NORGES HANDELSHØYSKOLE

Bergen, Høst 2007

# Analyse av strukturerte spareprodukt

*Et Kinderegg for banknæringen?*

**av Geir Magne Bøe**

**Veileder: Professor Petter Bjerksund**

Utredning i fordypnings-/spesialområdet: Finansiell økonomi

NORGES HANDELSHØYSKOLE

# Sammendrag

Strukturerte spareprodukt består typisk av et garantielement og et avkastningselement. Garantielementet sikrer at du ikke taper sparepengene dine, mens avkastningselementet skal gi deg avkastning knyttet til en markedsvariabel som for eksempel en aksjeindeks. Produktene har blitt svært populære blant private småsparere. En viktig grunn til dette er nok en utbredt forestilling om at investor får både i pose og sekk; like god avkastning som aksjemarkedet og like sikkert som banken. Finansekspertene har ikke vært like begeistret, og omtaler produktene som dyre, uoversiktlige og med dårlige avkastningsmuligheter.

Denne oppgaven viser at kundene typisk betaler 8 - 10 % i samlede gebyr, noe som gjerne er 2 - 4 % høyere enn det som opplyses om i prospektet. Forventet avkastning er 1 - 2 % per år ved egenkapitalfinansiering før tegningsgebyrene tas hensyn til. En kunde som velger full lånefinansiering og betaler de høyeste tegningsgebyrene og kan forvente å tape penger på investeringen sin. Dette viser at mine analyser langt på vei støtter kritikken fra ekspertene.

# Forord

Denne masterutredningen er todelt. I første del presenterer jeg to metoder for å verdsette eksotiske opsjoner. Den ene metoden er en modifisert Black '76 opsjonsprisingsformel, mens den andre metoden er Monte Carlo simulering. Den sistnevnte metoden er spesielt nyttig ved prising av eksotiske opsjoner uten lukket løsning.

Teoridelen anvendes til å verdsette og beregne forventet avkastning til seks garanterte spareprodukt. Til en viss grad går teoridelen lenger enn det som er nødvendig for å analysere garanterte spareprodukt. Det kan sies at teoridelen er litt som å "skyte spurv med kanon" i forhold til anvendelsen i oppgaven. Likevel vil jeg bruke en del plass på å vise hvordan det er mulig å bygge en effektiv prisingsmodell, som er raskere og mer effektiv også i andre anvendelser enn prising av opsjonselementet i garanterte spareprodukt.

Jeg vil rette en stor takk til min veileder, Professor Petter Bjerksund, som med konstruktive tilbakemeldinger og gode ideer har bidratt til at arbeidet med utredningen både har vært spennende og lærerikt. Ellers vil jeg takke Institutt for foretaksøkonomi og SNF for stipendet jeg fikk til å skrive denne masterutredningen. Takk også til Steen Koekebakker ved Høyskolen i Agder for å ha tatt seg tid til å svare på spørsmål underveis.

Utredningen forutsetter grunnleggende kunnskap innen opsjonsprising.

Norges Handelshøyskole
Bergen, september 2007

______________

Geir Magne Bøe

# Innholdsliste

# 1. Innledning

## 1.1 Introduksjon

Et ordtak sier at kjært barn har mange navn. Dette gjelder også for den relativt nye typen garanterte spareprodukter som tilbys norske private og institusjonelle investorer. Jeg vil i denne oppgaven se på de verdipapirene som går under betegnelsene strukturerte spareprodukter, aksjeindeksobligasjoner, garanterte spareprodukter eller banksparing med aksje-, valuta-, råvare- eller børsavkastning.

Felles for alle produktene er at de egentlig er en ”pakke” bestående av mer grunnleggende finansielle verdipapir. Pakken skal gi investor et garantert beløp ved forfall, i tillegg til mulighet for avkastning knyttet til utviklingen i en eller flere variabler, som for eksempel en aksjeindeks. Det er ingen tvil om at slike spareprodukter har blitt en suksess dersom dette måles etter salgsvolumet. Men er det kundene eller tilbyderne som kommer best ut?

Ved å kombinere forskjellige verdipapir kan produktene skreddersys slik at investor får den risikoeksponeringen og gevinstpotensial han ønsker. Dette bør ses på som en fordel for investor. For noen kunder vil garanterte produkter gi en bedre risiko- og avkastningsprofil enn aksjer, fond, obligasjoner eller bankinnskudd. Alle innovasjoner er ønskelige dersom det kan dekke et behov hos kundene bedre enn de eksisterende produktene i markedet. Investorer som ikke ønsker slike produkter kan la være å kjøpe de. Garanterte spareprodukter kan være med å forbedre investors muligheter til å investere i utenlandske og eksotiske verdipapir, og dermed oppnå en bedre risikoeksponering i sin samlede portefølje. Det er vanligvis ingen valutausikkerhet knyttet til garanterte spareprodukter. Bankene tar et tegningsgebyr ved kjøp, men til gjengjeld vil banken åpne et investeringsunivers som tidligere ikke har vært lett tilgjengelig for småsparere. Det er derfor ingen tvil at hvis strukturerte produkter tilbys til korrekt pris og på riktige premisser, er de et godt supplement og investeringsalternativ for så vel småsparere som større investorer.

De garanterte spareproduktene har til tross for dette fått kraftig kritikk i media, og nærmest blitt betegnet som svindel. Hva er grunnen til denne voldsomme kritikken?

Kritikken er i hovedsak rettet mot tre forhold. For det første er produktene satt sammen slik at de er vanskelig for investor å komme frem til riktig verdi på det han kjøper, kombinert med at bankene krever forholdsvis høye gebyrer. I denne oppgaven verdsettes seks strukturerte produkter som tilbys det norske markedet høsten 2006 og våren 2007. Analysene viser at det kan være krevende å prise garanterte spareprodukt, og det ikke kan forventes at investorer uten solide finanskunnskaper kan estimere riktig pris på produktet. Noen eksperter[1] hevder at bankene tilbyr unødvendig kompliserte produkter nettopp for at kundene ikke skal være i stand til å prise de, samtidig som de komplekse elementene kan fremstilles bedre enn de faktisk er i markedsføringsmaterialet. Forskjellen mellom hva kunden betaler for produktet (eksklusiv tegningskostnader) og den virkelige verdien av pakken er et gebyr som går til tilbyder. I prospektene omtaltes dette gebyret som tilretteleggingsgebyr eller bruttofortjeneste. Tidligere ble det ikke opplyst om dette gebyret i prospektene. I dag er dette et krav fra Kredittilsynet, men det er langt fra sikkert at gebyret som det opplyses om i prospektet er det kunden reelt sett betaler. Størrelsen på tilretteleggingsgebyret drøftes i kapitlene 4 og 6 i denne oppgaven.

Kritikken fra ekspertene rettes også mot prospektene som brukes i markedsføringen og kompetansen til selgerne. Prospektene gir inntrykk av at investor får både i pose og sekk; like god avkastning som i aksjemarkedet til samme risiko som banksparing. Dette er i beste fall en sannhet med modifikasjoner. Flotte figurer av historisk avkastning preger de første sidene av prospektet, mens sentrale opplysninger står med liten skrift helt mot slutten. Hvilke forutsetninger og modeller som er benyttet i verdsettelsen i prospektet opplyses det dessverre ikke om. Samtidig har ikke alle selgerne den nødvendige kunnskapen eller forståelsen til å kunne forklare hvordan avkastningen beregnes, og langt sjeldnere prise produktene de tilbyr. Vi har fra tid til annen sett råsalg[2] av strukturerte produkter mot godtroende privatpersoner uten finanskunnskap. Rådgiverne mottar ofte bonus etter hvor mye de selger, og flinke rådgivere er gjerne de som selger mest og til høyest margin. Her må det nevnes at det trolig er stor forskjell mellom de ulike aktørene i bransjen. Personlig tror jeg at dette kan være med på å forklare at hele tre av fire strukturerte produkt er lånefinansierte.

---

[1] Allerede i 2000 advarte journalistene Rune Pedersen og Bjørn Erik Sættem i Dine Penger (Nr 9/2000) om dette.

[2] Se blant annet Dine Penger Nr 3/2006

Det tredje forholdet som har vært gjenstand for kritikk er effekten av lånefinansiering[3]. Bankene tilbyr å lånefinansiere hele kjøpesummen slik at investor kan "geare" investeringen og øke muligheten for høy avkastning. For banken sin del kan de tilby lån med minimal risiko, siden de har sikkerhet i penger på egen konto gjennom det garanterte produktet de tilbyr. Jeg vil se på hvordan dette spiller inn på sannsynlighetsfordelingen til avkastningen i kapittel 5. Samlet sett kan dette virke som et Kinderegg for banken. Garanterte spareprodukter oppfyller tre ønsker på en gang; tegningsgebyr, tilretteleggingsgebyr og en god rentemargin på et tilnærmet risikofritt utlån.

Kredittilsynet har fra 1.1.2007 innført en ny forskrift der det stilles strengere krav til blant annet opplysning om verdien av produktet, effekten av lånefinansiering og sannsynlighetsfordelingen til forventet avkastning. Dette gjør det enklere for investor å analysere strukturerte spareprodukt. Likevel opplyser ikke utstederne hvilke estimater og forutsetninger som ligger til grunn for de ulike beregningene. Forventet avkastning med og uten lånefinansiering er noe som det foreløpig ikke må opplyses om, men som etter min mening er et av de viktigste estimatene som burde vært med i prospektene.

## 1.2 Problemstillinger

Denne utredingen vil fokusere på tre problemstillinger:

1. *Verdsettelse med sensitivitetsanalyse av seks ulike strukturerte produkt. Hva er riktig pris?*

2. *Estimering av sannsynlighetsfordelingen til avkastningen for produktene med og uten lånefinansiering.*

3. *Analyse av prospektene til alle produktene som tilbys mellom høst 2006 og vår 2007. Hva er tilbydernes egne estimat på tilretteleggingsgebyret? Er det forskjell mellom tilbyderne?*

[3] Se blant annet Dine Penger nr 9/2000, nr 9/2001, nr 4/2006, nr 7/2006 og nr 6/2007

Ved å vurdere mine seks estimat på tilretteleggingsgebyret opp mot de som er oppgitt i prospektene, er det kanskje mulig å si noe om hvorvidt tilbydernes anslag på tilleggsgebyrene er realistiske. Til slutt vil jeg vurdere, ut fra mine analyser, om kritikken fra ekspertene er berettiget.

## 1.3 Oppbygging av oppgaven

I kapittel 2 drøftes kort utviklingen i det norske markedet for garanterte spareprodukt. Videre presenteres teorien bak oppbyggingen av en aksjeindeksobligasjon, basert på en artikkel i Praktisk økonomi og finans av Bjerksund, Carlsen og Stensland (1999). Ved å justere volatiliteten og dividenderaten, kan vi komme frem til en tilnærmet verdi på en aksjeindeksobligasjon ved å bruke Black '76 opsjonsprisingsformel. Denne vil benyttes, og i noen tilfeller tilpasses, for å komme frem til en "closed-form approximation" verdi på opsjonene i de tilfellene strukturene ikke er for komplekse.

I kapittel 3 forklares det først hvordan vi kan modellere aksjekursens bevegelser, og hvilke antakelser som ligger bak en slik modell. Resten av kapitlet brukes til å presentere hvordan opsjoner kan prises ved Monte Carlo simulering. Mot slutten av kapitlet vil jeg drøfte ulike variansreduserende teknikker som kan implementeres for å kunne bygge en modell som gir et mest mulig nøyaktig resultat.

Presentasjon og verdsettelse av de utvalgte garanterte spareproduktene er tema i kapittel 4. Verdien av strukturerte produkter avhenger i stor grad av forutsetninger og verdier på variablene som benyttes i analysen. Slike variabler er usikre, og vanligvis estimeres de basert på historiske data. En sensitivitetsanalyse med ulike verdier på de mest sentrale variablene vil gi nyttig innsikt i forhold til hva som er en objektiv verdi på spareproduktene.

I kapittel 5 analyseres den forventede avkastningsfordelingen til hvert enkelt produkt. Her vil jeg blant annet beregne effekten av tegningskostnader og lånefinansiering, finne forventet avkastning og estimere sannsynligheten for at produktene gir positiv avkastning.

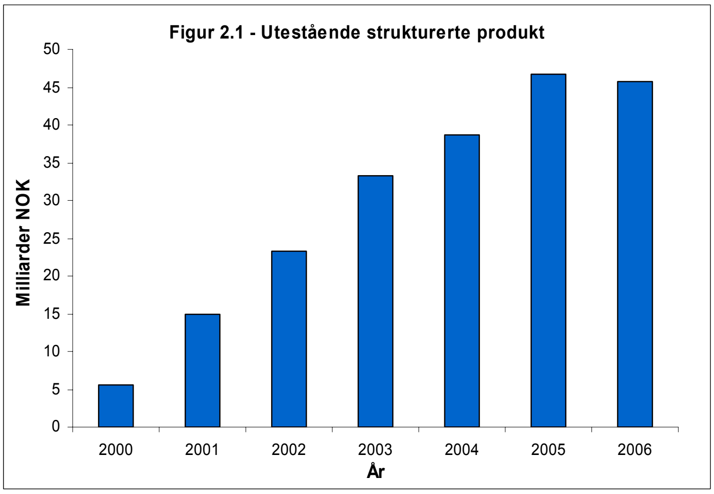
Kapittel 6 fokuserer på prospektene. Her analyseres prospektene til 117 produkter som er utstedet det siste året. Et av spørsmålene som stilles er om det er forskjell i tegnings- og tilretteleggingsgebyr mellom de ulike tilbyderne. Et annet spørsmål som vurderes er om mine estimat på tilrettelegningsgebyr er i nærheten av det estimatet utsteder har oppgitt i prospektet.

Til slutt oppsummeres resultatene av analysene i utredningen i kapittel 7. Her vil jeg også diskutere svakheter ved oppgaven og forslag til videre analyser innen strukturerte produkter.

# 2. Strukturerte spareprodukter

## 2.1 Det norske markedet

Strukturerte spareprodukter ble introdusert i Norge i 1992, og var i de første årene hovedsaklig rettet mot institusjonelle investorer. I 1996 kom DnB med "banksparing med aksjeavkastning" som var rettet mot privatmarkedet. De siste ti årene har privatpersoner stått for en stadig større andel av nytegningene. Sommeren 2006 eide husholdningene over 90 % av de utestående strukturerte produktene[4]. Figur 2.1 viser totalt utestående volum[5] av strukturerte produkter fra 2000 – 2006. Veksten har vært jevn og sterk i nesten hele perioden, og i 2005 var verdien av de utestående produktene ni ganger høyere enn i 2000.




Tallene fra Statistisk Sentralbyrå viser imidlertid at det har vært en stagnasjon og svak nedgang i den totale verdi av utestående strukturerte produkter det siste året. Samtidig har lånefinansieringsandelen fortsatt å stige. Dette er illustrert i figurene 2.2 og 2.3. Per mars 2007 er det investert rundt 45 milliarder i garanterte spareprodukt, og andelen som er finansiert med lån har passert 75 %. I media har eksperter[6] som Thore Johnsen, Steen

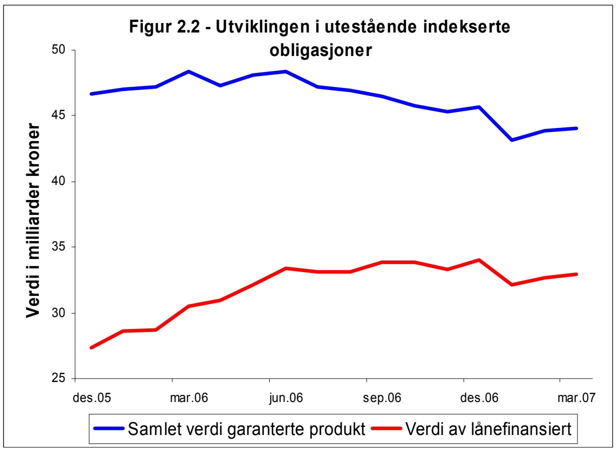
[4] Tall fra Norges Banks tidsskrift Penger og Kreditt nr 3 – 2006.

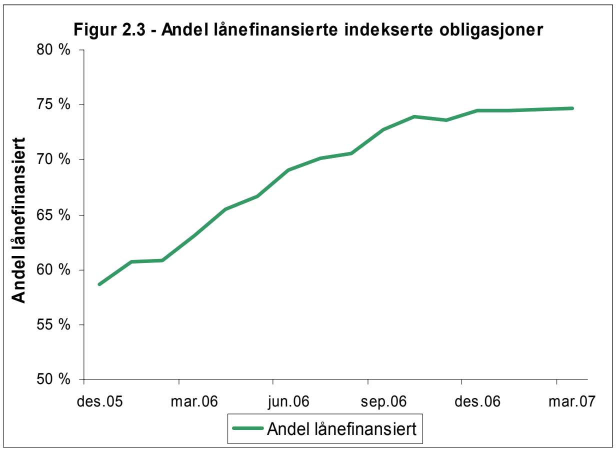
[5] Data basert på to tabeller fra Statistisk Sentralbyrå, se litteraturliste. Tallene for 2000 er fra februar fra artikkelen til Axelsen og Rakkestad (2000). De resterende er fra desember. For 2001 er et estimat fra Dine penger nr 6 benyttet.

[6] Ulike kilder; Dine Penger, Na24 og Dagens Næringsliv. Se litteraturliste.

Koekebakker, Petter Bjerksund, Are Slettan og Tom Staavi alle vært kritiske til lånefinansiering av slike verdipapir. Nesten uten unntak er lånerenten høyere enn produktenes forventede avkastning. I kapittel 5 analyserer jeg seks ulike produkter der jeg blant annet estimerer forventet avkastning med og uten lånefinansiering. Full lånefinansiering gir negativ forventet avkastning for alle produktene.

I de fleste tilfeller er det mulig å selge produktene før forfall. Tilretteleggeren vil da enten kjøpe tilbake produktet, eller finne en annen kjøper i annenhåndsmarkedet. Prospektene presiserer vanligvis at produktene er ment for investorer med hensikt å holde produktene til forfall. Ved salg før forfall er det ikke sikkert at investor får tilbake det garanterte beløpet. Dine Penger[7] har estimert salgsgebyret til å være i størrelsesorden 0.5 – 2 %.




Mye negativ medieomtale, mer presise opplysninger i prospektene og misfornøyde kunder er trolig noen av årsakene til salget at strukturerte produkter ikke vokser like raskt som før. Dine Penger hjelper for tiden misfornøyde kunder med å kjøre sak mot utstederne i Bankklagenemda. Dersom de når frem med en klage, vil nok den etterfølgende negative mediedekningen redusere nysalget av slike produkt betraktelig. Personlig tror jeg at toppen er nådd både for det totale salget og andelen som er lånefinansiert.

[7] Dine Penger 4/2006

## 2.2 Litt mer om produktene

Garanterte produkter består av en sikker og en usikker del. Den sikre delen er enten en nullkupongsobligasjon eller et bankinnskudd som garanterer at du får tilbake hele, mer enn hele eller deler av det investerte beløpet. Bankinnskuddet er sikret gjennom Bankenes Sikringsfond for opp til 2 millioner kroner. Selv om banken går konkurs vil du likevel få tilbake innskuddet. Hvis det garanterte elementet er en nullkupongsobligasjon vil eieren være vanlig kreditor, og kredittrisikoen til utsteder må tas hensyn til. Majoriteten av produktene garanterer at investor får tilbake hele det investerte beløpet, fratrukket tegningsgebyr, ved forfall. Noen produkter har høyere eller lavere kapitalgaranti, vanligvis mellom 90 % og 110 %. En alternativ struktur på innskuddet er å garantere 90-110 % av pålydende og utstede produktet til overkurs. I prospektene refereres det gjerne til begrepet emisjonskurs, som er summen av pålydende og overkursen. Dersom overkursen er 5 % vil du betale inn 105 kroner og du er typisk garantert å få tilbake 100 kroner ved forfall. Nedsiden i produktene er begrenset, siden det eneste du risikerer å tape er avkastning ved alternativ plassering av pengene. Dette er forlokkende for mange små private investorer. Et sentralt spørsmål i oppgaven er å vurdere om investor har for høy betalingsvilje for denne sikkerheten. Verdien av å motta 100 kroner om 5 år er i dag rundt 80 kroner, dersom vi antar en risikofri rente på 4.5 %. Hvis tilbyder ikke opererer med andre gebyrer vil det da være 20 kroner igjen per hundrelapp til å kjøpe risikable verdipapirer som skal sikre kunden positiv avkastning dersom underliggende ”går rett vei”.

Den høye etterspørselen etter strukturerte produkter gjør at bankene har sett muligheten til å tilby stadig mer eksotiske strukturer. Tidligere var den usikre delen knyttet til avkastningen på en eller to kjente utenlandske aksjeindekser. I dag kan investor velge mellom produkter som har kraft-, valuta-, råvare- eller rentekontrakter som underliggende. Likevel er fortsatt aksjeindeksobligasjoner mest utbredt. Noen tilbydere har opsjoner på selvkomponerte porteføljer eller aksjekurver bestående av 10-25 aksjer, mens andre velger en kurv av kjente indekser. I denne oppgaven vil jeg i hovedsak undersøke strukturerte produkter med aksjeindekser som underliggende, men noen av de andre strukturene vil også bli analysert.

Produktene markedsføres ofte med mulighet for aksjeavkastning. I realiteten er ikke dette det samme som avkastningen i aksjemarkedet. Aksjeindekserte obligasjoner tilbyr avkastning fra en prisindeks som ikke justerer for utbytte. Avkastningen til indeksen er derfor lavere enn avkastning fra investering direkte i en portefølje av selskapene i indeksen. Slike prisindekser er mest vanlig, men det finnes også avkastningsindekser slik som tyske Dax-indeksen, der utbytte automatisk reinvesteres. Forskjellen gjør at en prisindeks ikke vil vokse like raskt som en avkastningsindeks. Konsekvensen av dette er at høye utbytter typisk reduserer verdien av opsjonselementet, og eieren av en aksjeindeksert obligasjon kommer dårligere ut enn om utbyttene var lave. Alle de fire analyserte aksjeindeksobligasjonene i oppgaven har prisindekser som underliggende.

I de aller fleste strukturerte produkt er det en eller flere opsjoner som skal gi kunden mulighet til god avkastning. Kompleksiteten i slike opsjoner varierer, og presisjonen i verdianslaget på opsjonen reduseres ofte ved økende grad av kompleksitet. En stor andel av opsjonselementene i de strukturerte produktene som tilbys markedet i dag har ingen ”closed-form solution” eller lukket løsning, hvilket vil si at vi ikke kan prise de ved kjente formler. I slike tilfeller kan vi gjerne bruke ”closed-form approximation”, altså bruk av prisingsformler selv om ikke alle forutsetningene er oppfylt. Tilnærmingsmetodene kan gi verdier som avviker betydelig fra virkelig verdi. Andre ganger vil forutsetningene som er brutt ikke være av særlig betydning for prisingsresultatet. En alternativ framgangsmåte er å prise opsjonene ved Monte Carlo simulering. Denne metoden drøftes i kapittel 3.

Et sentralt poeng som jeg vil trekke frem flere ganger i oppgaven er at resultatene vi kommer frem til basert på modeller eller formler kun er rimelige dersom de verdiene vi putter inn er fornuftige. Verdiestimatene mine i stor grad vil være gjenstand for diskusjon, siden det er mange usikre verdier som må estimeres for å kunne verdsette opsjonselementene. Variablene blir i hovedsak estimert ut fra historiske data, og vi har ingen garanti for at historiske data er representativ for fremtiden. De viktigste variablene er volatiliteten til underliggende, korrelasjoner mellom ulike underliggende indekser, innenlandsk- og utenlandsk rentenivå og dividenderaten til underliggende. Estimatene mine baseres på de inputvariablene jeg mener er mest realistiske. For å kunne vurdere hvor følsom prisen er i forhold til de verdiene jeg har valgt, vil jeg gjennomføre sensitivitetsanalyser på de mest sentrale variablene.

## 2.3 Oppbygging og verdsettelse av strukturerte produkter

I dette avsnittet presenteres det formelt hvordan en aksjeindeksobligasjon er satt sammen. Denne delen er i stor grad basert på artikkelen ”Aksjeindekserte obligasjoner – både i pose og sekk?” av Bjerksund, Carlsen og Stensland (1999). Den usikre delen består i de fleste tilfeller av en eller flere eksotiske opsjoner, som gjør det krevende eller umulig å komme frem til korrekt verdi. Ofte er opsjonene knyttet til et aritmetisk gjennomsnitt av avkastningen på flere indekser (basket options), sluttverdien beregnes som et aritmetisk gjennomsnitt av kursutviklingen mot slutten av løpetiden (aritmetisk asiatisk hale) og opsjonene har vanligvis ingen valutaeksponering (quanto-opsjoner). I tillegg kan opsjonene ha knock-out eller lock-in element i seg.

Vi antar at $q(0)$ og $\tilde{q}$ (t) er verdien på underliggende indeks ved henholdsvis tidspunkt 0 og t. Ved forfall er indeksverdien en usikker variabel. Aksjeindeksobligasjonen betaler ikke rente før forfall, og siden investor er garantert å få tilbake innbetalt beløp kan den fremtidige verdien av aksjeindeksobligasjonen $\tilde{B}(T)$ uttrykkes som

$$\tilde{B}(T) = B(0)\left[1 + Max\left(\frac{\tilde{q}(T) - q(0)}{q(0)}, 0\right)\right] \tag{2.1}$$

Dette kan også uttykkes slik:

$$\tilde{B}(T) = B(0) + \frac{B(0)}{q(0)} Max\left[\tilde{q}(T) - q(0), 0\right] \tag{2.2}$$

Det første leddet på høyre side i (2.2) er det opprinnelige beløpet som er garantert å bli tilbakebetalt. Det andre leddet kan tolkes som $\frac{B(0)}{q(0)}$ europeiske call opsjoner med indeksen som underliggende, der hver opsjon har forfalltidspunkt T og strike q(0). I verdsettelsen antar jeg verdiadditivitet, hvilket vil si at verdien av en kombinasjon av finansielle aktiva er lik summen av verdien av hvert enkelt aktivum. Vi kan derfor verdsette den risikofrie plasseringen og opsjonselementet hver for seg. Matematisk kan dette formuleres slik:

$$V_0\left[\widetilde{B}(T)\right] \;=\; V_0\left[B(0)\right] + \frac{B(0)}{q(0)} V_0\left[Max(\widetilde{q}(T) - q(0), 0)\right] \tag{2.3}$$

hvor $V_0[\bullet]$ er dagens markedsverdi. Første leddet er markedsverdien av det garanterte beløpet. Denne finnes ved å diskontere det garanterte beløpet med risikofri renter (eventuelt med en kredittrisikopremie) i perioden frem til forfall T. Dette gir $V_0\left[B(0)\right] = e^{-rT} B(0)$.

