slutten av 90-tallet, og ikke minst 2001 med Enron og Argentina, har skapt et økt fokus på risikoen forbundet med rentepapirer. Dette økte fokuset har ført til at kredittderivat markedet har økt omsetningen enormt, og CDSene står for mesteparten av dette markedet. I denne gjennomgangen av CDS-feltet, som altså gir en redegjørelse for ulike teorier og praksis i forhold til prisingsmodeller, forholder jeg meg til toneangivende teorier, forskningsresultater og dokumentert erfaring i ulike publikasjoner med relevans for fokusområdet. Dernest tar jeg for meg ulike elementer som en må ta hensyn til ved inngåelse av kontrakter. Videre tar jeg opp hovedaspektene ved prisingsmodeller, fra de helt elementære arbitrasjemodellene til redusert form modeller. Noen prisingsmodeller har vist seg å være så teoretisk orientert at de er vanskelige eller svært kompliserte å anvende ved prisfastsettelse, mens andre har vært lettere å ta i bruk. Jeg har derfor valgt å konsentrere meg mest om sistnevnte og lagt inn på å vise hvordan de kan brukes og er relevante, mens jeg for de mer teoretiske modellenes vedkommende ikke har tatt med samme omfang av utregninger, rett og slett fordi de har størst teoretisk interesse og er mindre praktiske når prisfastsettelsen skal foretas. Avslutningsvis tar jeg opp faktorer som viser at vi faktisk ikke har noen basismodell for utformingen av CDS kontrakter.

# Innhold

<b>FORORD</b> .....	<b>2</b>
<b>SAMMENDRAG</b> .....	<b>3</b>
<b>INNHold</b> .....	<b>4</b>
<b>1. INTRODUKSJON</b> .....	<b>6</b>
<b>2. DEFINISJONER OG TERMINOLOGI FOR CREDIT DEFAULT SWAP OG RELATERTE ELEMENTER</b> .....	<b>8</b>
2.1 HVA ER EN CREDIT DEFAULT SWAP (CDS)? .....	8
2.2 KREDITTDERIVAT MARKEDET .....	10
2.3 MARKEDSSTRUKTUR: .....	12
2.4 REFERANSEOBLIGASJONER .....	16
2.5 MISLIGHOLD AV LÅN ELLER KREDITTHENDELSE.....	17
2.6 KONTANT VERSUS FYSISK OPPGJØR .....	19
<b>3. PRISING (VERDSETTELSE) AV CREDIT DEFAULT SWAP</b> .....	<b>23</b>
3.1 ENKLE ARBITRASJEMODELLER .....	24
3.1.1 <i>Den enkleste arbitrasjemodellen</i> .....	24
3.1.2 <i>Binomisk prising (Risiko-nøytral sannsynlighet for mislighold)</i> .....	27
3.2 STRUKTURELLE MODELLER .....	33
3.2.1 <i>Merton modellen fra 1974 (Black-Scholes-Merton)</i> .....	33
3.2.2 <i>First-time passage modeller (FPM)</i> .....	39
3.3 REDUSERT FORM (INTENSITETS BASERTE) MODELLER (RFM) .....	44
3.3.1 <i>Generelt om RFM</i> .....	44

---

3.3.2	<i>Jarrow og Turnbull modellen "Pricing Derivatives on Financial Securities Subject to Credit Risk" (1995)</i> .....	45
3.3.3	<i>Duffie og Singleton (1999) "Modelling Term Structures of Defaultable Bonds" ....</i>	48
3.3.4	<i>Das og Sundaram (2000) "A Discrete-Time Approach to Arbitrage-Free Pricing Of Credit Derivatives"</i> .....	50
3.3.5	<i>Lando (2004)</i> .....	54
<b>4.</b>	<b>KOMPLISERENDE FAKTORER I ARBEIDET MED PRISING AV CDS .....</b>	<b>59</b>
4.1	HVA KAN EN RENTEFORSKJELL INNEHOLDE?.....	59
4.1.1	<i>Introduksjon til problemfeltet</i> .....	59
4.1.2	<i>Skattepremie</i> .....	61
4.1.3	<i>Likviditetspremie</i> .....	62
4.1.4	<i>Risikopremie</i> .....	64
4.2	MOTPARTRISIKO.....	69
4.3	MISLIGHOLDS-SANNSYNLIGHETER.....	71
<b>5.</b>	<b>OPPSUMMERING OG KONKLUSJON.....</b>	<b>77</b>
	<b>LITTERATURLISTE .....</b>	<b>80</b>

# 1. Introduksjon

Etter Asia-krisen (1997-1998) var det mange investorer og finansielle institusjoner som stod med kraftige røde tall etter at bedrift etter bedrift misligholdte sine lån. Det var spesielt mange investorer og små og mellomstore bedrifter som bukket under når den finansielle boblen sprakk. Med denne og påfølgende kriser i obligasjoner er det blitt økt fokus på å redusere kredittrisiko og ikke minst risikoen for store tap knyttet til mislighold. Rentepapirer er ikke som aksjemarkedet, hvor høye avkastninger oppveier nedsiderisikoen ved konkurs. De har derimot lave avkastningsforutsetninger samtidig som de har en høy nedsiderisiko, i og med at utsteder kan misligholde sine forpliktelser. En viktig innovasjon for kredittmarkedet var utviklingen av kredittderivat markedet. Et kredittderivat er en "over-the-counter" (OTC) derivat, laget for å overføre kredittrisiko fra en part til en annen. Ved syntetisk å skape eller fjerne kredittrisiko gir kredittderivatene investorer muligheten for å effektivt styre kredittrisikoen. Kredittderivater representerer derfor i dag et av de mest voksende markedene i finansverden, og Credit Default Swap (CDS) er det produktet som det er størst omsetning på. Viktigheten av, og muligheten for, kredittderivater og CDS blir godt poengtert av Alan Greenspan. Alan Greenspan uttaler:

The new instruments of risk dispersion have enabled the largest and most sophisticated banks in their credit-granting role to divest themselves of much credit risk by passing it to institutions with far less leverage. These increasingly complex financial instruments have contributed, especially over the recent stressfull period, to the development of a far more flexible, efficient, and hence resilient financial systems than existed just a quarter-century ago"<sup>1</sup>

Masterutredningen er et resultat av personlig interesse for både derivater og risikostyring, samtidig som jeg har hatt interesse for samfunnsøkonomi, som renteinstrumenter er høyst påvirket av. Oppgaven prøver å gi en god og forklarende gjennomgang av utviklingen av

---

<sup>1</sup> Greenspan, A. (2004) "Economic Flexibility" tale for Her Majesty's Treasury Enterprise Conference (London 26.januar)

prisingsmodeller for CDS samtidig som den gir begrunnelser for hvorfor det ikke er blitt utviklet en basismodell for prissetting tilsvarende som for aksjer og deres tilhørende derivater.

I kapittel 2 behandler jeg utviklingen av kredittderivat markedet og gjennomgår nødvendige definisjoner og terminologi. Videre tar jeg opp elementer som en må ta stilling til ved inngåelse av en CDS kontrakt og som vil ha betydning for fastsettelse av CDSpremien og tilhørende risiko.

I kapittel 3 tar jeg for meg utviklingen av ulike typer prisingsmodeller for CDSpremie. Jeg begynner med de enkleste *arbitrasjemodellene* før jeg går videre til enkle *binomiske* modeller. Deretter setter jeg fokus på det banebrytende arbeidet til *Merton (1974)* som kan klassifiseres som de strukturelle modellens far. Videre presenterer jeg den strukturelle retningen *First-Time Passage* modeller og deres utvikling. Avslutningsvis gjennomgår jeg dagens mest anerkjente modellretning nemlig *reduert form* modeller (RFM).

Kapittel 4 forholder seg til problemer knyttet til prising av CDSpremie og redegjør særlig for hvorfor det ikke er samsvar mellom de teoretiske modell svarene og de prisene en observerer i markedet.

Kapittel 5 presenterer de viktigste funnene i undersøkelsen og identifiserer noen elementer som det vil være nyttig å se nærmere på i videre studier.

## 2. Definisjoner og terminologi for Credit Default Swap og relaterte elementer

### 2.1 Hva er en Credit Default Swap (CDS)?

Credit default swaps are structured as instruments which make an agreed payoff (either fixed or calculated with reference to a specific mechanism) upon the occurrence of a credit event (default of the reference credit). Credit default swaps allow the transfer and assumption of the risk of default of a nominated entity. (Das 2005:7) <sup>2</sup>

En litt enklere forklaring/definisjon er at en CDS er en kontrakt som gir en forsikring mot at en bestemt bedrift misligholder obligasjonene sine. Obligasjonen<sup>3</sup> som kontrakten bygger på er kjent som ”referanseobligasjon” (*the reference credit*), og mislighold av lånet er kjent som en ”kreditthendelse”<sup>4</sup> (*credit event*).

Kjøperen av en CDS (ett slikt produkt) får retten til å selge obligasjoner utstedt av bedriften for pålydende (”face value”) ved en kreditthendelse. Selgeren av forsikringen går med på å kjøpe obligasjonene (ved en kreditthendelse) for pålydende. Den samlede verdien en kan selge obligasjoner for er kjent som CDS’ens ”notional principal”.

Betaling av en slik forsikring gjøres ved at kjøperen gir periodiske betalinger til selgeren, enten ved slutten av obligasjonens løpetid eller inntil det skjer en kreditthendelse. Betalingene skjer oftest i perioder på 3mnd, men kan også utføres i perioder på 6mnd eller 12mnd. Ved en kreditthendelse vil oppgjøret enten være fysisk levering av obligasjonene eller i form av kontanter til selgeren.

---

<sup>2</sup> Das, Satyajit (2005), *Credit Derivatives, CDOs & Structured Credit Products*, s.7.

<sup>3</sup> Obligasjon: rentepapir med lengre løpetid enn 1år.

<sup>4</sup> Jeg vil i denne oppgaven bruke kreditthendelse og kredittbegivenhet for ”credit event”.



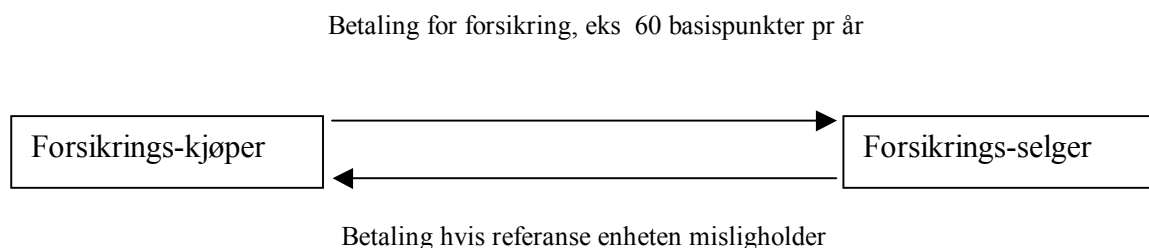
---

I tillegg til disse definisjonene ønsker jeg i det følgende å redegjøre for betydningen av viktig terminologi som jeg betjener meg av:

Å ta en *lang posisjon* ("long default swap basis") betyr å kjøpe referanseobligasjon og å kjøpe forsikring. Dvs. at å ha en lang posisjon i et verdipapir innebærer at en *eier* et verdipapir. Å ta en *kort posisjon* ("short default swap basis") betyr å selge referanseobligasjon og å selge forsikring. En kort posisjon i en kontrakt innebærer en fremtidig forpliktelse i henhold til kontrakten.

Å *hedge* en posisjon (også kalt å replikere eller å sikre) er å gardere seg mot den risikoen en var utsatt for. Når en f.eks. har en lang posisjon, hedger en posisjonen ved å inngå en kort posisjon.

Hovedtrekkene i forholdet mellom kjøper og selger kan fremstilles som følger (pilene illustrerer retningene kontantstrømmene går):



Foruten de begrepene jeg allerede har definert, skal jeg også inkludere følgende fire, nemlig *premie*, *referanseobligasjon*, *default* og *kontant versus fysisk oppgjør*. Her defineres disse bare kort, og jeg vil senere komme nærmere tilbake til hva slags funksjoner/ påvirkning på CDS som er forbundet med den enkelte av dem:

*Premie*: også kjent som pris, gebyr og spread. En premie er den periodiske eller forskuddsbetalingen som kjøperen av en CDS gjør til selgeren. Det er viktig å merke seg at denne betalingen opphører når det skjer en kreditthendelse. Imidlertid vil kjøperen normalt

måtte betale påløpte renter (betaling) fra siste premie og frem til hendelsesdatoen til selgeren. Jeg vil komme nærmere tilbake til fastsettelse av denne i kapittel 3.

*Default:* Refererer seg til mislighold av referanseobligasjonen(e). Dette gjelder ikke bare når bedriften som har utstedt obligasjonene går konkurs, men også når andre forhold til obligasjonene misligholdes. Eksempler på dette kan være for sen betaling av kuponger, restrukturering og akselerasjon av obligasjonen.

*Pari verdi:* Når prisen på obligasjonen er lik hovedstolen (det du får igjen ved forfall) (oftest:100)

*Kontant versus fysisk oppgjør:* Når det oppstår en kreditthendelse, utløses CDSen. Da kan oppgjøret for forsikringen enten skje i form av kontantbetaling eller i form av fysisk overrekkelse av obligasjonen(e) til selger. Ved kontant oppgjør får kjøperen obligasjonens parverdi minus verdien på obligasjonen etter mislighold. Ved fysisk oppgjør gir kjøper fra seg obligasjonen fysisk mot å få kontanter lik par verdi av obligasjonen

Øvrige nødvendige forklaringer av begrepsbruk og betingelser vil bli tatt opp underveis

## 2.2 Kredittderivat Markedet

Kredittderivat markedet oppsto etter mange kraftige kredittkriser (både statsoblig. og bedriftsobl.) fra tidlig 80-tallet (Latin Amerika) til så sent som 2001( Argentina og Enron). Noen av disse krisene var så kraftige at de forårsaket en konjunkturedgang i verdensøkonomien. Flere og flere ble derfor oppmerksomme på risikoen som en påtok seg ved å kjøpe obligasjoner. Dette gjaldt ikke bare den vanlige risikoen for fall i obligasjonskurs, men også risikoen forbundet med at utstederen kan komme til å misligholde sine forpliktelser. Med etterspørsel kom også tilbudet og dermed oppstod kredittderivat markedet tidlig på 90-tallet. Fra å være en liten og eksotisk del av kredittmarkedet har det siden vokst til et betydningsfullt og selvstendig marked.

---

CDS er for tiden et over-the-counter (OTC) produkt. Dette vil si at CDS ikke selges over en børs, men ved at kontrakten spesifiseres og inngås direkte mellom selgeren og kjøperen. Denne tidskrevende og spesielle måten å selge/kjøpe på gjør at det er de store finansinstitusjonene som deltar i et slikt marked. Hovedaktører i markedet er følgende tre:

Forretningsbanker ("commercial banks"), investeringsbanker ("Investment banks") og investorer i rentepapirer/obligasjoner ("fixed income investors").

Siden kredittderivater er OTC produkter, vil det være vanskelig eller nesten umulig å måle korrekt størrelse på markedet og veksten. Dette fordi en handler privat og ofte kan slippe å føre verdiene opp på balanseregnskapet til kjøperen/selgeren. Selv om det er vanskelig å finne tall om slike produkter, er det to aktører som jevnlig utfører undersøkelser i nettopp kredittderivat markedet og utviklingen av dette, nemlig British Bankers Association (BBA) og U.S. Office of the Comptroller of the Currency (OCC). Estimatenes gitt av BBA er funnet ved at de har utført undersøkelser på de internasjonale medlemsbankenes kontorer i London. Siden nesten alle de store markedsdeltakerne har kontorer i London, vil utvalget derfor gi en noenlunde riktig representasjon av verdensmarkedet. Imidlertid er BBA sine undersøkelser basert på intervjuer og beregninger og vil ikke kunne gi et konkret tall på størrelsen. OCC får derimot sine tall fra "call reports" registrert av US-forsikrede banker og utenlandske filialer. Disse tallene er basert på konkrete tall og gir derfor et mer representativt tall for markedet. Problemet er at de ikke tar med investeringsbanker, forsikringsselskaper og investorer, i tillegg til at tallene bare er hentet fra USA. Dermed gir dette også et skjevt bilde. Selv om det er vanskelig å gi et konkret tall på størrelsene, vil BBA sine undersøkelser likevel gi en god illustrasjon på hvordan størrelsen og utviklingen er.

I den siste publiserte undersøkelsen til BBA (i 2003/2004), henvendte de seg til 30 store internasjonale banker (mens i 1999/2000 undersøkelsen var det bare 24 banker med). BBA konkluderte i sin undersøkelse med at markedet ved slutten av 2003 var på US\$3,5 trillioner utestående, mens det i slutten av 1999 bare var US\$893 billioner utestående. Dette vil si en økning på nesten 400% på 3år. Fremtidsprognosen deres for 2004 var på US\$5 trillioner og for 2006 på hele US\$8,4trillioner.

Geografisk sett er Europa ved London det markedet som er størst med sine 45% av den totale omsetningen, mens USA (ved New York) utgjorde 40%. De resterende 5% er jevnt fordelt mellom Asia og Sør-Amerika <sup>5</sup>

Kort sagt kan en si at kredittderivater har høy etterspørsel fordi de betjener et uoppfylt marked. ”For øyeblikket virker produktene som nye og vanskelige å forstå. Men som med datamaskiner er det ikke spørsmål om den generelle finansielle verden vil ta dem i bruk, men hvor fort den vil gjøre det” <sup>6</sup> (Tavakoli 2001:6).

## 2.3 Markedsstruktur:

Det er uten tvil CDS som er det mest brukte og etterspurte produktet i kredittderivat markedet. Følgende tabell gir en fordeling over produkter på kredittderivatmarkedet:

År	2000	2002	2004	2006
Type				Prediksjon
CDS	38%	45%	51%	42%
Portfolio CDOs	18%	22%	n/a	n/a
Basket products	6.0%	6.0%	4.0%	5%
Credit linked notes	10.0%	8.0%	6.0%	6%
Credit Spread Options	5.0%	5.0%	2.0%	3%

<sup>5</sup> Tall fra BBA credit derivatives report 2003/2004

<sup>6</sup> Min oversettelse fra: Tavakoli, Janet M (2001), *Credit Derivatives & Synthetic Structures* 2.ed s.6-7

Equity linked credit products	n/a	n/a	1.0%	3%
Full index trades	n/a	n/a	9.0%	12%
Swaptions	n/a	n/a	1.0%	1%
Synthetic CDOs- full capital	n/a	n/a	6.0%	5%
Synthetic CDOs- partial capital	n/a	n/a	10.0%	11%
Tranched index	n/a	n/a	2.0%	5%
Total Return Swaps	11%	7%	4%	4%
Asset swaps	12%	7%	4%	3%
Tall fra BBA Credit Derivatives Report 2003/2004 <sup>7</sup>				

Ved slutten av 2003 estimerte BBA at CDS utgjorde 51% av markedet. Selv om prognosen for framtiden viser en liten nedgang, betyr det bare en reduksjon i markedsandel, ikke i volum. Det ser snarere ut til at de andre kredittderivat produktene skal ta igjen litt av forspranget som CDS i dag har. Nå skal det sies at CDS har svingt opp og ned i andel fra 52% i 1997 til 38% i 1999 for så gå opp igjen til 53% i 2003. Men generelt vil CDS være det mest brukte da det er blant de enkleste og mest anvendelige produktene i klassen for kreditt-derivater.

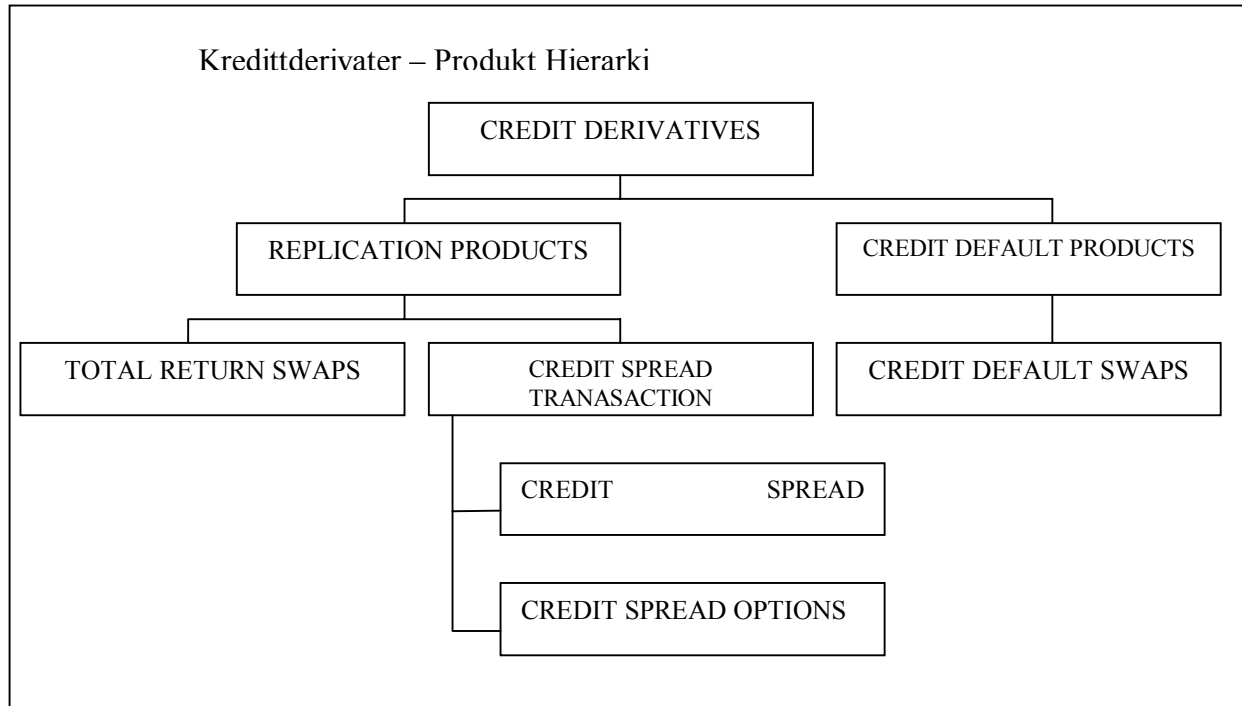
BBA estimatet viser også, at når det gjelder størrelsesforholdet mellom referanse enhetene (kredittutstedere), har 66% av underliggende representert private rentepapirer og 34% har vært statsrentepapirer. Hvilke type renteinstrumenter er det da som blir underliggende? Det er meget interessant er at 66% av referanse enhetene var i A-BBB sjiktet og CCC-CC har steget fra 17% i 2001 til naturligvis 34% i 2003.<sup>8</sup> Dette kan vise til at investorer har blitt mer oppmerksom på risikoen som er forbundet med siste type obligasjoner, eller at markedet for

<sup>7</sup> British Bankers' Association (2003/2004) "Credit Derivatives Report 2003/2004"

<sup>8</sup> Tall fra British Bankers' Association (2003/2004) "Credit Derivatives Report 2003/2004"

CDS er blitt mer utbredt og det er flere deltakere på begge siden som kan ta på seg de forskjellige risikoene som det innebærer.

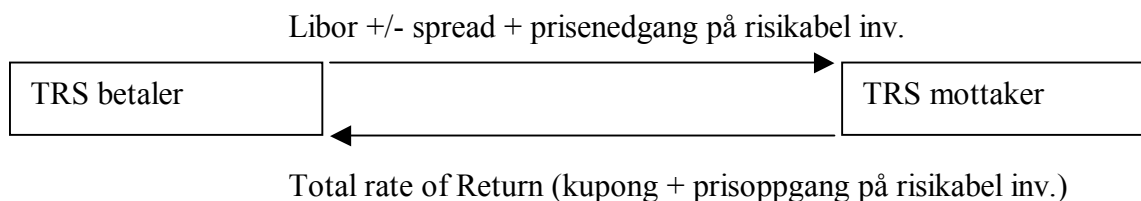
Das (2005) viser til dette produkthierarkiet til kredittderivater:<sup>9</sup>



Replication products: Gir en utstrakt dekning av kredittrisiko i form av forsikring av rentebetalinger knyttet til lån/obligasjoner eller forsikring av en påkrevd credit-spread over eller under en risikofri referanserente (eks avkastningen til ett statsrentepapir).

Total Return swap: (Total Rate of Return Swaps) (TRORs). I en TRS inngår A og B i en kontrakt hvor de avtaler å bytte *alle kontantstrømmer* som oppstår mellom to ulike investeringer. Vanligvis er en av disse to investeringene en risikabel investering (mulighet for mislighold) og den er en risikofri (misligholdsfri) Libor investering. Denne strukturen gir mulighet for et bytte av eiendelers utbetalinger uten å måtte overføre eierskapsrettighetene til eiendelene.

<sup>9</sup> Das, Satyajit (2005) *Credit Derivatives, CDO & Structured Credit Products* s.8



Credit Spread transaction: I denne klassifiseringen prøver en å forsikre seg for/til forskjellige credit-spread ofte knyttet mellom et risikabelt rentepapir og et risikofritt (misligholdsfritt) rentepapir.

Credit-spread forward: En forward kontrakt er en avtale mellom to parter om å kjøpe eller selge underliggende til en bestemt pris på et bestemt tidspunkt i fremtiden. *Oppgjøret* finner sted på forfallsdagen. I en credit-spread forward er underliggende en credit spread, dvs:

Credit-spread: avkastningen til en risikabel obligasjon – avkastning til en risikofri obligasjon.

Dermed blir en credit-spread forward en kontrakt hvor en avtaler å bytte rente ved et framtidig tidspunkt for en bestemt lengde (som oftest fram til den risikable obligasjonens-forfallsdag)

Tidsstrukturen på en credit spread forward:



Credit spread options: Det er to standardtyper av opsjoner, nemlig put og call. En *put* er en rett, men ikke plikt til å selge underliggende ved en forhåndsavtralt pris (strike price). En *call* er retten (men ikke plikt) til å kjøpe underliggende ved en forhåndsavtalt pris. I en slik opsjon er underliggende en credit-spread (strike price = strike spread). Kontantstrømmen ved forfallstidspunkt ( $T$ ) blir: Credit-spread

---

put = Durasjon x N x max [credit spread (T) – strike spread, 0] Credit-spread

call = Durasjon x N x max [Strike spread – credit spread (T), 0]

Her er N = pålydende verdi, og T er opsjonens løpetid. Sagt med ord, så vil en økning i credit-spreaden gi en investor med langposisjon (kjøper) i en putopsjon fortjeneste. Dette vil si at investoren vil tjene på at avkastningen til en risikabel obligasjon øker (eller prisen på den risikable obligasjonen synker) i forhold til risikofri underliggende.

## 2.4 Referanseobligasjoner

En referanseobligasjon er den obligasjonen som utløser betaling fra selger til kjøper hvis det oppstår en kreditthendelse og er altså en mislighold betaling. Referanse-obligasjonen/kreditten kan enten være en obligasjon eller et lån utstedt av en bedrift eller en stat. I de fleste CDS kontraktene vil en kreditthendelse kunne gjelde flere obligasjoner eller lån med liknende karakteristika. Dette beskytter forsikringskjøperen mot tilstander hvor mange gjeldspapirer blir misligholdt men tilfeldigvis (eller med vilje) ikke hans egen obligasjon/lån.

De fleste kontraktene har en obligasjon som underliggende. Dette fordi det er enklere å prise og/eller hedge (replikere/sikre) en CDS som er basert på en obligasjon. Siden obligasjoner vanligvis blir omsatt i et marked, kan underliggende bli kjøpt for å sikre en lang posisjon. En kan da også hedge en kort posisjon ved å ”go short” på underliggende. En annen begrunnelse for at vi ser flest kontrakter med obligasjoner som referanseobligasjon, er at en observert obligasjonspris vil kunne virke som et grunnlag for CDS-premien. Når referanseobligasjonen er et lån, er det med ett vanskeligere. Lån er som oftest ikke omsatt i et likvid marked og en vil dermed ikke kunne observere markedsprisen direkte. En må derfor gjøre seg bruk av offentlig tilgjengelige karakteristika til bedriften, som for eksempel D/E ratio, RoC, og lignende, for å finne den reelle verdien av lånet. Dermed blir også prisingen av CDS kontrakten vanskelig, fordi prisen på lånet ikke er direkte observerbar. Et annet problem med lån som ikke er omsatt på børs, er at det ikke er mulig å kjøpe/selge lånet som en hedge. Dette medfører at det blir vanskeligere å redusere eller fjerne risikoen en utsetter seg for ved å



---

inngå en CDS – både for den som kjøper og for den som selger. For en bank vil en del av risikoen i et enkelt lån forsvinne ved at banken diversifiserer seg gjennom mange utlån.

## 2.5 Mislighold av lån eller kreditthendelser

Det kanskje mest kritiske elementet i en CDS, er begivenheten/hendelsen som gjør at obligasjonen blir misligholdt. Det dreier seg med andre ord om den begivenheten som utløser utbetaling fra forsikrings selgeren. Hva defineres så normalt som en kredittbegivenhet? International Swap and Derivatives Association (ISDA) har listet opp seks slike mulige begivenheter:<sup>10</sup>

1. Konkurs (Bankruptcy)
2. Betalingsunntatelse (mangel på betaling) (Failure to pay)
3. Akselerasjon på obligasjonen<sup>11</sup> (Obligation acceleration)
4. Misligholdt obligasjon (Obligation default)
5. Utsettelse av betaling (Repudiation/moratorium)
6. Restrukturering (Restructuring)

Ved inngåelse av en CDS kan motpartene bli enige om at alle eller visse utvalgte kredittbegivenheter fra listen ovenfor skal inngå i avtalen. En del vil kanskje savne én spesiell begivenhet, nemlig negativ justering på kredittvurderingen.<sup>12</sup> Begrunnelsene for at justeringen er utelatt i CDS-kontraktene er mange, men de to kanskje viktigste begrunnelsene – sett fra ISDA's side – er sjeldenhet og nøytralitet. Med sjeldenhet menes i denne sammenheng at det

---

<sup>10</sup> Hentet fra ISDA.org "ISDA 1999 Credit Derivatives Definitions "

<sup>11</sup> Akselerasjon på obligasjonen betyr at utsteder øker tempoet av utbetaling av kupongen og reduserer dermed løpetiden til obligasjonen.

<sup>12</sup> Når ett kredittklassifiseringsbyrå som f.eks Moody's eller Standard & Poors senker kredittvurderingen av en obligasjon.(ned er negativt, mens opp er positivt)

tidligere var veldig få kontrakter som inneholdt en slik klausul. Dermed var nedjusteringen ikke så interessant når en skulle utarbeide en mer standardisert kontrakt, og prøve å definere begivenheter. Det andre forholdet – nøytralitet – er et anliggende som er forsøkt ivaretatt for å unngå at kredittklassifiseringsbyråene, som med en slik klausul vil ha en direkte påvirkning på utløsninger av CDS og dermed sitte med stor makt, med vilje eller utilsiktet skal komme til å misbruke sin posisjon. Dette ville ha utsatt byråene for faren for søksmål.

En annen faktor som bør nevnes her er klausulen om substans (materiality) som mange CDSer har. En må sikre seg at kredittbegivenheten er virkelig/signifikant og ikke skyldes en feil utbetaling fra en oppgjørsansatt. Det vil si at det bør være et visst krav til dokumentasjon av ”mislighold” eller størrelsen på slik mislighold. ISDA foreslår at man kan akseptere eller leve med en betalingsfeil på inntil USD 1,000,000. Det vil si at betalingsfeil på mindre enn USD 1,000,000 ikke vil gjelde som en kredittbegivenhet. Og her gjelder det altså kontrakter hvor pålydende verdi er på minst USD 10,000,000:

Payment Requirement is relevant to the Failure to Pay Credit Event. If a Payment Requirement is not specified, the Credit Derivatives Definitions provide that the Payment Requirement will be USD 1,000,000 or its equivalent in the relevant Obligation Currency as of the occurrence of the relevant Failure to Pay.<sup>13</sup>

Default Requirement is relevant to the Obligation Acceleration, Obligation Default, Repudiation/Moratorium and Restructuring Credit Events. If a Default Requirement is not specified, the Credit Derivatives Definitions provide that the Default Requirement will be USD 10,000,000 or its equivalent in the relevant Obligation Currency as of the occurrence of the relevant Credit Event.<sup>14</sup>

---

<sup>13</sup> [www.isda.org](http://www.isda.org), ” EXHIBIT A to 2003 ISDA Credit Derivatives Definitions” s4

<sup>14</sup> [www.isda.org](http://www.isda.org), ” EXHIBIT A to 2003 ISDA Credit Derivatives Definitions” s6

---

## 2.6 Kontant versus fysisk oppgjør

Når det oppstår en kredittbegivenhet melder det seg et behov for en av to mulige former for oppgjør. Den ene er kontantoppgjør og den andre består i at de underliggende obligasjonspapirene fysisk skifter eier. Den enkleste og mest vanlige formen er fysisk oppgjør. Her vil kjøper av CDS motta det beløpet som han har forsikret seg for, mot at han fysisk overgir obligasjonspapirene til selgeren av CDSen. Når dette er gjort vil kontrakten være slutført. Et numerisk eksempel kan se slik ut:

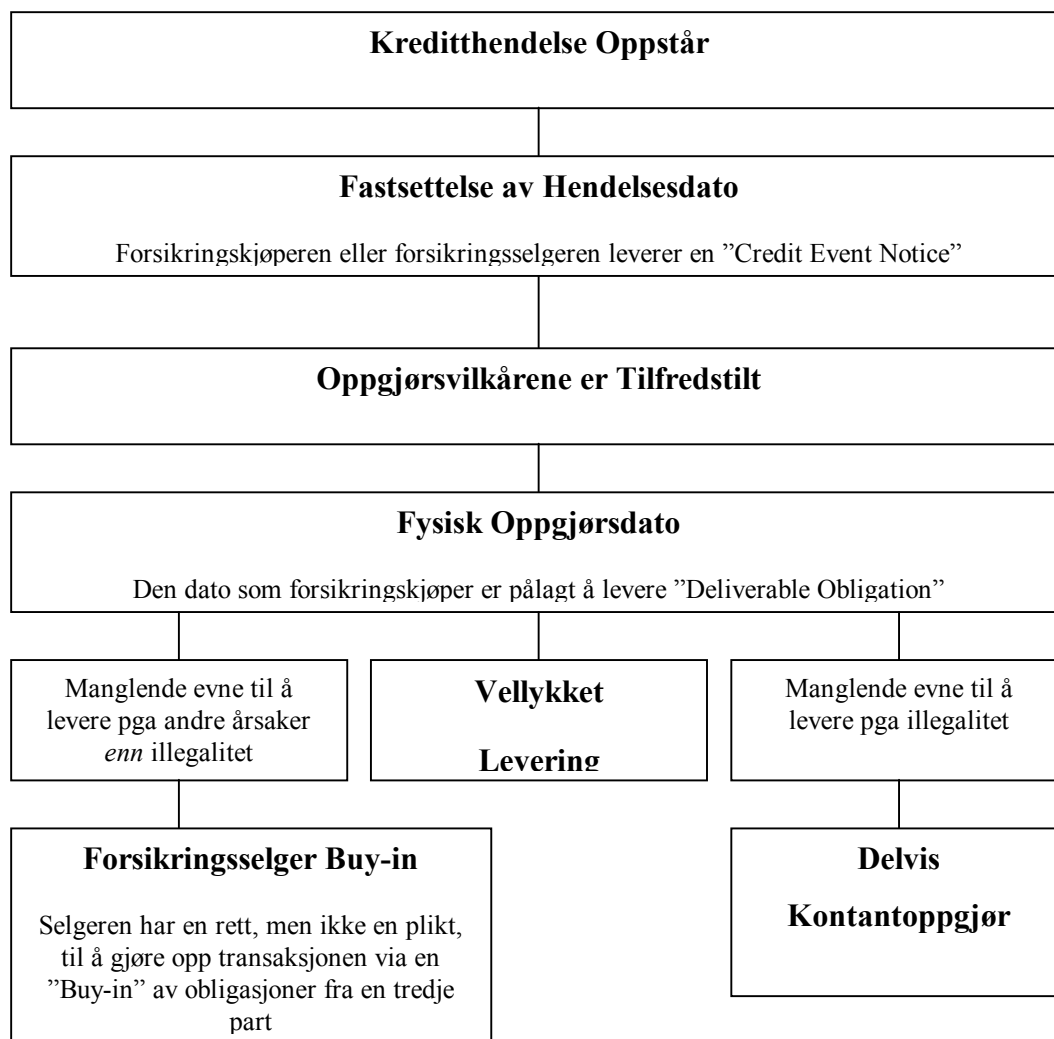
Pålydende verdi på CDS er NOK 75,000,000 og referanseprisen er 100%. Hva må de deltakende partene ut med ved en kredittbegivenhet, når en legger fysisk oppgjør til grunn? Selger må ut med:

$$75,000,000 * 100\% = 75,000,000$$

Dette gir han til kjøperen og i bytte vil kjøper måtte levere obligasjonene til forsikrings selger.

Noen vil kanskje stusse på at en ikke tar hensyn til påløpt kupongrente på obligasjonen. Men grunnen til dette er, at så lenge kupongrente ikke er spesifisert i kontrakten, tar en heller ikke hensyn til den direkte. Begrunnelsen er at forsikrings selgeren mottar påløpte renter ved at han får eiendomsrett til obligasjonen, og dermed også tilkommer fremtidige kuponger. Om han så i virkeligheten får kupongen, er usikkert, ettersom utstederen ved en kredittbegivenhet står i fare for konkurs.

Nedenfor vises den vanlige prosessen i en CDS hvor det opereres med fysisk oppgjør fra kredittbegivenheten til slutføring av kontrakten.



15

Som det fremgår av oversikten, er det faktisk 3 mulige utfall ved en kreditthendelse. Det ene er når alt går etter oppskriften og begge leverer det de har lovet. De to andre utfallene går ut på at kjøperen ikke klarer å levere obligasjonene til selgeren slik det var forutsatt i kontrakten. En skulle tro at det ikke var forskjell på disse to utfallene, når kjøper i ingen av tilfellene klarer å levere underliggende. Men her skiller man formelt mellom to utfall, fordi det faktisk kan være tilfeller hvor kjøperen ville gjøre noe ulovlig hvis han prøvde å levere obligasjonene. Forutsetningen som gjelder i et slikt tilfelle, er at kjøperen ikke skal straffes for noe han ikke selv kan styre. I et slikt tilfelle vil en foreta deler av oppjøret med kontanter. Ved manglende

<sup>15</sup> Figur hentet fra: Derivatives working party of the Faculty & Institute of Actuaries "Credit Derivatives"

---

evne til å levere underliggende til selger, pga andre årsaker enn illegalitet, vil forsikrings selgeren kunne kjøpe underliggende fra en tredjepart. Forsikringskjøperen må da kjøpe eller trekke fra denne summen i sitt oppgjør med forsikrings selgeren.

Ved et kontantoppgjør blir forholdet mer komplisert. Med en slik oppgjørsmetode vil det nemlig ikke være noen form for bytte ved en kredittbegivenhet. Kjøperen vil da beholde obligasjonene sine og motta verdiforskjellen mellom pari verdi og den verdien obligasjonen har etter mislighold. I teorien kan det derfor virke som en enkel sak å utbetale mellomlegget mellom det en har og det en skulle ha hatt hvis obligasjonen ikke hadde blitt misligholdt. I praksis er det imidlertid mer komplisert. For hvordan kan en beregne den virkelige verdien av obligasjonene etter at de har blitt misligholdt? Det er dette som er vanskelig å finne ut. En vanlig praksis i forbindelse med et kontantoppgjør er at en tredjepart – en agent – skaffer markedsprisen på referanseobligasjonen. Agenten skaffer seg prisen ved å innhente kurser fra mange selgere ("dealers") i perioden fra og med dag 14 til dag 30 etter kredittbegivenheten.<sup>16</sup> Grunnen til at en slik praksis har blitt etablert, er at en er i bedre stand til å observere/finne den riktige prisen på obligasjonen etter at det første sjokket i markedet har lagt seg. En vil derfor vanligvis vente en viss tid før en prøver å anslå obligasjonens/-enes markedsverdi.

Jeg velger å illustrere dette med et eksempel:

Pålydende verdi på en gitt CDS er NOK 75,000,000. Referanseprisen (prisen på kontrakten i forhold til pålydende) er 100%, og ved hjelp av en agent har en skaffet til veie opplysninger om at bid-prisen<sup>17</sup> på obligasjonen etter mislighold er på 40%. Obligasjonen har en kupong (dvs årlig renteinntekt/utbetaling) på 6% og siste utbetaling var for 30 dager siden. Hva må selgeren av CDSen ut med til kjøperen ved kredittbegivenheten?

Han vil måtte ut med:

$$75,000,000 * (100\% - (40\% + 6\% * 30/360)) = 44,625,000$$

---

<sup>16</sup> Prisene vil som regel være bid-priser. Med bid-pris menes i denne sammenheng den verdi som en obligasjonseier vil kunne få realisert ved salg.

<sup>17</sup> Se note 12.

I eksempelet vil altså kjøperen av CDSen motta NOK 44,625,000 fra selgeren og (med tid og stunder) enten få de resterende pengene fra obligasjonsutstederen eller selge obligasjonen i markedet. For å kunne bestemme prisen på underliggende må en altså få kurser fra ”dealers”. Dette kan være vanskelig, da obligasjonspriser ofte er veldig volatile og lite likvide ved en kredittbegivenhet. Faktisk kan det ofte skje at obligasjonene ikke blir handlet på børs i det hele tatt etter kredittbegivenheten. Det er også derfor en bruker bid-priser på fastsettelse av markedsprisen. Dette for at forsikringskjøperen ikke skal gå med tap hvis han vil selge obligasjonene sine i markedet.

### 3. Prising (verdsettelse) av Credit Default Swap

Prising eller fastsettelse av CDS-premie er vanskeligere enn tilsvarende for aksje-, rente- eller valutakurs derivater. En grunn til den høyere kompleksiteten er at markedsprisen på underliggende (dvs obligasjon eller lån) ofte er vanskelig å observere. Dette er spesielt tilfelle for inngåtte lån, som sjelden omsettes i et annenhånds marked. Selv når en har drevet betydelig analysing av lånet, vil det være vanskelig å måle kredittkvaliteten til en debitor. Vanskeligheten med å måle kredittkvaliteten skyldes ofte at viktige verdier som ledelse og andre mer uhåndgripelige (intangible) aktiva er vanskelig å kvantifisere eller sette verdi på.

Hvis den underliggende bedriften er kredittvurdert (rated) av et kredittvurderingsbyrå (heretter byrå), kan deltakere benytte kredittvurderingen som en referanse for å fastsette verdien på gjelden (underliggende). Dette kan allikevel være problematisk siden forskjellige byråer gjerne kommer fram til forskjellige kredittvurderinger. I tillegg er de publiserte kredittvurderingene ofte utdaterte dvs. at informasjonen allerede er i markedet eller andre ting har skjedd i mellomtiden. Dermed er byråene ikke i stand til å analysere den underliggende gjelden kontinuerlig. Studier gjort av Norden og Weber (2004) viser at bare et fåtall, om noen, kredittvurderings endringer utført av byråene representerer ny informasjon i markedet.<sup>18</sup>

Prising av CDS er også vanskelig fordi mislighold skjer sjeldent i den enkelte bedrift. Siden bedrifter typisk nok bare misligholder én gang (dvs. at de går konkurs), vil empiriske data på mislighold til en betalingsdyktig bedrift vanligvis være utilgjengelig. For å få bukt med dette problemet blir det ofte antatt at bedrifter i samme kredittkategori og sektor har lignende misligholdsegenskaper. Med egenskaper her menes at selskapene antas å ha lik risiko og overlevelsesevne.

I tillegg til de nevnte forhold er det mange årsaker til mislighold. Det kan være interne årsaker som vanstyre i bedriften, inkompetanse eller underslag, men det kan også skyldes eksterne årsaker som konjunkturedgang eller hard konkurranse i markedet. Mislighold skjer

---

<sup>18</sup> Norden og Weber (2004) "Informational Efficiency of Credit Default Swap and Stock Markets: The Impact of Credit Rating Announcement" *Journal of Banking and Finance* 28:2813-2843

ofte pga av kombinasjoner av flere faktorer, og dermed må korrelasjonen mellom disse bli inkorporert i en prisingsmodell for at den skal kunne bli mest realistisk, eller teoretisk riktig.

Videre er risiko fra motpartens side et viktig prisingsselement, siden mislighold av underliggende gjeld vanligvis fører til stor oppgjørsbetaling for forsikrings selgeren. Ideelt sett burde korrelasjonen mellom misligholdsrisikoen til underliggende og motpartsrisiko være med i prisingsprosessen. Andre elementer som også bør bli tatt hensyn til i en prisingsvurdering er kredittrisiko, markedsrisiko og operasjonell risiko når en priser CDS-kontrakter. Alt dette fører til at prising av CDS så vel som kredittderivater generelt blir kompliserte prosesser.

## 3.1 Enkle arbitrasjemodeller

### 3.1.1 Den enkleste arbitrasjemodellen

Den enkleste modellen for prissetting eller fastsettelse av CDS-premien kan en finne ved arbitrasjeargumentet, hvor prisen på CDS-en må samsvare med relasjonen mellom risikofri rente og risikabel rente. Vi får da følgende formel:

$$\text{CDS premie} = \text{Avkastning på risikabel obligasjon} \div \text{avkastning risikofri obligasjon} \quad (1.1)$$

Rent teoretisk burde da premien på en CDS bli relativt lett å finne.

Et enkelt eksempel på dette kan være følgende:

*Portefølje I:* 1 FJELL (risikabel) 1-årig sertifikat med rente 8% pr år og en CDS på FJELL 1-årig sertifikat med X i premie pr år

*Portefølje II:* Risikofri plassering til 4% pr år:

Hva burde CDS premien være i dette tilfelle? Fra arbitrasjeargumentet burde det være :  $X = 8\% - 4\% = 4\%$



Men forholder det seg i virkeligheten så enkelt? For å besvare dette spørsmålet må vi først se nærmere på kontantstrømmene til de to porteføljene – se også understående tabell: <sup>19</sup>

Portefølje I: En risikabel kupongobligasjon  $\bar{C}(t)$ , en kupong  $\bar{c}$  pr år og løpetid  $T_N$

En CDS på denne obligasjonen, med årlig CDS premie på  $s$

Porteføljen avvikles etter mislighold

Portefølje II: En risikofri kupong obligasjon med verdi  $C(t)$  på tidspunkt  $t$ ; med samme utbetalingsdatoer som den risikable kupongobligasjonen. Kupongen er på  $(\bar{c} - s)$ .