Det andre leddet på høyre side i ligning (2.3) er verdien av call opsjonen. Noen strukturerte produkter har put opsjoner eller både put og call opsjoner som underliggende. Da må vi justere ligning (2.3) for å ta hensyn til dette. De strukturerte spareproduktene som vurderes i denne oppgaven har avkastninger som er direkte knyttet til en fremtidig observert indeksverdi. Dette betyr at dersom avkastningsfaktoren er 100 % og den utenlandske indeksen stiger med 10 %, vil avkastningen på call opsjonen være 10 % uavhengig av hvordan valutakursen norske kroner per utenlandsk valuta har utviklet seg. Investor har derfor ingen valutarisiko. Opsjonen på den underliggende indeksen kan ses på som et usikkert kvantum og kalles gjerne ”quantos” i finanslitteraturen. Vi kan også skrive ligning (2.3) som

$$V_0\left[\widetilde{B}(T)\right] = e^{-rT} B(0) + \frac{B(0)}{q(0)^i} V_0\left[Max(\widetilde{q}(T)^i - q(0)^i, 0)\right] \tag{2.4}$$

hvor $q(0)^i$ og $\widetilde{q}(T)^i$ er verdien av indeksen notert i utlandet henholdsvis på tidspunkt 0 og T. Neste steget i verdsettelsen er å finne terminprisen for en fremtidig utbetaling på $\widetilde{q}(T)^i$ norske kroner. Terminprisen i norske kroner tar hensyn til at avkastningen til indeksen ikke inkluderer utbytte fra selskapene. Denne terminprisen er gitt ved ligning (2.5).

$$F_0\left[\widetilde{q}(T)^i\right] = q(0)^i e^{(r-\delta)T} \tag{2.5}$$

Her kan vi tolke $\delta$ som ”rate of return shortfall” eller implisitt dividenderate, og er gitt ut fra følgende ligning

$$\delta \equiv \delta_i + (r - r_i) + c_{ii} \tag{2.6}$$

I ligning (2.6) er r innenlandsk rente, $r_i$ renten i utlandet og $\delta_i$ er dividenderaten til den utenlandske indeksen. $c_{ii}$ er definert ved $c_{ii}T = Cov_0\left[\ln\left(\frac{S^i(T)}{S^i(0)}\right), \ln\left(\frac{\tilde{q}_i(T)}{q_i(0)}\right)\right]$. Her er $S^i(T)$ den fremtidige valutakursen og $S^i(0)$ er dagens valutakurs. Dette viser at samvariasjonen mellom de logaritmiske avkastningene til den utenlandske indeksen og tilhørende valutakurs spiller inn gjennom den implisitte dividenderaten. Fra ligning (2.6) ser vi at rentedifferansen mellom Norge og utlandet inngår i den implisitte dividenderaten. Grunnen til dette er at når vi ikke har valutaeksponering foretas det en implisitt avkastningswap, der hjemmerente byttes mot utenlandsrente. Hvis den norske renten er høyere enn utenlandsrenten, forventes det at den utenlandske valutaen vil styrke seg i forhold til den norske kronen. En slik positiv rentedifferanse og høy korrelasjon mellom avkastningene til indeksen og den tilhørende valutakursen vil begge gi høyere implisitt dividenderate. Senere vil jeg vise at en høyere implisitt dividenderate vil typisk gi lavere verdi på opsjonselementet. Dette gjelder både ved prising etter Black'76 opsjonsprisingsformel og ved prising basert på Monte Carlo simulering.

En annen sentral inputvariabel i opsjonsprisingen er volatiliteten $\sigma$. Volatiliteten er uavhengig av usikkerheten knyttet til valutakursen, siden avkastningen er uavhengig av valutakursendring. Dette gjør at volatiliteten er lavere uten valutarisiko enn med, bortsett fra i de tilfeller der avkastningen til indeksen og valuta er sterkt negativt korrelert. Valutarisiko er derfor i de aller fleste tilfeller ønskelig for en opsjonseier. Volatiliteten er definert ved

$$\sigma^2 T = Var_0\left[\ln\left(\frac{\tilde{q}^i(T)}{q^i(0)}\right)\right] \tag{2.7}$$

Dersom vi antar at forutsetningene bak Black '76 formelen holder (se avsnitt 2.4) kan markedsverdien av den aksjeindekserte obligasjonen uttrykkes ved:

$$V_0\left[\tilde{B}(T)\right] = e^{-rT}B(0) + B(0)\left[e^{-\delta T}N(d_1) - e^{-rT}N(d_2)\right] \tag{2.8}$$

hvor N($\bullet$) er den kumulative sannsynlighetsfunksjonen til standard normalfordelingen og

$$d_1 = \frac{(r - \delta + \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad , \qquad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

(2.9)

Hvis opsjonselementet i aksjeindeksobligasjonen er av europeisk type kan vi benytte Black '76 formelen gitt ved ligning (2.8) til å finne prisen på aksjeindeksobligasjonen. Dessverre er det i de aller fleste tilfeller ikke standard europeiske opsjoner i strukturerte produkter, og vi kan ikke prise opsjonene ved å benytte ligning (2.8) direkte. Spread opsjoner, barriere-opsjoner, og chooseropsjoner kan ikke prises ved (2.8), men har egne prisingsformler.

Opsjonselementene i strukturerte produkter har ofte et aritmetisk snitt (kurv) av flere indekser som underliggende, og kalles gjerne basket options. Dette gir en diversifiseringseffekt, eller en "slanking" av volatiliteten. For en aksjeinvestor er det ønskelig å redusere risikoen ved å unngå å putte alle eggene i en kurv. Dersom indeksene ikke er perfekt positiv korrelert vil noen av indeksene gjerne gå opp mens andre går ned. En opsjonseier har derimot begrenset nedside og det er ønskelig med høyest mulig volatilitet for å øke oppsidepotensialet. Diversifisering reduserer volatiliteten og er ikke fordelaktig for opsjonseiere. Utstedere hevder likevel gjerne at det er fornuftig å spre avkastningsrisikoen på flere indekser, selv om dette reduserer verdien av opsjonselementet. I så fall er investor bedre tjent med en portefølje av opsjoner på ulike indekser enn en opsjon på en kurv av indekser. Avkastningen på en kurv av indekser kan formuleres slik:

$$\frac{\widetilde{q}(T) - q(0)}{q(0)} = \sum_i w_i \frac{\widetilde{q}^{\,i}(T) - q^i(0)}{q^i(0)} \tag{2.10}$$

Vektene i hver indeks er gitt ved $w_i$, og summerer seg til 1. Toppskrift $i$ indikerer hvilken indeks det er snakk om. Artikkelen til Bjerksund, Carlsen og Stensland viser i et appendiks at den implisitte dividenderaten $\delta$ kan finnes ut fra (2.11) og volatiliteten kan tilnærmes ved (2.12).

$$e^{-\delta T} = \sum_i w_i e^{-(\delta_i + (r - r_i) + c_{ii})T} \tag{2.11}$$

$$\sigma^2 \approx \sum_i \sum_j w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \tag{2.12}$$

Her er volatiliteten til hver enkelt indeks $\sigma_i$ og korrelasjonen mellom indeksene $\rho_{ij}$ definert ved henholdsvis (2.13) og (2.14).

$$\sigma_i^2 T \equiv Var_0\left[\ln \frac{\tilde{q}^i(T)}{q^i(0)}\right] \tag{2.13}$$

$$\sigma_i \sigma_j \rho_{ij} T \equiv Cov_0\left[\ln \frac{\tilde{q}^i(T)}{q^i(0)}, \ln \frac{\tilde{q}^j(T)}{q^j(0)}\right] \tag{2.14}$$

Verdien av en aksjeindeksobligasjon med en kurv av indekser som underliggende kan tilnærmes ved formlene (2.8) og (2.9) over, basert på implisitt dividenderate og volatilitet gitt fra formlene (2.11) til (2.14).

En annen måte utsteder kan redusere volatiliteten (og verdien av produktet) er ved å bruke tidsgjennomsnitt. I stedet for å beregne avkastningen fra indeksene kun ved forfall, kan avkastningen beregnes ut fra et gjennomsnitt over flere observasjoner. Månedlige observasjoner i de 6 til 24 siste månedene av produktets levetid er vanlig. Sluttverdien til indeksen kan defineres ved (2.15), der M er antall observasjoner i tidsperioden $\tau$ til T.

$$\tilde{q}(T) = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^{M} q^i(\tau + k\Delta t) \tag{2.15}$$

Avkastningen til en indeks med asiatisk sluttavregning kan uttrykkes ved å sette høyresiden i (2.15) inn for $\tilde{q}(T)$ på venstresiden av (2.16).

$$\frac{\tilde{q}(T) - q(0)}{q(0)} = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^{M} \frac{\tilde{q}^i(\tau + k\Delta t) - q^i(0)}{q^i(0)} \tag{2.16}$$

Tiden mellom hver observasjon er gitt ved $\Delta t = \dfrac{T-\tau}{M}$, og er typisk en måned for produktene som analyseres i denne oppgaven. De fleste strukturerte produkt benytter tidsgjennomsnitt, og slike opsjoner kalles asiatiske opsjoner eller opsjoner med asiatisk hale. Kemna og Vorst (1990) viste at vi kan justere volatiliteten og dividenderaten ved henholdsvis ligning (2.17) og (2.18) for å få tilnærmet riktig verdi på terminprisen, og benytte Black '76 formelen fra ligning (2.8) og (2.9) i verdsettelsen. Her benyttes volatiliteten til det geometriske gjennomsnittet som en tilnærming til volatiliteten til det aritmetiske snittet.

$$e^{(r-\delta)T} = \frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M} e^{[r-(\delta_i+(r-r_i)+c_{ii})](\tau+k\Delta t)} \tag{2.17}$$

$$\sigma^2 T = \sigma_i^2\left[\tau + \frac{1}{6}\frac{(T-\tau+\Delta t)(2(T-\tau)+\Delta t)}{T-\tau}\right] \tag{2.18}$$

Strukturerte produkter med både kurv- og tidsgjennomsnitt oppnår høyeste diversifiseringseffekt og lavest volatilitet. Avkastningen på underliggende kan i slike tilfeller beregnes ved ligning (2.19)

$$\frac{\tilde{q}(T)-q(0)}{q(0)} = \sum_{k=1}^{M}\sum_{i}\frac{w_i}{M}\frac{\tilde{q}^i(\tau+k\Delta t)-q^i(0)}{q^i(0)} \tag{2.19}$$

Vi kan beregne dividenderate $\delta$ gitt implisitt fra ligning (2.20) og volatiliteten gitt implisitt fra ligning (2.21). Med den nye justerte dividendraten og volatiliteten kan vi benytte ligning (2.8) og (2.9) til å verdsette aksjeindeksobligasjoner med både kurv og tidsgjennomsnitt.

$$e^{(r-\delta)T} = \sum_{k=1}^{M}\sum_{i}\frac{w_i}{M}e^{[r-(\delta_i+(r-r_i)+c_{ii})](\tau+k\Delta t)} \tag{2.20}$$

$$\sigma^2 T \approx \sum_{i}\sum_{j} w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}\left[\tau + \frac{1}{6}\frac{(T-\tau+\Delta t)(2(T-\tau)+\Delta t)}{T-\tau}\right] \tag{2.21}$$

Dette avsnittet har hittil vist hvordan vi kan finne en tilnærmet pris på en aksjeindeksert obligasjon med en call som opsjonselement. Hvis opsjonen har tidsgjennomsnitt eller består av en kurv av underliggende indekser, må vi justere implisitt dividende og volatilitet. Ligning (2.4) viste hvordan vi kan verdsette obligasjonselementet og opsjonsdelen separat. Denne ligningen forutsetter at 100 % av investert beløp (eksklusive tegningskostnader) utbetales ved forfall. Mange produkt i markedet har både høyere og lavere garanti enn dette. Avkastningsfaktoren varierer også mellom ulike strukturerte produkt. Dersom indeksen stiger 10 % og avkastningsfaktoren er 1.2, vil investor få 12 % avkastning på sin investering. Investor ønsker høyest mulig garanti og avkastningsfaktor. Siden det er lite trolig at utstederne selger et produkt de forventer å tape penger på, vil det derfor være en avveiing mellom garantert beløp og avkastningsfaktor. De produktene som lokker med garantert beløp på over 100 % og høy avkastningsfaktor har gjerne andre eksotiske element som slanker volatiliteten. Ligning (2.4) kan derfor skrives om til (2.22), der *G* er andelen av det investerte beløpet som er garantert, og *AF* er avkastningsfaktoren.

$$V_0\left[\widetilde{B}(T)\right] = G \times e^{-rT} \times B(0) + AF \times V_0\left[Max(\widetilde{q}(T)^i - q(0)^i, 0)\right] \tag{2.22}$$

## 2.4 Forutsetninger bak Black '76 opsjonsprisingsmodell

I forrige avnitt viste jeg hvordan vi kan prise en opsjon basert på Black '76 modellen. Dette er en versjon av Black & Scholes modellen som benyttes til å prise terminkontrakter. Forutsetningene bak modellene er omtrent de samme og er gjengitt under.

1. Aksjen (terminprisen) følger en geometrisk Brownsk bevegelse $\left(\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dB_t\right)$
2. Det er ingen transaksjonskostnader
3. Både volatiliteten $\sigma$ og renten $r$ er konstante gjennom opsjonens levetid
4. Handel i underliggende foregår i kontinuerlig tid
5. Det er ingen arbitrasjemuligheter i markedet
6. Investorer har ingen begrensninger i forhold til shortsalg eller lånefinansiering

Når det gjelder den første forutsetningen, vil denne bli forklart og diskutert i kapittel 3. Den oppringlige Black & Scholes formelen forutsatte ingen dividendeutbetaling. Black '76 modellen for prising av opsjonselementet i strukturerte spareprodukt tar hensyn til en kontinuerlig dividenderate.

Kapittel 3 viser en alternativ metode for å prise strukturerte spareprodukt. Her benyttes Monte Carlo simulering, som i mange tilfeller kan prise eksotiske opsjoner hvor "closed form solution" ikke er tilgjengelig. I analysedelen i kapittel 4 vil jeg bruke både teorien fra dette kapitlet og Monte Carlo simulering til å prise strukturerte spareprodukt.

# 3. Aksjekursens bevegelse og Monte Carlo simulering

Dette kapitlet forklarer hvordan vi kan modellere aksjekursens bevegelse og bruke Monte Carlo simulering til å verdsette opsjoner. Beskrivelsen av aksjekursens bevegelse er basert på fremstillingene til John Hull (2006) og Kerry Back (2005). I siste del av kapitlet vil jeg presentere ulike metoder for å forbedre den tradisjonelle Monte Carlo metoden ved å benytte variansreduserende teknikker og Quasi-Monte Carlo simulering. Avslutningsvis drøftes kort muligheten for å modellere hopp i aksjekursene.

## 3.1 Aksjekursens bevegelse

Modellering og forutsetningene bak aksjekursenes bevegelse er sentralt i all opsjonsprising. I virkeligheten skjer aksjehandel når børsene er åpne, og noen aksjer er mer omsatt enn andre. Handelen skjer altså i diskret tid. Aksjekursene må i tillegg handles i visse enheter, for eksempel i steg på 50 øre. Dette gjør at aksjekursene er en diskret variabel. Til tross for dette modelleres aksjekurser i finanslitteraturen basert på kontinuerlig handel og at aksjekursene er kontinuerlige variabler. På kort sikt beveger aksjekurser seg opp og ned på en tilfeldig og usystematisk måte, noe som gjør at vi modellerer kursen som en stokastisk prosess.

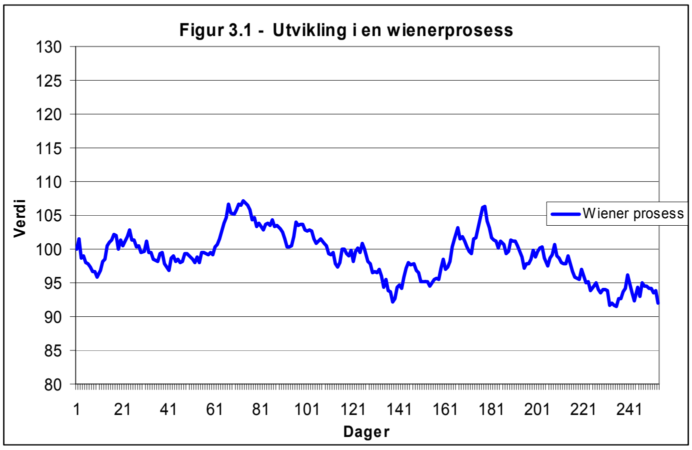
En Markov prosess er en spesiell type stokastiske prosess der kun dagens verdi på variabelen har betydning for den fremtidige verdien. Hvis aksjekurser kan modelleres som Markov prosesser, har den historiske kursutviklingen ingen betydning for hvordan den fremtidige kursen vil utvikle seg. Markov egenskapen er konsistent med en svak form for markedseffesiens. Dette betyr at all offentlig tilgjengelig informasjon er tatt hensyn til i dagens aksjekurs. En del empiriske studier blant annet av Fama (1965) og (1970) tyder på at velutviklede finansmarkeder i utgangspunktet har en svak form for effesiens. Dette gjør at jeg kan ta utgangspunkt i en Markov prosess når jeg skal beskrive aksjekursens utvikling matematisk.

En Wiener prosess er en type Markov prosess, med forventet endring på null og en variansrate på en per år. Et annet navn på slike prosesser er Brownsk bevegelse. En wiener prosess z har to viktige egenskaper:

1. Endringen $\Delta z$ i en kort tidsperiode $\Delta t$ er gitt ved $\Delta z = \varepsilon\sqrt{\Delta t}$ , hvor $\varepsilon$ er et tilfeldig tall trukket fra standard normalfordelingen.

2. Verdien $\Delta z$ for to ulike korte tidsintervall $\Delta t$ er uavhengige

Figur 3.1 illustrerer utviklingen i en wienerprosess som starter på 100 og hvor $\Delta t$ er en dag.



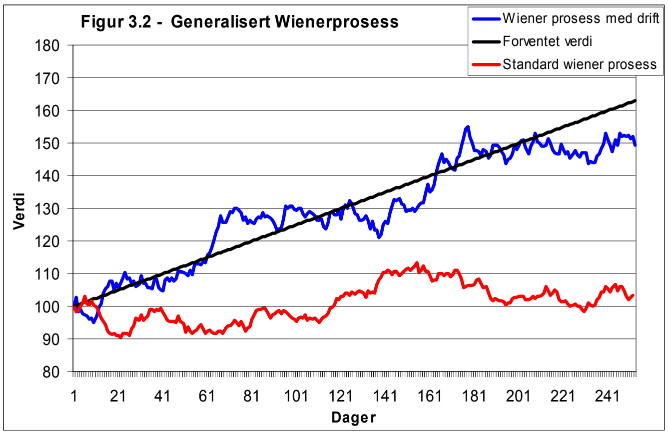

Figuren over viser at wienerprosessen beveger seg opp eller ned hver dag. Driftraten er null, og kursen varierer mellom 92 og 107 i perioden. Trekker vi 252 nye tilfeldige tall vil prosessen bli annerledes. Noen ganger vil wienerprosessen vise klar positiv eller negativ drift på grunn av tilfeldigheter. Dersom vi estimerer mange wienerprosesser vil gjennomsnittet ligge nær utgangspunktet på 100. Hvis aksjekurser fulgte en standard wiener prosess, ville ingen investorer eie aksjer. Grunnen til dette er at alle aksjer da ville hatt forventet avkastning lik null. Neste steg er å beskrive en generell wienerprosess.

En generell wienerprosess trenger ikke å ha forventning lik null og varians lik en. Ved å ta hensyn til en positiv forventet driftrate kan vi lage en modell som stemmer bedre med aksjekursens utvikling. Hvis $\Delta t \to 0$, kan den standardiserte wienerprosessen $\Delta z$ skrives som dz. Den generaliserte wienerprosessen kan da i kontinuerlig tid skives som

$$dx = \mu(x,t)dt + \sigma(x,t)dz \tag{3.1}$$

Første ledd på høyre side i (3.1) er driftsleddet til prosessen, og sier noe om hvor mye prosessen forventes å stige eller falle med i tidsperioden dt. Det andre leddet er støyleddet

$\sigma dz$, og kan eventuelt skrives som $\sigma\varepsilon\sqrt{dt}$. Her er $\sigma$ er størrelsen på støyen, og som multipliseres med en standard wienerprosess. Dersom $\sigma$ er stor, vil vi ha større svingninger i aksjekursene fra dag til dag. Den generaliserte wienerprosessen forventes å svinge rundt driftsleddet, mens en standard wienerprosess forventes å svinge rundt startverdien til prosessen. Dette er illustrert i figur 3.2, med $\mu = 0.25$ og $\sigma = 1.7$. Den blå kurven viser at den generaliserte wienerprosess svinger rundt forventningslinjen med stigning 0.25 per dag. Den røde kurven er en standard wienerprosess med forventet drift lik null.




Den blå prosessen i figur 3.2 gir en bedre beskrivelse av aksjeprisens bevegelse enn den standardiserte wienerprosessen. Den har likevel en betydelig mangel. Aksjekursene kan bli negative, og dette er i strid med at aksjonærer har begrensede forpliktelser. En aksje kan ikke bli mindre verdt enn null. Løsningen er å benytte en prisprosess der driften og volatiliteten er proporsjonal med aksjekursen *S*. At forventet avkastning er proporsjonal med aksjekursen virker rimelig. En investor vil kreve samme forventet avkastning i prosent uavhengig av om kursen er 5 eller 100 kroner. Ligning (3.2) tar hensyn til at både forventning og volatilitet er proporsjonal med aksjekursen S. Dette kalles en geometrisk Brownsk bevegelse.

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz \qquad (3.2)$$

Dersom vi deler begge sider i ligning (3.2) på *S*, får vi den prosentvise avkastningen i perioden dt:

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz \qquad (3.3)$$

Empiriske observasjoner av daglige logaritmiske aksjeavkastninger viser at de er tilnærmet normalfordelte. Dette betyr at aksjekursen er lognormal fordelt. Itô's lemma er viktig verktøy i stokastisk analyse, og ble oppdaget av matematikeren K. Itô i 1951. Anta at en variabel x er gitt ved prosessen

$$dx = \mu(x,t)dt + \sigma(x,t)dz \tag{3.4}$$

Denne prosessen kalles en Itô prosess. Her er dz en wienerprosess og der driftraten $\mu$ og volatiliteten $\sigma$ er funksjoner av x og t. Itô's lemma viser at en funksjon G av x og t følger prosessen

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial x}\mu + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial G}{\partial x^2}\sigma^2\right)dt + \frac{\partial G}{\partial x}\sigma dz \tag{3.5}$$

Dersom vi definerer G = ln S, det vil si at dG er den logaritmiske avkastningen til aksjen, kan vi ved Itô's lemma vise at

$$dG = d(\ln S) = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)dt + \sigma dz \tag{3.6}$$

Ligning (3.3) og ligning (3.6) er ifølge Back (2005) ekvivalente. Neste steg er å løse ligning (3.6) for S. Vi integrerer og bruker at $e^{\ln S} = S$. Aksjeprisen på et vilkårlig tidspunkt t er da gitt ved den geometriske Brownske bevegelsen

$$S_t = S_0 e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma dz} \tag{3.7}$$

Ligning (3.7) kan også skrives på diskret form. Aksjekursen på tidspunkt $t + \Delta t$ er gitt ved

$$S_{t+\Delta t} = S_t e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t}} \tag{3.8}$$

Ligning (3.8) danner grunnlaget for Monte Carlo simuleringen. Før vi går over til dette må konseptet risikonøytral verdsettelse introduseres. I kapittel 2 så vi hvordan opsjonselementet i aksjeindeksobligasjoner kunne prises ved Black '76 formelen. Her benyttet vi risikonøytral verdsettelse uten å presisere det. Gitt at forutsetningene i avsnitt 2.4 holder, kan Black-Scholes-Mertons (BSM) differensialligning fra ligning (3.9) utledes. En fullstendig utledning vises ikke her, men utledingen bygger på at opsjoner han hedges ved å kjøpe delta antall aksjer, låne penger i banken for å finansiere aksjekjøpet, og rebalansere kontinuerlig. Det er da mulig å oppnå en risikofri portefølje. For at det ikke skal oppstå arbitrasjemuligheter må en slik risikofri portefølje gi avkastning lik risikofri rente. For utledning av (3.9), se for eksempel Björk (1998). BSM ligningen er gitt ved

$$\frac{\partial f}{\partial t} + rS\frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = rf \qquad (3.9)$$

Løsningen av denne ligningen avhenger av grensebetingelsene til den enkelte opsjon som vi ønsker å prise. Det var denne ligningen Black og Scholes (B&S) brukte for å utlede sin velkjente formel for prising av europeiske kjøpsopsjoner. Verken B&S sin formel eller BSM ligningen inneholder aksjens forventede avkastning $\mu$, og de er derfor uavhengige av risikopreferanser. Risikonøytral verdsettelse forutsetter ikke at investorene er risikonøytrale. Når vi beveger oss fra en risikonøytral verden til en risikoavers verden skjer to ting. Både forventet avkastning og diskonteringsrenten til avkastningen endres. Heldigvis slår disse to effektene hverandre i hel, og vi kan verdsette opsjoner basert på risikonøytral verdsettelse.

Hvis vi benytter ligning (3.8) til å verdsette opsjoner ved Monte Carlo simulering må vi estimere aksjens forventede avkastning $\mu$. Heldigvis er det en vei ut av dette problemet. I følge Øksendal (2003) kan vi benytte Girsanov teorem på ligning (3.2). Dersom vi i tillegg tillater at aksjer kan utbetale en kontinuerlig dividenderate $\delta$, kan ligning (3.2) skrives som

$$dS = (r - \delta)Sdt + \sigma S d\tilde{z} \qquad (3.10)$$

Den nye prosessen i (3.10) har nå driftrate (r-$\delta$) og wienerprosess $d\tilde{z}$. Volatiliteten $\sigma$ endres ikke. Sannsynlighetsmålet til prosessen har også endret seg fra det subjektive sannsynlighetsmålet *P* til det ekvivalente martingalmålet *Q*. Dette betyr at vi kan bruke risikonøytral simulering av aksjepriser til å prise opsjoner ved å bruke (3.10), og diskontere avkastningen ved forfall med risikofri rente. Ut fra samme fremgangsmåte som tidligere kan aksjeprisens utvikling i diskret tid under risikonøytral verdsettelse skrives som

$$S_{t+\Delta t} = S_t e^{\left((r-\delta) - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t}} \tag{3.11}$$

## 3.2 Monte Carlo simulering

Monte Carlo simulering ble første gang benyttet i 1930 innen fysikk til å beregne nøytronenes egenskaper. Da de elektroniske datamaskinene kom etter andre verdenskrig ble Monte Carlo metoder populære innen forskjellige forskningsfelt som fysikk, kjemi og matematikk. Phelim Boyle var den første som brukte Monte Carlo simulering til å prise opsjoner i 1977. Boyle introduserte også variansreduserende teknikker i samme artikkel. Etter hvert som datamaskinene har blitt kraftigere og programmeringsspråkene mer effektive har Monte Carlo simulering fått en stadig større utberedelse innen finans og opsjonsprising.