Obligasjonen er solgt etter mislighold av den risikable obligasjonen.

	Portefølje I			Portefølje II
Tid	Risikabel obligasjon	CDS	Porteføljen	Risikofri obligasjon
$t = 0$	$-\bar{C}(0)$	0	$-\bar{C}(0)$	$-C(0)$
$t = T_i$	$\bar{c}$	$-s$	$(\bar{c} - s)$	$(\bar{c} - s)$
$t = T_N$	$1 + \bar{c}$	$-s$	$1 + (\bar{c} - s)$	$1 + (\bar{c} - s)$
Mislighold ved $t = \tau$ $\tau \leq T_N$	$\delta$	$1 - \delta$	1	$C(\tau)$

$\delta$  = verdi av obligasjon etter mislighold (dvs. beløpet en får ved konkurs e.l.)  $\Delta =$   
verdien som blir igjen

<sup>19</sup> Eksempelet er hentet fra Schönbucher, Phillip J, *Credit Derivatives Pricing Models: Models, Pricing and Implementation* (2003)

Ved å bruke *arbitrasjeargumentet* vil disse to porteføljenes kontantstrømmers verdi være like, med mindre det mislighold skjer, og vi vil dermed få:

$$\bar{C}(0) = C(0) = B(0, T_N) + \bar{c}A(0) - sA(0) \quad (1.2)$$

Her representerer  $B(0, T_N)$  nåverdien ved tidspunkt 0 og  $A(0)$  er verdien på annuitetsutbetalingene.

Hvis denne sammenhengen skulle bli brutt, ville en kunne selge den dyre porteføljen og kjøpe den billige, som til slutt ville ha gitt en risikofri profitt.

Ved et *eventuell mislighold* vil resultatet bli noe annerledes:

Verdi av Portefølje I v/mislighold:  $\delta + 1 - \delta = 1$  (eller pari verdi)

Verdi av Portefølje II v/mislighold:  $C(\tau)$

Optimalt burde  $C(\tau) = 1$  og dermed også gi pari verdi, men det er flere grunner for at  $C(\tau) \neq 1$ . Den ene er påløpte renter. Prisen på en kupongobligasjon vil stige fra den dagen en betaler ut en kupong og like til neste gang en betaler ut (alt annet holdt konstant). Ved utbetaling av neste kupong vil prisene falle med en størrelse lik kupongen (her:  $\bar{c} - s$ ), og så vil prisen igjen stige fram til neste kupongutbetaling. En vil få det velkjente sagbladmønsteret, og verdien på den risikofrie kupongobligasjonen vil kunne være høyere enn pari – for det er kun i det øyeblikk at en akkurat har betalt ut kupongen at prisen er lik parikurs. En annen grunn til at  $C(\tau)$  kan være ulik pari er, at dersom terminstrukturen er stokastisk, vil verdien av  $C(\tau)$  bevege seg stokastisk, og en vil dermed ikke kunne regne med at verdien er nær pariverdi før ved forfall. Eller enklere sagt: usikkerhet i rentekurver og framtidsutsikter vil kunne påvirke prisen på obligasjonene ufordelaktig for prising av CDSer. Det vil si at noen ganger slår endringer ut til fordel for kjøper andre ganger for selger. Dermed kan vi også komme til en annen viktig markedssannhet, nemlig at kupongobligasjoner ofte blir omsatt med en annen kurs enn pari allerede fra dag 1, dvs. at  $C(0) \neq 1$ .

---

### 3.1.2 Binomisk prising (Risiko-nøytral sannsynlighet for mislighold)

En vanlig teoretisk måte å prise en opsjon/derivat er å verdsette *binomisk*. Binomisk prising på kredittprodukter ble først brukt av Sharpe(1978), men videre utviklet mer formelt av Cox, Ross og Rubinstein (1979) og Rendlemann og Bartter (1979). Disse viste i sitt arbeid koblingen mellom sin modell og Black-Scholes-Merton<sup>20</sup> modellen og hvordan en implementerer denne modellen. Deres binomiske modell blir ofte referert til som ”Cox-Ross-Rubinstein prisings modell”.

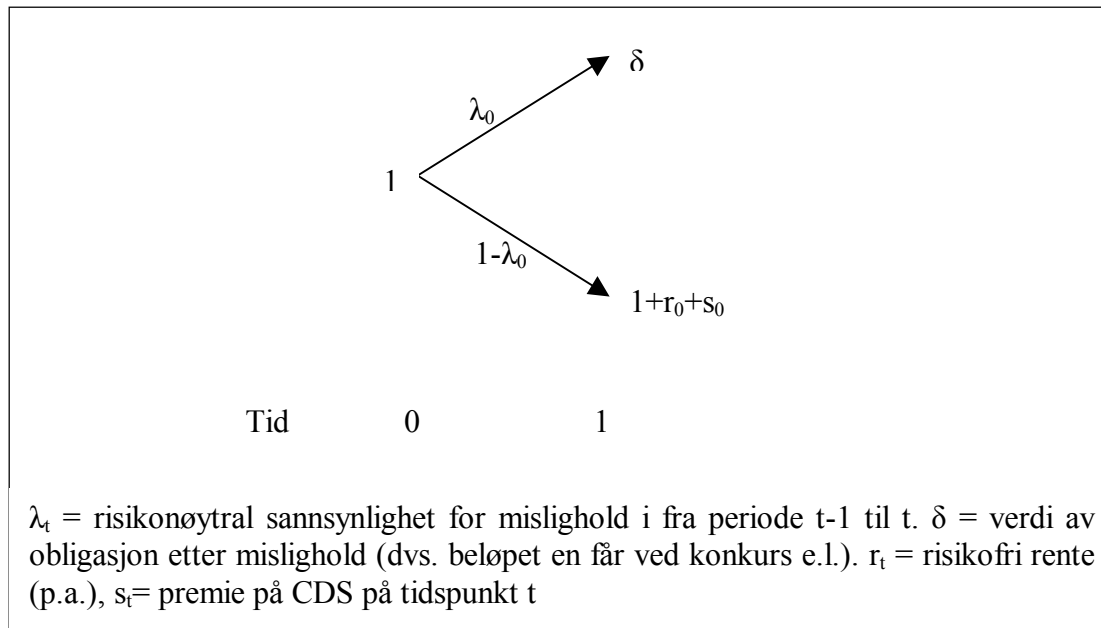
En binomisk modell er en veldig enkel og intuitiv modell. For aksjer er forutsetningen at prisen enten kan gå opp eller ned over en spesiell periode, mens det i CDS sammenhengen derimot gjelder at underliggende (obligasjonen) enten misligholdes eller ikke gjør det. Det er denne betingelsen med bare to mulige utfall pr tidsenhet som gir modellen navnet ”binomisk”. En viktig forutsetning ved binomisk prising er at en antar at verden er risikonøytral, og videre at diskonteringsattsene som en bruker er risikonøytrale rentesatser, eller rettere sagt at en bruker risikofri rente som diskonteringsatts. Denne måten å prissette på kommer fra prising av komplementære porteføljer, hvor arbitrasjeprisene vil reflektere en risikonøytral sannsynlighet for enten oppgang eller nedgang. Et viktig poeng er at binomiske modeller *ikke* antar at investorer er risikonøytrale i virkeligheten, men det er arbitrasjeargumentet som gjør at prisene *vil* være risikonøytrale. Jeg vil illustrere dette med følgende eksempel:

En enkel én-periodisk binomisk-tre for en risikabel obligasjon kan se slik ut.<sup>21</sup>

---

<sup>20</sup> Black-Scholes-Merton modellen er også kjent som Black-Scholes modellen. Opprinnelig kom Black og Scholes ut med en modell for å regne ut den teoretiske prisen på en europeisk call opsjon. Omtrent samtidig gjorde Merton en del nærliggende relaterte studier, og har dermed også blitt kreditert som en av oppfinnerne av modellen.

<sup>21</sup> Modellen er i utgangspunktet hentet fra Meissner, Gunter (2005), *Credit Derivatives; Application, Pricing, and Risk Management*, s103, men her benyttes notasjonen  $\delta$  istedenfor RR og modellen er noe forenklet. RR (eller  $\delta$ ) er andelen av obligasjonen en sitter igjen med ved mislighold.



Obligasjonens utvikling i denne enkle én-periodiske binomiske modellen er som følger: Ved tidspunkt 0, er verdien satt til 1. I løpet av 1. periode kan obligasjonen enten *misligholdes* med sannsynlighet  $\lambda_0$  og dens verdi vil da være  $\delta$ , eller så kan obligasjonen *ikke* misligholdes med sannsynlighet  $1-\lambda_0$ . Verdien av den forfalte (tilbakebetalte) obligasjonen er par + renter. Hvis vi skal holde oss til arbitrasjeargumentet, vil avkastningen til en obligasjon være følgende: risikofri + CDS premie =  $(r-s) = \bar{r}$ . Dermed vil verdien av obligasjonen ved forfall være  $1 \cdot (1+r_0+s_0) = 1+r_0+s_0$ . En forutsetning her er at når obligasjonen først er blitt misligholdt, vil den også fortsette i misligholdt tilstand i tiden framover.

Vi kan nå finne den risikonøytrale sannsynligheten for mislighold i periode 1,  $\lambda_0$ , ved å bruke risikonøytral relasjon hvor forventet avkastning er lik risikofri rente,  $1+r_0$ , som vil være lik den forventende avkastningen på de sannsynlighetsvektede risikable aktiva. Fra ovenstående figur får vi følgende formel:

$$(1+r_0) = \lambda_0 \delta + (1-\lambda_0)(1+r_0+s_0) \quad (1.3)$$

Hvis vi dividerer (1.3) med  $(1+r_0)$  får vi en logisk tolkning av formelen:

$$1 = \left[ \lambda_0 \delta + (1-\lambda_0)(1+r_0+s_0) \right] / (1+r_0) \quad (1.4)$$

Formelen (1.4) gir oss et viktig risikonøytralt prisings prinsipp, det vil si at alle forventede kontantstrømmer  $[\lambda_0\delta + (1-\lambda_0)(1+r_0+s_0)]$ , som er diskonterte med risikofri rente  $r_0$ , er lik den gitte nåverdien, 1.

Løser en (1.3) mhp den risikonøytrale sannsynligheten får vi:

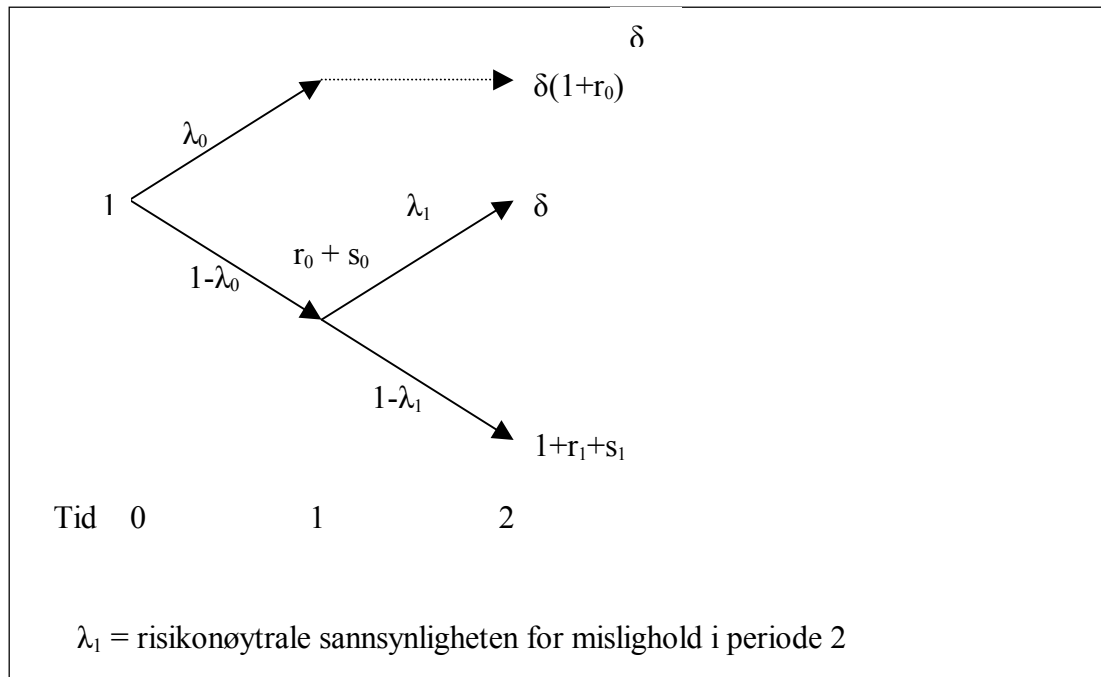
$$\begin{aligned}\delta\lambda_0 - \lambda_0 - r\lambda_0 - s\lambda_0 &= -s_0 \\ \lambda_0 &= \frac{s_0}{(1+r_0+s_0-\delta)}\end{aligned}\tag{1.5}$$

Verdien av  $s_0$  og  $r_0$  er det mulig å finne i markedet, men å komme fram til en representativ misligholdsverdi,  $\delta$ , er noe mer vanskelig. Denne verdien kan en finne fram til ved å observere misligholdsverdi for tidligere misligholdte obligasjoner som hadde samme løpetid og var i samme risikoklasse og markedssektor. Et eksempel kan illustrere dette:

Den 1-årige risikofrie renten er på 4% og en 1-årig CDS premie på ett FJELL sertifikat er på 3.5%. Misligholdsverdien av FJELL sertifikatet anses å være på 65%. Hva er da den risikonøytrale sannsynligheten for mislighold i periode 1? Basert på ovenstående formel vil den være:

$$\lambda_0 = \frac{0.035}{(1+0.04+0.035-0.75)} = 10.77\%$$

Nå er det kanskje ikke så interessant bare å se på én periode, men en får likevel her med seg hovedprinsippet. Om vi skulle føre det videre til en to-periode modell, vil essensen i modellen ikke endres, men en vil få flere trinn hvor mislighold er ”sluttproduktet” :



Gitt at FJELL skulle misligholde i periode 1, kan vi plassere de pengene som vi får ut, altså  $\delta$ , risikofritt og få en avkastning på innskuddet lik  $(1+r_0)$ . Hvis den derimot ikke blir misligholdt i periode 1, får vi en sikker avkastning på  $r_0 + s_0$  som vi kan plassere hvor vi vil. I periode 2 har vi samme utgangspunkt som i periode 1; obligasjonen kan enten misligholdes med risikonøytralsannsynlighet  $\lambda_1$ , og ”utbetaling” av sluttbeløpet  $\delta$ . Hvis den derimot ikke blir misligholdt vil obligasjonen forfalle med sannsynlighet  $(1-\lambda_1)$  og en vil få tilbake det investerte beløpet (1) pluss avkastningen for periode 2 ( $r_1 + s_1$ ). (Merk her at vi allerede har fått ut avkastningen for periode 1). Som med den én-periodiske modellen er den forventende avkastningen av de sannsynlighetsvektede risikable aktiva lik risikofri avkastning, noe som her blir  $(1+r_0)(1+r_1)$ . Dermed kan vi sette opp følgende ligning:

$$(1+r_0)(1+r_1) = \underbrace{\lambda_0}_{1} \underbrace{\delta(1+r_1)}_{2} + (1-\lambda_0) \left[ \underbrace{(r_0+s_0)}_{3} \underbrace{(1+r_1)}_{4} + \underbrace{\lambda_1}_{3} \underbrace{\delta}_{4} + \underbrace{(1-\lambda_1)}_{4} \underbrace{(1+r_1+s_1)}_{4} \right] \quad (1.6)$$

Dette kan virke som en kompleks formel, men den er ganske intuitiv. Første ledd på høyre side av likhetstegnet viser til mislighold i periode 1. Da får en  $\delta$  (misligholdsverdien) som en kan investere risikofritt (til  $1+r_1$ ), og sannsynligheten for dette er  $\lambda_0$ . Dermed er ledd 1 den vektete avkastningen for periode 2 ved mislighold i periode 1. Ledd 2 [ $(r_0 + s_0)(1+r_1)$ ]

viser til avkastningen i periode 1 hvis obligasjonen ikke blir misligholdt,  $(r_0 + s_0)$ , som blir investert risikofritt til en rente lik  $r_1$ . Ledd 3,  $\lambda_1 \delta$ , gjenspeiler den sannsynlighets vektete ( $\lambda_1$ ) avkastningen en får hvis obligasjonen blir misligholdt i periode 2. Her vil en ikke kunne investere beløpet, fordi en først får beløpet når perioden er over. En investor sitter bare igjen med  $\delta$  hvis obligasjonen blir misligholdt i periode 2. Når en obligasjon faktisk ikke misligholdes utbetaler den ved forfall  $(1 + r_1 + s_1)$ . Sannsynligheten for at det skal skje fra  $t=1$  til  $t=2$  er  $(1-\lambda_1)$ . Det er hva ledd 4 representerer. Leddet  $(1-\lambda_0)$  viser til sannsynligheten for at en ikke misligholder i periode 1. Løser en denne mhp den risikonøytrale misligholdssannsynligheten i periode 2,  $\lambda_1$  får en følgende formel:

$$\lambda_1 = \frac{\left[ \frac{(1+r_0)(1+r_1) - \lambda_0 \delta (1+r_1)}{1-\lambda_0} \right] - (r_0 + s_0)(1+r_1) - 1 - r_1 - s_1}{(\delta - 1 - r_1 - s_1)} \quad (1.7)$$

Nå kan en spørre seg hvorfor en skal finne den risikonøytrale *sannsynligheten* istedenfor *premien* som de fleste er interesserte i å kjenne til. Begrunnelsen for dette er at en kan bruke en slik sannsynlighet også for andre lignende obligasjoner som referanse for den obligasjonen en har tenkt å kjøpe/selge CDS på. Hvis en da baker inn disse sannsynlighetene i formelen under, vil en finne den gjennomsnittlige premien pr periode,  $s_0 = s_1 = s$

$$s = \frac{\left[ \frac{(1+r_0)(1+r_1) - \lambda_0 \delta (1+r_1)}{(1-\lambda_0)} \right] - (1+r_0 - \lambda_1)(1+r_1) - \lambda_1 \delta}{(2 + r_1 - \lambda_1)} \quad (1.8)$$

Hvis vi nå tar for oss det samme eksempelet som med det én-periodiske, men istedet utvider den til to perioder får vi følgende situasjon: Fra før av har vi for FJELL obligasjon forutsatt at  $r_0 = 4\%$ ,  $s_0 = 3,5\%$ ,  $\delta = 65\%$ . Videre får vi vite at fra periode 1 til periode 2 er forward risikofri rente på  $5\%$  og forward CDS premie på  $4,5\%$ .<sup>22</sup> Hva blir da mislighold sannsynligheten fra periode 1 til 2? Det svaret finner vi i følgende ligning:

---

<sup>22</sup> Forwardkontrakt: Avtale mellom to parter om å kjøpe eller selge underliggende til en bestemt pris på et bestemt tidspunkt i fremtiden. *Oppgjøret* finner sted på forfallsdagen.

$$\lambda_1 = \frac{\left[ \frac{(1+0,04)(1+0,05) - 0,1077 * 0,65(1+0,05)}{(1-0,1077)} \right] - (0,04 + 0,035)(1+0,05) - 1 - 0,05 - 0,045}{(0,65 - 1 - 0,05 - 0,045)}$$

$$\lambda_1 = 7,26\%$$

Nå har jeg bare behandlet én- og to-periodes binomiske modeller, for å vise hvordan prinsippet rundt denne typen av modeller virker. For å kunne ha en mer realistisk modell, hvor en regner med flere perioder, er det bare å utvide den binomiske modellen til å inkludere flere perioder. Ett hovedpunkt i modellen som jeg til nå ikke har tatt opp, er at det er mulig å finne den engangspremien ved  $t = 0$  som i sum tilsvarer alle de premieutbetalingene en gjør periodevis. For å finne dette, må en vekte misligholdspremiene ( $s_t$ ) med deres risikonøytrale sannsynlighet, og diskontere dem med den risikofrie renten (for å finne nåverdien av dem). Basert på det forrige eksempelet får vi da:

$$\begin{array}{l} \text{Fra periode 1 til 2: } 4,5\% \times 0,0726 / (1+0,05) + 4,5\% \times (1-0,0726) / (1+0,05) = 4,29\% \text{ og} \\ \text{fra} \qquad \qquad \qquad \text{periode} \qquad \qquad \qquad 1 \qquad \qquad \qquad \text{til} \qquad \qquad \qquad 0: \\ \left[ (3,5\% + 4,29\%) \times (1-0,1077) / (1+0,04) \right] + \left[ (3,5\% \times 0,1077) / (1+0,04) \right] = 7,05\% \end{array}$$

Dvs at istedenfor å betale en premie på 3,5% første år og så kanskje 4,5% neste år, kan en betale 7,05% allerede ved  $t = 0$ .

Nå har det seg slik at markedet generelt har premiebetalingen som oftest er lik kupongutbetalingene til underliggende. Dette har som mål å redusere det kapitalbehovet en trenger når en skal kjøpe en CDS. (Dette gjør det nemlig mulig å betale CDS premien med en del av utbetalingen en får på obligasjonen). Men teoretisk får en bedre forståelse for hva CDS kontrakten er verdt hvis en regner om til nåverdien.



## 3.2 Strukturelle modeller

### 3.2.1 Merton modellen fra 1974 (Black-Scholes-Merton)

Som nevnt tidligere er det en kobling mellom den generelle binomiske prisingsmodellen og Black-Scholes modellen. Black-Scholes modellen er hovedsaklig beregnet for prising og hedgeposisjoner på opsjoner og ikke på kredittderivater. Robert Merton kom med en nyvinning på dette området. I 1974 utga han sin kjente modell som gjør det mulig å estimere en bedrifts gjeldsverdi og sannsynligheten for mislighold. Merton (1974) modellen er matematisk identisk med Black-Scholes modellen, men variablene er omformulert. Dette fordi Merton observerte at eiendelene av et selskap har en opsjon på å slå selskapet konkurs. For eierne vil det være optimalt å slå selskapet konkurs på tidspunktet for tilbakebetalingen av gjelden dersom selskapets verdi er lavere enn gjelden.

La oss se nærmere på forskjellene:

#### Merton modellen

$$E_0 = V_0 N(d_1) - De^{-rT} N(d_2) \quad (1.9)$$

$E_0$  = Nåverdien av egenkapitalen på tidspunkt 0.

$V_0$  = Nåverdien av eiendelene på tidspunkt 0

$De^{-rT}$  = Nåverdien på tidspunkt 0 av gjelden som skal betales tilbake ved tid T.  $Ke^{-rT}$  er nåverdien på tidspunkt 0 av utløsningsprisen ved tid T.

N er den kumulative standard normalfordelingen,  $r$  = den risikonøytrale kontinuerlig forrentede renten.

Som en ser, er formlene identiske, men de bruker andre variabler ved beregninger. Og dermed blir også selve modellene også forskjellige. Dette gjelder også i forhold til  $d_1$  og  $d_2$ . I Merton modellen fastsettes  $d_1$  og  $d_2$  slik:

#### Black-Scholes modellen

$$C = S_0 N(d_1) - Ke^{-rt} (d_2) \quad (1.10)$$

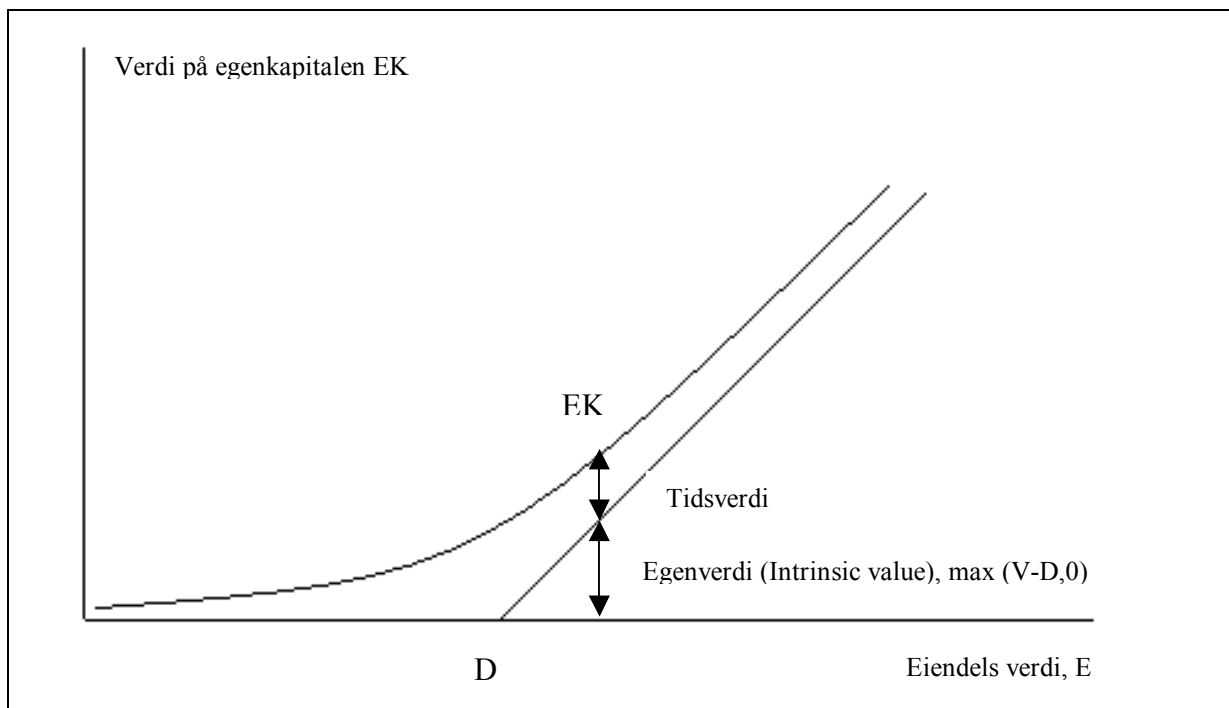
$C$  = prisen på call på tidspunkt 0, eller dagens verdi

$S_0$  = Dagens aksjekurs

$$d_1 = \frac{\ln\left[\frac{V_0}{De^{-rT}}\right] + \frac{1}{2}\sigma_v^2 T}{\sigma_v \sqrt{T}} \quad d_2 = d_1 - \sigma_v \sqrt{T}$$

Her representerer  $\sigma_v$  den forventede volatiliteten til eiendelene i et selskap, og  $T$  opsjonens forfallsdato, målt i år.

Merton sin formel (1.9) gir den egenkapital eierne har krav på av eiendelene til bedriften. Hvis vi forenkler formelen til  $E = V - D$  har vi en enkel intuitiv forklaring: Hvis verdien av eiendelene  $V$  øker, så vil verdien på egenkapitalen,  $E$ , kunne øke til det uendelige. Men hvis gjelden,  $D$ , overstiger verdien av eiendelene, vil bedriften gå konkurs. Hvis dette skjer, vil den egenkapital eierne besitter, ved å bruke bedriftens eiendeler, gå med til å betale ned deler av gjelden, mens de da får ingenting igjen selv. Det uendelige oppside potensialet og den begrensede nedside risikoen er essensielle opsjonskriterier og reflekterer tidsverdien i figuren under:



I denne figuren ser vi verdien dersom opsjonen skulle utøves i dag også kalt egenverdien (intrinsic value), er  $\text{Max}(V-D, 0)$ , eller retttere sagt verdien som er størst av  $V-D$  eller 0. Egenverdien pluss tidsverdien er lik verdien til egenkapitalen.

Ett viktig element i Merton sin modell er forståelsen av hva  $N(d_2)$  er. I Black-Scholes modellen er  $N(d_2)$  leddet *den risikonøytrale sannsynligheten* for utøvelse av call-opsjonen. Hvis vi snur om på det, så får vi  $N(-d_2)$  som gir oss sannsynligheten for ikke å utøve call-opsjonen. For Merton modellen betyr det at verdien på gjelden,  $D$ , er større en verdien på eiendelene,  $V$ , som igjen betyr konkurs for bedriften. Dette sier oss at  $N(-d_2)$  er den risikonøytrale sannsynligheten for mislighold av lån (dvs  $\lambda$ ).

Når vi nå har fått beskrevet det grunnleggende ved modellen, kan vi bygge den ut litt mer med henblikk på relasjoner. Vi vet at egenkapitalen ikke har noen nedsiderisiko, og dermed har muligheten for uendelig oppside profitt. Dette kan ses som en call-opisjon på eiendelene med en strike pris på  $D$ . Vi får altså  $E_T = \text{max}(0, V_T - D_T)$ . *Obligasjonseierne* har det annerledes. Hvis firmaet *går konkurs*, dvs.  $V_T < D_T$ , vil obligasjonseierne mota  $V_T$ . Men hvis bedriften *er betalingsdyktig*, dvs  $V_T > D_T$ , vil obligasjonseierne mota  $D_T$ . Dermed har vi en ny relasjon hvor :  $B_T = \text{min}(V_T, D_T)$ . Dette kan bli uttrykt slik:

$$\begin{aligned} B_T &= D_T + \text{min}(0, V_T - D_T) \\ &= D_T - \text{max}(0, D_T - V_T) \end{aligned} \quad (1.11)$$

Dette gir oss en spesiell tolkning: Den risikable gjelden kan uttrykkes som en del risikofri gjeld med en utbetaling på  $D_T$ , trukket fra en put opsjon på eiendelene i bedriften, med strike pris på  $D_T$ . Hvis verdien av  $D$  er høyere enn  $V$ , vil en motta  $D-(D-V)$ , altså  $V$ . Hvis en derimot har  $D > V$ , vil en motta  $D$ , fordi put-en ikke vil bli utløst.

Vi har nå en mulighet for å finne ut verdien på den risikable gjelden, som igjen vil gjøre det mulig for oss å finne ut CDSpremien.

Fra Merton sin modell, via put-call pariteten, får vi *nåverdien av en put* på eiendelene i bedriften,  $P_0$ :

$$P_0 = -V_0 N(-d_1) + D e^{-rT} N(-d_2)$$

Vi er interessert i å finne *nåverdien av den risikable gjelden*  $B_0$ , og vi får det ved den enkle relasjonen at  $B_0 = NV(D_T) - P_0$ , eller uttrykt med Merton sin modell:

Vi får dermed

$$B_0 = D_T e^{-rT} - \left[ -V_0 N(-d_1) + D_T e^{-rT} N(-d_2) \right], \text{ hvor; } 1 - N(-d_2) = N(d_2) \quad (1.12)$$

$$B_0 = D_T e^{-rT} N(d_2) + V N(-d_1)$$

hvor

$$d_1 = \frac{\ln \left[ \frac{V_0}{D e^{-rT}} \right] + \frac{1}{2} \sigma_v^2 T}{\sigma_v \sqrt{T}} \quad d_2 = d_1 - \sigma_v \sqrt{T}$$

*Eksempel:*

Sett at verdien på eiendelene til Odin er verdt NOK 35.000.000 og at volatiliteten (eller svingningen) til eiendelene er på 60%, og risikofri rente,  $r = 4\%$ , så vet vi videre at Odin må betale ned gjelden sin på NOK 27.000.000 om ett år. Hva er da en rimelig fornuftig CDS premie på en Odin obligasjon?

For å finne ut premien på CDSen, må vi først finne ut obligasjonsprisen. Det gjør vi ved å regne ut  $N(d_2) \approx 0,591$  og  $N(-d_1) \approx 0,264$ , og får da følgende ligning:

$$\begin{aligned} B_0 &= 27.000.000 e^{-0,04 \times 1} \times 0,591 + 35.000.000 \times 0,264 \\ &= 24.571.317 \end{aligned}$$

Den risikable renten ved  $t = 0$  blir da:  $(27.000.000/24.571.317) - 1 = 9,88\%$

Ved å omgjøre den kontinuerlige risikofrie renten til nominell rente og legge den inn i formelen, finner vi CDS premien:  $9,88\% - (e^{0,04} - 1) = 5,80\%$ .

Merton sin modell er enkel og veldig lett å forstå intuitivt. Men det er dessverre en del faktorer som gjør den lite egnet til prising i den virkelige verden. For det første kjenner vi ofte ikke verdien på eiendelene  $V$  og deres tilhørende volatilitet  $\sigma_v$ . Videre er det ofte mye enklere

å finne verdien på *egenkapitalen*  $E_0$  og volatiliteten dens  $\sigma_E$ . Hvis en kan finne de riktige verdiene for disse kan en omgå problemet ved å bruke formelen (1.9) sammen med egenkapitalformelen under som er utledet fra Ito's lemma:

$$\sigma_E = N(d_1) V_0 \sigma_V \quad (1.13) \quad 23$$

Vi får dermed to ligninger og to ukjente, som ved litt regning bør gi oss svarene på  $V$  og  $\sigma_V$ . Vi kan altså løse dette ene problemet på en enkel måte, men det er flere andre problemer som ikke lar seg løse fullt så enkelt.

Et annet problem med Mertons modell er dens forutsetning om at mislighold bare skjer ved gjeldens forfallstidspunkt, noe som fjerner muligheten for tidlig mislighold, uansett hva som skjer med bedriftens verdi *før* gjeldens forfallstidspunkt. En vil altså ikke oppleve mislighold ved denne modellen når f.eks. verdien på eiendelene faller under minimumsgrensen før forfall på gjelden, og bedriften likevel klarer å restrukturere og møte betalingsforpliktelsene ved forfall på gjelden. Dvs. at selskapets eiendeler er på et tidspunkt lavere enn gjelden, men at det ved å gjøre om på ting, så klarer selskapet å møte forpliktelsene sine. Med Mertons modell, vil dette ikke være mulig. Den vil ved et slikt tilfelle automatisk si at selskapet misligholder, selv om de ikke ville ha gjort det. Et ytterligere problem er forutsetningen om at terminrentekurven er flat, og ikke stokastisk som mange mener. Jones et al. (1984, p 624) foreslo i sin oppsummering at: "there exists evidence that introducing stochastic interest rates, as well as taxes, would improve the models performance."<sup>24</sup>

Skatt er ofte sett bort fra pga forutsetning om ikke-vridende skatt, men mange har likevel innført stokastiske terminkurver.<sup>25</sup> Det å innlemme stokastisk rente i modeller gir oss (i tillegg til å være mer realistisk) den fordelaktige muligheten til å innføre korrelasjon mellom

---

<sup>23</sup> Fra Meissner, 2005, s121

<sup>24</sup> Jones, E., Mason, S., og Rosenfeld, E. (1984) "Contingent claims analysis of corporate capital structures: an empirical investigation", *Journal of Finance* 39:611-625

<sup>25</sup> Forutsetningen om ikke-vridende skatt går ut på at en forutsetter et effesient skattesystem. Dvs et skattesystem hvor en krever samme skattesats på *alle* inntekter og gir fradrag med samme skattesats for *alle* kostnader. Dette gjør at en investor ikke blir påvirket til å vri investeringene sine til ett skatte "fordelaktig" produkt. Overskuddet en sitter igjen med er mindre når en tar hensyn til skatt, men det endrer ikke investeringsbeslutningene. Men teori viser at en fortsatt ikke har et effesient skattesystem for i alle fall investorer som er skattepliktige. Se kap 4.1.2

verdien på bedriftens eiendeler og korttidsrenten. Forfattere som representerer strukturelle modeller, som Kim, Ramaswamy, Sundaresan (1993), Longstaff og Schwartz (1995) og Briys og de Varenne (1997), har inkorporert stokastisk terminkurve i sine modeller.

Et annet særtrekk som har fått hard kritikk, er prediksjon av mislighold. Siden verdien av en bedrifts eiendeler er modellert som en geometrisk Brownian bevegelse og mislighold kun kan skje ved gjeldens forfall, kan mislighold bli estimert med økende presisjon dess nærmere forfallstidspunktet en kommer.<sup>26</sup> Som et resultat vil mislighold ikke komme som en overraskelse, og modellen vil gi oss en veldig lav korttids kredittspread.

I artikkelen til Delianedis og Geske (2001) studerer de andelen av kredittspreaden som er forklart med kredittrisikoen i Merton modellen. De konkluderer med at den bare forklarer en brøkdel av kredittspreaden, og resterende blir tildelt faktorer som skatter, hopp, likviditet og markedsrisiko. ”...while jumps may explain a portion of the residual spread it is unlikely that jumps can explain it entirely.”<sup>27</sup> (s.24)

Et annet problem er at modellen bare lar en bruke null-kupongobligasjoner, og at en bedrifts kapitalstruktur ofte er mer komplisert enn som så. Ofte vil bedrifter utstede kupongobligasjoner, videre vil ny gjeld også kunne bli utstedet, og endelig er en rullerende gjeldsutstedelse et generelt tilfelle for mange.

Videre er det bare én mulig måte at obligasjonen kan bli misligholdt, nemlig at selskapets verdi blir mindre enn gjelden. Andre mulige situasjoner, som restrukturering, illikviditet eller opptrapping av betaling, tar Merton-modellen ikke hensyn til. Selve modellen har ikke gjort det så godt empirisk, men det er mange mer vellykkede modeller som har hatt denne som sitt utgangspunkt.

---

<sup>26</sup> Geometric brownian motion: Er en stokastisk prosess med kontinuerligtid, hvor logaritmen til den tilfeldige variabelen følger en Wiener prosess. Den er mye brukt til opsjonsprising fordi en variabel som følger en geometrisk brownian bevegelse kan ta hvilken som helst verdi større enn null.

<sup>27</sup> Delianedis og Geske (2001) ”The Components of Corporate Credit Spreads: Default, Recovery, Tax, Jumps, Liquidity and Market Factors”

---

### 3.2.2 First-time passage modeller (FPM)

#### *En presentasjon av noen modeller*

First passage modeller (FPM) ble introdusert av Black og Cox i 1976, som utvidet Merton modellen til også å omfatte tilfeller hvor bedrifter kan misligholde gjelden sin når som helst, og ikke bare ved gjeldens forfallstidspunkt. Sett ut i fra opsjonsteori, utvidet denne nyvinningen Merton-modellen fra en europeisk opsjon (hvor utløsning av opsjonen bare skjer ved forfall av opsjonen) til en amerikansk opsjon (hvor utløsning kan skje før forfall).

Senere modeller har blitt utvidet til å ta høyde for flere forhold, som stokastisk rente, konkurskostnader, skatter, forskjellige gjeldstyper, tidsavhengighet og stokastiske misligholdsbarrierer, hopp i verdi på eiendeler osv. Selv om disse utvidelsene får modellene til å bli mer realistiske (eller teoretisk riktige), så fører de også til at modellene blir mer matematisk kompliserte.

En viktig faktor i modellene er *misligholdsbarrieren*, som kan bli tolket forskjellig. En måte å se den på er som en *sikkerhetsklausul* (covenant) i forhold til bedriftens gjeld. Den gir altså obligasjonseierne mulighet for å overta styringen av bedriften når eiendelene har nådd denne barrieren. Denne sikkerhetsklausulen vil fungere som en beskyttelsesmekanisme for gjeldseierne mot en utilfredsstillende bedriftsprestasjon. I denne sammenhengen vil barrieren være *deterministisk*, slik som modellen til Black og Cox (1976), Kim, Ramaswamy og Sundaresan (1993) og Longstaff og Schwartz (1995)<sup>28</sup>.

Mens Kim et. al (1993) og Longstaff og Schwartz (1995) antar en *eksogent gitt* barriere  $K$ , foreslår Black og Cox (1976) en *eksogen tidsavhengig* misligholdsbarriere på  $V_d = Ke^{-\gamma(T-t)}$ , hvor  $K$  og  $\gamma$  er eksogent gitte konstanter.  $K$  kan ses på som en barriere diskontert med avkastningskrav lik  $\gamma$ . Her vil en se det motsatte av en vanlig diskontert mengde. En høy verdi av  $K$  og/eller en lav verdi av  $\gamma$  gir større sannsynlighet for mislighold. Barrieren er som tidligere. Hvis verdien på eiendelene  $V$  kommer under  $V_d$  i tidsrommet  $t$  til  $T$ , vil eierne av eiendelene kunne tvinge bedriften til å slå seg konkurs, eller foreslå å restrukturere lånet.

---

<sup>28</sup> Se Meissner (2005) for fylligere utledninger.

Både Briys og de Varenne (1997) og Hsu, Saá og Santa-Clara (2004) tar for seg en *stokastisk* barriere. Briys og de Varenne (1997) ser på et spesielt tilfelle av Black og Cox (1976) hvor  $\gamma = r$ , dvs at misligholdsbarrieren er lik pålydende. De gjør barrieren stokastisk ved å ha en stokastisk rente som dermed også gir en stokastisk barriere.

Hsu et. al (2004) mener at verdiene på selskapseiendelene [ $V_d$  (eller  $V_t$ )] og barrieren ( $K$ ) ikke har så mye å bety hver for seg, men at det snarere er forholdet dem i mellom, nemlig  $V_t/K$  som er viktig. Dette forholdet gir oss nemlig et godt innblikk i betalingsevnen til bedriften. Her gjelder at jo høyere forholdstallet er, desto bedre er selskapet rustet til å betjene sine forpliktelser. De modellerer derfor *misligholdsbarrieren* som en *stokastisk prosess*, samtidig som de også antar at verdiene til selskapet  $V_t$  også følger en stokastisk prosess. Dette åpner muligheten for at forholdet  $V_t/K$  også blir en *stokastisk variabel* som kan inkluderes i en modell for å prissette obligasjoner.

Renten kan bli satt som en konstant eller som en stokastisk prosess. Black og Cox (1976) og Leland (1994) tar for seg renten som *konstant*, mens Kim et. al (1993), Longstaff og Schwartz (1995) og Briys og de Varenne (1997) modellerer renten som en *stokastisk prosess*. Når renten modelleres som en stokastisk prosess muliggjør det altså en korrelasjon mellom verdien på eiendelene og renten, og også for å gjøre misligholdsbarrieren stokastisk, som nevnt tidligere.

Longstaff og Schwartz (1995) bruker en Vasicek prosess (eller en Gaussisk tofaktor modell) for renten, korrelert med bedriftens verdi:

$$dr_t = a(b - r)dt + \eta\sigma_r dW_t \quad (1.14)$$

hvor  $dW_t$  er en wiener prosess. Videre er  $r$  = rente,  $a$  = mean reversion faktor,  $b$  = langsiktig gjennomsnittverdi (eller middelvei).  $\sigma_r$  er volatiliteten til renten  $r$ . Denne modellen har en ulempe i og med at den både kan inneholde *negativ* kredittspread og negative renter med en *positiv* sannsynlighet. Dette problemet er velkjent fra misligholdsfri gaussiske rentemodeller og blir delvis kompensert (så sant sannsynlighetene for en slik negativ hendelse er liten) ved at den er analytisk håndterlig. Kim et. al (1993) foreslår at en heller bør bruke en multifaktor Cox-Ingersoll-Ross (CIR) modell:



$$dr = a(b - r_t)dt + \sigma_r \sqrt{r_t} dW_t \quad (1.15)$$

Denne modellen har ikke den negative egenskapen som Vasicek modellen, samtidig som den like fullt er analytisk håndterlig. Men modellen gir dessverre bare mulighet for *positive* korrelasjoner mellom renter og intensitet.

Briys og de Varenne (1997) bruker på sin side en modell som ligner på en utvidet Vasicek eller en Hull-White modell.<sup>29</sup>

$$dr_t = a(t)[b(t) - r_t]dt + \sigma_r(t)dW_t \quad (1.16)$$

Forskjellen ligger i at de modellerer mean reversion faktoren  $a$ , den langsiktige gjennomsnittsverdien  $b$ , volatiliteten  $\sigma_r$ , som deterministiske funksjoner mhp. tid.

Generelt for alle disse modellene er at renten beveger seg stokastisk med en konstant volatilitet på  $\sigma_r$ , med et driftsledd. Dette driftsleddet gjør det slik at renten  $r$ , beveger seg mot en langsiktig verdi. Denne effekten er kalt mean reversion, og den langsiktige verdien ( $b$ ) er nivået (eller hvor en havner ved ingen drift) på mean reversion. Styrken på effekten er målt ved parameteren ( $a$ ) som er kjent som hastigheten på mean reversion. Dvs hvor fort et avvik fra den langsiktige verdien blir rettet opp.

### ***Ulemper ved og utvidelser av FPM modellene***

Et av hovedproblemene med denne typen modeller er dens analytiske kompleksitet. Kompleksiteten blir ikke mindre når en innfører stokastisk rente og endogene misligholdsbarrierer. Den matematiske kompleksiteten gjør det ofte vanskelig å finne et endelig uttrykk (*closed form expression*) for verdien på bedriftens egenkapital og gjeld og selv misligholds-sannsynligheten blir vanskelig å regne ut. Det sier seg selv at det ikke er en ønsket modellsituasjon.

---

<sup>29</sup> Hull-White modellen er:  $dr = a(b-r_t)dt + \sigma_r dW_t$

Det finnes i følge Elizalde (2005) to estimeringsfeil i de overnevnte modellene.<sup>30</sup> Den ene er en overdreven estimeringen av *mislighold* i forhold til det som egentlig er tilfelle i den virkelige verden. Ved at en med sikkerhet vet hvor stor eiendelsverdien til bedriften er og hvor misligholdsbarrieren er, kan en spesielt på kort sikt finne ut om det kommer til å bli mislighold eller ikke. En kan med andre ord med sikkerhet finne ut om det kommer til å bli misligholdt i den tidsperioden en regner på. Ved en høy verdi på eiendelene i forhold til barrieren, vil det i disse modellene være særdeles lav sannsynlighetsverdi for mislighold på kort sikt (dvs. tilnærmet lik 0). Denne estimeringsmuligheten for mislighold gjør at modellene gir en kortsiktig kredittspread nær null, mens det i markedet er observert at en faktisk har en minste spread-grense eller en minimums-spread på lang sikt. Dette viser at markedet tar høyde for sannsynlighet for mislighold, ikke bare på lang sikt men også på kort sikt.

Den andre estimeringsfeilen er estimering av *overlevelsesverdien*. Når et mislighold finner sted, vil gjeldseierne overta de eiendelene som er igjen i bedriften. Mislighold skjer når eiendelene har nådd misligholdsbarrieren. Kreditteierne vil dermed med sikkerhet få tilbake den verdien som barrieren har. Ved at en antar perfekt informasjon om verdien av både eiendeler og misligholdsbarriere, vil en også kunne forutse verdien på det som er igjen i konkursboet.