### 3.2.1 Generelt om Monte Carlo simulering

Opsjonsprising ved Monte Carlo simulering er en mye brukt opsjonsprisingsmetode både i akademia og i finansbransjen. Mange eksotiske opsjoner har ingen kjente ”closed form solution”. Ligning (3.11) kan benyttes til å simulere en prisbane til underliggende over løpetiden og beregne opsjonens avkastning ved forfall. Til slutt diskonteres opsjonsverdien ved forfall med risikofri rente tilbake til verdsettelsestidspunktet. Ved å gjenta simuleringen mange ganger og beregne gjennomsnittet av de diskonterte utfallene finner vi Monte Carlo estimatet på opsjonsprisen. I følge Glasserman (2003) vil den sterke talls lov sikre at estimatet vil konvergere mot riktig verdi når antall simuleringer øker. Sentralgrensesetningen gir informasjon om størrelsen på feilestimatet ved et endelig antall simuleringer. Feilestimatet til Monte Carlo simuleringene er tilnærmet normalfordelt med forventning 0 og standardfeil $\frac{\sigma_f}{\sqrt{n}}$, der $\sigma_f$ er standardavviket til hver enkelt simulering og $n$ er antall simuleringer. Kvaliteten på estimatet øker derfor med flere simuleringer, og med en konvergeringsrate på $O\left(1/\sqrt{n}\right)$. Dersom vi vil halvere feilestimatet må vi firedoble antall simuleringer. En reduksjon i feilestimatet til en tidel krever at vi multipliser antall simuleringer med hundre.

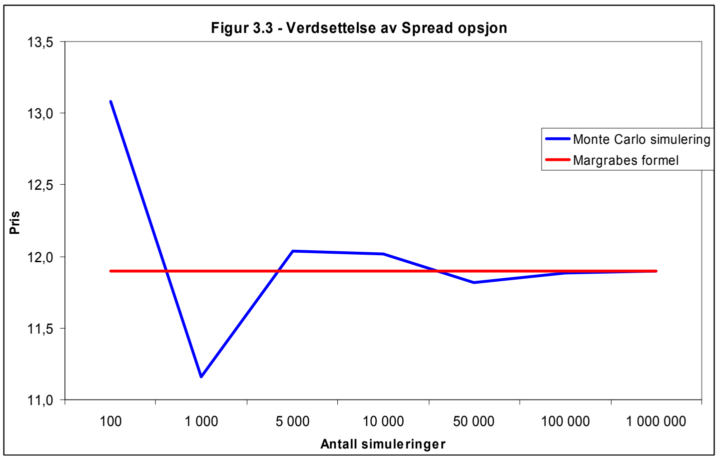
En europeisk kjøpsopsjon betaler ut max[0, $S_t$ - $S_0$] ved forfall. I dette tilfelle vil en simulering kreve at vi kun trekker et tilfeldig tall mellom null og en og deretter transformerer tallet til et tilfeldig standard normalfordelt tall $\varepsilon$. Monte Carlo simulering av europeiske opsjoner betyr at vi ikke har behov for å simulere hele prisbanen slik som i figur 3.2, men kun aksjekursen ved forfall. For asiatiske og andre sti-avhengige[8] opsjoner må hele eller deler av prisbanen simuleres. Da trekkes flere tilfeldige tall per simulert prisbane, noe som gjør simuleringen mer tidkrevende. Likevel er det i slike tilfeller at Monte Carlo simuleringer kommer til sin rett. Matematisk sett handler Monte Carlo simulering om å beregne multidimensjonale integral. Innen opsjonsprising beskriver Jäckel (2002) dimensjonen til slike integral som $d = k \times l$, hvor $k$ er antall aktiva som underliggende og $l$ er antall tidssteg vi må simulere. Feilestimatet til Monte Carlo simuleringen er uavhengig av dimensjonen i problemet. Dette gjør at Monte Carlo simulering i høye dimensjoner er overlegen i forhold til lattice metoder, siden feilestimatet til sistnevnte øker med antall dimensjoner. Mange sti-avhengige opsjoner kan ikke prises ved enkle formler, men det er mulig å estimere opsjonsverdien ved simulering. De fleste opsjonene i denne oppgaven er sti-avhengige.

### 3.2.2 Eksempel på opsjonsprising ved Monte Carlo simulering

I analysedelen i kapitlene 4 og 5 vil Monte Carlo simulering benyttes til å verdsette opsjonselementene i de strukturerte produktene. Jeg bruker Visual Basic som programmeringsspråk, selv om dette språket er tregere enn for eksempel C++. Monte Carlo simulering kan illustreres ved å prise en spread opsjon. Denne opsjonen gir en utbetaling lik differanseavkastningen mellom verdien til indeks 1 og indeks 2 ved forfall, hvis denne er positiv og null ellers. Vi antar at begge indeksene starter på 100 i dag, og at vi ikke har noen asiatisk hale. En slik opsjon kan da verdsettes med Margrabe's formel for bytte et aktivum

[8] En stiavhengig opsjon har utbetaling ved forfall som avhenger av utviklingen i aksjekursen før forfall.

med et annet. Opsjonen i dette eksempelet er basert på opsjonselementet i Storebrand Spread som verdsettes i kapittel 4, men uten den asiatiske halen.




Figur 3.3 viser Monte Carlo estimatet for forskjellige antall simuleringer sammenlignet med den korrekte verdien fra Margrabe's formel (11.898). 100 simuleringer gir et estimat på 13.08, noe som er ca 10 % for høyt. Ved 1000 simuleringer er prisen 11.16, omtrent 6 % lavere en korrekt verdi. Flere simuleringer gjør at den estimerte verdien konvergerer korrekt verdi. Benyttes 50 000 simuleringer er estimat 0.7 % for lavt. Ved million simuleringer er det ikke lenger mulig å se forskjell på den simulerte og korrekte verdien i figuren. Her er den simulerte verdien rundt 0.01 % for høy. Monte Carlo metoden kan gi betydelige avvik fra korrekt verdi ved få simuleringer. Derfor er det viktig å konstruere en Monte Carlo modell som er rask og effektiv, slik at vi kan prise komplekse produkter med stor grad av sikkerhet på relativt kort tid.

### 3.2.3 Simulering av korrelerte aktiva

Mange av opsjonselementene i strukturerte produkter består av en kurv med flere ulike aktiva som underliggende. For å kunne prise denne typen opsjoner må vi ta hensyn til at aktivaene kan være positivt eller negativt korrelerte. Første steg er å estimere korrelasjonsmatrisen til aktivaene i kurven. Dette kan for eksempel gjøres ved å beregne korrelasjonen mellom daglige logaritmiske avkastninger for hver indeks fra historiske data. I denne illustrasjonen vil jeg benytte tre aktiva. Fremstillingen er da mest oversiktlig på matriseform, og er basert på Koekebakker og Zakamouline (2006) og Back (2005). Vi får da en korrelasjonsmatrise gitt ved (3.12). Elementene langs hoveddiagonalen er lik en, siden disse elementene angir aktivumets korrelasjon med seg selv.

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} \\ \rho_{21} & 1 & \rho_{23} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & 1 \end{bmatrix} \tag{3.12}$$

For hver av de tre indeksene må vi simulere en prisbane gitt ved ligning (3.8). Dersom aktivaene er ukorrelerte kan vi simulere tre ukorrelerte prisbaner og beregne opsjonens avkastning ved forfall. Det er lite sannsynlig at aktivaene i indeksene er ukorrelerte. En metode for å simulere korrelerte aktiva er å anvende en Cholesky dekomponering før simuleringen. Vi må da regne ut en nedre triangulermatrise, som i ligning (3.13). Den nedre triangulærmatrisen C, må oppfylle kravet $C \cdot C^T = \Sigma$, der toppskrift $T$ betyr transponert. På matriseform kan dette kravet formuleres som ligning (3.14). Beregningen av triangulærmatrisen bygger på at vi løser ut for en og en variabel av gangen. Løsing av simultane ligningssystem er krevende, men heldigvis er VBA koden til Cholesky dekomponeringen strukturert på en slik måte at det ikke oppstår problemer knyttet til dette.

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & 0 & 0 \\ c_{21} & c_{22} & 0 \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \tag{3.13}$$

$$\begin{bmatrix} c_{11} & 0 & 0 \\ c_{21} & c_{22} & 0 \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} c_{11} & c_{21} & c_{31} \\ 0 & c_{22} & c_{32} \\ 0 & 0 & c_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} \\ \rho_{21} & 1 & \rho_{23} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & 1 \end{bmatrix} \tag{3.14}$$

Dette er kun mulig dersom $\Sigma -$matrisen er positiv semidefinitt. Ved estimering av store korrelasjonsmatriser er ikke dette alltid tilfelle, og vi kan for eksempel få problemer med å simulere en kurv bestående av 10-20 underliggende indekser dersom korrelasjonsmatrisen ikke er positiv semidefinitt. I en slik situasjon kan det være bedre å benytte en Singular Value Decomposition (SVD) på korrelasjonsmatrisen istedenfor Cholesky dekomponeringen. Dette er utenfor rammen av denne oppgaven, men se for eksempel Dahl og Benth (2001) for anvendelse av SVD på Quasi-Monte Carlo simulering av opsjonspriser.

For hvert tidspunkt $t_k$ vi ønsker å simulere må vi trekke tre tilfeldige tall, ett for hver at de tre indeksene og transformere disse til standard normalfordelte tilfeldige variabler $\xi_i(t_k)$. Bunnskrift $i$ indikerer hvilken indeks det er snakk om. Endelig kan vi finne de korrelerte tilfeldige standard normalfordelte variablene $\varepsilon_i(t_k)$ fra ligning (3.15)

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1(t_k) \\ \varepsilon_2(t_k) \\ \varepsilon_3(t_k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & 0 & 0 \\ c_{21} & c_{22} & 0 \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1(t_k) \\ \xi_2(t_k) \\ \xi_3(t_k) \end{bmatrix} \tag{3.15}$$

Vi bruker nå $\varepsilon_i(t_k)$ i Monte Carlo simuleringen for hver av de tre indeksen basert på ligning (3.8). En call opsjon med en kurv av tre underliggende indekser og asiatisk hale kan da for hver simulering beregnes som

$$C = \max\left[\sum_{i=1}^{3} w_i \frac{S_i^{forfall} - S_i^{start}}{S_i^{start}};0\right] \tag{3.16}$$

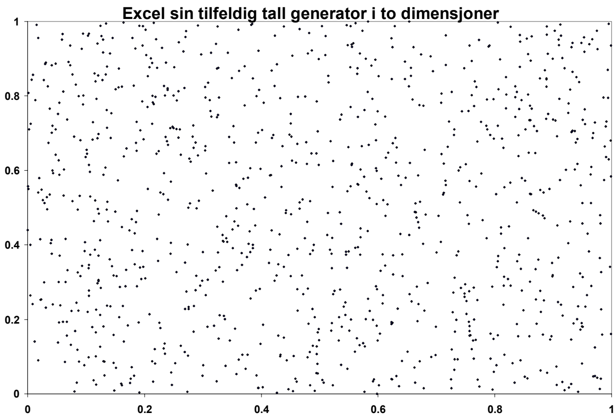
hvor $w_i$ representerer vektene til den enkelte delindeks, $S_i^{start}$ er startverdien til indeksen, og $S_i^{forfall}$ er det aritmetiske gjennomsnittet av M antall observasjoner i slutten av produktets levetid. I kapittel 4 brukes Visual Basic til å beregne Cholesky dekomponeringen, for kildekode se appendiks A.1

## 3.2.4 Klarer datamaskiner å generere tilfeldige tall?

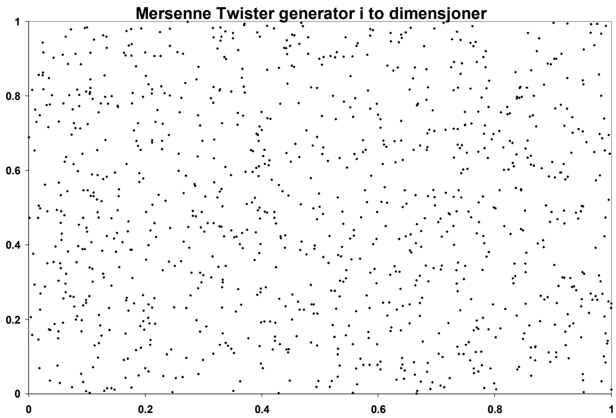
Kjernen i Monte Carlo simulering er å trekke tilfeldige standard normalfordelte tall $\varepsilon$. Dette gjøres vanligvis i to operasjoner. Først trekkes tilfeldige tall mellom null og en fra en uniform fordeling, og deretter transformeres de til standard normalfordelte tall. Her drøftes kort den første delen. Jäckel (2002) bruker et eget kapittel på dette. Alle tilfeldige tall trukket av en datamaskin kommer fra en deterministisk algoritme. Dette gjør at alle tilfeldig tall generatorer ikke genererer tall som er helt tilfeldige, og blir i litteraturen ofte referert til som ”pseudo-random numbers”. Mange matematikere har forsket på dette og resultatet er at noen generatorer er bedre enn andre. Excel/VBA sin generator med 1000 tilfeldige tall i to dimensjoner er illustrert i figur 3.4a. Denne figuren viser det som er typisk for slike generatorer; de tilfeldige tallene legger seg i klumper, noe som gjør at Monte Carlo estimatene ikke konvergerer mot riktig verdi like raskt som de ville gjort med virkelige tilfeldige tall.

En alternativ tallgenerator er Mersenne Twister, utviklet av matematikerne Matsumoto og Nishimura (1997). Figur 3.4b viser 1000 tilfeldige tall i to dimensjoner. Denne generatoren har også en tendens til at de tilfeldige tallene klumper seg. Visual Basic koden er lang og uoversiktlig. Likevel har denne metoden noe for seg. I følge de to japanske forskerne bak metoden er den blant de raskeste "pseudo-random" generatorene, samtidig som den har klarer å fordele tilfeldige tall jevnere på intervallet (0,1) enn noen av de andre sammenlignbare generatorer. Jeg gjorde et par tester av Mersenne Twister, og resultatene var noe bedre enn *Rnd* funksjonen i VBA. I min anvendelse var likevel forskjellene relativt små, og jeg vil benytte VBA generatoren i analysedelen for å få mer oversiktlige kildekoder.

Figur 3.4a.




Figur 3.4b.




## 3.2.5 Metoder for å transformere tilfeldige uniformerfordelte tall

I dette avsnittet vil jeg undersøke ulike metoder for å transformere tilfeldige tall mellom null og en til standard normalfordelte tall, basert på Jäckel (2002) og Glasserman (2003). En metode er *Normsinv* kommandoen i Excel. I Visual Basic kan transformasjonen se slik ut

*epsilon = Application.NormSInv(*$X_j$*)*

hvor $X_j$ er et tilfeldig tall mellom null og en. Fordelen med denne metoden er at VBA koden er kort. Ulempen er, som vi skal se etterpå, at simuleringene blir mye tregere. En alternativ metode er Box-Muller (1958) transformasjonen. Vi trekker to tilfeldige uniform fordelte tall (*u, v*) og transformerer de til (*x, y*) ved

$$x = \sqrt{-2\ln u}\,\sin(2\pi v) \qquad y = \sqrt{-2\ln u}\,\cos(2\pi v)$$

Her er x og y to standard normalfordelte variabler. En tredje og nyere transformasjon er Boris Moro (1995) sin interpoleringsformel. Kildekoden[9] er noe lenger enn Box-Muller metoden og finnes i appendiks A.2. For å teste hurtigheten[10] til de tre forskjellige metodene har jeg simulert en millioner tilfeldige tall ved VBA kommandoen *Rnd*. Excels *Normsinv* bruker fire minutter og ni sekunder. Box-Muller og Moro bruker henholdsvis to og ni sekunder. De to sistnevnte metodene er overlegne i forhold til den førstnevnte. Jäckel viser i sin bok at Box-Muller metoden gir unøyaktige transformeringer i halene til normalfordelingen, den såkalte Neave effekten. Derfor anbefaler Jäckel å bruke Moro metoden. I analysene i kapittel 4 og 5 vil jeg følge Jäckel sitt råd og benytte Moro metoden, selv om Box-Muller metoden er noe raskere.

## 3.3 Variansreduserende teknikker

Ulike variansreduserende teknikker kan implementeres i simuleringene for å redusere usikkerheten i Monte Carlo estimatet. Her siktes det ikke nødvendigvis til å redusere variansen til hver enkelt simulering, men å redusere variansen til Monte Carlo estimatet fra alle simuleringene. Jeg ser på metoden med antitetiske variabler og kontroll variat metoden. Jäckel (2002) har en omfattende diskusjon rundt flere typer variansreduserende teknikker.

### 3.3.1 Antitetiske variabler

Metoden med antitetiske variabler betyr at vi genererer to standard normalfordelte tall samtidig. Det første tallet $\varepsilon_1$ trekkes på vanlig måte, mens det andre tallet $\varepsilon_2$ er lik $-\varepsilon_1$. Vi skifter altså fortegn på $\varepsilon_1$. Dette er mulig fordi vi vet at den standardiserte normalfordelingsfunksjonen er symmetrisk rundt null. Å trekke et gitt positivt tall er like sannsynlig som å trekke det tilsvarende negative tallet. Siden vi har to standard normalfordelte tilfeldige tall tilpasser vi

[9] Visual Basic koden til Moro transformasjonen er hentet fra Jackson and Staunton (2001)

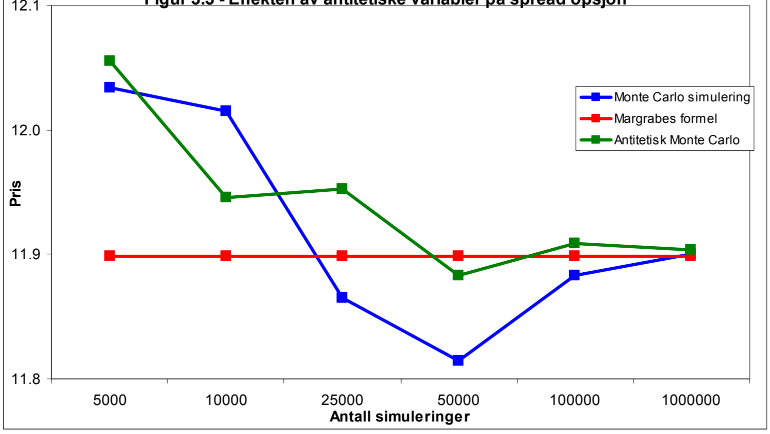
[10] Modellen som er benyttet i testen finnes på www.strukturerte-produkter.com

VBA koden og simulerer to prisbaner for hver Monte Carlo simulering. Dette gir oss to prisestimat på opsjonen, $v_i$ og $\tilde{v}_i$. Metoden med antitetiske variabler gir i følge Hull (2006) variansreduksjon dersom

$$Var\left[\frac{1}{2}(v_i + \tilde{v}_i)\right] < Var[v_i] \qquad \text{som er ekvivalent med} \qquad Cov[v_i, \tilde{v}_i] < 0.$$

Dette er vanligvis tilfellet, og prisestimatet vårt $0.5 \cdot (v_i + \tilde{v}_i)$ vil da ligge nærmere den korrekte verdien enn standard Monte Carlo simulering. For å teste dette har jeg estimert verdien av spread opsjonen fra avsnitt 3.2.2 ut fra et varierende antall simuleringer, som illustrert i figur 3.5. Figuren viser at i dette tilfellet ligger estimatet basert på antitetiske variabler nærmere den korrekte verdien for de fleste valg av antall simuleringer. Likevel er forskjellen marginal ved en million simuleringer. Når det gjelder antall simuleringer med antitetiske variabler benytter vi kun halvparten så mange som det som står på x-aksen. Dette skyldes at hver simulering gir to estimat på opsjonsprisen.

Figur 3.5 - Effekten av antitetiske variabler på spread opsjon




Teknikken med antitetiske variabler har også en annen fordel, siden det er tidkrevende å generere tilfeldige tall i VBA. Antitetisk metode krever bare halvparten så mange tilfeldige tall som vanlig Monte Carlo. Simulering av en million estimat på spread opsjonen tar 21 sekunder med standard Monte Carlo, mens 500 000 simuleringer med antitetiske variabler tar 13 sekund. Dette viser at antitetiske variabler kan gi både lavere varians og bruke mindre simuleringstid. Tidsbesparelsen kan bli betydelig ved simulering av hele prisbanen til underliggende.

### 3.3.2 Kontroll variat teknikken

En annen variansreduserende teknikk er kontroll variat metoden. Denne metoden kan benyttes når vi har en lukket løsning på en opsjon med lignende struktur som den opsjonen vi ønsker å prise. Opsjonselementet i strukturerte produkt har vanligvis en aritmetisk asiatisk hale. Kemna og Vorst (1990) viste hvordan vi kunne prise asiatiske opsjoner med geometrisk asiatisk hale, ved å anvende ligning (2.17) og (2.18). Vi kan bruke den geometriske asiatiske opsjonen som kontroll variat. Ideen er at i hver simulering beregnes verdien av både den aritmetiske asiatiske opsjonen og den geometriske asiatiske opsjonen som har en lukket løsning. For hver simulering ser vi på feilestimatet mellom den simulerte verdien av den geometriske asiatiske opsjonen og den korrekte verdien fra Kemna og Vorst sin formel. I simuleringen vil typisk den aritmetiske og den geometriske asiatiske opsjonen ha forholdsvis like verdier. Dette gjør at de simulerte prisene vil være sterkt positivt korrelerte. La oss kalle den simulerte verdien til den aritmetiske asiatiske opsjonen $f_a^*$ og den simulerte verdien til den geometriske $f_g^*$. Den korrekte prisen til den geometriske opsjonen er $f_g$. Et bedre estimat på den aritmetiske asiatiske opsjonen er kontroll variat estimatet

$$f_a = \left(f_a^* - f_g^*\right) + f_g \tag{3.17}$$

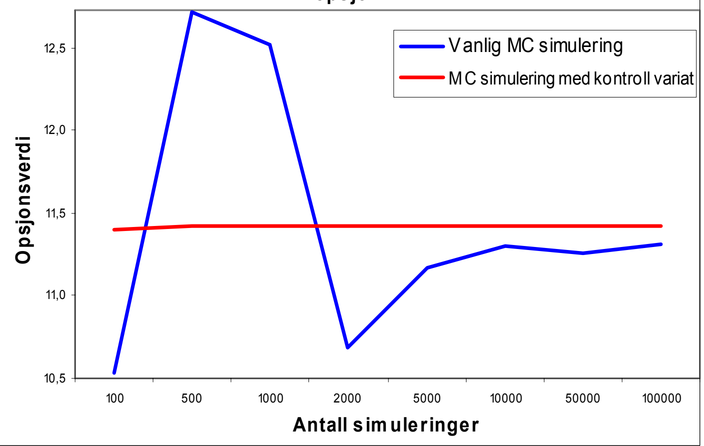
Monte Carlo gir forventningsrette prisestimat, det vil si at $E(f_g^*) = f_g$ og $E(f_a^*) = f_a$. Dette betyr at variansen til $f_a$ er $Var(f_a) = Var(f_a^*) + Var(f_g^*) - 2Cov(f_a^*, f_g^*)$. Så lenge estimatet $f_a^*$ er sterkt korrelert med $f_g^*$, kan variansen til estimatet $f_a$ være lavere enn variansen til $f_a^*$.

Effekten av kontroll variat er illustrert i figur 3.6 og i tabell 3.1. Den vanlige Monte Carlo simuleringen er estimatet på spreadopsjonen til Storebrand som verdsettes i kapittel 4, og har en aritmetisk asiatisk hale på syv månedlige observasjoner i slutten av levetiden. Som kontroll variat benytter jeg Margrabe's formel med geometrisk asiatisk hale. Effekten ved å bruke kontroll variat er dramatisk. Et hundre simuleringer med kontroll variat gir høyere presisjon enn 100 000 simuleringer med tradisjonell MC simulering, noe som standardavviket til hver enkelt simulering i tabell 3.1 viser. Beregningen av standardavvik implementeres i VBA ut fra formelen for standardavviket, gitt ved 3.18. I formelen er $n$ antall simuleringer, $x$ den simulerte opsjonsverdien og $\bar{x}$ er estimatet på opsjonsverdien gitt ut fra alle simuleringene. For hver simulering beregnes den kvadrerte differansen mellom opsjonsverdien fra den enkelte simuleringen og opsjonsprisen. Disse kvadrerte differansene summeres og til slutt deles det på antall simuleringer. Dette gir variansen til estimatet. Standardavviket er kvadratroten av variansen. Beregningen forutsetter at vi først beregner prisestimatet $\bar{x}$ først.

$$\text{Standardavvik Monte Carlo estimat} = \sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})}{n}} \tag{3.18}$$

Standardavviket med kontroll variat teknikken er mye lavere fordi vi justerer hver enkelt simulering med feilestimatet mellom den simulerte verdien og den lukkede løsningen.

**Figur 3.6 Effekten av kontroll variat på en asiatisk spread opsjon**




| **Tabell 3.1** | | |
|---|---|---|
| Antall sim | Kontroll variat | Vanlig MC |
| 100 | 11.781 | 10.361 |
| 500 | 11.221 | 12.234 |
| 1 000 | 11.204 | 12.257 |
| 2 000 | 11.182 | 10.868 |
| 5 000 | 11.204 | 11.71 |
| 10 000 | 11.195 | 11.986 |
| 50 000 | 11.196 | 11.550 |
| 100 000 | 11.191 | 11.087 |
| Std.avvik[11] | 0.097 | 20.09 |

## 3.4 Quasi-Monte Carlo simulering

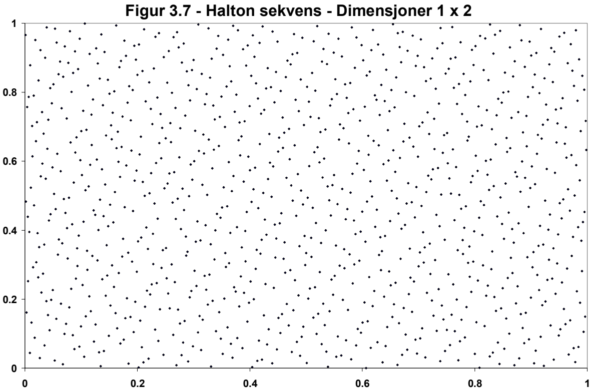
I avsnitt 3.2.4 så vi at de tilfeldige tallene ikke fordeler seg jevnt på intervallet [0,1]. Monte Carlo estimatet vil således ikke konvergere mot riktig verdi like raskt som ønskelig. Ifølge Wilmott (2001) kan vi istedenfor å trekke tilfeldige tall heller bruke deterministiske tallalgortmer, såkalte ”low-discrepancy” eller ”quasi-random” sekvenser. Halton sekvensen fra 1960 er en slik algoritme. Sekvensen er bygd opp slik at for hvert nytt tall som ”trekkes” vil

[11] Standardavviket refererer til tilfellet med 100 000 simuleringer. Modellen finnes på www.strukturerte-produkter.com

være lengst mulig borte fra de tallene vi allerede har trukket. Slik unngår vi at tallene legger seg i klumper. Sekvensen er uendelig, det vil si at vi alltid kan trekke flere tall dersom vi ønsker høyere presisjon. Konvergeringsraten til standard Monte Carlo simulering er $O\left(1/\sqrt{n}\right)$, mens Quasi-Monte Carlo simulering har potensiell konvergeringsrate tilsvarende $O(1/n)$. Gevinsten ved å bruke Monte Carlo simulering basert på ”low-discrepancy” kan derfor i teorien være stor.

Monte Carlo simulering av eksotiske opsjoner baseres på et gitt antall dimensjoner. Typisk vil dimensjonen være produktet av antall aktiva og antall observasjoner i den asiatiske halen, som vi så i avsnitt 3.2.1. Halton sekvensen bruker ulike baser for hver dimensjon, der hver base tar utgangspunkt i et primtall. Selve koden er vist i appendiks A.3. En opsjon med en kurv av to indekser som underliggende og en asiatisk hale med tre observasjoner i slutten av levetiden trenger totalt seks dimensjoner. Primtallene 2, 3, 5, 7, 11 og 13 brukes som baser. For hver simulering ”trekkes” et tall fra hver base, og vi kan for eksempel bruke Moro sin metode for å transformere tallene til standard normalfordelte tall. Estimatet på opsjonsprisen beregnes deretter på samme måte som for vanlig Monte Carlo simulering. Figur 3.7 viser de tusen første tallene for dimensjon en og to. Sammenligner vi denne figuren[12] med figur 3.4a ser vi at Halton sekvensen har bedre fordeling av tallene og mindre tendenser til klumping.

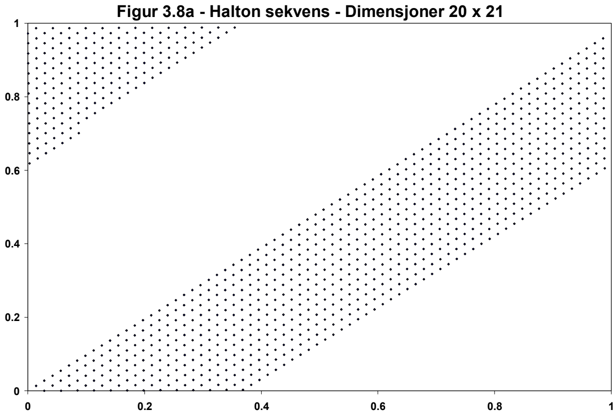
Figur 3.7 - Halton sekvens - Dimensjoner 1 x 2

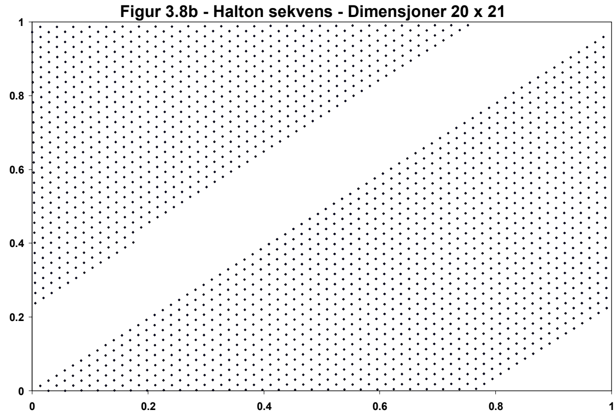



Likevel er ikke simulering basert på Halton tallene overlegen i forhold til simulering med ”pseudo-random numbers” i alle situasjoner. Halton sekvensen fordeler tallene mindre uniformt når dimensjonen øker. Figur 3.8a og 3.8b viser henholdsvis de tusen og to tusen

[12] Modellen som figurene 3.7, 3.8a og 3.8b bygger på finnes på www.strukturerte-produkter.com

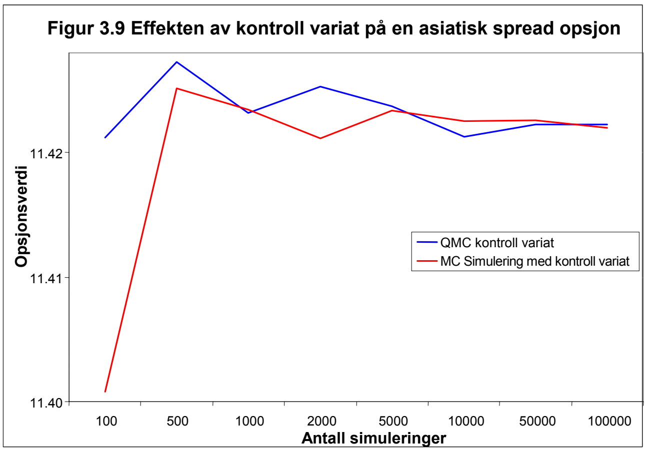
første tallene for dimensjon 20 og 21. Fordelingen er mye mindre uniform enn for lavere dimensjoner. Dette kalles i finanslitteraturen for dimensjonsproblemet til Quasi-Monte Carlo simulering. Vi trenger derfor flere tall for å oppnå en tilfredsstillende fordeling på intervallet [0,1] når dimensjonen øker.




Sobol sekvensen er en alternativ algoritme som kan benyttes i stedet for Halton sekvensen. En tredje mulighet er Faure sekvensen. Matematisk sett er algoritmene ganske ulike og alle tre har dimensjonsproblemer, men i noe ulik grad. En studie av Paskov og Traub (1995) viser at Halton sekvensen ikke er den mest effektive Quasi-Monte Carlo metoden i høyere dimensjoner. Både Sobol og Faure sekvensen er mer effektiv enn sekvensen til Halton. Boyle, Broadie, og Glasserman (1997) kommer også til samme konklusjon. Jeg har likevel benyttet Halton sekvensen i simuleringene i kapittel 4 og 5. De to andre metodene er mye vanskeligere å implementere i Visual Basic. Glasserman (2003) viser en modifisert versjon av Halton sekvensen kalt ”leaped” Halton sekvens, som gir jevnere fordeling i høyere dimensjoner. I min anvendelse av Quasi-Monte Carlo simulering vil jeg benytte 14 dimensjoner eller mindre, og her gir Halton sekvensen tilfredsstillende resultater.

Det er fullt mulig å kombinere Halton sekvensen med variansreduserende teknikker. I kapittel 4 vises det at Quasi-Monte Carlo simulering med kontroll variat gir de meget rask konvergering mot riktig verdi. Storebrand Spread AIO er priset med QMC simulering og MC simulering ut fra et varierende antall simuleringer, som vist i figur 3.9. I begge simuleringsmetodene har jeg benyttet verdien fra en geometrisk asiatisk spread opsjon som kontroll variat. I denne anvendelsen vil Halton sekvensen gi et estimat på opsjonen som nær den ”korrekte” verdien selv etter kun noen få hundre simuleringer. En annen fordel med Quasi-Monte Carlo simulering i forhold til vanlig Monte Carlo simulering er at den er raskere. Basert på en million simuleringer av Storebrand Spread aksjeindeksobligasjon er QMC rundt 40 % raskere en tradisjonell Monte Carlo simulering.




## 3.5 Andre utvidelser av Monte Carlo metoden

I dette kapitlet benyttes en modell av aksjekursens bevegelse som antar at de logaritmiske avkastningene er normalfordelt. Flere studier[13] viser at en slik antakelse ikke stemmer helt med den faktiske fordelingen til aksjeavkastningene. Avkastningene har ofte en høyere topp sentralt i fordelingen, smalere ”skuldre” og fetere haler. En måte å ta hensyn til noe av dette i modellen er ved å innføre muligheter for hopp i aksjekursene. Glasserman (2003) har en omfattende drøfting av temaet. Det er utenfor rammene til denne utredningen å gå inn på dette i detalj. Trolig vil verdien på de strukturerte produktene i kapittel 4 heller ikke endres i særlig grad ved å bruke en Monte Carlo modell med hopp. En kort presentasjon av den mest kjente modellen som tar hensyn til hopp kan likevel være illustrativt. Merton introduserte i 1976 ”jump-diffusion model”. Aksjekursens utvikling representeres ikke lenger av ligning (3.3), men av prosessen

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz + U_t dN_t \tag{3.19}$$

[13] Se f.eks Eberlein et al (1995), Campbell et al (1997) eller Shiller (2003)

hvor $N_t$ er en Poisson prosess med parameter $\lambda$ som bestemmer intensiteten på hoppene. $U_t$ er en tilfeldig variabel som bestemmer den positive eller negative størrelsen på hoppene.

Prosessen i (3.19) er nå diskontinuerlig på tidspunktene der aksjekursen hopper, selv om vi modellerer i kontinuerlig tid. Med en slik prosess vil vi få flere avkastninger som ligger i halene i fordelingen. Dette vil trolig i de fleste tilfeller resultere i noe høyere opsjonsverdier enn når modellene ikke inkluderer muligheten for hopp, uten at jeg har gjennomført slike analyser. Alternative fordelinger som er nærmere den empiriske fordelingen kan også benyttes i modellene, som for eksempel Normal Invers Gaussian fordelingen eller en Variance Gamma fordeling. I mine analyser bruker jeg en deterministisk volatilitet fra historiske data. Monte Carlo metoden kan også anvendes ved stokastisk volatilitet. En av de vanligste er Hestons modell (1993), som er blant annet brukes i prising av valutaopsjoner. Monte Carlo simulering med stokastisk volatilitet er utenfor rammen til denne utredningen.

Monte Carlo simulering er på mange måter regnet som ”state-of-the-art” i verdsettelsen av eksotiske opsjoner, både i næringslivet og i akademia. Teorien som er presentert her danner grunnlaget for Monte Carlo modellene i de to neste kapitlene. Det er fint mulig å anvende den aller enkleste Monte Carlo modellen i verdsettelsen av strukturerte produkt. Likevel vil de tilpasningene jeg har presentert i dette kapitlet forbedre hurtigheten og presisjonen i simuleringene, og gevinsten er spesielt stor i sensitivitetsanalysene.

# 4. Verdsettelse av strukturerte spareprodukt

I dette kapitlet verdsettes seks ulike strukturerte produkt. Jeg bruker Storebrand Spread AIO til å illustrere verdsettelsesmetodene fra de to foregående kapitlene. For de andre produktene bruker jeg kun den eller de metodene som er mest hensiktsmessig. En betydelig del av dette kapitlet består av sensitivitetsanalyser av ulike inputvariabler. De aktuelle verdsettelsesmodellene med kildekode kan lastes ned fra http://www.strukurerte-produkter.com

## 4.1 Storebrand Spread Aksjeindeksobligasjon 2006 – 2010

### 4.1.1 Generell beskrivelse av produktet

Storebrand Spread AIO har tegningsperiode fra 21. juni 2006 til 11.august 2006. Minste tegningsbeløp er 10 000 kroner. Produktet har løpetid på fire år, fra 29. august 2006 til 6. september 2010, og tilbyr 100 % garanti for investert beløp med en avkastningsfaktor på 150 %. Investor har ingen valutarisiko, slik at tilleggsbeløpet er en quanto-opsjon. Avkastningen på tilleggsbeløpet beregnes ut fra avkastningen til Dow Jones Euro Stoxx 50 (DJES) minus avkastningen på den amerikanske indeksen Russell 2000, hvis denne er positiv og null ellers. Produktet kan gi positiv avkastning selv om markedet går ned, så lenge DJES faller mindre enn Russell 2000. Matematisk er tilleggsbeløpet gitt ved formelen

$$T = GL \times AF \times \max\left[0, \left(\frac{DJES50^{Slutt} - DJES50^{Start}}{DJES50^{Start}}\right) - \left(\frac{Russel^{slutt} - Russel^{start}}{Russel^{Start}}\right)\right]$$

Her er T verdien av tilleggsbeløpet, GL er gjenstående lån og AF er avkastningsfaktor (100 %).

Dette produktet har en asiatisk hale på syv månedlige observasjoner det siste halve året av produktets levetid. Tegningskostnadene for dette produktet er gitt ved tabell 4.1.1.

Dow Jones Euro Stoxx 50 er en kapitalveiet prisindeks bestående av 50 store selskaper fra land som er med i EMU. Russell 2000 er også en kapitalveiet prisindeks, og består av de 2000 minste selskapene i den brede amerikanske Russell 3000 indeksen.

**Tabell 4.1.1 - Tegningskostnader Storebrand Spread**

| Investeringsbeløp | Vanlig provisjon | Partnerkunder |
|---|---|---|
| Kr 10.000 - 990.000 | 4.25 % | 3.75 % |
| Kr 1.000.000 - 1.990.000 | 3.25 % | 2.75 % |
| Kr 2.000.000 - 2.990.000 | 2.25 % | 1.90 % |
| Kr 3.000.000 - 4.990.000 | 1.25 % | 0.90 % |
| Kr 5.000.000 eller mer | 0.25 % | 0.20 % |

### 4.1.2 Estimering av nødvendige parametere

- Risikofrie renter[14]

Vi trenger risikofri renter for Norge, USA og Europa. De risikofrie rentene beregnes ved en lineær interpolering av de effektive rentene på tre- og femårige statsobligasjoner. Tabellen under viser rentene vi trenger.

| Tabell 4.1.2 | Norsk rente | Amerikansk rente | Eurorente |
|---|---|---|---|
| Diskret | 3.88% | 4.78% | 3.61% |
| Kontinuerlig | 3.80% | 4.67% | 3.54% |

- Volatilitet

Indeksvolatiliteten beregnes som standardavviket til daglig logaritmisk avkastning fra historiske data. Utgangspunktet mitt er at volatiliteter estimeres fra historisk data tilsvarende løpetiden til produktet, dersom jeg mener at dette ikke gir urimelige resultater. I tillegg estimeres historisk volatilitet for andre tidsperioder, slik at vi kan vurdere hvilken volatilitet som virker mest representativt for fremtiden. De andre estimatene benyttes i sensitivitetsanalyser. Tabell 4.1.3 viser volatiliteten for de siste ett til fire årene for begge indeksene. For Storebrand Spread vil jeg benytte volatiliteten de siste tre årene, siden jeg mener volatiliteten de siste fire årene er for høy, spesielt for DJES. Volatiliteten til valutakursen trengs for å estimere kovarians mellom valuta og indeksen, og baseres på daglige logaritmiske endringer i valutakursen tilsvarende løpetiden til produktet.

[14] I denne oppgaven er de norske og utenlandske rentene hentet fra henholdsvis Norges Bank sine nettsider og Datastream Advance dersom ikke noe annet er eksplisitt nevnt. Beregningsdato er siste dag i tegningsperioden.

| Tabell 4.1.3 | DJ Euro Stoxx 50 | Russell 2000 |
|---|---|---|
| Volatilitet indeks, siste 4 år | 21.64% | 18.91% |
| Volatilitet indeks, siste 3 år | 14.99% | 17.97% |
| Volatilitet indeks, siste 2 år | 13.12% | 16.72% |
| Volatilitet indeks, siste 1 år | 14.06% | 17.71% |
| Volatilitet valuta, siste 4 år | 6.08% | 11.02% |
| Korrelasjon indeks og valuta | -0.0310 | 0.0374 |
| Kovarians indeks og valuta | -0.00027 | 0.00073 |

- Korrelasjon mellom indeksene og korrelasjon mellom indeksene og valuta

En annen sentral parameter er korrelasjonen mellom indeksene. Denne er spesielt viktig for dette produktet, siden avkastningen på produktet er avhenging av forskjell i avkastningen mellom DJES og Russell 2000. Hvis indeksene er nesten perfekt korrelert vil verdien av tilleggsbeløpet være veldig lav, mens negativ korrelasjon gir høy verdi på tilleggsbeløpet. Tabell 4.1.4 viser forskjellige historiske verdier på korrelasjonen mellom indeksene. De er forholdsvis stabile, og jeg benytter korrelasjonen siste fire år i verdsettelsen. For begge indeksene beregnes korrelasjonen mellom indeksene og valuta ut fra daglige logaritmisk avkastning over fire år. Kovariansen mellom indeks og valuta er gjengitt i tabell 4.1.3.

| Tabell 4.1.4 | Korrelasjon |
|---|---|
| Korrelasjon mellom indekser siste 1 år | 0.508 |
| Korrelasjon siste 2 år | 0.447 |
| Korrelasjon siste 3 år | 0.455 |
| Korrelasjon siste 4 år | 0.490 |

Etter at vi har estimert volatilitetene til indeksene og korrelasjonene mellom dem, kan vi gjennomføre Cholesky dekomponeringen fra avsnitt 3.2.3, som vist i matrisen under.

$$\sum = \begin{bmatrix} 1.000 & 0.000 \\ 0.490 & 0.872 \end{bmatrix}$$

- Dividenderate og implisitt dividende

Årlig kontinuerlig dividenderate[15] til Dow Jones Euro Stoxx 50 er 2.66 % per 5. september 2006. Datastream har ikke dividenderate for Russell 2000. Nettsiden Russell.com oppgir en

[15] Dividenderatene i denne oppgaven er basert på siste års dividende fra selskapene i indeksen, og er hentet fra Datastream Advance dersom ikke noe annet er eksplisitt nevnt.

dividenderate siste år på 1.1 %, som er lik en kontinuerlig dividenderate på 1.09 %. Den implisitte dividenderaten for hver indeks fra ligning 2.6 er beregnet i tabellen under. Vi ser at kovariansen mellom indeks og valuta kun har en helt marginal betydning for den implisitte dividenderaten.

**Tabell 4.1.5**

| Indeks | Dividenderate | Renteforskjell | Kovarians | Implisitt dividenderate |
|---|---|---|---|---|
| $i$ | $\delta_i$ | $(r - r_i)$ | $c_{ii}$ | $\delta$ |
| **DJ Euro Stoxx 50** | 2.66% | 0.26% | -0.00027 | 2.90% |
| **Russell 2000** | 1.09% | -0.867% | 0.00073 | 0.30% |

## 4.1.3 Verdsettelse av obligasjonselementet

Alle strukturerte produkt i denne utredningen verdsettes ut fra hvor mye investor får for 100 kroner etter at tegningskostnadene er betalt. Det investerte beløpet består av tre deler; verdien av det garanterte beløpet, verdien av tilleggsbeløpet og margin til banken. I det følgende vil jeg altså verdsette produktene *uten* å ta hensyn til tegningsgebyr. Vi begynner med verdsettelsen av det garanterte beløpet. Fra prospektet får vi opplyst at S&P kredittratingen til Storebrand Bank er BBB+. Ut fra dette estimerer Storebrand en årlig kredittrisikopremie på 0.44 %. Dette virker ikke urimelig, så i mine analyser vil jeg bruke samme kredittrisikopremie som utsteder gjør i prospektet. De garanterte 100 kronene diskonteres derfor med en kontinuerlig rente på 4.24 % i fire år, som gir en nåverdi på 84.40. Dette stemmer bra med verdien på 84.46 i prospektet.

## 4.1.4 Verdsettelse av opsjonselementet[16]

Metode 1 - ”Closed form approximation”

Den asiatiske halen i opsjonselementet gjør at vi kan benytte Kemna og Vorst (1990) sin approksimasjon for å justere dividenderaten og volatiliteten for de to indeksene, gitt fra ligningene (2.17) og (2.18). Deretter kan vi bruke Margrabe’s formel for å bytte et aktivum mot et annet til å prise spreadopsjonen. Formelen er gitt ved ligning 4.1.

[16] Visual Basic kildekoden som brukes til verdsettelsen finnes i appendiks C.1 og på www.strukturte-produkter.com

$$Call^{Spread} = S_1 e^{-\delta_1 T} N(d_1) - S_2 e^{-\delta_2 T} N(d_2)$$

(4.1)

hvor $d_1 = \dfrac{\ln\left(\dfrac{S_1}{S_2}\right) + (\delta_2 - \delta_1 + \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}$, $d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$, $\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2}$

Her er $\delta_1$ og $\delta_2$ den implisitte dividenderaten til henholdsvis DJES og Russell 2000. Før vi kan prise tilleggsbeløpet må vi beregne implisitt dividederate og volatilitet som tar hensyn til den asiatisk halen på syv månedlige observasjoner det siste halvår av levetiden til produktet.

Fra ligning (2.17) beregnes den justerte implisitt dividenderatene for begge indeksene, som gir $\delta_1$ lik 2.953 %, og $\delta_2$ lik 0.518 %. Den justerte volatilitet finnes fra ligning (2.18). For DJES 50 blir den justerte volatiliteten ($\sigma_1$) 13.44 %, mens justert volatilitet for Russell 2000 ($\sigma_2$) er 16.93 %. Den asiatiske halen øker implisitt dividenderate og reduser volatiliteten. Volatiliteten $\sigma$ er 15.63 % ut fra formelen over. Opsjonsverdien blir 11.42 ved å bruke Margrabe's formel fra ligning (4.1). Legger vi til verdien av det garanterte beløpet blir totalverdien av produktet 95.82 kroner.

Metode 2 – Monte Carlo simulering

Tradisjonell Monte Carlo simulering kan brukes til å prise opsjonselementet. Da må vi først gjennomføre en Cholesky dekomponering, og så simulere to korrelerte indekser, som vist i avsnitt 3.2.3 og tabell 4.1.5. Hver av de to indeksene har asiatisk hale bestående av syv månedlige observasjoner. Her bruker jeg VBA sin "pseudo random" tallgenerator *Rnd*. Ved en million simuleringer blir opsjonsprisen 11.35, slik at spareproduktet er verdt 95.75 totalt sett. Standardavviket for hver simulering er estimert til 20.09, og en million simuleringer gir en standardfeil på 0.0201. Et 95 % konfidensintervall for totalverdien er [95.71 , 95.79]. Hvis vi benytter opsjonsverdien fra metode 1 som kontroll variat, blir verdien av opsjonselementet 11.42. Verdien av spareproduktet er 95.82, med tilhørende standardavvik på 0.097. Grunnen til at verdien med kontroll variat ligger utenfor konfidensintervallet kan være at de tilfeldige tallene ikke er jevnt fordelt på intervallet (0,1) som drøftet i avsnitt 3.2.4.

Metode 3 – Quasi-Monte Carlo simulering (QMC)

I avsnitt 3.4 så vi at QMC kan være svært effektiv i prising av eksotiske opsjoner hvis vi ikke har for mange dimensjoner. Her bruker jeg Halton sekvensen i 14 dimensjoner gitt ved de 14 første primtallene, siden vi har to indekser og syv haleobservasjoner. I dette tilfellet kan vi også bruke estimatet fra metode 1 som kontroll variat, som illustrert i figur 3.6. QMC med en million simuleringer gir en opsjonspris på 11.4185 kr og totalverdi på 95.819 kr. Dersom vi bruker kontroll variat blir prisen 11.4191 kr. Effekten av kontroll variat er altså svært liten med så mange simuleringer. Begge metodene gir resultater som er svært nær estimatet fra metode 2 med kontroll variat. I prospektet opplyser Storebrand at opsjonsverdien er 12.37 kroner.

### 4.1.5 Dekomponering av asiatisk hale

Storebrand Spread har en kort asiatisk hale. For å vurdere i hvilken grad dette spiller inn på verdien av aksjeindeksobligasjonen har jeg estimert verdien uten asiatisk hale ved de tre forskjellige metodene. Uten asiatisk hale gir Margrabe den korrekte verdien. Den asiatiske halen reduserer verdien med ca 0.48 kroner per hundrelapp investert. En oppsummering av verdsettelsen med og uten asiatisk hale for de ulike metodene er illustrert i tabell 4.1.6.

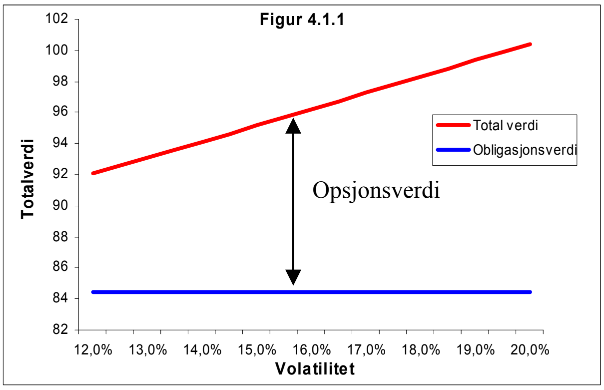
| **Tabell 4.1.6** | **Margrabe** | **QMC** | **QMC-KV** | **MC** | **MC-KV** |
|---|---|---|---|---|---|
| Med asiatisk hale | 11.4164 | 11.4185 | 11.4191 | 11.3464 | 11.4190 |
| Uten asiatisk hale | 11.8984 | 11.8986 | 11.8984 | 11.9000 | 11.8984 |
| **Verdiendring** | **-0.482** | **-0.480** | **-0.479** | **-0.554** | **-0.479** |

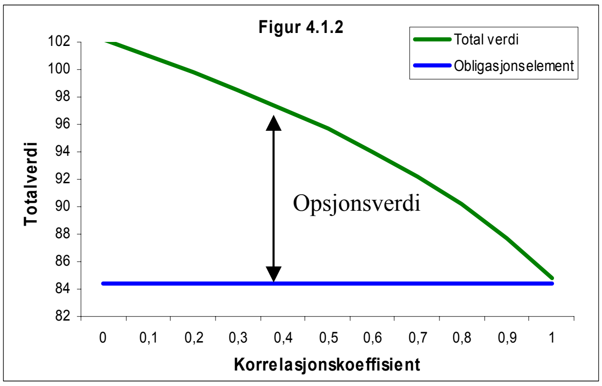
### 4.1.6 Sensitivitetsanalyse

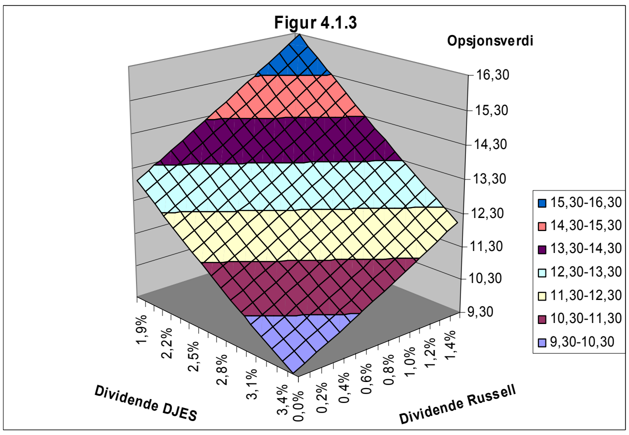
Valg av parametere påvirker opsjonsprisen. Dette produktet er spesielt sensitivt i forhold til volatilitet, implisitt dividenderate og korrelasjonen mellom indeksene. Jeg benytter Margrabe's formel i sensitivitetsanalysen, siden denne er nær den korrekte verdien og vi da unngår å gjennomføre tidkrevende simuleringer. Tabell 4.1.8 viser verdien av produktet ved å bruke volatilitetene fra tabell 4.1.3. Hvis vi bruker volatiliteten siste fire år, er verdien av produktet høyere enn det investor betaler. Dette skyldes at høsten 2002 til våren 2003 var en spesielt volatil periode, med årlig volatilitet rundt 45 %. De andre volatilitetsestimatene er mer stabile, og gir en produktverdi på 95 – 96 kroner.

| Tabell 4.1.7 | DJ Euro Stoxx 50 | Russell 2000 | Totalverdi |
|---|---|---|---|
| Volatilitet indeks, siste 4 år | 21.64 % | 18.91 % | **100.13** |
| Volatilitet indeks, siste 1 år | 14.99 % | 17.97 % | **96.32** |
| Volatilitet indeks, siste 2 år | 13.12 % | 16.72 % | **94.85** |
| Volatilitet indeks, siste 3 år | 14.06 % | 17.71 % | **95.82** |

Figur 4.1.1 viser effekten av å endre volatiliteten i Margrabe's formel. Dette er en vektet volatilitet til indeksene (justert for kovarians). Gjennomsnittsvolatiliteten må være 19.5 % for at verdien av produktet er 100 kr. Det sentrale er at tilleggsbeløpet øker i verdi dersom volatiliteten til en eller begge indeksene øker. Fra figur 4.1.2 ser vi at en perfekt positiv korrelasjon gjør opsjonselementet tilnærmet verdiløst. Ved ukorrelerte indekser er totalverdien av produktet rundt 102 kr, mens verdien er 100 kroner ved en korrelasjon på 0.2, gitt at de andre verdiene holdes uendret. Effekten av å endre den implisitte dividenderaten er illustrert i figur 4.1.3. Redusert dividende fra DJES og/eller økt dividende fra Russell gir høyere opsjonsverdier. Dette er intuitivt, siden opsjonsutbetalingen er basert på at DJES skal slå Russell. Hvis dividenderaten er 1.9 % for DJES og 1.4 % for Russell blir opsjonsverdien 16.30 kr. En dividenderate på 3.4 % for DJES og 0 % for Russell gir en opsjonsverdi på 9.30 kr. Produktverdien er altså forholdsvis sensitivt i forhold til den implisitte dividenderaten.