Det finnes i alle fall to hovedmåter i følge Elizalde (2005) å utbedre disse to svakhetene som er innebygget i modellene. Den ene er at en *inkluderer muligheter for hopp* i prosessen for eiendelsverdiene. Med muligheter for hopp mener en at det kan oppstå plutselige hopp både opp og ned på verdiene til eiendelene, noe som gjør at det kan føre til en mer plutselig endring i verdi – og dermed også hyppigere og overraskende mislighold på kort sikt – i forhold til nevnte modeller. Ved at det kan komme plutselige negative hopp i eiendelsverdien får en også en mer usikker verdi av eiendelene etter en konkurs. Dette fordi en ikke vet hvor stort hopp som faktisk skjer, og fordi en dermed kan risikere å treffe akkurat under misligholdsbarrieren eller også et godt stykke under. Lando (2004) nevner spesielt Zhou (2001)<sup>31</sup> og Hilberink og Rogers (2002)<sup>32</sup> sine modeller som begge har innført hopp i

---

<sup>30</sup> Elizalde, A. (2005) "Credit Risk Models II: Structural Models"

<sup>31</sup> Zhou, Chungsheng (2001) "The Term Structure of Credit Spread with Jump Risk", *Journal of Banking and Finance*, 25, 2015-2040

---

FPM, og hvor sistenevnte artikkel nærmer seg en endelig løsning eller en "closed-form solution".

Den andre måten en kan forbedre disse problemene på, er å utelukke antagelsen om perfekt informasjon og heller anta *imperfekt informasjon* om verdiprosessen på eiendeler og/eller misligholdsbarrieren. Dette vil føre til at investorer må benytte seg av fordelingsfunksjoner for å modellere verdiprosessene, noe som vil gjøre det umulig å forutse mislighold. Et eksempel på dette er Duffie og Lando (2001) som forbedrer tidligere modeller i sin artikkel "Term Structures of Credit Spreads with Incomplete Accounting Information" ved å anta at investorer *ikke* har perfekt informasjon<sup>33</sup>. En slik forbedring av tidligere modeller gjør deres modell mer virkelighetsnære enn tidligere, fordi en jo i det daglige liv normalt ikke kan forutse om og når en obligasjon eventuelt vil bli misligholdt.

Det kanskje mest problematiske problemet knyttet til FPM og strukturelle modeller generelt, er at de langt i fra har gitt tilfredsstillende resultater i praksis. De har blitt sterkt kritisert for sin dårlige forklaringsgrad og prediksjonsresultater, spesielt av tilhengere av og forkjempere for såkalte redusert-form-modeller, en type modeller jeg vil komme nærmere tilbake til i neste punkt. Et viktig bidrag for utprøving av strukturelle modeller er Eom, Helwege og Huang sin artikkel "Structural Models of Corporate Bond Pricing: An Empirical Analysis" (2003), hvor de implementerer modellene til Merton (1974), Geske (1977), Leland og Toft (1996), Longstaff og Schwartz (1995) og Collin-Dufresne og Goldstein (2001) og prøver dem ut på obligasjoner fra selskaper med enkel kapitalstruktur.

Deres resultater viser at modellene gjennomgående underestimerer spreaden til lavrisiko obligasjoner, noe som er i tråd med den klassiske kritikken av modeller som bygger på Merton. Men de finner i sin utprøving også ut at modellene gir veldig høy spread (overestimerer) på obligasjoner med høy risiko (høy gjeldsgrad og høy eiendelsvolatilitet). Dette var motsatt av tidligere oppfatninger, hvor en mente at modellene underestimerte over hele risikospekteret og ikke bare for lavrisiko obligasjoner. Selv om de kom med forskjellige

---

<sup>32</sup> Hilberink, B og Rogers L.C.G., (2002) "Optimal Capital Structure and Endogenous Default" *Finance and Stochastics* 6, 237-

<sup>33</sup> Duffie, D. og Lando, D., (2001) "Term Structures of Credit Spreads with Incomplete Accounting Information", *Econometrica* 69(3): 633-664

resultater enn kanskje antatt, ble oppfatningen av strukturelle modeller likevel ikke endret noe vesentlig. De konkluderer følgende (Eom et al 2003 s.5) ”Using estimates from the implementations we consider most realistic, we agree that the five structural bond pricing models do not accurately price corporate bonds”.

## 3.3 Redusert form (intensitets baserte) modeller (RFM)

### 3.3.1 Generelt om RFM

Den kanskje mest brukte og anerkjente retningen innenfor modeller for prising av kreditt-risiko er redusert form modeller. De er kalt redusert form modeller siden de ikke inkluderer eiendel-gjeld strukturen til et firma for å forklare mislighold av gjeld, men heller tar i bruk *gjeldspriser* som hovedvariabel for å modellere konkursprosessen. Dette gjør at formlene ofte blir sterkt redusert i lengde og kompleksitet – derav navnet. Mislighold er modellert ved en stokastisk prosess med en eksogen misligholdsintensitets rate (default intensity) eller hazard rate, som, multiplisert med en bestemt tidsramme, resulterer i en risikonøytral misligholdssannsynlighet (også kalt pseudo- eller martingale default sannsynlighet).

Det vil si at selve misligholdshendelsen kun er av statistisk karakter og ikke avhengig av den til enhver tid eksisterende relasjonen mellom verdien på eiendeler og gjeld.

Som med kredittderivater er også RFM veldig nytt. De ledende arbeidene til Jarrow og Turnbull (1995), Jarrow, Lando og Turnbull (1997) og Duffie og Singleton (1999) kom 20 år etter Black-Scholes-Merton modellen. Men selv om de er rimelig nye og har hatt relativt liten tid for utprøving, har modellene i følge Jarrow og Protter (2004) vist seg å gi bedre resultater enn strukturelle modeller når det gjelder prising og hedging.<sup>34</sup> Den empiriske litteraturen på RFM kan sies å ha fokusert mest på å estimere parametrene til én av følgende 3 prosesser: (1) hazard prosess, (2) spread prosess og (3) kortsiktig risikabel rente prosess. Den første prosessen har fått størst oppmerksomhet. Duffee (1998), Keswani (2000) og Driessen (2000), Madan og Unal (1998), Cumby og Evans (1997) er noen få utvalgte eksempler på

---

<sup>34</sup> Jarrow, R. A. og Protter F (2004), ”Structural Versus Reduced Form Models: a New Information Based Perspective”

---

analytikere som har prøvd å estimere "Hazard rate"-parametre. Den andre framgangsmåten "spread prosess" lar være å modellere mislighold og/eller gjenverdi (recovery) komponenter i kredittrisiko, men estimerer i stedet spread-prosessen direkte. Eksempler på dette er: Nielsen og Ronn (1998), Taurén (1999), Dülmann og Windfuhr (2000) og Geyer, Kossmeier og Pichler (2001). Den tredje gruppen, estimering av parametre i korttids risikabel rente, ser på summen av risikofri rente og kredittspread og estimerer en modell for den totale risikable renten. Her har Duffie og Singleton (1997, 1999) gitt et meget betydningsfulle bidrag.

Redusert form modeller er en form for arbitrasjefri modeller. Modellene kan tilpasses dagens terminstruktur på risikable obligasjoner for å kunne generere arbitrasjefrie priser. På denne måten kan kredittderivat prisene bli forenlige med markeddata.

Nedenfor gir jeg en presentasjon av fire forskjellige redusert form modeller som alle prøver å modellere risikable obligasjoner. Disse fremlegges for ordens skyld i kronologisk rekkefølge

### **3.3.2 Jarrow og Turnbull modellen "Pricing Derivatives on Financial Securities Subject to Credit Risk" (1995)<sup>35</sup>**

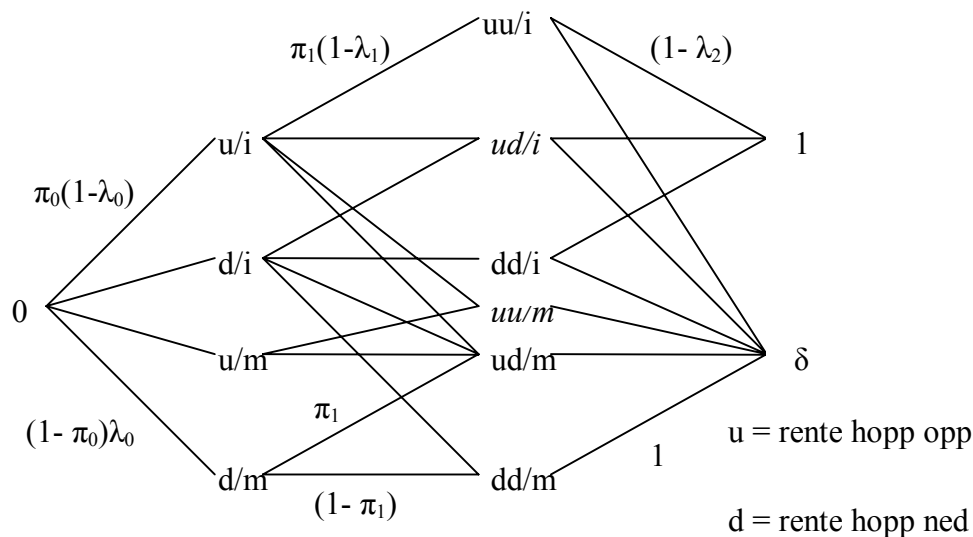
Jarrow og Turnbull blir ofte kreditert for å være grunnleggerne av redusert form (intensitets baserte) modeller for modellering av risikable rentepapirer. Utgangspunktet deres er at en risikabel obligasjon består av to deler, nemlig *risikofri rente* (misligholdsfri rente) og *risikabel rente*. Dermed er de egentlig svært like mange andre tidligere modeller, men det er det som ligger bak utregningen deres som utgjør forskjellene.

Det risikofri rente aspektet består hovedsakelig i et sannsynlighetstre, lignende det vi så på i forbindelse med den binomiske prisingsmodellen, men i deres sammenheng gjelder opp og ned bevegelsene i forhold til rentebevegelser og ikke i forhold til mislighold. En antagelse her er at den risikofrie renten har Markov diskre-tid egenskaper. Med Markov diskre tid egenskaper menes at informasjon om historiske priser ikke har noen relevans for framtidig pris, kun den mest oppdaterte informasjonen, dvs dagens pris er relevant. Størrelsene på bevegelsene opp og ned og risikonøytrale sannsynligheter kan da regnes ut ved standard teknikker for terminstrukturer:

---

<sup>35</sup> Jarrow, R. A. og Turnbull S. (1995) "Pricing Derivatives on Financial Securities Subject to Credit Risk" *Journal of Finance* 50:53-86

Den risikonøytrale sannsynligheten for ett hopp opp i renten ved tid  $t = 1$  er gitt ved  $\pi_t$ , følgelig blir sannsynligheten for ett hopp ned  $1 - \pi_t$ . Vi har dermed et standard binomisk tre. Ved å legge til den risikable prosessen til den risikofrie prosessen vil vi få en måte å prise ett kredittverdipapir. Den risikable prosessen er stort sett lik den vi hadde for den binomiske prisingsmodellen: I hver periode er det en mulighet for mislighold av gjelden med risikonøytral sannsynlighet  $\lambda_t$ . Dette fører til at det ved hver periode (node) vil være fire fremtidige tilstander og ikke bare to som tidligere brukt. Figuren under viser et tre-periodisk tilstandstre.



Figur er i utgangspunkt hentet fra Meissner (2005), men med visse endringer.

En node som  $ud/m$  blir nådd ved at den risikofrie renten har beveget seg opp og ned én gang hver, samtidig som bedriften har beveget (hoppet) seg inn i mislighold i én av periodene. En annen node som  $uu/i$  kommer av at den risikofrie renten har beveget seg opp 2 ganger og at det ikke har blitt mislighold i noen av periodene.

Legg merke til at ved *forfallstidspunktet* er det bare to verdier; nemlig  $\delta$  eller 1, eller sagt med rene ord: mislighold eller utbetaling av pålydende. En viktig antagelse er at en obligasjon som er blitt misligholdt forblir i denne tilstanden uansett hva som skjer med den risikofrie renten. Dermed får en enten alt tilbake altså pålydende (dvs. 1) eller så får en verdien ved mislighold  $\delta$ , som er gitt eksogent.

Tidspunktet for mislighold  $\tau$  er eksponensielt fordelt med parameter  $\lambda_t$ , gjerne kalt ”intensiteten av mislighold” eller risikograden.<sup>36</sup> Den er konstant og uavhengig av andre størrelser som f.eks. renteendringer.

Jarrow og Turnbull modellen var den første formelle ”kontinuerlig tids” modellen som modellerer den risikable terminstrukturen *basert på en misligholds prosess*. Deres modell var laget for å gi en ny teori rundt prising og hedging av derivater som involverte kredittrisiko. Selv om den ikke egner seg så godt for prising av CDS, er det en grunnleggende modell som er godt egnet til å skjønne redusert form modeller i sin alminnelighet.

---

<sup>36</sup> intensiteten av misligholdelse = default intensity, Risikograd = Hazard rate

### 3.3.3 Duffie og Singleton (1999) “Modelling Term Structures of Defaultable Bonds”<sup>37</sup>

Duffie og Singleton (1999; heretter DS) antar en arbitrasjefri verden, hvor alle rentepapirer er verdsatt i form av en korttidsrente prosess  $r$  og et tilsvarende martingalt mål  $Q$ . De bruker dermed en type risikonøytral sannsynlighetsregning og setter  $h_t$  (ofte omtalt  $\lambda_t$ ) som hazard rate for mislighold ved tid  $= t$  og  $L_t$  (gjærne betegnet i andre situasjoner som  $\delta$ ) som betegner den forventede prosentandelen tap i markedsverdi hvis mislighold skjer ved tid  $= t$ . Grunnprinsippet til DS for prising av risikabel obligasjon er som hvilken som helst risikonøytral prising:

$$B_{t,T} = E_t \left[ e^{-(r_{t,T} + s_{t,T})T} \right] \quad (1.17)$$

Her er  $B_{t,T}$  verdien på en risikabel nullkuponobligasjon ved tidspunkt  $t$  med løpetid på  $T$ , og med pålydende på 1kr.  $r_{t,T}$  er risikofri rente fra periode  $t$  til  $T$  (annualisert), mens  $s_{t,T}$  er risikopremien fra periode  $t$  til  $T$  (annualiser). Selv om grunnformelen er den samme, er det mange bakenforliggende forutsetninger som er forskjellige. I DS sin modell blir deres risikable obligasjonsrente  $R_t$  tilnærmet lik  $r_t + h_t L_t$ . Dette gjør at swap spreaden eller premien (ved arbitrasjeargumentet) på en CDS blir som følger:

$$s_{t,T} \approx h_{t,T} L \quad (1.18)$$

eller  $\lambda_t(1-\delta)$ . Her står  $h_{t,T}$  for hazard rate, og  $L$  er den forventede andelen tap i markedsverdi hvis det skjer misligholdelse ved tid  $= T$ . Det egentlige resultatet fra DS er at  $s \approx hL + hrL$ , men DS viser i artikkelen at en kan se bort fra siste leddet ( $hrL$ ) når en tar en for seg en *kontinuerlig tidsregning*.

---

<sup>37</sup> Duffie, D. og Singleton, K. (1999) “Modelling Term Structures of Defaultable Bonds” *Review of Financial Studies* 12, 687-720



Som en ser, er resultatet det samme som for mange arbitrasjemodeller, og det er også dette som er så bra med den. En kan enkelt inkludere andre faktorer som gjør seg gjeldende for prissetting av en CDS, som f.eks likviditetsproblemet, eller retttere sagt likviditetspremien  $\lambda$ . I den sammenheng vil premien bli:

$$s_{t,T} \approx h_{t,T}L + \ell \quad (1.19)$$

Hvor  $\lambda$  er en prosentandel av verdien på den risikable obligasjonen.

Et av DS's hovedresultater er deres uttrykk for risikable rentepapirer (som de ovennevnte uttrykkene kommer fra). Det sier at et risikabelt rentepapir  $B_t$  med pålydende  $X$ , risikabel rente  $R$  og løpetid på  $t+T$ , kan bli uttrykt som :

$$B_t = E_t^Q \left( e^{\sum_{j=0}^{T-1} R_{t+j}} X_{t+T} \right) \quad (1.20)$$

Uttrykket sier oss at en risikabel fordring  $B$  kan bli verdsatt ved å bruke en type "misligholdsfri" verdsettelse; nemlig ved å diskontere pålydende  $X$  med en misligholds-justert rente  $R_{t+j}$ , som er det samme som  $r_{t,T} + s_{t,T}$  eller  $r_{t,T} + h_{t,T}L$ . Det blir dermed mulig å bruke enten endogene eller eksogent gitte verdier på den risikofrie korttidsrenten  $r$  og/eller risikopremien  $s$ .

Ett siste poeng ved denne modellen viser seg i forhold til overlevelseshraten  $1-L$ . I DS modellen antar en at overlevelseshraten er en andel av den *risikonøytrale* forventede markedsverdi til obligasjonen ved mislighold, betegnet som "*recovery of market value*" (RMV).<sup>38</sup> I Jarrow-Turnbull modellen antar en i stedet at overlevelseshverdien er en andel av markedsverdien til en *risikofri* obligasjon ved misligholdstidspunktet.

---

<sup>38</sup> Duffie and Singleton (1999) s.691

### 3.3.4 Das og Sundaram (2000) "A Discrete-Time Approach to Arbitrage-Free Pricing Of Credit Derivatives"<sup>39</sup>

Modellen til Das og Sundaram (2000) ønsker å utvikle en lett implementerbar modell, samtidig som inngangsvariablene (input/eksogene variablene) er informasjon som er lett å få tak i. Modellen er basert på to faktorer. For det første er terminstrukturprosessen bygd på den til Heath, Jarrow og Morton (1990), men er utvidet til å inkludere en "forward spread" prosess, for å få med det risikable gjeldsaspektet.<sup>40</sup> Det ligger ingen restriksjoner på korrelasjonen til disse to prosessene og sannsynligheten for mislighold ved gitt tidspunkt er avhengig av hele utviklingen for begge prosessene opp til det gitte punktet. Den andre forutsetningen er at overlevelseshraten følger Duffie og Singleton (1999) med RMV betingelser. Det innebærer at ved mislighold vil verdien av obligasjonen være en andel  $a$  av prisen på en nullkuponobligasjon rett før mislighold.

Selve verdsettelsesmodellen til risikable obligasjoner er lik som for DS (1999), men med andre tegn for de samme variablene:

$$B_{t,t+h} = e^{-(\varphi_{t,t+h} * h)} = e^{-r_{t,t+h}} [(1 - \lambda_t) + \lambda_t \phi_t] \quad (1.21)$$

Hvor  $\varphi_{t,t+h} = r_{t,t+h} + s_{t,t+h}$ ,  $\phi_t = \delta_t$  og merk at her er perioden  $t \rightarrow (t + h)$  en uendelig liten tidsperiode. Det er få (om noen) som ikke har denne generelle formelen som utgangspunkt, hvor en obligasjons verdi utgjør av en risikofri del og en risikabel del. Men som for DS (1999) er det de bakenforliggende forhold som gjør modellene forskjellige. Som nevnt over har modellen to prosesser, en for den risikofrie framtidsrenten ( $r_{t+h,T}$ ) og en for framtidsswap spreaden ( $s_{t+h,T}$ ). Disse har samme oppbygning, men med forskjellige variabler:

$$r_{t+h,T} = r_{t,T} + \alpha_{t,T} h + \sigma_{t,T} X_1 \sqrt{h} \quad (1.22)$$

---

<sup>39</sup> Das, S. R. og Sundaram, R (2000) "A Discrete-Time Approach to Arbitrage-Free Pricing Of Credit Derivatives" *Management Science* 46, januar 2000, 46-63.

<sup>40</sup> Heath, D., Jarrow, R.A, Morton, A. (1990) "Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A Discrete Time Approximation".

hvor  $\alpha$  er driften til renten pr år,  $\sigma$  dens tilhørende volatilitet pr år og  $X_1$  er en binomisk fordelt tilfeldig variabel.

For framtidig swaprente (bytterente) har vi:

$$s_{t+h,T} = s_{t,T} + \beta_{t,T}h + \eta_{t,T}X_2\sqrt{h} \quad (1.23)$$

hvor  $\beta$  er swaprentens drift (annualisert),  $\eta$  er volatilitetskoeffisienten pr år og  $X_2$  er en tilfeldig binomisk variabel.

Das og Sundaram (2000) forutsetter at de to binomiske variablene har verdien -1 eller +1, hvor sannsynligheten for hver verdi er  $\frac{1}{2}$ . Det gir oss denne matrisen med sannsynligheter:

$$(x_1, x_2) = \begin{matrix} (+1, +1), \text{sannsynlighet : } (1 + \rho) / 4 \\ (+1, -1), \text{sannsynlighet : } (1 - \rho) / 4 \\ (-1, +1), \text{sannsynlighet : } (1 - \rho) / 4 \\ (-1, -1), \text{sannsynlighet : } (1 + \rho) / 4 \end{matrix} \quad (1.24)$$

Merk at  $\rho$  er korrelasjonskoeffisienten mellom variablene  $X_1$  og  $X_2$ . Das og Sundaram har satt denne til å være konstant i sin modell, men den kan variere for hver node hvis en ønsker det. I praksis tar denne koeffisienten forskjellige signal (+/-) verdier for forskjellige tidsperioder og tidslengder (se f.eks Duffee (1998), Adler og Altman (1998) og Das og Tufano (1996)). Mulighet for endring i modellen gir dermed en positiv egenskap.

To fundamentale variabler har ikke blitt benevnt med formler enda, nemlig gjenverdien (recovery value),  $\phi_t$ , og sannsynligheten for mislighold  $\lambda_t$ . Den sistnevnte blir gitt som en enkel logit ligning:

$$\lambda(F, S) = \frac{1}{e^x + 1}, \text{ hvor } x = a + b \cdot F + c \cdot S \quad (1.25)$$

Denne verdien kan dessverre ikke bli tatt inn direkte i modellen, fordi en her har å gjøre med den *virkelige* misligholdssannsynligheten og ikke den risikonøytrale sannsynligheten som modellen er bygget på. For å få bukt med dette problemet, antar Das og Sundaram at

gjenverdien ved mislighold er det samme i den virkelige som i den risikonøytrale verdenen. Ved å sette  $\xi_t$  som risikopremien ved tid = t for å påta seg misligholdsrisiko, får en denne versjonen av kortidsspreaden:

$$e^{-s_{t,t} * h} = e^{(\xi_t * h)} \left[ 1 - \lambda_t^P + \phi_t \lambda_t^P \right] \quad (1.26)$$

Med litt algebra, får Das og Sundaram fram sammenhengen mellom den virkelige sannsynligheten for mislighold ( $\lambda_t^P$ ) og den risikonøytrale sannsynligheten ( $\lambda_t$ ) og risikopremien  $\xi_t$ :

$$\lambda_t = \lambda_t^P \left[ \frac{1 - e^{-s_{t,t} * h}}{1 - e^{-(s_{t,t} - \xi_t) * h}} \right] \quad (1.27)$$

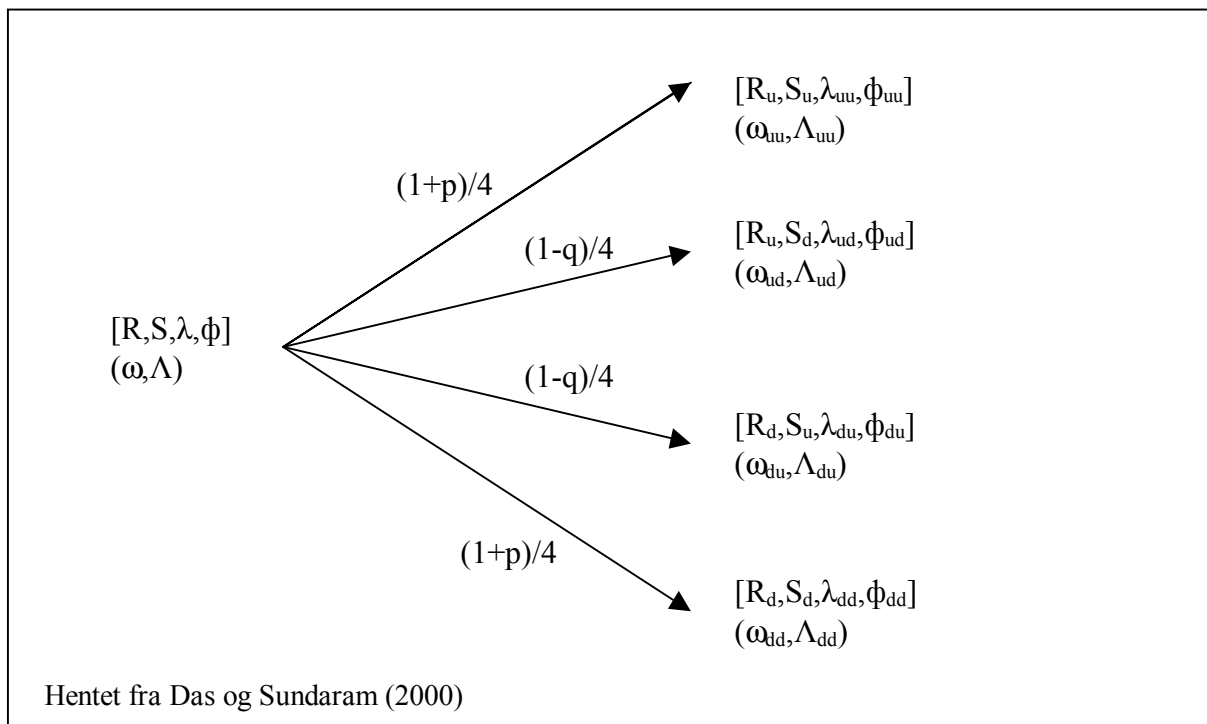
Uttrykket gir den intuitive sammenhengen at hvis risikopremien er positiv, så vil den virkelige sannsynligheten for mislighold være større enn den risikonøytrale sannsynligheten.