# 4.2 Orkla Finans Absolutt Europa II 2007 - 2012

## 4.2.1 Generell beskrivelse av produktet

Orkla Finans Absolutt Europa II BMA har tegningsperiode fra 5. februar 2006 til 16.mars 2007. Minste tegningsbeløp er 100 000 kroner. Investor er garantert å få tilbake hele investeringsbeløpet ved forfall, og avkastningsfaktoren er 100 %. Løpetiden er på drøye fem år, fra 27. mars 2007 til 27. april 2012. Investor har ingen valutarisiko, slik at tilleggsbeløpet er en quanto-opsjon. Tilleggsbeløpet kan gi positiv avkastning både ved oppgang og nedgang i den underliggende indeksen Dow Jones Euro Stoxx 50. Grunnen er at tilleggsbeløpet består av en call og en put. Ved første øyekast virker dette som det ideelle spareprodukt; garanti for å ikke tape kapitalen, og positiv avkastning uavhengig om DJES går opp eller ned. Call opsjonen i tilleggsbeløpet har en uvanlig lang asiatisk hale. Her benyttes 25 månedlige observasjoner i de siste to årene av produktets levetid. Put opsjonen har ingen asiatisk hale, men til gjengjeld har den et knock-out element. Dersom indeksen på noe tidspunkt har falt 50 % eller mer blir put opsjonen slått ut og er verdiløs. Her er det verdt å merke seg at det er mulig at begge eller ingen av opsjonene gir positiv avkastning. Dette skyldes at call opsjonen har asiatisk hale, mens put opsjonen ikke har det. Matematisk er tilleggsbeløpet gitt ved formelen

$$T = GL \times AF \times \left\{ \max\left[ 0, \left( \frac{DJES50^{Slutt*} - DJES50^{Start}}{DJES50^{Start}} \right) \right] + \max\left[ 0, \left( \frac{DJES50^{Start} - DJES50^{Slutt**}}{DJES50^{Start}} \right) \right] \right\}$$

Her er $T$ verdien av tilleggsbeløpet, $GL$ er gjenstående lån og $AF$ er avkastningsfaktor. $DJES50^{Slutt*}$ er sluttverdien til call opsjonen med en asiatisk hale på 25 observasjoner. $DJES50^{Slutt**}$ er sluttverdien til put opsjonen og avhenger om barrieren brytes. Dersom barrieren brytes settes $DJES50^{Slutt**}$ lik $DJES50^{Start}$ og put opsjonen er verdiløs. Tegningskostnadene for dette produktet er gitt ved tabell 4.2.1.

**Tabell 4.2.1 - Tegningskostnader Orkla Finans Absolutt**

| Investeringsbeløp | Gebyr |
|---|---|
| Kr 100.000 - 1.999.999 | 5.0% |
| Kr 2.000.000 - 2.999.999 | 4.0% |
| Kr 3.000.000 - 4.999.999 | 3.0% |
| Kr 5.000.000 - 9.999.999 | 2.0% |
| Kr 10.000.000 -19.999.999 | 1.0% |
| Kr 20.000.000 eller mer | 0.5% |

### 4.2.2 Estimering av nødvendige parametere

- Risikofrie renter

De risikofrie rentene for Norge og Euroområdet estimeres fra effektive renter på norske og tyske femårige statsobligasjoner.

| Tabell 4.2.2 | Norsk rente | Euro rente |
|---|---|---|
| Diskret | 4.59% | 3.97% |
| Kontinuerlig | 4.49% | 3.89% |

- Volatilitet og korrelasjon mellom indeks og valuta

Volatiliteten til indeksen beregnet fra daglige logaritmiske avkastninger for ulike tidsperioder er gjengitt i tabell 4.2.3. I likhet med Storebrand Spread virker den femårige volatiliteten noe høy. Jeg vil derfor, som et utgangspunkt, bruke fireårsvolatiliteten videre. De andre volatilitetsestimatene benyttes i sensitivitetsanalysen. Valutavolatiliteten er estimert ut fra historiske data tilsvarende løpetiden til produktet.

| Tabell 4.2.3 | DJ Euro Stoxx 50 |
|---|---|
| Volatilitet Indeks siste 1 år | 15.35% |
| Volatilitet Indeks siste 2 år | 13.52% |
| Volatilitet Indeks siste 3 år | 13.18% |
| Volatilitet Indeks siste 4 år | 15.02% |
| Volatilitet Indeks siste 5 år | 22.70% |
| Volatilitet valuta, siste 5 år | 6.05% |
| Kovarians indeks og valuta | -0.00083 |

- Dividenderate og implisitt dividende

Per 3. mars 2007 er den kontinuerlige dividenderaten til DJES siste år omtrent 2.71 %. Den implisitte dividenderaten for indeksen finnes fra ligning 2.6, og er beregnet i tabell 4.2.4.

**Tabell 4.2.4**

| Indeks | Dividenderate | Renteforskjell | Kovarians | Implisitt dividenderate |
|---|---|---|---|---|
| i | $\delta_i$ | $(r - r_i)$ | $c_{ii}$ | $\delta$ |
| **DJ Euro Stoxx 50** | 2.71% | 0.59% | -0.000830 | 3.22% |

### 4.2.3 Verdsettelse av obligasjonselementet

Siden det garanterte beløpet er et bankinnskudd i SEB Privatbanken, kan det argumenteres for at vi ikke trenger å inkludere en kredittrisikopremie i diskonteringsrenten. Bruker vi den kontinuerlige risikofrie renten på 4.69 % til å diskontere det garanterte beløpet, blir nåverdien 79.60. I prospektet er markedsverdien av garanterte beløpet estimert til 77.47, som tilsvarer en årlig kredittrisikopremie på 0.54 %. Hvilken verdi som er korrekt, avhenger av om investor har investert mer eller mindre enn 2 millioner samlet sett hos Privatbanken.

### 4.2.4 Verdsettelse av opsjonselementene

<u>Metode 1 - ”Closed form approximation”</u>

Antar vi prinsippet om verdiadditivitet holder, kan hvert opsjonselement verdsettes individuelt. Vi må da justere volatilitet og dividenderate for å ta hensyn til den asiatiske halen i call opsjonen. Put opsjonen har en knock-out barriere uten rebate, og kan prises ved formelen til Merton (1973) og Reiner og Rubinstein (1991).

Ligning (2.17) og (2.18) kan anvendes til å justere implisitt dividenderate og volatilitet slik at vi tar hensyn til den asiatiske halen i call opsjonen. Dividenderaten øker fra 3.22 % til 3.49 % og volatiliteten reduseres fra 15.02 % til 12.88 %. Verdien av call opsjonen fra Black ’76 formelen blir da 11.65 kroner.

Put opsjonen har en knock-out barriere som måles en gang daglig. Formelen for barriereopsjonen er vist i appendiks B.1, basert på fremstillingen til Haug (1998). Verdien av down-and-out put opsjonen med kontinuerlig barriere blir 7.08. Broadie, Glasserman og Kou (1995) har vist at det er mulig, som en tilnærming, å justere barrieren fra kontinuerlig til diskret, som vist i appendiks B.2. Den diskrete barrieren blir nedjustert fra 50 til 49.72. Opsjonsverdien med diskret barriere er 7.13. Dette viser at det spiller veldig liten rolle for verdsettelsen om vi benytter kontinuerlig eller daglig overvåkning.

Verdien av tilleggsbeløpet blir summen av verdien på call og put opsjonene, til sammen 18.77 kroner. Totalverdien av produktet er 96.21 kroner per hundrelapp investert. Orkla mottar derfor en tilretteleggingsmargin på 3.79 fra dette spareproduktet.

<u>Metode 2 – Monte Carlo simulering med antitetiske variabler</u>

Monte Carlo simulering med antitetiske variabler ble beskrevet i avsnitt 3.3.1, og kan anvendes i prisingen av tilleggsbeløpet. Her må vi simulere hele prisbanen, ikke bare den asiatiske halen. Grunnen er at vi må undersøke daglig om put opsjonen har blitt slått ut hvis indeksen har brutt barrieren. QMC simulering er derfor uegnet grunnet den høye dimensjonen. Ved å simulere 200 000 utfall blir opsjonsprisen 18.66, som er omtrent 0.10 kroner høyere enn vi fant med metode 1. Verdien av Orkla Absolutt er estimert til 96.14, hvis vi legger til grunn prospektets verdsettelse av obligasjonen. Dette er cirka 0.40 kroner *høyere* enn Orkla Finans sitt estimat i prospektet. Diskonteres obligasjonen med risikofri rente blir verdien 98.27. Standardavviket for hver simulering er estimert til 16.66. To hundre tusen simuleringer gir da en standardfeil på 0.0372, og et 95 % konfidensintervall for prisen på [96.06 , 96.21].

## 4.2.5 Dekomponering - asiatisk hale og knock-out element

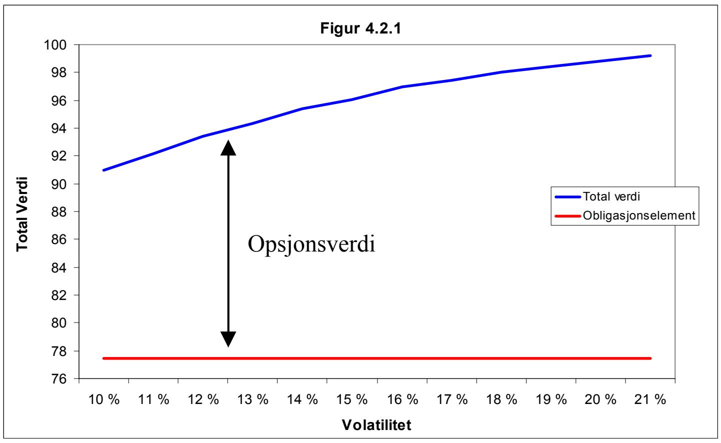
Call opsjonen har en lang asiatisk hale. I tabell 4.2.5 har jeg estimert verdien av spareproduktet uten asiatisk hale og uten knock-out elementet. Vi ser at uten knock-out elementet og uten asiatisk hale er verdien av produktet akkurat 100 kroner. Den asiatiske halen reduserer verdien av produktet med ca 2.20 kr og knock-out elementet reduserer produktverdien med ca 1.60 kr. Totalt er verdireduksjonen 3.80 kr.

| **Tabell 4.2.5** | **Med knock-out** | **Uten Knock-out** |
|---|---|---|
| Med asiatisk hale | 96.14 | 97.70 |
| Uten asiatisk hale | 98.28 | 99.95 |

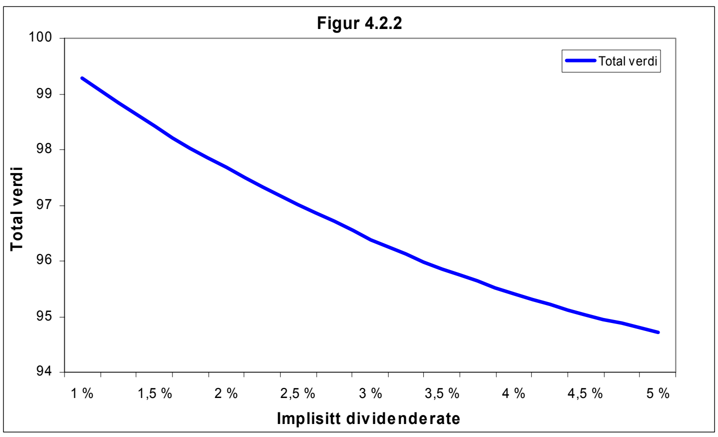
## 4.2.6 Sensitivitetsanalyse

Implisitt dividenderate og volatilitet er de mest sentrale parameterne i verdsettelsen av dette produktet. Tabell 4.2.6 og figur 4.2.1 viser verdien av produktet for ulike historiske volatiliteter. Med den femårige volatiliteten blir verdien 99.75 kroner. Jeg argumenterte tidligere for at denne volatiliteten virket noe høy. Hvis de andre inputvariablene er rimelige, må volatiliteten være ca 23 % for at tilretteleggingsgebyret skal være null. Det kan kanskje argumenteres for at volatiliteten til den forrige femårsperioden kan være representativ for de kommende fem årene. Dette forutsetter da at vi har perioder med uvanlig høy volatilitet, som perioden høst 2002 til vår 2003 da den årlige indeksvolatiliteten var 45 %. De andre estimatene er lavere, og gir verdier i området 94 – 96 kroner. Legg her merke til at økt volatilitet gir økt verdi på call opsjonen, mens volatiliteten kan ha både positiv og negativ effekt på put elementet. Forklaringen på det sistnevnte momentet er at høyere volatilitet gjør det mer sannsynlig at barrieren brytes og put opsjonen blir verdiløs. Samlet sett er likevel verdien av produktet en strengt konveks funksjon av volatiliteten.

| **Tabell 4.2.6** | **DJ Euro Stoxx 50** | **Totalverdi** |
|---|---|---|
| Volatilitet indeks, siste 1 år | 15.08 % | **96.23** |
| Volatilitet indeks, siste 2 år | 13.37 % | **94.74** |
| Volatilitet indeks, siste 3 år | 13.08 % | **94.49** |
| Volatilitet indeks, siste 4 år | 14.99 % | **96.14** |
| Volatilitet indeks, siste 5 år | 22.65 % | **99.75** |




Effekten av endret implisitt dividenderate er vist i figur 4.2.2. En høyere implisitt dividende reduserer verdien av opsjonselementet. Verdifallet er størst for lave implisitte dividenderater. Høyere implisitt dividenderate øker verdien av put opsjonen, men har negativ effekt på call opsjonen. Samlet sett faller likevel verdien av tilleggsbeløpet med høyere implisitt dividenderate.



# 4.3 Fokus Bank Råvareindeksobligasjon Olje 2007–2008

## 4.3.1 Generell beskrivelse av produktet

Fokus Bank RIO har tegningsperiode fra 4. mai 2007 til 1.juni 2007, hvor minste tegningsbeløp er 100 000 kroner. Produktet har et og et halvt års løpetid, fra 8. juni 2007 til 8. desember 2008. Utsteder betaler tilbake minimum 100 % av det nominelle investeringsbeløpet (før tegningskostnader) ved forfall. Tilleggbeløpet er en quanto-opsjon siden produktet ikke har valutarisiko.

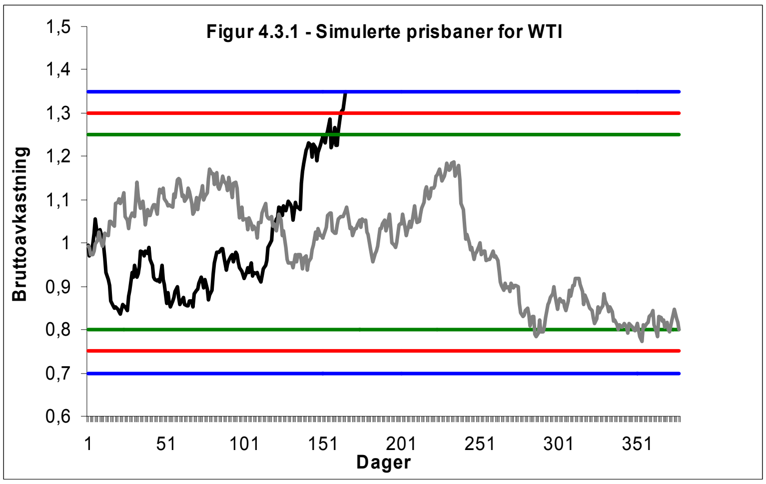
Avkastningen på tilleggsbeløpet har kun fire mulige utfall: 0 %, 7 %, 14 % eller 21 % utbetalt ved forfall om 18 måneder. Underliggende er futuresprisen for et fat olje WTI Light Sweet Crude målt i U.S. dollar, og kvotert på råvarebørsen NYMEX i New York. Prisen gjelder for den futureskontrakten med kortest tid til forfall. Dette betyr at en gang hver måned avsluttes handelen i futureskontrakten, og kontrakten byttes ut med en som har en måned til forfall. Hvis oljeprisen har holdt seg i prisintervallet +25 % og -20 % i forhold til startpris 8.juni 2007 gjennom hele perioden (heretter prisbånd 1), blir avkastningen på tilleggsbeløpet 21 %. Har prisen brutt prisbånd 1, men holdt seg innenfor +30 % og -25 % i perioden (prisbånd 2) blir avkastningen ved forfall 14 %. I de tilfeller oljeprisen bryter prisbånd 2, men holder seg innenfor prisbånd 3 (+35 % og -30 %) oppnår investor 7 % avkastning. Brytes også prisbånd 3 er avkastningen null, og kun det garanterte beløpet utbetales.

Så lenge vi ser på den samme terminkontrakten er terminprisen en martingale under det risikonøytrale sannsynlighetsmålet. Den dagen en kontrakt byttes ut med en ny som har en måned lenger til forfall, vil avkastningen følge av terminstrukturen i forwardmarkedet til oljeprisen. Vi kan da få ”hopp” i avkastningen i det vi bytter kontrakt. Alt annet like vil hoppene øke sannsynligheten for at barrierene brytes, og redusere verdien av produktet. Slike ”hopp” er vanskelige å implementere i Monte Carlo modellen, så jeg utelater denne effekten i mine analyser. En annen faktor som kan påvirke verdien av produktet er sesongvariasjoner i oljeprisen. Denne effekten vil gjenspeiles i terminstrukturen i forwardmarkedet, slik at de to faktorene til en viss henger sammen. Kraftige sesongvariasjoner øker også sannsynligheten for at barrierene brytes. Oljeprisen har tradisjonelt hatt topper om vinteren som følge av økt etterspørsel etter fyringsolje og om sommeren på grunn av amerikanernes økte bilkjøring. Prisen på olje faller vanligvis tilbake om høsten og våren. Sesongvariasjonene øker sannsynligheten for at barrierene brytes, og er bare delvis tatt hensyn til i den historiske volatiliteten. Dette produktet varer i et og et halvt år, og får med seg to sommersesonger og en og en halv vintersesong. På denne måten får utsteder utnyttet sesongvariasjonene slik at de får med seg flest mulig av de volatile periodene. I mine analyser ser jeg også bort fra effekten av sesongvariasjoner i oljeprisen, fordi det er vanskelig å ta hensyn til dette i Monte Carlo modellen. Ved å utelate disse to effektene vil tilleggsbeløpet bli noe høyere enn hvis jeg hadde inkludert de i mine analyser.

**Tabell 4.3.1 - Tegningskostnader Fokus RIO**

| Investeringsbeløp | Gebyr |
|---|---|
| NOK 100.000 - 900.000 | 2,0% |
| NOK 1.000.000 - 1.900.000 | 1,5% |
| NOK 2.000.000 - 4.900.000 | 1,0% |
| NOK 5.000.000 eller mer | 0,5% |

Tegningskostnadene for dette produktet er gitt ved tabell 4.3.1. En illustrasjon av prisbåndene og to simulerte prisbaner er vist i figur 4.3.1. Den sorte prisbanen bryter alle tre prisbåndene, og tilleggsbeløpet er verdiløst ved forfall. Den grå prisbanen bryter prisbånd 1, men ingen av de andre. Avkastningen blir i dette tilfellet 14 %.



## 4.3.2 Estimering av nødvendige parametere

-Risikofrie renter

Den norske risikofri renten beregnes ved en lineær interpolering av de effektive rentene på norske ettårige og treårige statsobligasjoner. Den amerikanske renten kommer fra en lineær interpolering av seksmånedersrenten og toårsrenten. Feilen ved en slik approksimasjon er forholdsvis liten, siden begge yield-kurvene er tilnærmet flate på 5 % for alle løpetider. Tabell 4.3.2 viser de aktuelle rentene.

| **Tabell 4.3.2** | **Norsk rente** | **Amerikansk rente** |
|---|---|---|
| Diskret | 4.93 % | 4.89 % |
| Kontinuerlig | 4.81 % | 4.77 % |

- Volatiliteter og kovarians

I tabell 4.3.3 har jeg estimert volatiliteten for de siste ett til fire årene for den daglige logaritmiske avkastningen til WTI oljeprisen. Tabellen viser at oljeprisen har en forholdsvis stabil volatilitet rundt 30 % per år. Volatiliteten til valutaen og korrelasjon mellom valuta og WTI er estimert til henholdsvis 9.28 % og -0.119 gitt ut fra daglig data de siste 18 månedene. Kovariansen mellom indeks og valuta er estimert til -0.00327, og viser at dette har liten betydning for verdsettelsen.

| **Tabell 4.3.3** | **WTI** |
|---|---|
| Volatilitet WTI siste 4 år | 28.82% |
| Volatilitet siste 3 år | 30.09% |
| Volatilitet siste 2 år | 32.22% |
| Volatilitet siste 1 år | 32.53% |
| Volatilitet siste 1.5 år | 29.52% |
| Volatilitet valuta, siste 1.5 år | 9.28% |
| Kovarians WTI og valuta | -0.00327 |

- Dividenderater og implisitt dividende

Oljeprisen betaler naturlig nok ikke ut dividender på samme måte som aksjer. Likevel kan det være en eierfordel eller convenience yield i oljemarkedet. Eierfordelen kan estimeres ut fra sammenhengen $F = Se^{(r-c)t}$, hvor $F$ er dagens futurespris på olje levert om 18 måneder, $S$ er dagens spotpris, $r$ er amerikansk rente og $c$ er eierfordelen. Her har jeg antatt at eierfordelen er tidsuavhengig, selv om dette neppe er tilfelle. Ut fra data fra Dagens

Næringsliv[17] estimeres eierfordelen til 2.9 % per år. Den implisitt dividenderate både med og uten convenience yield er gitt i tabell 4.3.4.

**Tabell 4.3.4**

| Underliggende | Dividenderate | Renteforskjell | Kovarians | Implisitt dividenderate |
|---|---|---|---|---|
| $i$ | $\delta_i$ | $(r - r_i)$ | $c_{ii}$ | $\delta$ |
| **WTI crude oil** | 0.00 % | 0.046 % | -0.00327 | -0.283 % |
| **WTI crude oil** | 2.90 % | 0.046 % | -0.00327 | 2.619 % |

## 4.3.3 Verdsettelse av obligasjonselementet

I følge prospektet er utstederen Danske Bank, som eier Fokus Bank, kredittratet AA- fra S&P. Dette er bedre enn ratingen til Storebrand Bank, og jeg benytter derfor en årlig kredittrisikopremie på 0.3 %. Nåverdien av å motta de garanterte 100 kronene om 18 måneder finnes ved å diskontere 100 kroner med en kontinuerlig rente på 5.11 % i 18 måneder. Nåverdien av det garanterte beløpet er da 92.62 kroner.

## 4.3.4 Verdsettelse av opsjonselementet

Tilleggsbeløpet er avhengig av om oljeprisen WTI har brutt en eller flere av de tre ulike prisbåndene, som illustrert i figur 4.3.1. I følge prospektet observeres oljeprisen daglig gjennom produktets levetid på 18 måneder, eller 378 handledager. Quasi Monte Carlo simulering trenger 378 dimensjoner, noe som gjør at VBA koden blir veldig lang og vi får dimensjonsproblemer som vist i figur 3.8a. I dette tilfellet vil jeg bare benytte vanlig Monte Carlo simulering. Opsjonselementet kan alternativt verdsettes ved formler. Vi har her en portefølje av tre binære doble knock-out opsjoner. Formelen for en slik struktur finnes i Hui (1996), og er gjengitt i Haug (2006). Formlene er ganske avanserte, så jeg har valgt å ikke gjennomføre en slik verdsettelse.

[17] Eierfordelen estimeres basert på en spotpris på olje på 70.50 og en 18 måneders terminpris på 72.50. Den amerikanske renten er 4.77 %. Data hentet fra DN 7.7.2007 side 85. Merk at dette gjelder Brent olje, ikke WTI. Likevel antar jeg at forskjellen mellom de ulike kvalitetene spiller liten rolle for eierfordelen.

Som utgangspunkt bruker jeg volatiliteten til WTI de siste 18 månedene, som er 29.52 %. Årlig implisitt dividenderate er -0.28 % hvis eierfordelen utelates, og 2.62 % inkludert eierfordelen i oljemarkedet. Det er benyttet 200 000 simuleringer i prisingen av opsjonselementet. De sentrale resultatene er oppsummert i tabell 4.3.5.

**Tabell 4.3.5 a**

| | |
|---|---|
| Antall simuleringer | 200 000 |
| Verdi av tilleggsbeløpet | 4.563 |
| Verdi av tilleggsbeløpet, med eierfordel | 4.501 |
| Standardavviket til hver enkelt simulering | 6.324 |
| Standardfeilen til estimatet | 0.01414 |

| **Tabell 4.3.5 b** | Nedre grense | Øvre grense |
|---|---|---|
| 95 % konfidensintervall, uten eierfordel | 4.536 | 4.591 |

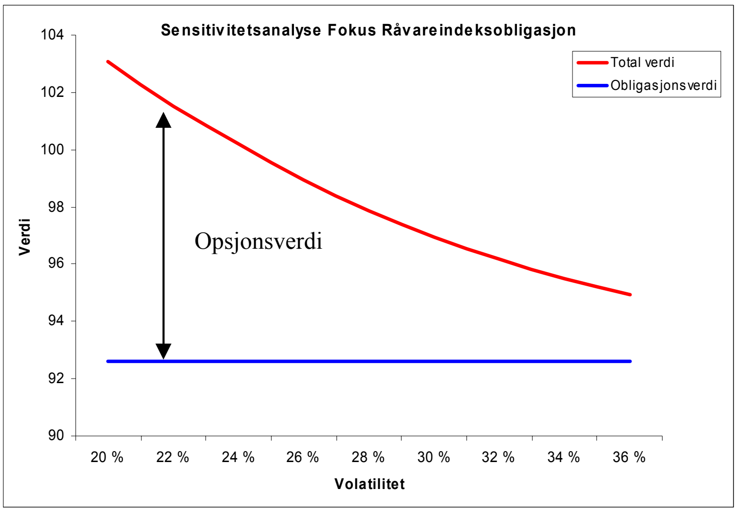
Tabellen viser at verdien av tilleggsbeløpet er 4.563 hvis effekten av eierfordelen utelates. Standardavviket til hver enkelt simulering er estimert til 6.324, noe som gir en standardfeil på 0.0141 ved 200 000 simuleringer. Vi er derfor 95 % sikre på at den korrekte teoretiske prisen ligger i intervallet [4.536 , 4.591], gitt att inputvariablene er rimelige. Total verdi av produktet er summen av det garanterte beløpet og tilleggsbeløpet, til sammen 97.19. I prospektet er tilleggsbeløpet verdsatt til 6.24, det garanterte beløpet er i dag verdt 92.76, og totalverdien av spareproduktet er 99.00 kroner. Fokus Bank benytter trolig en lavere volatilitet enn det jeg har gjort i mitt estimat. Dersom vi tar hensyn til eierfordelen på 2.9 % per år, reduserer dette verdien av tilleggsbeløpet fra 4.563 til 4.501. Eierfordelen påvirker driftsleddet i oljeprisdynamikken, og øker sannsynligheten for at barrierene brytes. Effekten er likevel så liten at jeg utelater eierfordelen i terminmarkedet for olje i de videre analysene. Dette viser at driftsleddet har mindre betydning, siden en positiv drift øker sannsynligheten for å bryte de øvre prisbåndene, samtidig som det reduserer sannsynligheten for at de nedre prisbåndene brytes. Et negativt driftsledd vil øke sannsynligheten for å bryte de nedre båndene, men redusere sannsynligheten for at noen av de øvre båndene brytes. Alt i alt er det estimatet på volatiliteten som betyr noe for verdien av produktet.

## 4.3.5 Sensitivitetsanalyse

Historiske data er ikke nødvendigvis representative for fremtiden. Derfor er det viktig å vurdere hvordan verdien på produktet påvirkes av endringer i sentrale inputvariabler. For dette produktet er det i all hovedsak volatiliteten som har innvirkning på prisen, samtidig som denne er mest usikker. De andre variablene er mindre usikre, og har liten effekt på prisingsresultatet. Sensitivitetsanalyse av ulike volatiliteter finnes i tabell 4.3.5 og er illustrert i figur 4.3.2.

| Tabell 4.3.5 | | |
|---|---|---|
| **Volatilitet** | **Tilleggsbeløp** | **Total verdi** |
| 20 % | 10.47 | 103.09 |
| 22 % | 8.91 | 101.53 |
| 24 % | 7.57 | 100.19 |
| 26 % | 6.33 | 98.95 |
| 28 % | 5.25 | 97.87 |
| 30 % | 4.31 | 96.94 |
| 32 % | 3.55 | 96.17 |
| 34 % | 2.86 | 95.48 |
| 36 % | 2.32 | 94.94 |

**Figur 4.3.2 – 200 000 simuleringer**




Tabellen og figuren over viser at verdien av produktet er avtakende med høyere volatilitet, og at verdien er en konveks funksjon av volatiliteten. Konklusjonen er at dersom investor mener at den årlige volatiliteten til oljeprisen de neste 18 månedene vil være under 24 %, er produktet verdt mer enn det du betaler (før tegningskostnader). Mitt estimat på fremtidig volatilitet er 29.5 %, noe som er den nest laveste av de fem historiske volatilitetene fra tabell 4.3.3. Verdien av råvareindeksobligasjonen er da 97.19, slik at utsteder har en tilretteleggingsmargin på 2.81 %. I prospektet er tilsvarende tilretteleggingsmargin 1.00 %. Forskjellen skyldes at Fokus Bank har estimert en høyere verdi på tilleggsbeløpet, trolig basert på en antakelse om en lavere volatilitet enn min. Gitt at våre modeller er noenlunde like, bruker Fokus Bank en volatilitet på rundt 26 %

Det kan stilles spørsmål ved om dynamikken i oljeprisen kan simuleres ved en geometrisk brownsk bevegelse. OPEC har stor innflytelse til å påvirke oljeprisen, noe som kan gi hopp i oljeprisen som er langt større enn hva som er rimelig ut fra antakelsen om normalfordelte logaritmiske endringer i oljeprisen. Jeg mener likevel at det er forsvarlig å simulere oljeprisen på samme måte som en aksje, siden alternative modeller fort blir for komplekse.

## 4.4 Acta Japansk Eiendom 2007–2010

### 4.4.1 Generell beskrivelse av produktet

Tegningsperioden til Acta Japansk Eiendom er fra 7. februar 2007 til 8.mars 2007. Minste investeringsbeløp er 50 000. Løpetiden til produktet er fra 20. mars 2007 til 31. mars 2010. Utsteder garanterer at hele investeringsbeløpet (eksklusive tegningskostnader) utbetales ved forfall. I prospektet opplyses det at avkastningsfaktoren ser ut til å bli 115 %, og hvis den blir lavere enn 90 % blir utstedelsen innstilt. På forespørsel til Acta fikk jeg opplyst at den faktiske avkastningsfaktoren ble 102 %. Heller ikke dette produktet har valutarisiko, og vi må prise opsjonselementet som en quanto. Matematisk kan opsjonselementet formuleres slik:

$$T = GL \times AF \times \max\left[0, \left(\frac{TSEREIT^{Slutt} - TSEREIT^{Start}}{TSEREIT^{Start}}\right)\right]$$

Tilleggsbeløpet er en kjøpsopsjon på den japanske eiendomsindeksen Tokyo Stock Exchange REIT index (TSEREIT). Denne indeksen har eksistert i litt over tre år. Opsjonselementet har en relativ kort asiatisk hale med syv månedlige observasjoner i det siste halve året av løpetiden. Spareproduktet er relativt enkelt å prise, siden det ikke har noen særegne eksotiske elementer i seg. Acta krever tegningsgebyr som gitt ved tabell 4.4.1.

**Tabell 4.4.1**

| **Tegningskostnader Acta Japansk Eiendom** | |
|---|---|
| 50.000 - 10.000.000 | 5.0 % |
| Over 10.000.000 | maks 2.0 % |

## 4.4.2 Estimering av nødvendige parametere

- Risikofrie renter

Risikofrie renter estimeres fra effektiv rente på norske og japanske treårige statsobligasjoner den 2.4.2007. Den norske kontinuerlige renten for perioden er 4.54 %, mens den japanske er 1.08 %.

- Volatiliteter og kovarians

Tre historiske volatilitetsestimat på TSEREIT er estimert i tabell 4.4.2. Årlig volatilitet siste tre år er i underkant av 14 %. Jeg vil benytte denne volatiliteten som utgangspunkt for verdsettelsen. Vi ser også at det kan tyde på at volatiliteten til indeksen har økt de siste årene. I sensitivitetsanalysen ser jeg på hvordan verdien av produktet endres ved å bruke andre volatiliteter. Valutavolatiliteten og korrelasjon mellom valuta og indeks er estimert til henholdsvis 9.69 % og -0.0989 ut fra daglig data for de siste tre årene. Kovariansen mellom indeks og valuta er estimert til -0.00125

| **Tabell 4.4.2** | **TSEREIT** |
|---|---|
| Volatilitet indeks siste 1 år | 18.45 % |
| Volatilitet indeks siste 2 år | 15.15 % |
| Volatilitet indeks siste 3 år | 13.82 % |
| Volatilitet valuta, siste 3 år | 9.69 % |
| Kovarians indeks og valuta | -0.00125 |

- Dividenderater og implisitt dividende

I følge prospektet er REIT indeksen populær i Japan, blant annet fordi eiendomsselskapene har betalt ut relativt høye dividender. Vi vet at eiere av strukturerte produkter ikke mottar dividender, og en høy dividende vanligvis reduserer verdien av produktet. I prospektet står det at indeksen har en årlig dividenderate på 2.63 %. To andre kilder[18] estimerer dividenderaten til å være 2.84 % og ca 3 %. I den videre analysen bruker jeg dividenderaten fra prospektet, da denne virker rimelig. Den implisitte dividenderaten kan da estimeres som i tabellen under. Vi ser at den implisitte dividenden er meget høy, nesten 6 %. Dette skyldes at dividenden fra selskapene i indeksen er forholdsvis høy samtidig som renteforskjellen mellom Norge og Japan er stor. Kovariansen mellom valuta og indeks har også her liten betydning.

[18] Estimatene er hentet fra thebusinessonline.com og mitsuifudosan.co.jp. Linkene finnes i litteraturlisten.

**Tabell 4.4.3**

| Underliggende | Dividenderate | Renteforskjell | Kovarians | Implisitt dividenderate |
|---|---|---|---|---|
| I | $\delta_i$ | $(r - r_i)$ | $c_{ii}$ | $\delta$ |
| **TSEREIT** | 2.60 % | 3.451 % | -0.0013 | 5.926 % |

## 4.4.3 Verdsettelse av obligasjonselementet

Det garanterte beløpet står som bankinnskudd i Sandnes Sparebank, og innskudd opp til 2 millioner er garantert gjennom Bankenes Sikringsfond. Brukes den risikofrie renten på 4.54 % til å diskontere det garanterte beløpet, blir nåverdien omtrent 87.09 kroner. I prospektet står det ikke noe om kredittrating til utsteder, men Acta har estimert at det garanterte innskuddet er verdt 85.77 kroner på investeringstidspunktet. Dette betyr at Acta benytter en årlig kredittrisikopremie på 0.5 %. Hva som er ”korrekt” verdi avhenger av investeringsbeløp til investor. I de videre analysene vil jeg benytte obligasjonsverdien fra prospektet.

## 4.4.4 Verdsettelse av opsjonselementet

Tilleggsbeløpet en kjøpsopsjon med en asiatisk hale med syv månedlige observasjoner. Her er det kurant å bruke Quasi Monte Carlo simulering, siden vi kun må benytte syv dimensjoner. Verdsettelsen bruker Halton sekvensen med de syv første primtallene. Siden vi har en kort asiatisk hale og ingen kurv av indekser som underliggende, vil ”closed form approximation” kunne gi et bra estimat. Vi må her justere den implisitte dividenderaten og volatiliteten for å ta hensyn til den asiatiske halen. Tabell 4.4.4 viser resultatet av justeringen etter formlene (2.17) og (2.18).

| **Tabell 4.4.4** | Impl. dividende | Volatilitet |
|---|---|---|
| Estimat | 5.93 % | 13.82 % |
| Estimat justert for asiatisk hale | 5.79 % | 12.99 % |
| Differanse | 0.14 % | -0.83 % |

Med inputvariablene fra tabell 4.4.2 og 4.4.3 kan vi verdsette produktet ved de tre ulike metodene. Tabell 4.4.5 viser at forskjellene mellom de tre estimatene er små, noe som tyder på at modellene er konsistente med hverandre. Verdien før tegningskostnader er cirka 92 kroner, noe som er mye lavere enn Acta sitt estimat på 96.60. Ut fra mine analyser tar Acta et tilretteleggingsgebyr på åtte kroner for hver hundelapp som investeres. Høyeste anslag fra

Acta i prospektet er 3 kroner, basert på en avkastningsfaktor på 115 %. Justerer vi dette estimatet slik at den faktiske avkastningsfaktoren på 102 % benyttes, er Acta sitt estimat på tilretteleggingsgebyret omtrent 3.40 kroner. Den store forskjellen skyldes trolig ulike oppfatninger om fremtidig volatilitet, siden det er liten usikkerhet i renteestimatet og begge analysene benytter samme dividendeestimat. For en investor som har mindre enn 2 millioner plassert hos Sandnes Sparebank, kan det garanterte elementet diskonteres med risikofri rente. Da blir verdien av produktet cirka 1.32 kroner høyere, altså 93.34 kroner.

| **Tabell 4.4.5** | **Verdi tilleggsbeløp** | **Total verdi** |
|---|---|---|
| Black '76 med justerte verdier | 6.288 | 92.06 |
| Quasi-Monte Carlo simulering | 6.245 | 92.02 |
| Monte Carlo simulering | 6.240 | 92.01 |

Standardavviket til den enkelte simulering er 11.72, og standardfeilen ved en million simuleringer er 0.0117. Et 95 % konfidensintervall for produktverdien blir da [91.99, 92.03].

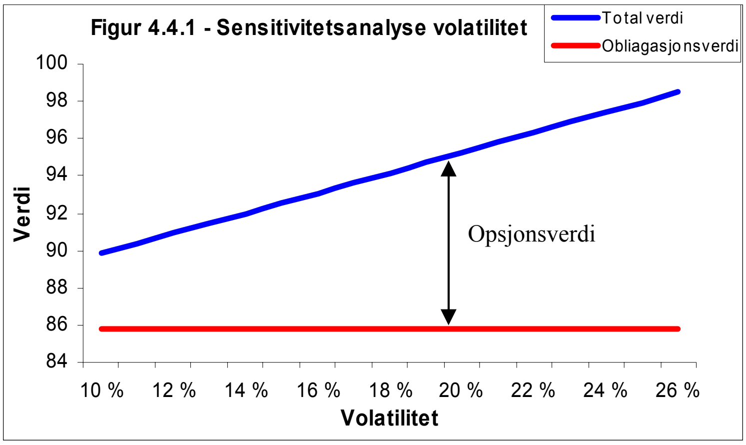
## 4.4.5 Dekomponering av den asiatiske halen

Uten den asiatiske halen gir Black ’76 formelen den korrekte verdien på tilleggsbeløpet, som er 6.61 kroner. Reduksjonen i verdi på grunn av den asiatiske halen på syv observasjoner er rundt 0.37 kroner for hver hundrelapp som investeres.

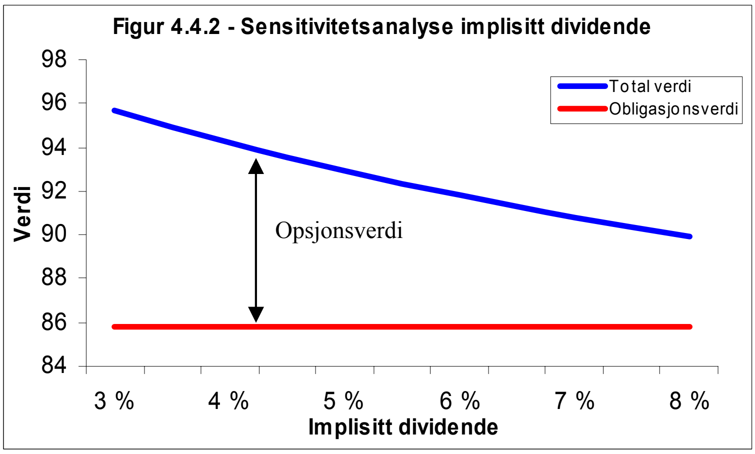
## 4.4.6 Sensitivitetsanalyse

Volatilitet og implisitt dividenderate er usikre estimater, og har betydelig effekt på verdien av dette produktet. Tabell 4.4.6 viser en sensitivitetsanalyse med ulike historiske volatiliteter. Vi ser at verdiøkningen er tilnærmet lineær i volatiliteten. En prosent høyere volatilitet øker opsjonsverdien med ca 0.54 kroner. Figur 4.4.1 viser at totalverdien varierer mellom 90 kroner og 98.50 kroner, for volatiliteter mellom 10 % og 26 %. For at produktet skal være verdt like mye som investor betaler for det (før tegningskostnader), må volatiliteten være ca 29 %. Dette virker urealistisk. Acta sitt estimat på verdien tilsvarer en volatilitet på cirka 23 %. Verdien basert på laveste og høyeste historisk volatilitet er henholdsvis 92.00 og 94.40 kroner.

| **Tabell 4.4.6** | **Volatilitet** | **Opsjonsverdi** | **Total verdi** |
|---|---|---|---|
| Volatilitet indeks siste 1 år | 18.45 % | 8.638 | 94.41 |
| Volatilitet indeks siste 2 år | 15.15 % | 6.843 | 92.61 |
| Volatilitet indeks siste 3 år | 13.82 % | 6.245 | 92.02 |




Effekten av ulike implisitte dividenderater er illustrert i figur 4.4.2. Som ventet er verdien fallende med økt implisitt dividenderate, og kurven er svakt konveks. Med en implisitt dividenderate på 3 % er verdien cirka 96 kroner. Dette er mindre enn renteforskjellen mellom Norge og Japan, og er en nedre grense for et realistisk estimat på implisitt dividenderate.




Totalt sett virker ikke dette produktet spesielt forlokkende. Høy dividenderate, stor renteforskjell mellom Norge og Japan og en indeks med lav volatilitet gjør at verdien av produktet kun er 92 kroner med utgangspunkt i volatiliteten siste tre år. Ut fra tabell 4.4.7 ser det kanskje ut som volatiliteten har økt noe de siste årene. Legger vi volatiliteten siste år til grunn, øker verdien til 94.41. Acta sitt volatilitetsestimat på ca 23 % virker etter min mening for høyt for denne indeksen.

# 4.5 Nordea Lock-in Basket 2006 – 2010

## 4.5.1 Generell beskrivelse av produktet

Nordea Lock-in Basket er en aksjeindeksobligasjon med en løpetid på fire år, fra 3.november 2006 til 3.november 2010. Tegningsperioden varte fra 9.oktober til 30.oktober 2006, med minste tegningsbeløp på 10 000 kroner. Avkastningsfaktoren er 100 % og 95 % av det investerte beløpet er garantert ved forfall. Underliggende er en kurv av fire aksjeindekser. Dow Jones Euro Stoxx 50 (DJES) har 40 % vekt i kurven. Den brede japanske indeksen Tokyo Stock Price index (TOPIX) er vektet med 30 %. Hang Seng indeksen i Kina og S&P BRIC 40 Euro indeksen har begge 15 % vekt hver. BRIC indeksen består av de 40 største selskapene i Brasil, Russland, India og Kina. Opsjonen prises som en quanto, siden det ikke er valutarisiko i investeringen.

Opsjonselementet i produktet har en "lock-in" barriere. Dersom verdien av kurven har økt med minst 20 % i løpet av løpetiden vil investor være garantert minimum 15 % avkastning ved forfall (20 % avkastning fra opsjonselementet og 95 % tilbake fra kapitalgarantien). Sluttverdien til produktet beregnes ved månedlige avlesninger i de siste 18 månedene av levetiden. Matematisk kan verdien av tilleggsbeløpet formuleres slik:

$$T = GL \times AF \times \max\left[ Lockin^*, \sum_{i=1}^{4} w_i \left( \frac{Aksjeindeks_i^{slutt} - Aksjeindeks_i^{start}}{Aksjeindeks_i^{start}} \right) \right]$$

T er verdien av tilleggsbeløpet, GL er gjenstående lån og AF er avkastningsfaktor (100 %). $w_i$ er vekten til hver enkelt indeks. $Lockin^*$ er 20 % dersom verdien til kurven på noe tidspunkt vært minst 20 % høyere enn startverdien, ellers er den null. Tegningskostnadene til produktet finnes i tabell 4.5.1

**Tabell 4.5.1 - Tegningskostnader Nordea Lock-in Basket**

| | |
|---|---|
| Kr 10.000 - 990.000 | 4.0 % |
| Kr 1.000.000 - 4.990.000 | 2.0 % |
| Kr 5.000.000 eller mer | 0.5 % |

### 4.5.2 Estimering av nødvendige parametere

- Risikofrie renter

DJES og BRIC indeksene er begge notert i Euro. Hang Seng indeksen er notert i kinesiske yuan og TOPIX i japanske yen. Jeg bruker også her en lineær interpolering av effektiv rente på tre- og femårige statsobligasjoner som estimat på de fireårige risikofrie rentene. De forskjellige rentene finnes i tabell 4.5.2.

| **Tabell 4.5.2** | **Norsk rente** | **Kinesisk rente** | **Eurorente** | **Japansk rente** |
|---|---|---|---|---|
| Diskret | 4.04% | 3.92% | 3.73% | 1.23% |
| Kontinuerlig | 3.96% | 3.82% | 3.66% | 1.22% |

- Volatilitet

Volatiliteten til indeksene er beregnet i tabell 4.5.3, og viser at volatilitetene til Topix og BRIC er rimelig stabile over de ulike tidsperiodene. Volatiliteten til DJ Euro Stoxx er høyere for fireårsperioden enn for de andre periodene, noe vi også så fra de andre produktene som har DJES som underliggende. Volatiliteten til Hang Seng indeksen er noe høyere for fireårsperioden enn de siste par årene. I analysen foretrekker jeg å estimere volatiliteten fra samme tidsperiode for alle indeksene som inngår i spareproduktet, og da faller valget i dette tilfellet på fireårs volatilitetene.

| **Tabell 4.5.3** | **DJ Euro Stoxx** | **Hang Seng** | **Topix** | **BRIC** |
|---|---|---|---|---|
| Volatilitet indeks, siste 4 år | 18.56% | 24.94% | 17.39% | 21.92% |
| Volatilitet indeks, siste 3 år | 13.39% | 25.21% | 16.69% | 21.51% |
| Volatilitet indeks, siste 2 år | 12.77% | 19.09% | 16.01% | 20.17% |
| Volatilitet indeks, siste 1 år | 14.35% | 21.45% | 19.16% | 20.66% |
| Volatilitet valuta, siste 4 år | 6.16% | 9.61% | 10.41% | 6.16% |
| Korrelasjon indeks og valuta | -0.052 | -0.160 | 0.080 | -0.107 |
| Kovarians indeks og valuta | -0.0006 | -0.0047 | 0.0015 | -0.0014 |

- Korrelasjon mellom indeksene og korrelasjon mellom indeksene og valuta

Tabellen 4.5.3 viser at kovariansen mellom indeks og valuta også her er svært nær null. Korrelasjonen mellom de ulike indeksene har også betydning for verdien på tilleggsbeløpet. Dersom indeksene er perfekt positivt korrelert vil vi ikke ha noen diversifiseringseffekt i kurven. Lavere korrelasjon gir større diversifiseringseffekt og mindre verdi på opsjonen.

Korrelasjonene estimeres basert på logaritmisk avkastning til ulike par av indekser. Siden de asiatiske børsene er åpne når de europeiske er stengt, og omvendt, vil korrelasjonskoeffisienten beregnet ved daglige data trolig bli for nær null. Det er ulike metoder å løse dette problemet på. En måte er å lage et lead-lag estimat på korrelasjonen. Jeg har valgt å benytte en tidsserie med tre dagers avkastninger de fire siste årene for alle indeksene. For en gitt tidsperiode har vi da tre tidsserier med tre dagers avkastninger, noe som gir tre estimat på korrelasjonene. Jeg benytter et aritmetisk snitt av disse korrelasjonene. Alternativt kunne jeg benyttet ukentlige eller månedlige avkastninger. Korrelasjonsmatrisen er beregnet i tabell 4.5.4.

| **Tabell 4.5.4** | Hang Seng | BRIC | DJ Euro Stoxx | Topix |
|---|---|---|---|---|
| Hang Seng | 1.000 | 0.667 | 0.265 | 0.347 |
| BRIC | 0.667 | 1.000 | 0.629 | 0.535 |
| DJ Euro Stoxx | 0.265 | 0.629 | 1.000 | 0.442 |
| Topix | 0.347 | 0.535 | 0.442 | 1.000 |

I Monte Carlo simuleringen må vi simulere korrelerte indekser. For å gjøre dette må vi foreta en Cholesky dekomponering av korrelasjonsmatrisen. Tabell 4.5.5 viser den nedre triangulære matrisen basert på teorien fra avsnitt 3.2.3.

| **Tabell 4.5.5** | Faktor 1 | Faktor 2 | Faktor 3 | Faktor 4 |
|---|---|---|---|---|
| Hang Seng | 1.000 | | | |
| BRIC | 0.667 | 0.745 | | |
| DJ Euro Stoxx | 0.265 | 0.607 | 0.749 | |
| Topix | 0.347 | 0.407 | 0.138 | 0.834 |

- Dividenderater og implisitt dividende

I likhet med de andre produktene bruker jeg dividenderaten siste år som estimat på fremtidig dividenderate. For BRIC er dividenderaten ikke tilgjengelig i Datastream. En annen BRIC indeks[19] har en dividenderate på 1.07 %. I mine analyser antar jeg en kontinuerlig dividenderate på 1 % for BRIC indeksen. Implisitt dividenderate for de fire indeksene er beregnet i tabell 4.5.6

[19] Claymore BRIC ETF: http://www.claymoreinvestments.ca/ETFs/Public/common/DisplayLiterature.aspx?ID=81fd0e5c-2b42-4240-8548-cf67458c149c

**Tabell 4.5.6**

| Indeks | Dividenderate | Renteforskjell | Kovarians | Implisitt dividenderate |
|---|---|---|---|---|
| $i$ | $\delta_i$ | $(r - r_i)$ | $c_{ii}$ | $\delta$ |
| Hang Seng | 1.39% | 0.12% | -0.0047 | 1.04% |
| BRIC | 1.00% | 0.30% | -0.0014 | 1.16% |
| DJ Euro Stoxx | 2.68% | 0.30% | -0.0006 | 2.92% |
| Topix | 0.99% | 2.74% | 0.0015 | 3.87% |

### 4.5.3 Verdsettelse av obligasjonselementet

Denne aksjeindeksobligasjonen garanterer at investor får tilbake 95 % av investert beløp ved forfall om fire år. Den norske kontinuerlige risikofrie renten er 3.96 % p.a. Kredittratingen til Nordea er i følge prospektet AA- fra S & P. Jeg bruker derfor i likhet med produktet til Fokus Bank en årlig kredittrisikopremie på 0.3 %. Nåverdien av det garanterte beløpet er 80.11 kroner per hundelapp investert. Det tilsvarende estimatet i prospektet er 80.30 kroner.

### 4.5.4 Verdsettelse av opsjonselementet

Lock-in elementet gjør at vi må simulere hele prisbanen, slik at vi for hver dag kan vurdere om kurven har steget med mer enn 20 %, og dermed låst inn avkastningen. Ved simulering av daglige noteringer for hver av de fire indeksene gjennom hele løpetiden trengs det hele 4000 dimensjoner i QMC simulering. Dimensjonen kan reduseres ved å endre problemet, men dette kan påvirke presisjonen til estimatet. I verdsettelsen vil jeg benytte Monte Carlo simulering med antitetiske variabler. Verdien av opsjonselementet basert på 400 000 simuleringer er 14.14 kroner, mens tilsvarende estimat i prospektet er 16.70 kroner. Den totale verdien av det garanterte produktet er 94.25 kroner, noe som er 2.75 kroner lavere enn i prospektet. Standardavviket til hver enkelt simulering er 16.76, som gir en estimatet en standardfeil på 0.0265. Ut fra disse verdiene er 95 % konfidensintervallet for verdien [94.20 , 94.30].