Altså når  $\xi_t > 0$  vil  $\lambda_t^P > \lambda_t$

De fleste reduserte form modellene har gjenverdi variabelen som en eksogent gitt verdi, og ikke som en endogent gitt verdi. Das og Sundaram implementerer som de færreste en endogent gitt gjenverdivariabel ( $\phi$  eller  $\delta$ ):

$$\phi_t = \frac{1}{\lambda_t^P} \left[ e^{-(s_{t,t} - x_t) * h} - 1 + \lambda_t^P \right] \quad (1.28)$$

Alt dette kan nå settes sammen til et binomisk tre som vi har sett tidligere, men med nye variabler:



Kommentarer til de forskjellige variablene:

1.  $R_u$  og  $R_d$  refererer til verdien på  $R$  når  $X_1$  henholdsvis tar verdien  $+1$  og  $-1$
2.  $S_u$ , og  $S_d$  refererer til verdien på  $S$  når  $X_2$  henholdsvis tar verdien  $+1$  og  $-1$
3.  $\lambda_{uu}$  refererer til misligholds sannsynligheten gitt  $R_u$  og  $S_u$
4.  $\phi_{uu}$  referer til gjenverdien til obligasjonen gitt  $R_u$  og  $S_u$
5.  $\omega_{uu}$  referer til markedsverdien på risikofri obligasjon
6.  $\Lambda_{uu}$  referer til den kumulative misligholdssannsynligheten gitt  $R_u$  og  $S_u$

Ser vi det foregående i sammenheng med det å skulle verdsette CDS-kontrakter, får vi i det følgende illustrert deres måte å verdsette dem på. Hvis vi tenker oss at vi er ”selgeren” av en kontrakt, dvs. at vi må ut med penger ved et mislighold, så er vi interessert i å vite hvor stor den sannsynlighetsvektede utbetalingen er i dagens kroneverdi.  $(1-\phi_t)$  gir oss kroneverdien en må ut med ved en eventuell mislighold. Ved å kombinere formlene (1.27) og (1.28) får vi følgende uttrykk:

$$\begin{aligned}
 1 - \phi_t &= \frac{1}{\lambda_t^p} \left[ 1 - e^{-(s_{t,t} - \xi_t)h} \right] \\
 &= \frac{1}{\lambda(t)} \left[ 1 - e^{-s_{t,t}h} \right]
 \end{aligned}
 \tag{1.29}$$

Dette gir oss altså kroneverdien en må ut med ved mislighold, men ikke den sannsynlighetsvektede kroneverdi i dag, eller forventede taps-kontantstrømmen. Den får vi ved følgende formel:

$$\begin{aligned}
 \text{Tap}_{\text{vekted}} &= (1 - \Lambda_t) \lambda_t \times (1 - \phi_t) \\
 &= (1 - \Lambda_t) \left( 1 - e^{-s_{t,t}h} \right)
 \end{aligned}
 \tag{1.30}$$

hvor  $\Lambda_t$  er den kumulative misligholdssannsynligheten.

### 3.3.5 Lando (2004)

David Lando kommer i sin bok *Credit Risk Modelling (2004)* med en forholdsvis enkel og intuitiv modell for å regne ut premien på en CDS. Grunnprinsippet er som med de fleste andre modeller at *nåverdien* på CDS skal være lik null.

Vi har en vanlig risikabel kupongobligasjon som har kupongutbetalingsdatoer  $1, \dots, T$ . Obligasjonen forfaller ved tidspunkt  $T$ . Videre setter han for enkel hets skyld gjenverdien ved mislighold lik  $\delta$ , dermed må forsikrings selgeren gi  $(1-\delta)$  til kjøperen ved mislighold. Denne variabelen kan enkelt bli endret til en mer kompleks endogen variabel, men blir i Landos modell satt til å være eksogent gitt.

Målet er å finne en passende konstant premie  $C^{\text{ds}}(T)$  til en CDS med løpetid på  $T$ . Lando antar at misligholdsintensiteten kan modelleres ved en Cox prosess med intensitets prosess  $\lambda$ .

<sup>41</sup>

Nåverdien av alle nettoutbetalingene til forsikringskjøperen  $\pi^{\text{pb}}$  (pb står for *protection buyer*) er gitt ved:

---

<sup>41</sup> Cox prosess: En stokastisk prosess, som er en generalisering av en ikke-homogen Poisson prosess. Den tidsavhengige intensitetsprosessen  $\lambda$  er generelt ikke deterministisk, men er også en stokastisk prosess.

$$\begin{aligned}
\pi^{pb} &= E \sum_{i=1}^T \exp\left(-\int_0^i r_s ds\right) 1_{\{\tau > i\}} c^{ds}(T) \\
&= c^{ds}(T) E \sum_{i=1}^T \exp\left(-\int_0^i (r_s + \lambda_s) ds\right) \\
&= c^{ds}(T) \sum_{i=1}^T v^0(0, i)
\end{aligned} \tag{1.31}$$

$E$  = forventningen til formelen (verdien) og  $v^0(0, i)$  er verdien på en risikabel nullkupong obligasjon, hvor verdien ved mislighold vil være lik null. Tanken er at en kan betale litt av CDS premien med kupongutbetalingene til obligasjonen, og at det er dette som siste del av ligningen uttrykker.  $[\sum_{i=1}^T V^0(0, i)]$  står for summen av kupongutbetalingene uttrykt som verdien på risikable nullkupongobligasjoner, med løpetid som er lik kupongutbetalingene.

Merk at:

$$p(0, t) = E \exp\left(-\int_0^t r(X_s) ds\right) \tag{1.32}$$

og at dette er prisen på en misligholdsfri nullkupongobligasjon, hvor  $r(X_s)$  er korttidsrente prosess.

Verdien på forsikrings selgerens *utbetaling*,  $\pi^{ps}$  (ps står for *protection seller*) er teknisk litt mer vanskelig å utlede, men utgangspunktet er at en verdsetter verdien på en risikabel obligasjon minus verdien en får igjen ved mislighold (altså  $\delta$ ):

$$\begin{aligned}
\pi^{ps} &= E \left[ \exp\left(-\int_0^\tau r_s ds\right) 1_{\{\tau \leq T\}} (1 - \delta) \right] \\
&= (1 - \delta) \int_0^T \lambda_t \exp\left(-\int_0^t (r_s + \lambda_s) ds\right) dt \\
&= (1 - \delta) \int_0^T E \left[ \lambda_t \exp\left(-\int_0^t (r_s + \lambda_s) ds\right) \right] dt
\end{aligned} \tag{1.33}$$

Ved å anta *uavhengighet* mellom mislighold intensiteten og korttidsrente prosessen, kan uttrykket reduseres til:

$$\begin{aligned}
\pi^{\text{ps}} &= (1-\delta) \int_0^T \mathbb{E} \left[ \exp \left( -\int_0^t r_s ds \right) \right] \mathbb{E} \left[ -\frac{\partial}{\partial t} \exp \left( -\int_0^t \lambda_s ds \right) \right] dt \\
&= \int_0^T p(0,t) \left( -\frac{\partial}{\partial t} S(0,t) \right) dt \\
&= (1-\delta) \int_0^T \hat{\lambda}(t) S(0,t) p(0,t) dt
\end{aligned} \tag{1.34}$$

Her er  $\hat{\lambda}$  hazard raten (altså ikke den stokastiske intensitetsraten) til overlevelses fordelingen dvs:

$$S(0,t) \equiv \mathbb{E} \exp \left( -\int_0^t \lambda_s ds \right) \equiv \exp \left( -\int_0^t \hat{\lambda} ds \right) \tag{1.35}$$

Nå har vi uttrykt de to forskjellige sidene av en CDS kontrakt, nemlig verdien på utbetalingene til forsikringskjøperen og forsikrings selgeren, altså hhv.  $\pi^{\text{pb}}$  og  $\pi^{\text{ps}}$ . Disse to må være like hvis vi skal ha en arbitrasjefri kontrakt, og det gir oss at  $\pi^{\text{pb}} = \pi^{\text{ps}}$ . Ved å løse mhp.  $C^{\text{ds}}$ , får vi:

$$\begin{aligned}
C^{\text{ds}} &= \frac{(1-\delta) \int_0^T \hat{\lambda}(t) S(0,t) p(0,t) dt}{\sum_{i=1}^T v^0(0,i)} \\
&= \frac{(1-\delta) \int_0^T \hat{\lambda}(t) S(0,t) p(0,t) dt}{\sum_{i=1}^T p(0,i) S(0,i)}
\end{aligned} \tag{1.36}$$

Til nå har en antatt at mislighold kan skje når som helst, men ved å forenkle det og si at mislighold bare skjer ved kupongutbetalingene dvs.  $\tau = i$ , vil vi få denne forenklete ligningen:

$$C^{\text{ds}}(T) = \frac{(1-\delta) \sum_{i=1}^T p(0,i) \hat{Q}(\tau=i)}{\sum_{i=1}^T p(0,i) S(0,i)} \tag{1.37}$$

hvor:

$$\hat{Q}(\tau=i) = Q(\tau \in (i-1, i]) = S(0, i-1) - S(0, i) \tag{1.38}$$



### *Kritikk og Utvidelser*

Jarrow-Turnbull (1995) sin modell var en av de første modellene som ble utviklet med tanke på å prissette risikable rentepapirer ved å bruke prisene på obligasjonene, istedenfor det etablerte eiendel-gjelds forholdet som var det mest utprøvde inntil da. Den var en av de banebrytende modellene for sin retning, og brukes ennå som en basis for andre nyere og forbedrede modeller. Men den har sine svakheter, og den største må sies å være dens hovedtilnærming til mislighold, nemlig at priser på rentepapirene reflekterer kredittrisikoen til utsteder som igjen gir oss misligholdssannsynligheter. Altman (1989) viser at obligasjonspriser overestimerer utstedelsesbedriftens sannsynlighet for mislighold<sup>42</sup>. En annen ting er at obligasjoner ofte er lite likvide, noe som igjen ikke gir oss den reelle verdien som obligasjonene representerer. Videre blir det antatt at renteprosessen og misligholdsprosessen er uavhengige, noe som ofte ikke er tilfelle. Samtidig blir misligholdsintensiteten, som forutsetter en like stor misligholdssannsynlighet over tiden, en antagelse som ofte ikke speiler virkeligheten. Mange bedrifter endrer kredittverdigheten over tid, og det er ikke like sikkert at en risikabel bedrift er like risikabel om ti år, heller ikke at en sikker bedrift nå nødvendigvis alltid har like sikker inntjening om ti år. Endelig er overlevelsesraten uavhengig av modellens variabler, og er gitt eksogent, altså utenfor modellen.

Duffie og Singleton (1999) gjør en forbedring i forhold til Jarrow-Turnbull (1995) modellen ved at de forutsetter at overlevelsesraten ikke er en andel av underliggendes pariverdi, men at den er en andel av den forventede markedsverdien til den underliggende ved mislighold RMV ( recovery of market value).

Das og Sundaram (2000) gjør en videre utvikling når de som få faktisk setter overlevelsesraten til å være endogent gitt, altså at verdien en får ved et mislighold er gitt ut fra verdier som ligger i modellen, og som ikke er satt som en konstant utenfra.

---

<sup>42</sup> Altman, E., (1989) "Measuring Corporate Bond Mortality and Performance," *Journal of Finance*, pp 909-921

Videre utviklinger har vært å inkludere motpartsrisiko, med og uten korrelasjon til referanse obligasjonen noe som Kettunen et. al. (2003) gjør.<sup>43</sup> Videre har vi modellen til Jarrow og Yildirim (2002) gjør det mulig for en korrelasjon mellom renteprosessen og misligholdsprosessen. Dvs at det kan være en samvariasjon dem i mellom, noe som gjør at bedrifter vil kunne misligholde tidligere ved en høyere rente, kontra ved en lavere rente.

En del mener at en kombinasjon av en redusert form modell og first-passage modell kanskje er det som skal til for å klare å få til en god modell for å prissette risikable rentepapirer, noe som igjen vil gi en god pris på CDSer. Modellen til Duffie og Lando (2001) tar for seg elementer fra begge retninger, og slike modeller kan gi oss gode resultater i framtiden.

Lando (2004) modellen er ment som en enkel og intuitiv redusert form modell hvor løsningen for en CDSpremie eller pris er lett å finne. En kuriositet ville her faktisk være å prøve den ut og se hvor godt den vil kunne prestere med virkelige verdier hentet fra markedet.

## *Avslutning*

I dette kapitlet har jeg tatt for meg verdsettelsesmodeller for risikable obligasjoner som igjen gir oss muligheten for å finne verdien til en CDS. Jeg startet ut med de helt enkle og intuitive arbitrasjemodellene og gikk så videre til det banebrytende arbeidet til Merton som har betydd mye for kredittprising og dens tankesett. Jeg tok deretter for meg arbeider som har videreutviklet denne og skapt en ny retning, nemlig First-passage modeller, hvor forholdet mellom gjelden og eiendelene står i fokus for hvor risikabel – og dermed også hva verdien til gjelden (obligasjonen) – virkelig er. Til slutt har jeg presentert 4 modeller i den nyere tids modell orientering nemlig redusert form modeller, hvor Jarrow-Turnbull sin artikkel fra (1995) blir ansett for å være et banebrytende arbeid.

---

<sup>43</sup> Kettunen, J., Ksendzvosky, D., Meissner, G (2003) "Pricing Default Swaps including Reference Asset-Counterparty Default Correlation", *Hawaii Pacific University Working Paper*.

---

## 4. Kompliserende faktorer i arbeidet med prising av CDS

### 4.1 Hva kan en renteforskjell inneholde?

#### 4.1.1 Introduksjon til problemfeltet

Det er ennå ikke utviklet en god basispriseringsmodell for CDS eller kredittderivater generelt som tilsvarende det som er gjort for aksjeopsjoner, med deres Black & Scholes modell, eller for aksjer med Cashflow analyse eller lignende. Dette skyldes ikke at det ikke har vært forsøkt utviklet slike modeller, men en god modell må tilfredsstille så mange krav, samtidig som den må være rimelig operasjonell, og hittil har ingen modeller greidd dette fullt ut.

Det er nemlig flere faktorer som spiller inn og gjør at det har vært, og fortsatt er, vanskelig å finne en modell som med visse unntak kan prise eller bestemme CDS premien. Jeg vil i dette kapittelet prøve å gi et innblikk i hvorfor så mange strukturelle modeller blir så kompliserte og hvorfor redusert form modeller til dels også faller igjennom.

I en perfekt økonomisk verden vil forskjellen mellom en risikofri rente og en risikabel rente ligge i forskjellen på kredittrisikoen. Risikofri rente har ingen risiko, og dermed består hele forskjellen i den kredittrisikoen som obligasjonens utsteder har. Det er tilsvarende som for arbitrasjemodellen (se 3.1 ovenfor):

$$\text{Risikofri rente} = \text{risikabel obligasjon} \div \text{CDS-premie}$$

Hadde den økonomiske virkelighet vært slik, hadde det ikke vært noe problem å verdsette CDS eller kredittderivater, og en ville i det lange løp fått avkastning som forventet. Men markedøkonomien er ikke slik, og situasjonen er heller ikke alltid slik som i tilfellet som nevnt ovenfor. Så hva er det som kan forklare forskjellen i renten på en risikofri obligasjon og en risikabel obligasjon?

Elton et al. (2001) mener at den positive forskjellen i spot priser mellom bedriftsobligasjoner og statsobligasjoner skyldes én eller flere av følgende fire faktorer:<sup>44</sup>

1. *Premie for forventet misligholdstap.* Enkelte obligasjoner vil bli misligholdt og investorer forventer en høyere forventet avkastning for å kompensere for det forventede misligholdstapet, dvs. premien som en CDS skal *forklare*.

2. *Skattepremie.* Kupongutbetalinger eller rentebetalinger på bedriftsobligasjoner blir i noen land skattlagt, mens rentebetalinger på statsobligasjoner forblir skattefrie. Investorer krever derfor meravkastning for ulempen som oppstår pga skattekrav.

3. *Likviditetspremie.* Bedriftsobligasjoner har høyere og mer volatile bid-ask spread og det kan ofte være en forsinkelse forbundet med å finne en motpart for en transaksjon.

4. *Risikopremie.* Avkastningen på en bedriftsobligasjon er mer risikabel enn avkastningen til en statsobligasjon. Investorer kan som følge forlange en kompensasjon/premie for den høyere risikoen.

Sistnevnte premie – risikopremien – er en kontroversiell premie i følge Elton et al. (2001), og de fleste opsjonsprisindeksmodellene antar her en risikopremie på null, men den har likevel vist seg å kunne utgjøre en ikke ubetydelig del av kredittspredene i virkeligheten.

Elton et al (2001) sitt første punkt, nemlig forventet misligholdstap, eller CDS premien, er allerede gjort rede for (kapittel 3), og jeg skal ikke gå nærmere inn på dette forholdet her. Jeg vil derfor gjøre rede for de tre andre forholdene som påvirker renteforskjellen mellom risikofri og risikabel rente og tar først for meg skattepremie.

---

<sup>44</sup> Elton, Edwin J. , Gruber, Martin J., Agrawal, Deepak og Mann, Christopher (2001) "Explaining the Rate Spread on Corporate Bonds" *Journal of Finance*, vol LVI, no 1, pp 247-77.

---

### 4.1.2 Skattepremie

Avkastningene til obligasjoner utstedt av bedrifter blir i USA skattlagt statvis ("state"-skatt) og ikke nasjonalt av føderasjonen av stater, mens *avkastningen* til statsobligasjoner er skattefrie. Investorer vil alltid vurdere forskjellige investeringer ved å sammenligne avkastningen etter skatt. Arbitrasjeargumentet vil medføre at bedriftsobligasjoners avkastning må være høyere enn avkastningen til statsobligasjoner. Dette for å kompensere for skatteutgiften. Den maksimale marginale skattesatsen varierer fra stat til stat, men ligger mellom 5-10%. Nå skal det sies at en kan trekke fra skatten på føderalt nivå, og dermed blir nok skatteeffekten mindre, men forsvinner ikke helt. I lys av de norske skattesatsene kan dette virke lite, men hvis vi har en obligasjon som gir en 10% kupong og en marginalsattesats på 5%, vil dette føre til en skatteutgift på  $(0,10 \cdot 0,05) = 0,5\%$ . Når vi samtidig har en statsobligasjon med samme avkastning, men som er skattefrie, vil en dermed få en forskjell i avkastning på 0,5%, hvis vi ikke tar hensyn til skatten. Ingen investorer vil investere i en bedriftsobligasjon så sant avkastningen en får ikke gir tilstrekkelig kompensasjon for skatteulempen. Denne skatteulempen gjør det slik at enten vil mange investorer kjøpe statsobligasjoner, og dermed presse avkastningen på en slik obligasjon, eller færre vil kjøpe bedriftsobligasjonene, slik at avkastningen vil øke til den tilsvarer statsobligasjon + skatteulempen. Elton et al. (2001) bruker en referanse skattesats på 4,875% og finner at skatt kan forklare 28% – 73% (rating BBB-AA) av renteforskjellen mellom bedrifts- og statsobligasjoner. Driessen (2003) bruker forskjellig datamateriale og metoder, men kommer også fram til at skatt har en betydelig virkning på renteforskjellen.<sup>45</sup> Han viser at skatt kan utgjøre 33% – 57% (Rating BBB-AA). I de fleste tilfeller vil obligasjoner med høyere kredittvurdering ha lavere renteforskjell enn obligasjoner med lavere kredittvurdering. Siden skatten ikke går på hvilken kredittvurdering man har, men på *kupongutbetalingene*, vil skatten bety like mye i beløp for en AAA som en BBB kredittvurdert obligasjon. Dette vil føre til at skattepremien vil utgjøre en større andel av renteforskjellen for en trippel-A obligasjon enn tilsvarende for en trippel-B obligasjon.

---

<sup>45</sup> Driessen, Joost (2003) "Is Default Event Risk Priced in Corporate Bonds?" University of Amsterdam (working paper)

### 4.1.3 Likviditetspremie

Mange lands *statsobligasjoner* er høyt etterspurte og utgjør likvide produkter som er enkle å få kjøpt og solgt. Slik er det ikke alltid for *bedriftsobligasjoner*. Selv i USA er de fleste bedriftsobligasjonene tynt handlet. Dette gjør at det generelt er dyrere å investere i slike instrumenter enn i aksjer og statsobligasjoner. Investorer ønsker å få kompensasjon for en slik ulempe. Det finnes i alle fall to grunner til at disse obligasjonene blir dyrere. Den ene er at når en skal kjøpe/selge en obligasjon som ikke blir handlet med så mye, kan det ofte være vanskelig å få kjøpt/solgt denne til den prisen som en mener er den ”virkelige” verdien. Forskjellen mellom den ”virkelige” verdien og prisen en faktisk får tilslag på i en handel, er *likviditetspremien*.

Den andre grunnen til at de blir dyrere, er at det kan ta tid før en faktisk får tak i en motpart i handelen. Dette kan føre til at en dermed får solgt/kjøpt obligasjonen senere enn det en hadde ønsket seg. Derfor ønsker en seg en kompensasjon for å sitte igjen med obligasjonen på det tidspunkt en egentlig ønsker å selge.