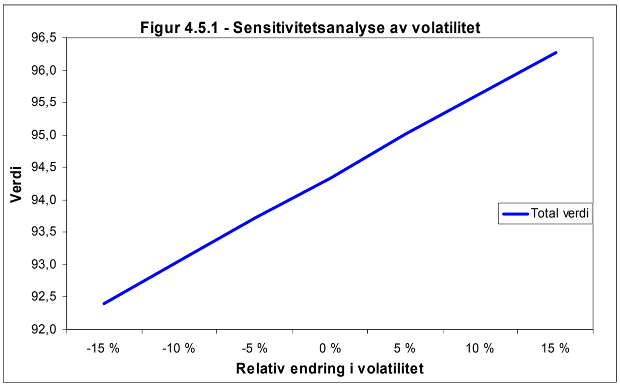
### 4.5.5 Dekomponering - asiatisk hale og lock-in element

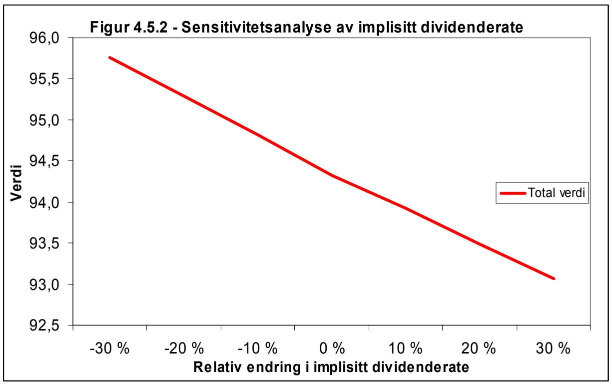
Nordea Lock-in Basket har to eksotiske element i seg, en asiatisk hale og en lock-in barriere. Tabell 4.5.7 viser verdien av produktet med og uten de eksotiske elementene beregnet ved Monte Carlo simulering. Lock-in elementet øker verdien på produktet med cirka 2.9 kroner. Med kun en sluttavlesning ved forfall istedenfor asiatisk hale ville verdien økt med 2.9 kroner.

| Tabell 4.5.7 | Med lock-in | Uten lock-in |
|---|---|---|
| Med asiatisk hale | 94.25 | 91.33 |
| Uten asiatisk hale | 96.41 | 93.38 |

## 4.5.6 Sensitivitetsanalyse

Sensitivitetsanalyse av volatilitet, korrelasjoner og implisitt dividenderate er mer krevende når vi har en kurv av fire indekser som underliggende. Samtidig er trolig noen av verdiene for høye, mens andre er for lave. Det er for eksempel lite trolig at volatilitetsestimatene til alle fire indeksene er for lave. I sensitivitetsanalysen av volatiliteten har jeg økt eller redusert volatiliteten relativt til utgangspunktet, som illustrert i figur 4.5.1 basert på 400 000 simuleringer. En relativ økning i alle de fire volatilitetene på 10 % øker verdien av produktet fra 94.30 til 95.60. For at verdien skal være lik estimatet i prospektet må alle volatilitetene økes med cirka 20 %. Sensitivitetsanalysen av implisitt dividenderate viser mye av det samme, men med motsatt fortegn. En 20 % reduksjon (økning) i alle de fire implisitte dividenderatene øker (reduserer) verdien av aksjeindeksobligasjonen med rundt en krone, gitt at de andre variablene holdes uendret.



# 4.6 DnB Nor Kraft 2007/2009

## 4.6.1 Generell beskrivelse av produktet

Tegningsperioden til DnB Nor Kraft 2007/2009 varte fra 4. desember 2006 til 12. januar 2007, med minste investeringsbeløp på 10 000 kroner. Løpetiden til produktet er fra 29. januar 2007 til 30. desember 2009. Investor betaler 5 % overkurs ved kjøp, i tillegg til tegningskostnadene som vist i tabell 4.6.1. Kundene er garantert å få tilbake investert beløp eksklusiv tegningskostnader og overkurs ved forfall. DnB Nor Kraft har ingen valutaeksponering. Avkastningen til spareproduktet avhenger av prisutviklingen på tre ulike fastpriskontrakter på strøm, notert på kraftbørsen Nord Pool. Tilleggsbeløpet fremkommer som et likevektet gjennomsnitt av avkastningen på tre opsjoner med kraftprisen målt i euro per MWh som underliggende. De tre opsjonene har løpetid på henholdsvis ett, to og tre år. Matematisk kan tilleggsbeløpet uttrykkes som

$$T = GL \times AF \times \left[ \sum_{i=1}^{3} \max\left( \frac{Kraftkontrakt_i^{slutt} - Kraftkontrakt_i^{start}}{Kraftkontrakt_i^{start}} \times w_i ; 0 \right) \right]$$

Notasjonen er den samme som tidligere. Avkastningsfaktoren til produktet er 105 %. Her beregnes både start- og sluttverdiene som et aritmetisk gjennomsnitt til kraftprisen i fem etterfølgende dager. En slik gjennomsnittsberegning reduserer som kjent volatiliteten, og dermed verdien av produktet. Likevel er effekten liten, siden tiden mellom hver observasjon kun er én handledag.

**Tabell 4.6.1 - Tegningskostnader DnB Kraft 2007/2009**

| Investeringsbeløp | Vanlig provisjon | Partnerkunder |
|---|---|---|
| Kr 10.000 – 1.490.000 | 3.00 % | 2.70 % |
| Kr 1.500.000 - 2.990.000 | 2.00 % | 1.80 % |
| Kr 3.000.000 – 4.990.000 | 1.00 % | 0.90 % |
| Kr 5.000.000 eller mer | 0.50 % | 0.45 % |

### 4.6.2 Estimering av nødvendige parametere

- Risikofrie renter

De risikofrie rentene for Norge og Euroområdet er som tidligere ut fra de effektive rentene på treårige statsobligasjoner. Rentene er beregnet den siste dag i tegningsperioden, og er gitt ved tabell 4.6.2. Rentedifferansen, eller appresieringsraten, er 0.39 % per år.

| **Tabell 4.6.2** | **Norsk rente** | **Euro rente** |
|---|---|---|
| Diskret | 4.35% | 3.94% |
| Kontinuerlig | 4.26% | 3.86% |

- Volatilitet

Gjennom hele oppgaven har jeg benyttet historiske volatiliteter som estimat på fremtidig volatilitet. Implisitt volatilitet fra markedsdata for de ulike aksjeindeksene har ikke vært tilgjengelig for løpetider på tre til fem år. Situasjonen er en annen i kraftmarkedet. Opsjonene som utgjør tilleggsbeløpet er kontrakter som faktisk handles i markedet. Dette gjør at det ikke er noen grunn til å basere beregningene på historisk volatilitet, men heller benytte relevante markedsdata til å beregne volatiliteten. I prospektet til DnB står det ikke hvilke volatiliteter de benytter i analysene sine. Jeg har derfor hentet volatilitetsestimat fra prospektet til Nordea Kraftobligasjon XIII 2007/2010[20]. Denne kraftobligasjonen har de samme kontraktene som underliggende, men produktet ble utstedet to uker etter DnB Nor Kraft 2007/2009. Det antas at dette ikke betyr noe for volatiliteten. Den årlige volatiliteten til de ulike kontraktene, basert på informasjonen i prospektet til Nordea, finnes i tabell 4.6.3. Jeg antar at det er uavhengighet mellom avkastningene til kraft og valuta, selv om en eventuell samvariasjon kan estimeres ut fra historiske data.

**Tabell 4.6.3**

| Kontrakt | Årlig volatilitet | Vol. første år | Vol. andre år | Vol. tredje år |
|---|---|---|---|---|
| ELNOCA08 indeks | 26.0 % | 26.0 % | | |
| ELNOCA09 indeks | 22.5 % | 26.0 % | 18.34 % | |
| ELNOCA10 indeks | 20.0 % | 26.0 % | 18.34 % | 13.69 % |

[20] Prospektet til Nordea Kraftobligasjon XIII finnes på www.strukutrerte-produkter.com

Ettårskontrakten handles til en implisitt årlig volatilitet på 26 %, mens den implisitte volatiliteten til to- og treårskontraktene er henholdsvis 22.5 % og 20 %. Den annualiserte volatiliteten faller med lenger løpetid, noe som er karakteristisk for kraftmarkedet. Kraftprisene har typisk store sesongvariasjoner, men over tid vil prisene bevege seg tilbake mot en likevektspris. Aksjekursens dynamikk modelleres ved en geometrisk brownsk bevegelse (GBB), som forklart i avsnitt 3.1. Spotprisen på kraft kan modelleres ved en tofaktor modell som tar hensyn til sesongvariasjoner og mean reversion, som for eksempel modellen til Lucia og Schwartz (2002). En slik modell er mer kompleks, men gir trolig en mer realistisk simulering av spotprisen på kraft. Siden vi her ser på terminprisen på kraft, forenkler det problemet, og det er rimelig å bruke en GBB modell i simuleringene.

Avkastningen på tilleggsbeløpet avhenger av utviklingen i tre terminkontrakter på kraftprisen. Dersom kraftprisen måles i norske kroner, vil dynamikken til terminprisen på kraft være en martingale under det risikonøytrale sannsynlighetsmålet. I vårt tilfelle er kraftprisen målt i euro, slik at driftsleddet i dynamikken vil være differansen mellom den norske og europeiske renten. Hadde opsjonene isteden hatt spotprisen på kraft som underliggende, ville driftsleddet vært lik den norske renten, og verdien av tilleggsbeløpet ville vært høyere. Kunder som investerer i DnB Nor Kraft 2007/2009 oppnår dermed ikke avkastningen i kraftmarkedet, men avkastningen fra terminkontrakter på kraft. Dette kan sammenlignes med at eiere av aksjeindeksobligasjoner ikke mottar avkastningen fra aksjemarkedet, men avkastningen fra en aksjeindeks der dividenden ikke reinvesteres. Eierne av strukturerte produkter kommer i begge tilfellene dårligere ut enn hvis underliggende hadde vært spotpris eller aksjemarkedsavkastning.

Hvis vi antar at volatiliteten det første året vil være 26 % for alle de tre kontraktene, må volatiliteten det andre året være 18.34 % for at den årlige volatiliteten til toårskontrakten skal bli 22.5 %. På tilsvarende måte må volatiliteten til kraftprisen være 13.69 % det tredje året for at årlig volatilitet over treårsperioden skal bli 20 %, gitt at de ettårige og toårige volatilitetene er henholdsvis 26 % og 22.5 %. For volatilitetsberegningene henvises det til appendiks A.4.

- Implisitt dividenderate

I likhet med Fokus Bank sin oljeobligasjon er det heller ikke her snakk om utbetaling av dividende. Eierfordelen eller convenience yield i markedet kan i prinsippet estimeres ut fra spot- og terminpriser. Siden strøm i liten grad kan lagres, er det rimelig å anta at eierfordelen er null. Dersom en eierfordel eksisterer vil den trolig være svært tidsavhengig og vanskelig å implementere i en simuleringsmodell. I vårt tilfelle ser vi kun på terminkontrakter, og trenger dermed ikke å ta hensyn til en eventuell eierfordel. Den implisitte dividenderaten er da lik rentedifferansen mellom den norske og europeiske renten, som vist i tabell 4.6.4.

**Tabell 4.6.4**

| Underliggend | Dividenderate | Renteforskjel | Implisitt dividenderate |
|---|---|---|---|
| $i$ | $\delta_i$ | $(r - r_i)$ | $\delta$ |
| **Euro/MWh** | 0.00 % | 0.39 % | 0.39 % |

## 4.6.3 Verdsettelse av obligasjonselementet

Hittil har vi sett på hvor mye en hundrelapp investert i de ulike spareproduktene egentlig er verdt, etter at tegningskostnadene er betalt. Overkursen på 5 % gjør at investor betaler inn 105 kroner og er garantert minimum 100 kroner ved forfall. Verdien av å motta 100 kroner om tre år er rundt 87.30 i dag. Her har jeg benyttet en årlig kontinuerlig risikofri rente på 4.26 % og en årlig risikopremie på 0.4 %, basert på at DnB Nor har A+ rating fra S&P. For at markedsverdien av nullkupongobligasjonen skal være sammenlignbar med de andre produktene, må vi justere for overkursen. En kunde som investerer 100 kroner betaler 4.76 kroner i overkurs og er garantert å få tilbake 95.24 kroner ved forfall. På investeringstidspunktet er det garanterte beløpet verdt 83.12.

## 4.6.4 Verdsettelse av opsjonselementene

<u>Metode 1 – Black’76 opsjonsprisingsformel</u>

De tre opsjonene kan verdsettes hver for seg, hvis vi antar verdiadditivitet. Verdien av tilleggsbeløpet er gjennomsnittsverdien av disse tre opsjonene. For enkel hets skyld ser jeg i første omgang bort fra gjennomsnittsberegningen av start- og sluttkurs. Tilleggsbeløpet vil derfor bli marginalt høyere enn viss jeg hadde tatt hensyn til de asiatiske halene. De tre opsjonene kan prises ved å bruke at-the-money Black ’76 formelen for kjøpsopsjoner. Matematisk kan dette formuleres ved ligning 5.1.

$$\sum_{i=1}^{3} \frac{1}{3}\left[ e^{t_i(r_N - r_€)} \cdot e^{-r_N \cdot t_4} \cdot \left\{ N\left(\frac{1}{2}\sigma_i \sqrt{t_i}\right) - N\left(-\frac{1}{2}\sigma_i \sqrt{t_i}\right) \right\} \right] \cdot 1.05 \tag{4.1}$$

Ved å sette inn verdiene fra tabell 4.6.5 under kan vi beregne verdien at tilleggsbeløpet. Opsjonene med ett, to og tre års løpetid er henholdsvis 9.021, 11.375 og 12.532. Verdien av tilleggsbeløpet blir gjennomsnittsverdien av de tre opsjonen, som er 10.976 kroner. Disse verdiene er gitt at pålydende er 100 kroner. For at verdiene skal bli sammenlignbare med de andre produktene må vi justere for overkursen. Ved å investere hundre kroner i spareproduktet, vil du eie et opsjonselement som er verdt 10.453 kr.

**Tabell 4.6.5**

| | | |
|---|---|---|
| $t_1 = 0.899$ | $t_2 = 1.899$ | $t_3 = 2.899$ |
| $t_4 = 2.917$ | $r_N = 4.657\%$ | $r_€ = 4.263\%$ |
| $\sigma_1 = 26\%$ | $\sigma_2 = 22.5\%$ | $\sigma_3 = 20\%$ |

Metode 2 – Monte Carlo simulering

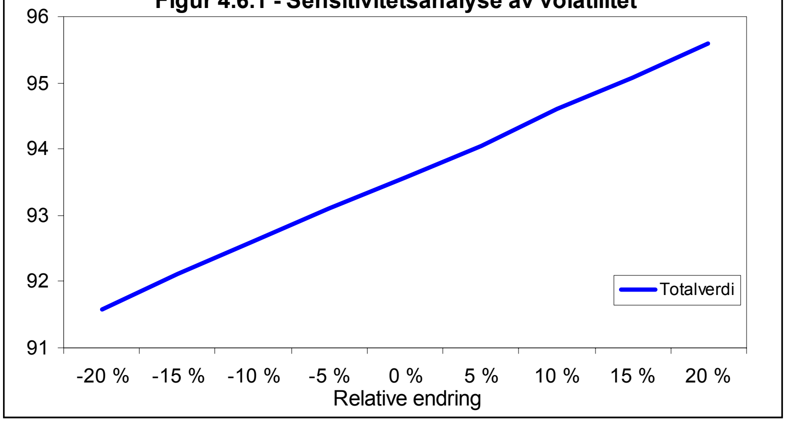
Tilleggsbeløpet kan alternativt verdsettes ved Monte Carlo simulering. I simuleringene er de asiatiske start- og sluttberegninger tatt hensyn til. Den simulerte verdien av tilleggsbeløpet er 10.973 % av pålydende verdi, hvilket er svært nær verdien vi fant fra Black '76 formelen. Etter at vi justerer for overkursen faller verdien av tilleggsbeløpet til 10.451 kroner per hundrelapp investert i spareproduktet.

Den samlede verdien av nullkupongobligasjonen og det garanterte beløpet er 93.57 kroner. Dette innebærer at DnB mottar en tilretteleggingsmargin på 6.43 kroner for hver hundrelapp som investeres. I prospektet er tilretteleggingsmarginen estimert til 2.32. Standardavviket til hver enkelt simulering er 17.63, noe som gir en standardfeilen til prisestimatet på 0.0176 ved en million simuleringer. Vi er således 95 % sikre på at verdien til produktet ligger i intervallet [93.53 , 93.60], gitt at inputvariablene er realistiske. Quasi-Monte Carlo simulering i 20 dimensjoner kan også brukes til å verdsette tilleggsbeløpet. Som vi har sett gir Black '76 og Monte Carlo simuleringen tilnærmet samme verdi. Dette viser at effektene av de asiatiske start- og sluttverdiene er ubetydelige, og at presisjonsforbedringen ved å benytte QMC trolig er minimal. På bakgrunn av dette bruker jeg ikke QMC til å verdsette tilleggsbeløpet i DnB Nor Kraft 2007/2009.

### 4.6.5 Sensitivitetsanalyse

Den sentrale inputvariabelen i DnB Nor 2007/2009 er volatiliteten til kraftprisen. De volatilitetsestimatene jeg har benyttet er hentet fra prospektet til Nordea Kraftobligasjon XIII 2007/2010, som er implisitte volatiliteter fra kontrakter handlet på Nord Pool. Disse estimatene gjenspeiler markedets forventning til fremtid volatilitet, og er trolig mer representative for fremtidig volatilitet enn de historiske. Jeg har likevel sett på hvordan verdien av produktet avhenger av relative endringer i de tre volatilitetene. Figur 4.6.1 viser at verdiendringen er tilnærmet lineær i volatiliteten. Dersom alle tre volatilitetene reduseres med 20 % i forhold til utgangspunktet, faller verdien til 91.60 kroner. En 20 % økning i volatilitet øker verdien til 95.60. Analysen viser at verdien av tilleggsbeløpet er forholdsvis sensitivt i forhold til volatilitetsestimatene. Volatilitetene må øke med hele 40 % i forhold til utgangspunktet for at tilretteleggingsmarginen skal bli 2.32 kroner, som det opplyses om i prospektet. Dette virker urealistisk med tanke på at jeg har benyttet implisitt volatilitet fra kontrakter handlet på Nord Pool i mine analyser.

Figur 4.6.1 - Sensitivitetsanalyse av volatilitet



## 4.7 Drøfting av resultatene

Hovedformålet med dette kapitlet var å beregne verdien av seks ulike strukturerte spareprodukt, etter at tegningskostnadene er betalt. I hvert av de seks tilfellene har jeg sett på hvor mye en hundrelapp investert i et av produktene egentlig er verdt. Differansen mellom investert beløp (etter tegningskostnader) og verdien av produktet, er et tilretteleggingsgebyr som går til utsteder. Tabell 4.6.1 oppsummerer resultatene fra analysene i dette kapitlet.

Analysene mine viser at alle de seks produktene har lavere verdi enn 100 kroner. Betyr dette at garanterte spareprodukt er dårlige investeringsalternativer? Noen vil kanskje hevde det, men på generelt grunnlag kan vi ikke si det. Det flere faktorer som spiller inn her. Investor må selv gjøre egne vurderinger om det finnes andre spareprodukter i markedet der gebyrene er lavere og samtidig har en risiko- og oppsideprofil som passer med investors preferanser.

| **Tabell 4.6.1** | **Storebrand** | **Orkla** | **Fokus** | **Acta** | **Nordea** | **DnB** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Estimert verdi obligasjon | 84.40 | 77.44 | 92.62 | 85.77 | 80.11 | 83.12 |
| Estimert verdi tilleggsbeløp | 11.42 | 18.66 | 4.56 | 6.25 | 14.14 | 10.45 |
| **Verdi av produktet** | **95.82** | **96.10** | **97.18** | **92.02** | **94.25** | **93.57** |
| Estimert produktverdi i prospekt | 96.85 | 95.73 | 99.00 | 96.60 | 97.00 | 97.67 |
| **Under/overestimering av margin** | **1.03** | **-0.37** | **1.82** | **4.58** | **2.75** | **4.10** |
| Emisjonsvolum i mill kr. | n/a | n/a | 45 | 425 | 10.2 | n/a |

Det som kanskje er mest interessant med analysene er forskjellen i estimert verdi fra mine analyser sammenlignet med den verdien som det opplyses om i prospektene. For fem av de seks produktene er mine estimat på tilretteleggingsgebyrene høyere enn det som det opplyses om i de respektive prospektene. Med et så lite datagrunnlag kan dette skyldes tilfeldigheter. Likevel støtter dette antakelsen om at bankene benytter litt for optimistiske anslag på volatiliteter og andre inputvariabler, slik at produktene kan fremstå som mer attraktive enn de faktisk er. Bankene har ikke plikt til å opplyse om verken hvilke modeller, estimater eller forutsetninger som er brukt. Samtidig er det svært få investorer som gjennomfører verdsettelsen på egenhånd. Mine analyser viser at Acta Japansk Eiendom har et tilretteleggingsgebyr som er hele 4.60 kroner høyere enn i prospektet. Dette må skyldes trolig at estimatene våre baseres på svært ulike inputverdier. For alle de seks produktene har jeg gjennomført sensitivitetsanalyser på de sentrale inputvariablene. I noen tilfeller vil moderate endringer i inputvariablene gi betydelige verdiendringer. Andre ganger må det større endringer til for at verdien endres av vesentlig grad. Analysene viser også at det er stor grad av usikkerhet knyttet til verdsettelsen av strukturerte spareprodukt.

Tilretteleggingsgebyrene varierer fra 2.8 % til 8.0 %. Produktet fra Acta kommer dårligst ut, og har også de høyeste tegningsgebyrene. Samlet sett må kunden ut med cirka 13 % i gebyrer hvis du investerer i Acta Japansk Eiendom. Dette viser at produktet er dyrt, spesielt med tanke på at en svært stor andel av beløpet er bankinnskudd. Alt i alt tyder analysene på at produktene har høyere gebyr enn det som fremgår av prospektene. Det er også betydelige forskjeller mellom de ulike aktørene og produktene. Personlig mener jeg at kundene betaler for mye i gebyr for strukturerte produkt sammenlignet med andre investeringsalternativer.

Tabellen over viser også at der er store forskjeller i emisjonsvolum til de ulike produktene. Jeg har kun fått opplyst emisjonsvolumet fra tre av de seks tilbyderne. Acta ville ikke oppgi det nøyaktige volumet, men sa at det samlede salget av de fire produktene i Japanske Eiendom serien var 1.7 milliarder. Gitt at de er noenlunde jevnstore, var emisjonsvolumet hele 425 millioner kroner.

I analysene mine har jeg har benyttet dividenderaten siste år fra Datastream som estimat på fremtidig dividenderate. I hvilken grad dette er det beste estimatet er vanskelig å si. Den sterke oppgangen i det globale aksjemarkedet de siste årene gjør at dette estimatet kanskje er noe høyere enn hva vi kan forvente de neste fire årene. Likevel er historiske dividenderater[21] fra 1900 – 2003 er gjennomgående høyere enn dividenderatene jeg benytter i mine analyser. I mangel på andre estimat på dividenderaten til de underliggende indeksene, velger jeg likevel å bruke tallene fra Datastream.

[21] *Global Investments Returns Yearbook 2004* av Dimeson, Marsh og Staunton

# 5. Analyse av avkastning på strukturerte produkt

Vi kan dele opp forventet avkastning i aksjemarkedet som risikofri rente pluss en risikopremie. Risikoaverse investorer vil kreve en positiv risikopremie for å investere i risikable aktiva. Forventet avkastning på et strukturert spareprodukt avhenger av estimatet på risikopremiene til de underliggende indeksene. I aksjemarkedet bruker jeg historiske risikopremier basert på forskningen til Dimeson, Marsh og Staunton publisert i boka *"Triumph of the optimists; 101 years of global investment returns"* fra 2002. I kapittel 13 i boka drøftes hva som er fornuftige estimat på fremtidige risikopremier. Forfatterne mener at de fremtidige risikopremiene bør være lavere enn de historiske. I dag er den politiske risikoen lavere, handelsbarrierer er fjernet og vi har i løpet av den siste hundreårsperioden sett en reprising av aksjemarkedet som ikke er sannsynlig at vil gjenta seg. Jeg velger likevel, i likhet med analysen til Koekebakker og Zakamouline (2006), å benytte forholdsvis høye estimater på risikopremiene for å kunne konkludere i forhold til forventet avkastning på de analyserte produktene.

## 5.1 Generelt om sannsynligheter og risikopremier

Risikonøytral verdsettelse er en av hjørnesteinene i moderne opsjonsprising. Loven om en pris sikrer oss at opsjoner prises slik at det i et perfekt marked ikke vil oppstå arbitrasje. En kontinuerlig rebalansert portefølje bestående av en lang posisjon i en opsjon og en kort posisjon i en syntetisk opsjon er uten risiko, og må gi en avkastning som er lik risikofri rente. I avsnitt 3.1 så vi at driftsleddet i dynamikken til aksjekursen er gitt ved $r-\delta$. Dette er under det ekvivalente martingalmålet, eller risikonøytrale sannsynlighetsmålet, Q. Ved forfall kan vi diskontere verdien med risikofri rente tilbake til verdsettelsestidspunktet. Verdsettelse av opsjoner er uavhengig av investors risikopreferanse og aksjens forventede risikopremie.

Når vi skal beregne sannsynlighetsfordelingen til opsjonens avkastning kan vi ikke lenger benytte prinsippet om risikonøytralitet. Avkastningsfordelingen til en opsjon avhenger av forventet avkastning på underliggende aksjeindeks, og er gitt ved risikofri rente pluss en risikopremie. Sannsynlighetsmålet er ikke lenger det ekvivalente martingalmål Q, men det subjektive sannsynlighetsmålet P. Sannsynlighetene tar hensyn til at markedet priser inn en risikopremie. Dette innebærer at driftsleddet i dynamikken til aksjekursen er $r+\lambda-\delta$, hvor

$\lambda$ er risikopremie. Denne risikopremien estimeres hovedsakelig basert på historiske data. I de fleste tilfeller vil forventet avkastning på garanterte spareprodukt øke med høyere risikopremier på de underliggende indeksene.

## 5.2 Forventet avkastning fra de ulike produktene

### 5.2.1 Storebrand Spread Aksjeindeksobligasjon 2006 – 2010

Den geometriske risikopremien for Europa samlet er ikke beregnet i boka til Dimeson et. al. Et veid snitt av 10 vesteuropeiske land gir i følge Koekebakker og Zakamouline (2006) en geometrisk risikopremie på 5.3 % for perioden 1900 – 2001. Tilsvarende tall for USA er 5.8 %. I min analyse av dette produktet vil jeg benytte en risikopremie på 5.3 % i begge markedene. Hvis jeg hadde benyttet 5.8 % på Russell ville forventet avkastning på produktet blitt lavere. Dette reflekterer at det er forskjellen i risikopremien til indeksene og ikke risikopremien i seg selv som er avgjørende for denne spread opsjonen.

Avkastningsanalysen min vil vurdere forventet avkastning i tre tilfeller; egenkapitalfinansiering med og uten tegningskostnader og lånefinansiering med maksimale tegningskostnader. Her vil jeg benytte den fireårige volatiliteten fra kapittel 4. Denne er etter min mening noe høy, men benyttes likevel her for å kunne konkludere. De andre inputverdiene er de samme som i kapittel 4. Alle avkastninger fra de strukturerte produktene rapporteres som diskrete årlige avkastninger.