Likviditetspremien kan på en måte sies å være verdien av *transaksjonskostnaden* til obligasjonen. I godt likvide markeder, som f.eks. U.S.A (norske) statsobligasjoner vil denne premien være så godt som null. En kan oppleve transaksjonskostnader der også, med forskjell i bid/ask prisene, men der vil disse ofte gjenspeile den faktiske transaksjonskostnaden og ikke noen likviditetspremie. Når altså en kjøper av en obligasjon må betale mindre enn den virkelige verdien, kalles det en likviditetspremie. Det finnes også tilfeller på det motsatte, altså en likviditetsrabatt, men disse er relativt få, og blir sett bort ifra i den litteraturen som angår obligasjoner.

Det meste empiriske arbeidet rundt likviditet er gjort på aksjer og statsobligasjoner, men det har utkommet noen arbeider på bedriftsobligasjoner. Driessen (2003) mener at likviditetspremien på amerikanske bedriftsobligasjoner utgjør mellom 14% – 25% (AAA – BBB rating) eller 13 bp, mens Perraudin og Taylor (2003) gir enda høyere estimater, fra 10pb til hele 28 basispunkter (AAA-A rating).<sup>46</sup> I artikkelen til Houweling et al (2003) fordeler

---

<sup>46</sup> Perraudin, William R. M. og Taylor, Alex P. (2003) ”Liquidity and Bond Market Spreads” Bank of England (working paper)

forfatterne likviditet på 8 *indirekte variabler* (utstedelsesstørrelse, kupong, notert, alder, mangel på priser, pris volatilitet, antall deltakere og deltakernes enighet rundt prisen (yield)) og gir også 6 *direkte variabler* (bid-ask spread, pris og størrelsen på transaksjonen, pris og transaksjonsfrekvens og transaksjonsvolum).<sup>47</sup> Deres resultater gir en likviditetspremie på mellom 9-24 bp, hvor variablene *alder* og *deltakernes enighet rundt prisen (yield)* står for mesteparten. Driessen (2003) tar i sin modell dessverre ikke hensyn til likviditet og anser likviditetspremien til å være lik null i sitt datasett. Dermed er ikke sammenligningen mellom Driessen (2003) og Elton et al. (2001) i tabellen nedenfor basert på fullt ut helt kommensurabelt tallmateriale, men det fremgår uansett tydelig hvordan de hver for seg har vurdert kredittspredan og den andel av renteforskjellen som hver av faktorene utgjør for samme klassegrupper.

Til forskjell fra skattepremien, som er rimelig konstant, kan likviditetspremien variere i verdi, både for klassegrupper, men også over tid. Likviditetspremien kommer faktisk an på hvor likvid obligasjonen er ved det tidspunktet det skjer en transaksjon – med følge for prisingen.

Følgende tabell gir oversikt over Elton et al. (2001) og Driessen (2003) sine resultater for forskjellige variabler, kredittvurdering og løpetid.

---

<sup>47</sup> Houweling, Patrick, Mentlink, Albert og Vorst Ton, (2003) "How To Measure Corporate Bond Liquidity"

Oppdeling av kredittspredene							
Forfattere:	Spread komponenter	Andel av renteforskjellen (i %)					
		Kredittvurdering					
		AA		A		BBB	
		Løpetid (år)					
		5	10	5	10	5	10
Elton et al. (2001)	Forventet tap	3.5	8.0	11.4	17.8	20.9	34.7
	Skatter	72.6	58.0	48.0	44.1	29.0	28.4
	Risikopremie <sup>1</sup>	19.4	27.6	33.0	30.9	40.7	30.0
	Annet <sup>1</sup>	4.5	6.4	7.7	7.2	9.4	7.0
Driessen (2003)	Skatter	57.1	55.0	50.8	48.5	37.4	34.0
	Risikopremie	17.9	23.3	26.2	32.4	45.8	52.1
	Likviditets premie	25.0	21.7	23.0	19.1	16.9	13.8
Tabell hentet fra: Amato, Jeffery D. og Remolona, Eli M. (2003) "The credit spread puzzle" <i>BIS Quarterly Review</i> , Desember 2003  <sup>1</sup> beregninger gjort av Amato et al (2003) basert på kalkulasjoner til Elton et al (2001) og Driessen (2003)							

#### 4.1.4 Risikopremie

Hvis en ser premieprognosene til skatt, likviditet og forventet misligholdstap på renteforskjellen under ett, viser det seg at de samlet sett kommer til kort i forhold til å forklare hele renteforskjellen. Driessen (2003) og Elton et al (2001) tilegner en del av den



---

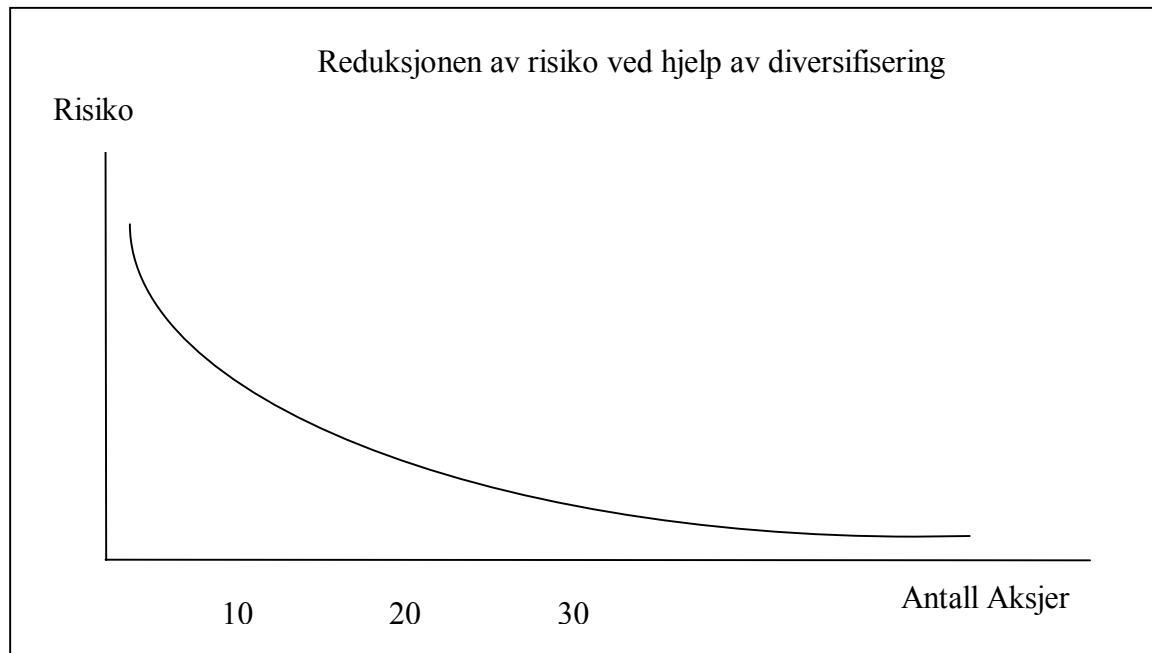
uforklarte systematiske premien til en *risikopremie* som ikke har grunn i tap pga mislighold. Elton et al (2001) mener at denne risikopremien kan variere fra 19% for AA kredittvurderte obligasjoner til 41% for BB obligasjoner. Det kan være at litt av risikopremien som de har regnet ut omfatter en del likviditetspremie, siden forfatterne ikke tar hensyn til en slik i sin modell, men også Driessen (2003) kommer med lignende resultater. Driessen (2003) tar hensyn til alle de 4 faktorene som jeg har nevnt (4.1.1), nemlig forventet misligholdstap, skattepremie, likviditetspremie og risikopremie. Han mener at risikopremien utgjør fra 18% (løpetid = 5år) for AA kredittvurderte obligasjoner til 52% (løpetid = 10år) for BBB kredittvurderte obligasjoner. Se tabell for en sammenligning av tall og obligasjoner.

Denne risikopremien hjelper oss til å forklare hvorfor det er en så stor (*uforklart*) *renteforskjell*, men ikke hvorfor den faktisk *eksisterer*. Elton et al (2001) mener at det finnes to grunner til at endringer i bedriftsobligasjoners renteforskjell kan være systematiske:

1. Hvis forventet misligholdstap endres med endringer i aksjepriser, vil en økning i aksjepriser senke misligholdsrisikoen, mens et fall i aksjepriser vil øke misligholdsrisikoen. Dette vil føre til at det vil bli en systematisk endring på renteforskjellen på hele spekteret av obligasjonsklassifisering.
2. Kompensasjonen for risiko i kredittmarkedet endres over tid. Hvis denne endringen i kompensasjon for risiko påvirker både bedriftsobligasjoner og aksjemarkeder, vil dette gi en systematisk påvirkning som kan forklare den systematiske risikopremien.

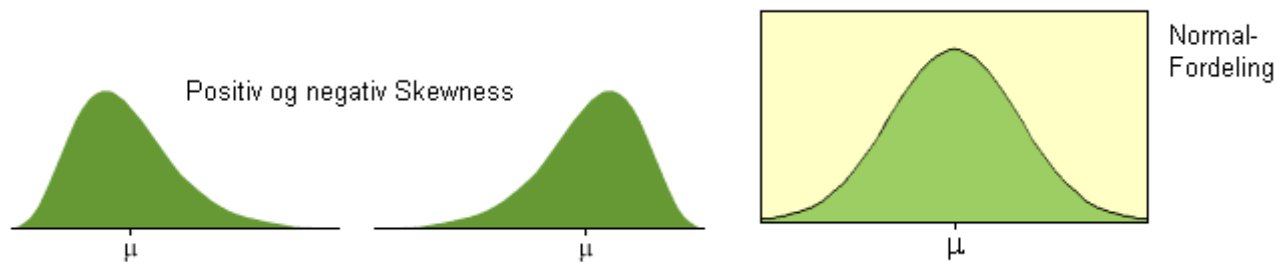
Resultatet deres tilsier at en del av den resterende systematiske renteforskjellen kan forklares av faktorer som er antatt som *systematiske* i aksjemarkedet. De mener at disse faktorene kan forklare mellom 66% og 85% av renteforskjellen mellom bedrifts- og statsobligasjoner når en har trukket fra faktorer som skattepremie og premie grunnet forventet mislighold. Ytterligere et viktig forhold som Driessen (2003) poengterer, er at de ikke inkluderer likviditetsfaktoren.

Amato og Remolona (2003) mener at det er en tredje faktor som kan forklare renteforskjellen, nemlig at det finnes et *diversifiseringsproblem* knyttet til kredittrisiko. I den eksisterende litteraturen om avkastning og risiko for aksjer er det klar enighet om at hvis en har 20-40 forskjellige aksjer i en portefølje, er det lite (mindre en 10%) diversifiserbar (usystematisk) risiko igjen. I figuren under synliggjøres endringen av den diversifiserbare risikoen når en øker antall aksjer i en portefølje.



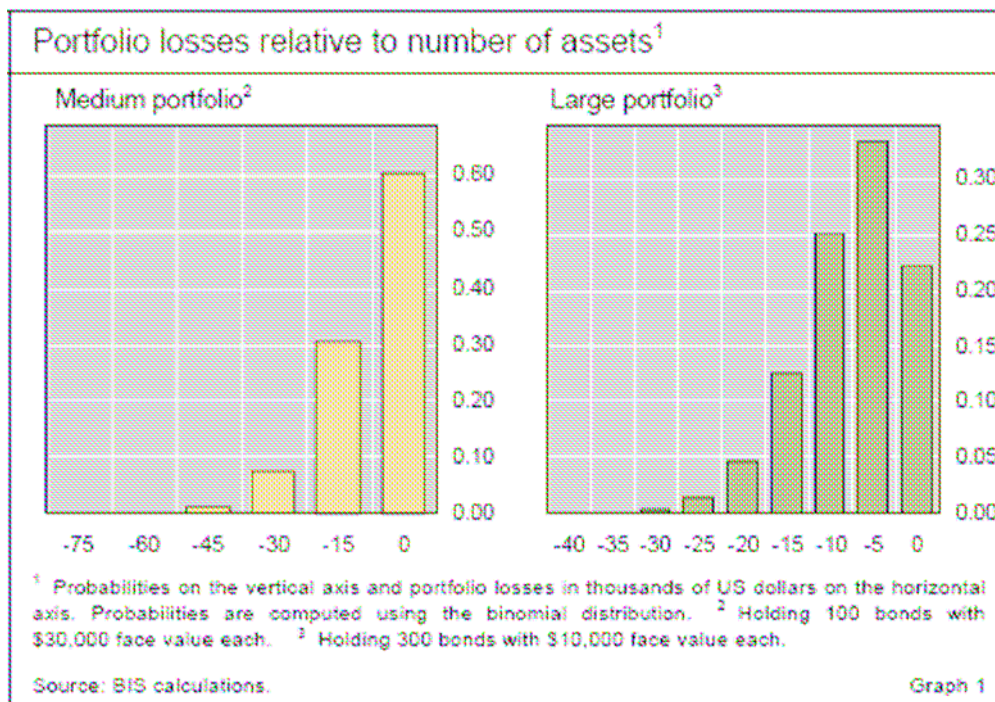
Det har blitt antatt i de fleste studiene om kredittmarkedet at investorer ved stor nok portefølje kan fjerne denne diversifiserbare eller usystematiske risikoen. Med diversifiserbar risiko menes det at i porteføljer bestående av bedriftsobligasjoner, er det en mulighet for at det *virkelige tapet* pga mislighold vil overgå det *forventede tapet*. Amato og Remolona (2003) argumenterer for at det i praksis er svært vanskelig å klare å diversifisere denne risikoen vekk, og at det kan være denne risikoen som kommer til uttrykk i renteforskjellene. En grunn til at det er vanskelig å diversifisere usystematisk risiko er selve skjevheten (Skewness) i avkastningen på bedriftsobligasjoner: ”skjevhet (eller distribusjonsskjevhet) [Skewness] måler graden av en distribusjon som ikke er symmetrisk i forhold til sin gjennomsnittsverdi. En normal distribusjon er symmetrisk om dens gjennomsnitt, mens en skjev distribusjon ikke vil være det, og vil ha en lengre hale enn den andre”.<sup>48</sup> (se figur) En omtaler denne skjevfordelingen enten som positiv eller negativ. En positiv skjevfordeling vil gi lang hale til høyre og toppunkt til venstre for gjennomsnittet, og motsatt for en negativ skjevfordeling

<sup>48</sup> Brooks, Chris (2004) *Introductory Econometrics for Finance*, s.179 Cambridge University Press, min oversettelse



Som sagt har bedriftsobligasjoner en liten, men dog signifikant sannsynlighet for stort tap, uten at det er noen sannsynlighet for en tilsvarende stor fortjeneste. Eller sagt annerledes: en kan tape alt en har investert, men en kan ikke få mer betalt (hvis en holder på obligasjonen) enn hva obligasjonen utbetaler. Selv om det skjer at obligasjoner stiger i verdi på markedet, er det ikke en tilsvarende like stor avkastning som tapsmulighet. Dette gjør at avkastningsprofilen til obligasjonene er *negativt skjevfordelt*, altså med en lang hale til venstre. En aksjeavkastning er derimot tilnærmet normalfordelt, og sannsynligheten for et stort tap (av investert beløp) blir veid opp av at det er lik sannsynlighet for en stor gevinst. Denne normalfordelingen gjør at det skal lite til for å diversifisere vekk den usystematiske risikoen som en kan ha i en aksjeportefølje, kanskje bare så lite som 20-30 aksjer (likt vektet). Bedriftsobligasjonens skjevhet i avkastningsprofilen gjør det vanskeligere å få en veldiversifisert portefølje sammenlignet med aksjeportefølje. Skjevheten gjør at for å redusere det uforutsette tapet til et minimum, må en ha en ekstremt stor portefølje. Amato og Remolona (2003) argumenterer for at en slik portefølje er tilnærmet umulig i praksis. Deres eksempel viser at det i en portefølje på US\$ 3mill (omtalt som middel stor portefølje) bestående av 100 likt vektete obligasjoner er over 1% sjanse for at tapet skal bli større en US\$45.000, noe som er 6 ganger større en det *forventede* tapet. Økning av antall obligasjoner til 300 stk (omtalt som stor portefølje), gjør porteføljen mer diversifisert, men det er fortsatt en stor tapssannsynlighet. Det er nemlig 1% sannsynlighet for at tapet skal bli så stort som US\$25.000 og dette tilsvarer 3 ganger det beløp som en *forventer* å skulle kunne tape. Amato og Remolona (2003) illustrerer forskjellen i forventet tap mellom middel stor og stor portefølje i følgende figur.

Figur 49

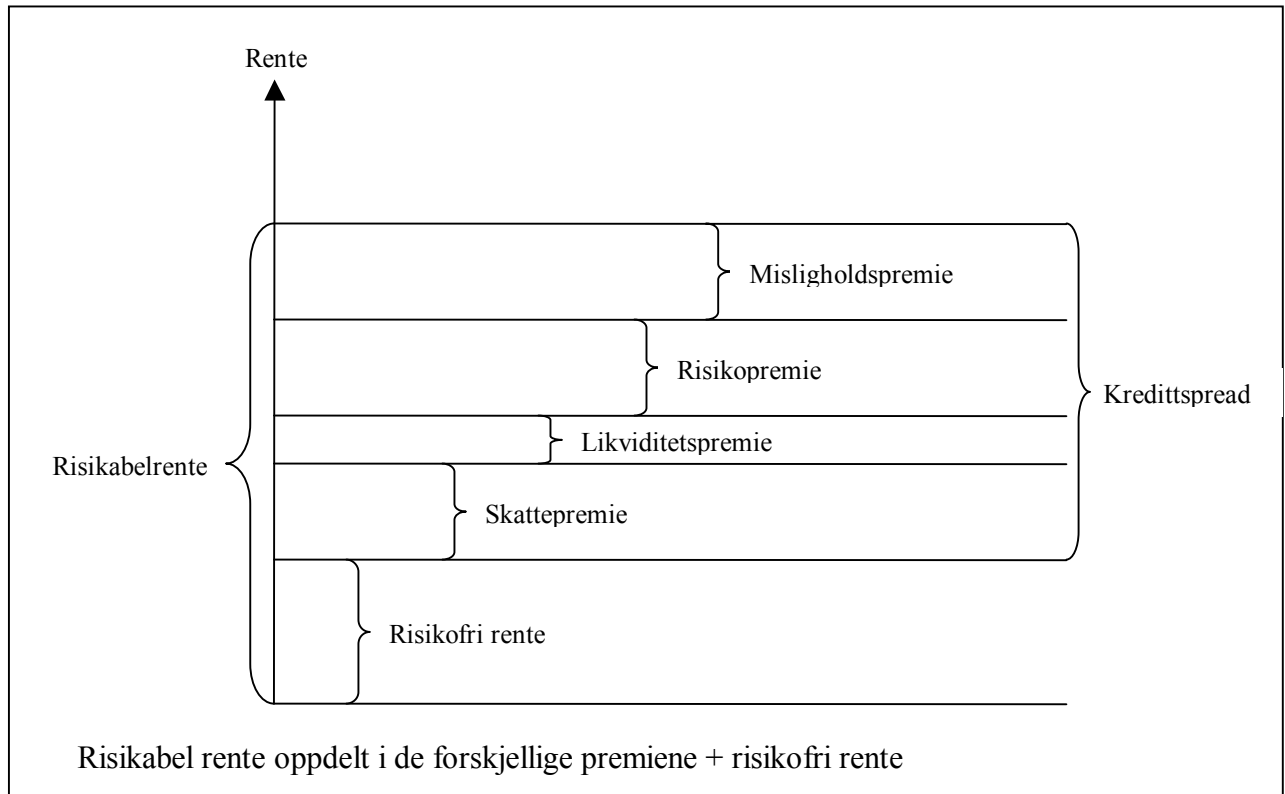


Argumentet om at investorer krever en ekstra risikopremie grunnet at faktiske tap kan overstige forventet tap kraftig, virker troverdig. Det blir interessant å se om en klarer å finne en modell som er i stand til å bestemme nærmere en rimelig størrelse på denne mulige risikopremien. Det er etter min mening dette argumentet som har størst betydning når det gjelder å motivere for å ha en ekstra risikopremie i tillegg til forventet misligholdstap i forhold til CDS eller kredittderivater.

Som jeg har vist er det empirisk bevis for at det finnes flere grunner til at det eksisterer en renteforskjell mellom bedriftsobligasjoner og statsobligasjoner ved siden av eller i tillegg til den premien en investor krever pga forventet misligholdstap. Diverse forfattere mener at det i tillegg kan være tre andre faktorer som spiller inn. Investorer krever nemlig ikke bare kompensasjon for forventet misligholdstap, men også for skatteforskjell, mangel på likviditet og den litt omdiskuterte ekstra risikopremien. Alt dette kan spille inn på renteforskjellen, men størrelsen og betydningen varierer i forhold til ulike obligasjonsklasser (kredittvurderingsklasser) og løpetid. Hvorfor denne variasjonen forekommer, og ikke minst hvorfor den ekstra risikofaktoren eksisterer, er et lite mysterium. Men at de finnes, er det lite

<sup>49</sup> Figur hentet fra Amato og Remolona (2003) s. 56

tvil om. Amato og Remolona (2003) sin tittel ”The credit spread puzzle” summerer fint opp hva forskere mener om renteforskjellen. Den er fortsatt en gåte, men den eksisterer i høyeste grad. Følgende figur illustrerer de faktorene som inngår i fastsettingen av risikabel rente. Størrelsen på de forskjellige premiene er tilfeldige. De kan variere fra verdipapir til verdipapir.



## 4.2 Motpartrisiko

De fleste modeller som prøver å verdsette kreditt, og dermed også CDS-kontrakter, har følgende fire antagelser om markedet:

1. Ingen markedsfriksjoner
2. Velfungerende marked (god konkurranse)
3. Ingen arbitrasjemuligheter
4. Ingen motpartrisiko

Av disse er den andre – ingen motpartrisiko – kanskje den minst forsvarebare. I praksis er nemlig konkurser og mangel på utførelse av kontrakter en stor bekymring i alle

forretningstransaksjoner. Dette inkluderer også omsetning av finansielle instrumenter, spesielt Over-the-counter (OTC) kontrakter.

Derivater som kan bli skadelidende ved denne type risiko blir ofte kalt *sårbare derivater* (*vulnerable derivatives*). Dette er derivater hvor en er utsatt for ekstra risiko ved at motparten til derivatkontrakten kan misligholde. Ta for eksempel en CDS med en likvid statsobligasjon som underliggende, hvor motparten er en finansiell institusjon. Det er i praksis ingen misligholdsrisiko forbundet med *underliggende*, altså statsobligasjonen. Derimot er det knyttet risiko til *motparten* og hans/hennes forpliktelser. En vil dermed få en forskjell på den teoretiske prisen på en CDS kontra det en observerer i markedet, pga at motparter alltid representerer risiko. Nå kan en si at det som oftest er de store finansielle bankene eller institusjonene som er hovedaktørene i dette markedet og at de er relativt sikre bedrifter, men de har som oftest ikke bedre kredittvurdering enn AA. Det vil si at de finansielle institusjonene som oftest er sikre betalere, men kan i noen – om få – tilfeller misligholde sine forpliktelser. Denne risikoen er det ikke bare kjøperen av en CDS som står overfor, men også selgeren.

De fleste selgerne av CDS-kontrakter vil som oftest forsøke å sikre (hedge) sin posisjon helt eller delvis. Hvis kjøperen av CDSen ikke opprettholder sine forpliktelser – altså betaler premiene – vil selgeren miste litt av kontantstrømmen sin og vil derfor måtte betale fra egen lomme for de forpliktelser han/hun har gjort for å sikre sin risikoeksponering. Det gir oss dermed to parter som er usikre, én på hver side, og risikopåslaget kan variere i forhold til motpartsrisikoen. Det er ikke alltid kjøperen får et ”avslag” i CDS-premien. Selv om dette til vanlig ikke vil innebære de store problemene, vil finansielle kriser som den latinamerikanske og den russiske krisen, Asia- og Argentinakrisen, kunne gi en dominoeffekt hvor den antatt sterkeste motpart faktisk vil kunne bukke under pga høye tap. En vil alltid måtte se på hvordan motparten er avhengig av eller samvarierer med underliggende. Hvis det er stor sammenheng mellom disse, kan dette i de mest ekstreme tilfeller innebære at CDS kontrakten er tilnærmet verdiløs, fordi et mislighold fra underliggende vil gjøre at motparten også misligholder. Hvis man f eks med Gule A/S inngår en CDS kontrakt, med Røde A/S som underliggende, og hvor faktisk underliggende (Røde A/S) samtidig er hovedinntektskilden til Gule A/S, kan følgende problem oppstå: Skulle Røde A/S misligholde, vil mest sannsynlig også Gule A/S gjøre det, og dermed sitter en med en verdiløs kontrakt i hånden.

Denne usikkerheten knyttet til motparten gjør at CDS premie kan variere fra kontrakt til kontrakt selv om det blir skrevet på samme underliggende, ut i fra samme regelverk og på samme tidspunkt. Dette gjør det dermed også vanskeligere for modeller å faktisk modellere den riktige CDS-premien, grunnet forskjell i motpartsrisiko.

### 4.3 Misligholds-sannsynligheter<sup>50</sup>

Mange er sterkt opptatt av kredittvurderinger og deres tilhørende misligholds-sannsynligheter. Moody's og Standard & Poors (S&P) er de mest anerkjente og brukte kredittvurderingsbyråene i verden. Men hvordan skal en gjøre seg nytte av deres studier ved klassifisering av risikoen til obligasjonen og dermed også misligholdsrisikoen?

Moody's misligholdsstudier summerer opp erfaringer gjort med hensyn til mislighold i det private, langsiktige gjeldsmarkedet, hvor Moody's har vurdert bedriftsobligasjoner for tidsrommet 1970-1994. 640 obligasjonsutstedere misligholdte i den perioden.<sup>51</sup>

Ved å sammenligne de historiske kredittvurderingene og de misligholdte obligasjonene med kredittvurderingene til de tusenvis av utstedere som ikke misligholdte, kan en i teorien estimere misligholdsrisikoen til hver enkelt kredittvurderingskategori. For mange obligasjoner er denne informasjonen gratis tilgjengelig for alle. Nedenfor er en tabell over kredittvurderingene og deres tilhørende kredittkvalitet, Moody's angis først, og med Standard & Poors i parentes.<sup>52</sup>

Kredittvurderings kategori	Kredittkvalitet
Aaa (AAA)	Høyeste kredittkvalitet, med <i>minimal</i> kredittrisiko

<sup>50</sup> Formler i det følgende er hentet fra David Shimko (ed.) (1999): *Credit Risk: Models and Management*, kap.12

<sup>51</sup> Tall fra Moody's "Credit Default Research 1970-1994"

<sup>52</sup> Tabell er hentet fra Moody's hjemmesider: "Credit Ratings Symbols & Definitions" <http://www.moodys.com>

Aa (AA)	Bedømt til å ha høy kredittkvalitet, med <i>veldig lav</i> kredittrisiko
A (A)	Obligasjoner kredittvurdert til A anses å være øvre-halvdels kredittkvalitet og har <i>lav</i> kredittrisiko.
Baa (BBB)	Obligasjoner kredittvurdert til Baa er utsatt for <i>moderat</i> kredittrisiko. De er ansett som mellomvurdert og har visse spekulative karakteristika
Ba (BB)	Obligasjoner kredittvurdert til Ba antas å være spekulative og har <i>betydelig</i> kredittrisiko
B (B)	Obligasjoner kredittvurdert til B blir ansett for å være spekulative og har <i>høy</i> kredittrisiko
Caa (CCC)	Obligasjoner kredittvurdert til Caa blir ansett som dårlige og har <i>veldig høy</i> kredittrisiko
Ca (CC)	Obligasjoner kredittvurdert til Ca blir ansett som <i>høyst spekulative</i> og vil sannsynligvis misligholde i nær framtid, med liten utsikt for overlevelse av prinsipalen og renten.
C (R)	Obligasjoner kredittvurdert til C er i den laveste vurderingsklassifiseringen og er normalt <i>i misligholdstilstand</i> , med veldig liten utsikt for overlevelse av prinsipalen og renten.

Det som kan sies om studiene til Moody's er at det ikke er den direkte klassifiseringen som er viktigst, men at de presenterer de marginale og kumulative misligholdsratene. For å finne de marginale og kumulative misligholdsratene brukes følgende fremgangsmåte:

La  $m_t^Y(R)$  være antall utstedere av gjeld med kredittvurdering R (hvor  $R = Aaa, Aa, \dots$ ) som tilhører gruppen av utestående utstedere med kredittvurdering R fra starten av året Y (hvor  $Y = 1970, 1971, \dots$ ). Videre at disse utstedere (R) misligholdte i det år  $t$  etter år Y.



La videre  $n_t^Y(R)$  være det totale antall utstedere med kredittvurdering  $R$  ved starten av år  $Y$  som *ikke* har misligholdt ved år  $t$ . Den *marginale misligholdsraten*,  $d_t(R)$ , er den vektete gjennomsnittlige misligholdsraten for  $R$ -vurderte utsteder i det år  $t$ .

Matematisk kan en uttrykke dette slik:

$$d_t(R) = \frac{\sum_{Y=1970}^T m_t^Y(R)}{\sum_{Y=1970}^T n_t^Y(R)} \quad (1.39)$$

Her er  $T$  lik (1994- $t$ ). Variabelen  $T$  begrenser summeringen til gruppen for  $t$  år der data er tilgjengelig. I denne sammenhengen representerer det perioden fra 1970 til og med 1994.

Et eksempel kan være  $d_5(\text{Baa})$ , der sannsynligheten er at en obligasjon vil misligholde i det femte (5) året etter med kredittvurdering Baa. Sannsynligheten for at en obligasjon med kredittvurdering  $R$  ikke vil misligholde *i* år  $t$  er den marginale overlevelsesraten,  $1 - d_t(R)$ .

Sannsynligheten for at en obligasjon kredittvurdert  $R$  ikke vil misligholde *før* år  $t$  er den *kumulative overlevelsesraten*,  $S_t(R)$ , som er definert som følger:

$$S_t(R) = \prod_{i=1}^t [1 - d_i(R)] \quad (1.40)$$

Den kumulative *overlevelsesraten* er produktet av de tilhørende *marginale overlevelsesratene*.

Den kumulative *misligholdsraten*,  $D_t(R)$ , er sannsynligheten for at en obligasjon kredittvurdert  $R$  vil misligholde *før* år  $t$ . En finner den som følger:  $D_t(R) = 1 - S_t(R)$

Med andre ord, stien som den marginale misligholdsraten har gjennom periode  $t$  forklarer fullt ut den kumulative overlevelsessannsynligheten, så vel som den kumulative misligholdssannsynligheten. Men hvordan kan dette hjelpe oss i forhold til klassifiseringen/kredittvurderingen av risikable obligasjoner?

Det som gir oss noe håndfast, er tendensene som preger de forskjellige klassene av obligasjoner. For de mest sikre eller høyest investerings-vurderte (eng: Investment grade)

obligasjoner gjelder at den marginale misligholdsraten stiger når en forlenger tidshorisonten, mens den reduseres for spekulativ-vurderte obligasjoner – altså de mest risikable obligasjonene, statistisk sett. Det vil si at år til år risikoen for mislighold ikke reduseres i kumulativ forstand, men den reduseres for spekulativ-vurderte utstedere, og den øker for investeringsvurderte utstedere. Dette mønsteret for marginale misligholdsrater på kredittvurderingskategorier kan tyde på en underliggende *mean reversion* i bedrifters kreditt fremtidsutsikt, noe som blir støttet av endringer i bedrifters kredittkvalitet.

Risikable obligasjonsutstedere (private) vil sannsynligvis oppleve livsløpssirkler som gjør at deres kredittvurdering ender opp på et gjennomsnittsnivå i det lange løp. Små, men voksende bedrifter bruker å oppleve nær forfallsusikkerhet (enten rundt kupongforfall eller sluttforfall) i sin evne til å klare egne forpliktelser. Det samme pleier også å gjelde for modne bedrifter som endrer signifikant på sin kapitalstruktur ved å påta seg gjeld. Begge typer bedrifter kan bli vurdert til å være spekulative og vil derfor måtte stå overfor ikke ubetydelig nær-termin risiko. Ved å overvinne slike hindringer og overleve uten å misligholde, kan en utsteder (lånetaker) bli vurdert bedre eller betale ned på sine lån og trekke seg ut fra det allmenne (børsnoterte) obligasjonsmarkedet. Med andre ord, risikoen for mislighold om ti år eller mer er følgelig lav *så sant* bedriften overlever de første årene.

I motsetning til dette står investment-vurderte utstedere overfor lav misligholdsrisiko på kort sikt. De pleier å være store, veletablerte markedsledere i sine respektive industrier og med solid kreditthistorie. Den kredittfremtidsutsikt de har for lengre tidshorisont er noe mer usikker. Et hvilket som helst antall risikofaktorer kan dukke opp over ti år eller mer. Dessuten har topp-vurderte bedrifter bare to mulige kredittkvalitets utsikter – stabil vurdering eller synkende vurdering.

Sett mer langsiktig, bruker lavt vurderte, overlevende lånetakere å stige til middels-vurderte, mens middels-vurderte bruker å forbli der, og topp-vurderte bedrifter pleier å falle ned til kategorien middelsvurderte. Dette fører til at det blir vanskelig å bestemme terminstrukturen for bedriftsobligasjoner, siden de kan hoppe opp og ned på kredittvurderingsskalaen uavhengig av hvordan de var vurdert ved starten av perioden.

Kredittvurderingsskalaen inneholder altså har en viss nyttig informasjon til bruk ved modellering av misligholdsrisiko, og som vi derfor kan anvende i forbindelse med verdsettelse

---

av CDSkontrakter. Problemer kan oppstå på forskjellig vis, men et hovedproblem oppstår hvis og når obligasjonskategorien en tilhører ikke er normal i forhold til hva som vanligvis gjelder i vedkommende industri eller markedssegment. Det er ofte ikke godt nok at en har blitt vurdert til Baa, så sant vanlige bedrifter i ens marked er vurdert til AA. Vurderingsskalaen gir dermed for lite statistisk informasjon til at den alene kan legges til grunn for risikovurderinger. Videre kan andre ting spille inn, som f.eks. at hele industrien forsvinner, grunnet endringer i konsum og etterspørsel. Det vil kunne medføre at hele industrien misligholder sine forpliktelser, selv om de fra utgangspunktet var kredittvurdert til Aaa. Et annet element er at de fleste kredittvurderingsendringene som gjøres allerede er blitt utført i markedet *før* vurderingen finner sted. Dette betyr at en ikke kan bruke kredittvurderingen som finner sted til å *verdsette* CDS kontrakter. Men vurderingsskalaen med dens ulike kategorier eller klasser gir oss en nyttig pekepinne i forhold til hvordan misligholdssannsynligheten er. For det skal mye til at det blir så omfattende kredittvurderingsendringer i markedet at industrier eller markedssegmenter hopper opp (eller ned) med flere trinn.

### **Avslutning**

I dette kapitlet har jeg identifisert og beskrevet noen av de mulige (risiko)faktorene som en bevisst må forholde seg til i prisingen av CDS-kontrakter. Fordi det er flere slike mulige faktorer, sliter de forskjellige teoretiske modellene med å gi et godt og pålitelig bilde av prisingsmekanismene som en ser i markedet. Viktige bidrag innenfor dette området er Elton et al (2001) og Driessen (2003) som i alt har identifisert 3 elementer i kredittspredan som kan forklare forskjellen mellom risikofri rente og risikabel rente, og som ikke blir forklart av misligholdspremien. I den teoretiske verden burde misligholdspremien kunne forklare hele forskjellen, men i mange tilfeller representerer de tre andre forklaringsvariablene – *likviditetspremie, skattepremie og likviditetspremie* – signifikant forklaringsgrad. I tillegg til de ovennevnte forfatterens bidrag har jeg tatt opp 2 andre variabler som kan vanskeliggjøre prisingsprosessen. Det dreier seg for det første om risikoen for misligholdelse av motparten i en CDSkontrakt (motpartsrisiko), og for det andre om endringer i kredittkvalitet i løpetiden til en obligasjon, eller om kredittkvalitetsforskjeller. Når det gjelder motpartsrisiko, kan den gå begge veier og enten gi en økning eller en reduksjon av av CDSpremien, alt avhengig av hvilken side av forhandlingsbordet den ”mest risikable” investoren sitter. Med tanke på

bedømmelse av kredittkvalitet, er det mest problematisk i tilfeller hvor obligasjonsutstedere tilhører en annen kredittklasse enn det som normalt gjelder for sin industri eller markedssegment. Denne forskjellen gjør det vanskelig å skaffe seg nok statistisk informasjon til å kunne ta gode avgjørelser for hvor høy/lav en CDSpremie burde være. Og, selv om innlasseringen av vedkommende industri eller markedssegment på kredittvurderingsskalaen gir en viss, nyttig informasjon om risiko og misligholdelsessannsynlighet, er klassifiseringen i seg selv ikke tilstrekkelig grunnlag for å vurdere omfanget av CDS-premien.

## 5. Oppsummering og konklusjon

Arbeidet med hovedtematikken i denne oppgaven er motivert ut i fra at det i dag ikke fins noen ensartede og operative modeller for rettferdig og transparent fastsettelse av CDS-kontrakter som samtidig er sikre nok til at de kan tas i allmenn bruk. Heller ikke har markedet i dag noe enhetlig mønster eller enhetlige retningslinjer for prisning av CDS. Oppgaven har derfor tatt sikte på å kartlegge og beskrive de ulike forhold som spiller inn i fastsettelse av CDS-premier ut i fra det vi gjennom forskning vet om problemfeltet. Hensikten med dette har vært å kartlegge disse og vise hvilke problemer som fortsatt er uløste.

Jeg har derfor forsøkt å vise de viktigste faktorene knyttet til fastsettelse av CDS premie til kjøperen så vel som kostnadsutsikten for selgeren av CDS-kontrakten. For at en slik kontrakt skal være så rettferdig som mulig, er det mange elementer som må belyses. Gjennom oppgaven har jeg belyst mulige teoretiske modeller og måter en kan gå frem på for å bestemme premien, samtidig som jeg har villet identifisere ulike fallgruver og problemer knyttet til verdsettelsesprosessen. Jeg har tatt opp to viktige retninger innenfor modellering av den teoretiske prisningen av CDS-kontrakter, nemlig strukturelle modeller og redusert form modeller.

Den strukturelle retningen har utviklet modeller som forsøker å legge selskapsverdier til grunn for å verdsette risikable obligasjoner – og dermed også verdsettelsen av en CDS-kontrakt. Selv om den strukturelle retningen foreslår modeller som i og for seg er teoretisk riktige, har den fått relativt dårlig oppslutning i praksis – det vil si i markedet. Dessuten har modellene vist seg å være matematisk kompliserte og vanskelige å løse eller anvende. Resultatet har derfor vært at de ikke har fått aksept i markedet.

Den andre typen, redusert form modeller, fokuserer på gjeldspriser for å kunne modellere konkursprosessen. Som navnet tilsier er disse modellene relativt sett redusert (i kompleksitet og lengde) i forhold til mange strukturelle modeller og har også i praksis vist seg å gi bedre resultater enn strukturelle modeller. Problemer knyttet til denne typen, er at den fortsatt ikke er god nok, og at den baserer seg på mindre teoretisk substans enn den strukturelle retningen.

At ingen av de to modellene har fått full aksept, henger sannsynligvis sammen med at de sliter med å forklare verdiene på CDS-premiene som blir observert i markedet. Det kan derfor virke som om det er andre forklaringsvariabler tilstede, som disse (delvis) har oversett, eller som er vanskelige å dimensjonere og inkludere, eller også varierer fra industri til industri eller fra obligasjon til obligasjon. Jeg har derfor – ved hjelp av nyere forskning – omtalt og beskrevet nærmere disse variablene, og som ovennevnte modeller altså ikke har fanget opp eller tatt tilstrekkelig hensyn til.

Ved siden av å ta høyde for *forventet misligholdelsestap* har forfattere som Driessen (2003) og Elton et al (2001) tatt for seg til sammen tre typer risikofaktorer med korresponderende premier som i stor utstrekning synes å kunne forklare premieforskjellen mellom markedsvirkelighetens og den teoretiske verdens, nemlig de følgende: *likviditetspremie, skattepremie og risikopremie*.

I tillegg til disse i alt fire hovedelementer i prisfastsettelsen av CDS-kontrakter, har jeg også vist at det er nødvendig å ta opp slike problemer knyttet til prisning av CDSer som beror på muligheten for *motpartsrisiko* – noe som også vil påvirke forutsetningene for en CDS-kontrakt. Altså at motparten i en slik kontrakt kan misligholde selv om obligasjonsutstederen faktisk ikke gjør det. Avslutningsvis viste jeg muligheten for å bruke statistiske misligholdsrater for å finne misligholdssannsynligheten til én bestemt obligasjon. Problemer knyttet til dette vil kunne være mangel på statistisk informasjon fra enten den aktuelle kredittvurderingen (ratingen) eller også skyldes de gjeldende forhold i vedkommende industri eller markedssegment som helhet.

Kredittderivat markedet har en høy vekst og det hersker ingen tvil om at Credit Default Swaps er med på å dra lasset. Ved en standardisering av kontrakter og ved å få definert faste retningslinjer for prisning vil det etter min mening ikke stå noe i veien for at dette derivatet skal kunne bli et omsatt produkt på en børs i nær fremtid. For at dette skal skje på en best mulig måte for alle parter, bør kunnskapen rundt kredittderivater og ikke minst CDSer, økes. Jeg mener selv at denne oppgaven har gitt et godt og forklarende perspektivvinkling på problemene knyttet til prisningen av CDSer og antydning muligheter for å løse disse.

Kredittderivater virker for øyeblikket å ha et stort potensial, fordi de kan bli brukt til å styre risikoposisjonen for finansielle institusjoner og bedrifter, og i fremtiden også for investorer.

---

Dette markedet vil, hvis det blir velfungerende nok, øke forståelsen for verdsettelse av risiko knyttet til renteinstrumenter, ikke minst misligholdsrisiko.

## Litteraturliste

Altman, Edward I., (1989), "Measuring Corporate Bond Mortality and Performance," *Journal of Finance*, 44:909-922.

Amato, Jeffery D. og Remolona Eli M. (2003), "The Credit Spread Puzzle" *BIS Quarterly Review*, December 2003.

British Bankers Association (2004), "BBA Credit Derivatives Report 2003/2004" <http://www.bba.org>

Brooks, Chris (2004), *Introductory Econometrics for Finance*, Cambridge University Press, Cambridge.

Das, Satyajit (2005), *Credit Derivatives, CDOs & Structured Credit Products*, John Wiley & Sons, Chichester.

Das, Sanjiv R. og Sundaram, Rangarajan (2000), "A Discrete-Time Approach to Arbitrage-Free Pricing Of Credit Derivatives" *Management Science* 46, Jan 2000, 46-63.

Delianedis Gordon og Geske Robert (2001), "The Components of Corporate Credit Spreads: Default, Recovery, Tax, Jumps, Liquidity and Market Factors" working paper UCLA versjon: Feb 2003.

Derivatives working party of the Faculty & Institute of Actuaries, "Credit Derivatives" <http://www.acturaies.org.uk>

Driessen, Joost (2003), "Is Default Event Risk Priced in Corporate Bonds?" University of Amsterdam.

Duffie, Darrel og Lando, David. (2001) "Term Structures of Credit Spreads with Incomplete Accounting Information", *Econometrica* 69:633-664.

Duffie, Darrel og Singleton, Ken (1999) "Modelling Term Structures of Defaultable Bonds", *Review of Financial Studies* 12, 687-720.

Elizalde, A. (2005) "Credit Risk Models II: Structural Models", CEMFI og UPNA [www.abelelizalde.com](http://www.abelelizalde.com)

Elton, Edwin J., Gruber, Martin J., Agrawal, Deepak og Mann, Christopher (2001), "Explaining the Rate Spread on Corporate Bonds" *Journal of Finance*, vol LVI, 1:247-277.

Greenspan, A. (2004), "Economic Flexibility" (tale for Her Majesty's Treasury Enterprise Conference, London, 26.Jan.) <http://www.federalreserve.gov/BOARDDOCS/speeches/2004/20040126/default.htm>

Heath, David., Jarrow, Robert, A., Morton, Andrew (1990), "Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A Discrete Time Approximation", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 25, 4:419-440.



---

Hilberink, B og Rogers L.C.G., (2002), "Optimal Capital Structure and Endogenous Default", *Finance and Stochastics* 6:237-263.

Houweling, Patrick, Mentink, Albert og Vorst, Ton, (2003) "How To Measure Corporate Bond Liquidity", working paper, Erasmus University Rotterdam

Hull, John (2006) *Options, Futures and Other Derivatives*, Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J.

International Swaps and Derivatives Association: <http://www.isda.org>

(A) "ISDA 1999 Credit Derivatives Definitions"

(B) "EXHIBIT A to 2003 ISDA Credit Derivatives Definitions"

Jarrow, Robert A. og Protter Phillip (2004), "Structural Versus Reduced Form Models: a New Information Based Perspective" *Journal of Investment Management*, Vol. 2, 2:1-10.

Jarrow, Robert A. og Turnbull Stuart (1995), "Pricing Derivatives on Financial Securities Subject to Credit Risk" *Journal of Finance* 50:53-86.

Jones, Phillip E., Mason, Scott P., og Rosenfeld, Erik (1984), "Contingent claims analysis of corporate capital structures: an empirical investigation", *Journal of Finance* 39:611-625.

Kettunen, J., Ksendzvosky, D., Meissner, Gunter (2003), "Pricing Default Swaps including Reference Asset-Counterparty Default Correlation", *Hawaii Pacific University Working Paper*.

Lando, David (2004), *Credit Risk Modeling*, Princeton University Press, Princeton.

McDonald, Robert (2006), *Derivatives Markets*, Addison Wesley, Boston Mass.

Meissner, Gunter (2005), *Credit Derivatives; Application, Pricing, and Risk Management* Blackwell Publishing, Oxford.

Moody's (2004), "Credit Ratings Symbols & Definitions" <http://www.moodys.com>  
 "Credit Default Research 1970-1994"

Norden, Lars og Weber Martin (2004), "Informational Efficiency of Credit Default Swap and Stock Markets: The Impact of Credit Rating Announcement", *Journal of Banking and Finance* 28:2813-2843.

Perraudin, William R. M. og Taylor, Alex P. (2003), "Liquidity and Bond Market Spreads" Bank of England.

Schönbucher, Phillip J, (2003) *Credit Derivatives Pricing Models: Models, Pricing and Implementation*, John Wiley & Sons, Chichester.

Shimko, David(1999) (red.) *Credit Risk: Models and Management*, Risk books, London.

Tavakoli, Janet M (2001), *Credit Derivatives & Synthetic Structures*, (2.ed) John Wiley and Sons, Chichester.

Zhou, Chungsheng (2001), “The Term Structure of Credit Spread with Jump Risk”, *Journal of Banking and Finance*, 25:2015-2040.