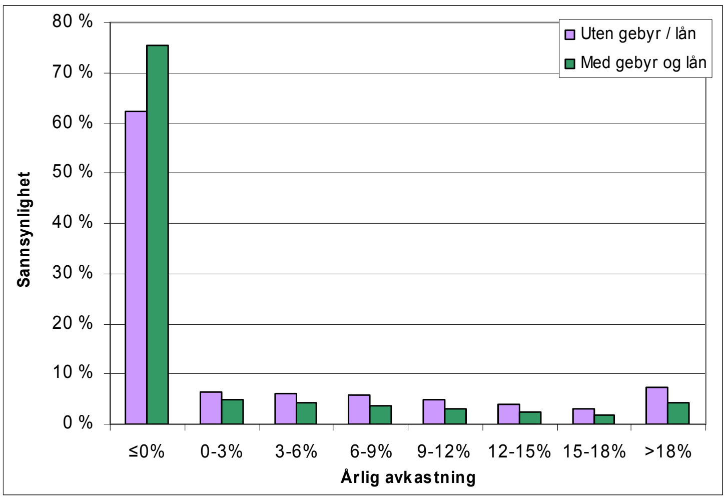
Tabell 5.2.1 viser forventet avkastningsfordeling ved en million simuleringer. Ved egenkapitalfinansiering er forventet årlig avkastning ca 5.1 % eksklusive tegningsgebyr, og det er 62 % sannsynlighet for at du ender opp uten avkastning. Sannsynligheten for ingen avkastning er uavhengig av avkastningsfaktoren og øker med høyere volatilitet. Den forventet aritmetiske risikopremien ut over risikofri rente er omtrent 1.2 %. Tar vi hensyn til et tegningsgebyr på 4.25 % er forventet årlig avkastning 4.2 %, noe som er rundt 0.4 % høyere enn risikofri rente. Selv om produktet har forholdsvis lav forventet avkastning, kan investor likevel være heldig. Den høyeste realiserte årlige avkastningen ved en million simuleringer var hele 80 %. Ved egenkapitalfinansiering og uten å ta hensyn til tegningskostnader er det rundt tretti prosent sannsynlighet for at vi oppnår en avkastning som er høyere enn risikofri rente.

**Tabell 5.2.1**

| Årlig avkastning | Uten gebyr / lån | Med gebyr | Med gebyr og lån |
|---|---|---|---|
| ≤ 0% | 62.2 % | 64.4 % | 75.3 % |
| 0 - 3% | 6.5 % | 6.3 % | 4.8 % |
| 3 - 6% | 6.2 % | 6.0 % | 4.3 % |
| 6 - 9% | 5.7 % | 5.3 % | 3.7 % |
| 9 - 12% | 4.9 % | 4.6 % | 3.1 % |
| 12 - 15% | 4.0 % | 3.8 % | 2.5 % |
| 15 - 18% | 3.2 % | 2.9 % | 1.9 % |
| > 18% | 7.3 % | 6.7 % | 4.4 % |
| Forventet avkastning | 22.0 % | 17.8 % | -5.3 % |
| **Forventet årlig avkastning** | **5.09 %** | **4.17 %** | **-1.34 %** |
| Sanns for bedre enn risikofri | 29.44 % | 27.51 % | 18.51 % |

Investor kan lånefinansiere produktet til en årlig effektiv rente på 5.3 %. Vi så i forrige kapittel at omtrent 84 % av produktets verdi er bankinnskudd. Du låner således penger for så å plassere en stor del i et risikofritt bankinnskudd. Siden utlånsrenten er ca 1.4 % høyere enn risikofri rente må dette kompenseres ved en høy avkastning fra opsjonselementet. Effekten av full lånefinansiering og høyeste tegningsgebyr er at kunden må ha en avkastning på 27.2 % i løpet av perioden for ikke å tape penger. Mine beregninger viser at ved lånefinansiering er det 75 % sannsynlighet for å ende opp med negativ avkastning. Den forventede årlige avkastningen er -1.34 % per år, og investor har under 19 % sannsynlighet for å oppnå bedre avkastning enn risikofri plassering. Avkastningsfordelingen er illustrert i figur 5.2.1

**Figur 5.2.1**



## 5.2.2 Orkla Finans Absolutt Europa II 2007 - 2012

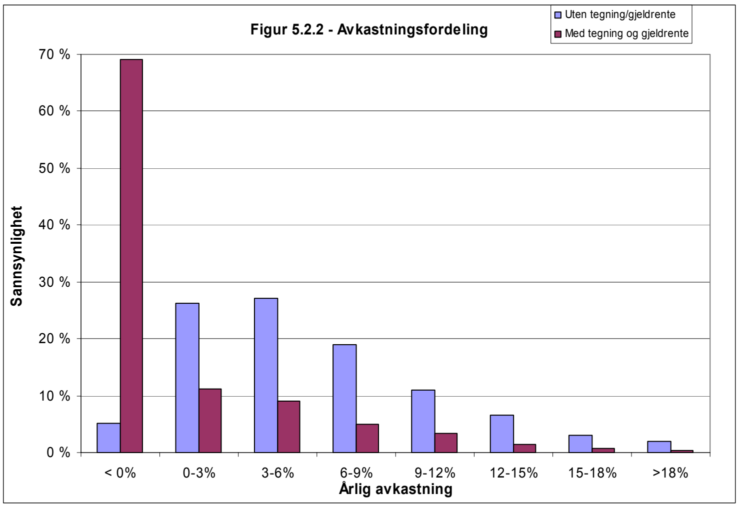
Dette produktet har i likhet med Storebrand Spread DJES 50 som underliggende indeks. Jeg benytter også her en årlig geometrisk risikopremie på 5.3 %. Andre inputvariabler er de samme som jeg brukte i verdsettelsen i kapittel 4. Tabell 5.3.1 illustrerer avkastningsfordelingen i tre ulike tilfeller, egenkapitalfinansiering med og uten tegningskostnader og lånefinansiering med de høyeste tegningskostnadene.

**Tabell 5.2.2**

| Årlig avkastning | Uten gebyr / lån | Med gebyr | Med gebyr og lån |
|---:|:---:|:---:|:---:|
| ≤ 0 % | 5.1 % | 11.5 % | 69.1 % |
| 0 - 3 % | 26.2 % | 28.3 % | 11.2 % |
| 3 - 6 % | 27.2 % | 24.1 % | 9.0 % |
| 6 - 9 % | 19.0 % | 16.1 % | 4.9 % |
| 9 - 12 % | 11.1 % | 10.3 % | 3.4 % |
| 12 - 15 % | 6.6 % | 5.5 % | 1.4 % |
| 15 - 18 % | 3.0 % | 2.7 % | 0.7 % |
| > 18 % | 1.9 % | 1.4 % | 0.3 % |
| Forventet avkastning | 36.0 % | 31.1 % | -7.6 % |
| **Forventet årlig avkastning** | **6.36 %** | **5.57 %** | **-1.58 %** |
| Sanns for bedre enn risikofri | 52.25 % | 45.59 % | 14.38 % |

Avkastningsfordelingen er basert på 200 000 simuleringer i hver av de tre tilfellene. Ved egenkapitalfinansiering (uten tegningsgebyr) er det rundt 5 % sannsynlighet for at vi ikke oppnår positiv avkastning. Dette skjer i de tilfellene der både put og call opsjonen er verdiløse ved forfall. Indeksen kan da ende med positiv avkastning, men har i løpet av de siste to årene av løpetiden svinget rundt startverdien, slik at gjennomsnittsverdien er lavere enn startverdien. Alternativt kan indeksen ende med negativ avkastning samtidig som put opsjonen er slått ut. Da kan altså både put og call opsjonene gi null i avkastning. Prospektet beregner sannsynligheten for ingen avkastning til 4.2 %. Forventet avkastning ved egenkapitalfinansiering er ca 6.4 %, tilsvarende en årlig aritmetisk risikopremie på 1.8 % over risikofri rente. Sannsynligheten for å oppnå en høyere avkastning enn risikofri rente er 52 %. Det er videre 95 % sannsynlighet for at avkastningen er mellom 0 og 15 % årlig. Orkla har estimert dette intervallet til å være er mellom 0 og 18.3 %. Den høyeste realiserte årlige avkastningen i løpet av en million simuleringer var 31 %. Tar vi hensyn til et tegningsgebyr på 5 % er forventet årlig avkastning ca 5.6 %.

Ved lånefinansiering betaler kunden 6.77 % i årlig effektiv rente og minste lånebeløp er 200 000 kroner. I dette tilfellet vil investor lånefinansiere et produkt som er omtrent 77 % bankinnskudd, der utsteder tar en rentemargin på 2.2 %. Ved full lånefinansiering og høyeste tegningsgebyr må kunden oppnå hele 43.8 % avkastning i løpet av perioden for å unngå negativ nettoavkastning. Lånefinansiering endrer avkastningsfordelingen til produktet dramatisk. Sannsynligheten for negativ avkastning blir nå 69 % og det over 85 % sannsynlighet for at vi oppnår dårligere avkastning en risikofri plassering. Årlig forventet avkastning er -1.6 %. Avkastningsfordelingen med og uten lånefinansiering er illustrert i figur




5.2.2 under.

Dersom vi sammenligner avkastningsfordelingen til dette produktet med produktet til Storebrand, ser vi fort at dette ikke er homogene produkter. Storebrand sitt produkt har 62 % sjanse for å gi ingen avkastning, mens det bare er 5 % sannsynlighet for at det skal skje med Orkla Finans Absolutt. Likevel har begge en forventet avkastning som ligger rundt 1 - 2 % over risikofri rente. Høyeste årlige realiserte avkastning til Storebrand Spread er over dobbel så høy som for Orkla Finans sitt produkt. Effekten av lånefinansiering er at begge de garanterte produktene gir negativ forventet avkastning. Orkla Absolutt hadde høyest forventet avkastning ved egenkapitalfinansiering, men på grunn av den høye rentemarginen på utlån har den lavest forventet avkastning ved lånefinansiering. Konklusjonen er at begge har garanti for investert beløp, men produktene har svært ulike avkastnings- og risikoprofiler.

### 5.2.3 Acta Japansk Eiendom 2007 – 2010

Den geometriske risikopremien for Japan er i følge Dimeson, Marsh og Staunton 6.4 % i perioden 1900 – 2001. Jeg bruker dette som et estimat på fremtidig meravkastning ut over risikofri rente for den japanske eiendomsindeksen. Noen vil kanskje hevde at denne risikopremien er litt høy, og at risikopremien i Japan i dag bør være lik den i Europa eller USA. Jeg benytter likevel de historiske tallene for å være sikrere på å konkludere i forhold til forventet avkastning på produktet. De øvrige variablene er som i kapittel 4.

Sannsynlighetsfordelingen til avkastningen er illustrert i tabell 5.2.3. Fordelingene beregnes på samme måten som tidligere, og er bygd opp ut fra en million simuleringer.

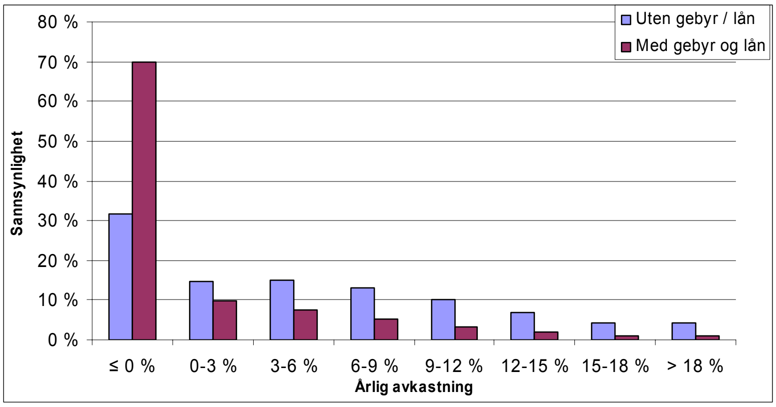
**Tabell 5.2.3**

| **Årlig avkastning** | **Uten gebyr / lån** | **Med gebyr** | **Med gebyr og lån** |
|---:|:---:|:---:|:---:|
| ≤ 0 % | 31.6 % | 39.5 % | 69.9 % |
| 0 - 3 % | 14.9 % | 14.7 % | 9.9 % |
| 3 - 6 % | 15.0 % | 13.9 % | 7.6 % |
| 6 - 9 % | 13.1 % | 11.5 % | 5.2 % |
| 9 - 12 % | 10.0 % | 8.4 % | 3.3 % |
| 12 - 15 % | 6.9 % | 5.5 % | 2.0 % |
| 15 - 18 % | 4.2 % | 3.3 % | 1.1 % |
| > 18 % | 4.4 % | 3.3 % | 1.0 % |
| Forventet avkastning | 18.5 % | 13.6 % | -7.0 % |
| **Forventet årlig avkastning** | **5.83 %** | **4.33 %** | **-2.40 %** |
| Sanns for bedre enn risikofri | 45.30 % | 38.02 % | 15.73 % |

Forventet avkastning ved egenkapitalfinansiering (uten tegningsgebyr) er ca 5.8 %, eller omtrent 1.2 % høyere enn risikofri rente. Det er 32 % sannsynlighet for at du kun får utbetalt det garanterte beløpet. Tilsvarende tall fra prospektet til Acta er 33 %. Tabellen viser at det er rundt 45 prosent sannsynlighet for å oppnå høyere avkastning enn risikofri rente. Samtidig er det over 95 % sannsynlighet for at avkastningen er under 18 %. Acta beregner 95 % sannsynlighetsintervallet til å ligge mellom 0 og 21.7 %. Tar vi med et tegningsgebyr på 5 % er forventet avkastning 4.3 %, som er marginalt lavere enn risikofri rente. Den høyeste årlige avkastningen ved en million simuleringer ble 46 %, hvis tegningskostnadene ikke tas med.

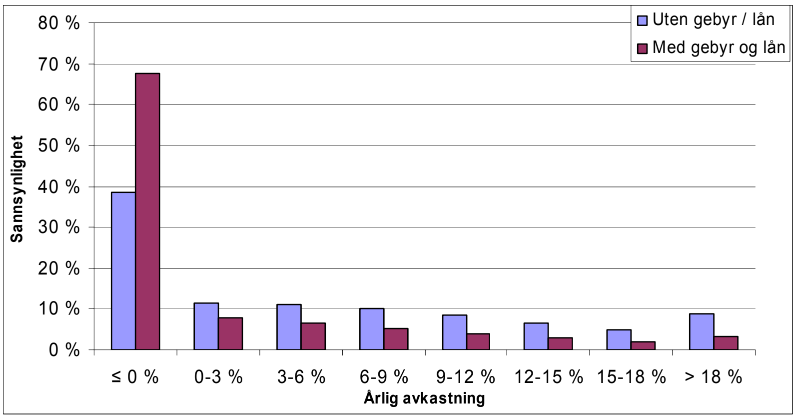
Acta tilbyr i følge prospektet 100 % lånefinansiering til en effektiv rente på 6.45 % dersom investor låner 250 000 kroner eller mer. Lånefinansiering har også her en betydelig effekt på forventet avkastning. Ved full lånefinansiering og maksimalt tegningsgebyr må produktet gi en avkastning på minst 25.6 % i perioden for at investor skal komme ut med mer enn han investerte. Videre er det 70 % sannsynlighet for at avkastningen ikke dekker tegningsgebyr og lånekostnader. Forventet avkastning er -2.4 % per år, hvilket er overraskende lavt. En forklaring er at den årlige utlånsrenten til Acta er 1.8 % høyere enn risikofri rente. Siden opsjonselementet kun utgjør 6 - 7 % av investert beløp, må opsjonsavkastningen være svært høy for å kompensere for høye tegnings- og lånekostnader. Avkastningsfordelingen er illustrert i figur 5.2.3a.

**Figur 5.2.3a**




I avsnitt 4.4.2 nevnte jeg at volatiliteten til TSEREIT indeksen har økt de siste årene. Derfor har jeg også beregnet forventet avkastning basert på volatiliteten siste år, 18.45 %. Forventet årlig avkastning blir 6.7 % ved egenkapitalfinansiering uten tegningskostnader, og -1.4 % med 5 % tegningsgebyr og full lånefinansiering. Sannsynligheten for ingen avkastning øker til 39 %, noe som er litt høyere enn i prospektet. Vi får også flere utfall med relativ høy årlig avkastning. Acta opererer trolig med en risikopremie som er høyere en hva jeg har antatt. Avkastningsfordelingen med en årlig volatilitet på 18.45 % er illustrert i figur 5.2.3b.

**Figur 5.2.3b**



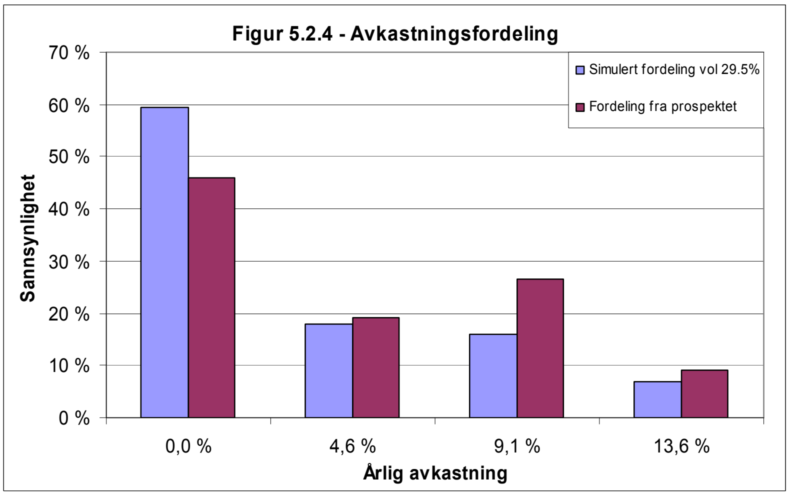
### 5.2.4 Fokus Bank Råvareindeksobligasjon 2007 – 2008

Avkastningen til oljeobligasjonen avhenger av risikopremien på oljeprisen WTI. Det er langt fra opplagt hvilken risikopremie som bør benyttes. Oljeprisen lå i mange år stabilt rundt 20-30 dollar per fat, men i de to siste årene har oljeprisen økt betydelig og ligger nå på rundt 65 dollar fatet. Som utgangspunkt vil jeg sette risikopremien til null. Jeg bruker estimatet fra kapittel 4 på 29.5 % som årlig volatilitet til oljeprisen. Avkastningen på produktet har kun fire mulige utfall, det vil si en avkastning på 0 %, 7 %, 14 % eller 21 %. Tabell 5.5.1 viser sannsynlighetsfordelingen til den *årlige* avkastningen. Denne tabellen inkluderer også estimatet ved en årlig volatilitet på 25.5 % og verdiene fra prospektet.

| **Tabell 5.2.4** | | | |
|---|---|---|---|
| **Årlig avkastning** | **Vol 29.5 %** | **Vol 25.5 %** | **Prospektet** |
| 0.00 % | 59.4 % | 46.5 % | 45.9 % |
| 4.61 % | 17.9 % | 19.2 % | 19.2 % |
| 9.13 % | 15.9 % | 20.8 % | 26.5 % |
| 13.55 % | 6.8 % | 13.5 % | 9.2 % |
| **Forventet avkastning** | **3.20 %** | **4.61 %** | **4.55 %** |

Med en volatilitet på 29.5 % er det 59 % sannsynlighet for at avkastningen blir null. Forventet avkastning er 3.2 prosent per år, noe som er langt under den risikofrie renten i perioden på 4.93 %. Heller ikke den maksimale oppsiden er spesielt forlokkende. Hvis oljeprisen holder seg innenfor det smaleste prisbåndet oppnår investor en årlig avkastning på 13.6 %, noe som skjer i kun 7 % av tilfellene. Tabellen viser også avkastningsfordelingen ved en årlig volatilitet på 25.5 %. Dette gir en forventet årlig avkastning på 4.6 %, som er omtrent samme forventet verdi som i prospektet. Merk her at forventet avkastning fra *prospektet* er lavere enn risikofri rente! Dette er før tegningskostnader på opp til 2 %. Hvis tegningskostnadene inkluderes må volatiliteten være under 22.8 % for at produktet skal tilby en forventet avkastning som er høyere enn risikofri rente. Fokus Bank tilbyr ikke lånefinansiering av dette produktet.

Jeg har også gjennomført avkastningssimuleringene med en årlig geometrisk risikopremie på 2 % og 4 %. Dette gjør det mer sannsynlig at de øvre prisbåndene brytes, men reduserer sannsynligheten for at oljeprisen bryter de nedre prisbåndene. Effekten av å inkludere en risikopremie er en helt marginal *reduksjon* av forventet avkastning. Avkastningsfordelingen, uten risikopremie, er illustrert i figur 4.5.1.




Dette produktet er spesielt utsatt for makroøkonomisk- og politisk risiko. En kald vinter kan gi en betydelig økning i oljeprisen. Oljetilbudet er i stor grad styrt av OPEC kartellet. Sannsynligheten for krig eller uroligheter i Midtøsten er også en viktig driver av oljeprisen. Den historiske volatiliteten er i stor grad påvirket av disse faktorene. I prospektet argumenteres det for at det er bedre disiplin innad i OPEC og balansen mellom tilbud og etterspørsel er bedre nå enn tidligere. Dette er argumenter som taler for at den forventede volatiliteten de neste 18 månedene bør være lavere enn volatiliteten de siste årene. På den annen side er sannsynligheten for terror og krig i Midtøsten trolig like stor nå som før. Fokuset på klimaendringer er også større, og vil kunne påvirke oljeprisen, selv om dette nok har størst betydning på litt lenger sikt. Alt i alt finnes det argument på begge sider i forhold til om oljeprisen vil være mer eller mindre volatil de neste 18 månedene enn tidligere perioder.

Konklusjonen er at dersom investor mener at oljeprisen vil være svært lite volatil de neste 18 månedene kan produktet være aktuelt. Likevel er det mange usikre faktorer som påvirker oljeprisen. Når utsteder estimerer forventet avkastning til å være lavere enn risikofri rente er det all grunn til å være skeptisk til dette produktet. En investor som kjøper dette produktet ut fra samme forventning om fremtidig volatilitet som utsteder, vil ha betalingsvilje for å ta risiko. Trolig er det få investorer som har slike risikopreferanser. Det er trolig også få investorer som kan bruke et slikt produkt som sikringsinstrument. Vanligvis er investorer eller aktører i oljebransjen eksponert mot oljeprisbevegelser i en bestemt retning, ikke oljeprisvolatiliteten i seg selv, slik som dette produktet eksponeres mot.

## 5.2.5 Nordea Lock-in Basket 2006 – 2010

Jeg benytter samme geometrisk risikopremie på Dow Jones Euro Stoxx som før, altså 5.3 % per år. I avsnitt 5.2.3 så vi at den historiske geometriske risikopremien for Japan var 6.4 %, og dette brukes som estimat på risikopremie for Topix. For den kinesiske Hang Seng og BRIC indeksene har vi ingen historiske risikopremier. Risiko og økonomisk vekst er ofte høyere for slike "emerging markets" enn i andre markeder. I denne analysen benytter jeg en geometrisk risikopremie på 7 % for Hang Seng og BRIC.

Tabell 5.2.5 viser risikofri rente, dividende og forventet geometrisk avkastning til hver av indeksene. BRIC indeksen består av aksjer fra fire land. Jeg bruker samme risikopremie i de fire landene, men rentene er naturlig nok ulike. Vektene til hvert land finnes i faktaarket[22].

**Tabell 5.2.5**

| **Indeks** | **Risikofrie rente** | **Dividende** | **Risikopremie** | **Vekt i indeks** | **Forventet kursstigning** |
|---|---|---|---|---|---|
| DJ Euro Stoxx | 3.66% | 3.03% | 5.30% | | **5.93%** |
| Topix | 1.22% | 0.99% | 6.40% | | **6.63%** |
| Hang Seng | 3.84% | 1.39% | 7.00% | | **9.45%** |
| BRIC | 4.99% | 1.00% | 7.00% | | **10.99%** |
| *Brasil* | *5.29%* | | *7.00%* | *19.5%* | |
| *Russland* | *5.70%* | | *7.00%* | *31.8%* | |
| *India* | *7.15%* | | *7.00%* | *8.5%* | |
| *Kina* | *3.84%* | | *7.00%* | *40.2%* | |

Ut fra disse estimatene kan vi beregne den forventede sannsynlighetsfordelingen, som vist i tabell 5.2.6. Forventet årlig avkastning for Nordea Lock-in er 5.9 %, noe som er omtrent 1.9 % over risikofri rente. I rundt 20 % av tilfellene vil kunden få mindre igjen enn det investerte beløpet, og sannsynligheten for å oppnå høyere avkastning enn risikofri rente er 52 %. For en investor som må betale 4 % i tegningsgebyr er forventet avkastning 5.1 % per år, rundt en prosent høyere enn effektiv rente på statsobligasjoner. Den høyeste realiserte årlige avkastningen basert på en million simuleringer var 37 %.

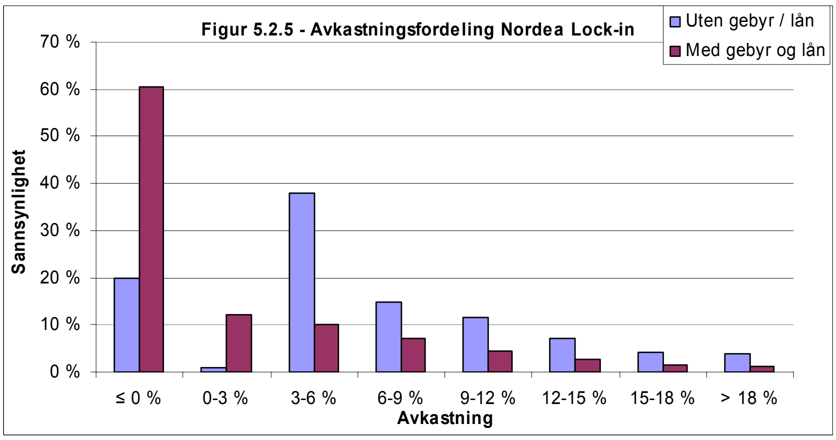
Nordea tilbyr å lånefinansiere hele investeringen til en effektiv rente på 5.5 % p.a., hvilket er omtrent 1.4 % høyere enn risikofri rente. Ikke overraskende har dette mye å si for

[22] Fakta arket finnes på: http://www2.standardandpoors.com/spf/pdf/index/BRIC_factsheet.pdf

fordelingen til forventet avkastning, siden kunden må oppnå en avkastning på 27.9 % i perioden for å dekke tegningsgebyret og lånerentene. Forventet årlig avkastning med høyeste tegningsgebyr og full lånefinansiering er -0.5 % per år. Tabellen viser at det er omtrent 60 % sannsynlighet for at kunden vil oppnå en negativ avkastning etter at gebyr og renter er betalt, og kun 23 % sannsynlighet for at verdipapiret vil gi bedre avkastning enn risikofri plassering.

| **Tabell 5.2.6** | **Uten gebyr / lån** | **Med gebyr** | **Med gebyr og lån** |
|---|---|---|---|
| ≤ 0 % | 19.9 % | 20.7% | 60.5 % |
| 0 - 3 % | 1.0 % | 26.6% | 12.3 % |
| 3 - 6 % | 37.9 % | 15.8% | 10.2 % |
| 6 - 9 % | 14.7 % | 13.6% | 7.1 % |
| 9 - 12 % | 11.4 % | 10.2% | 4.5 % |
| 12 - 15 % | 7.3 % | 6.3% | 2.7 % |
| 15 - 18 % | 4.1 % | 3.6% | 1.5 % |
| > 18 % | 3.8 % | 3.2% | 1.2 % |
| Forventet avkastning | 26.0 % | 22.0 % | -1.9 % |
| **Forventet årlig avkastning** | **5.94%** | **5.09 %** | **-0.48%** |
| Sanns for bedre enn risikofri | 51.93% | 47.15% | 23.49% |

Figur 5.2.5 illustrerer avkastningsfordelingen med og uten lånefinansiering. Ved egenkapitalfinansiering er det lite sannsynlig at avkastningen blir mellom 0 og 3 % årlig. Det er to grunner til det. For det første er garantien kapitalgarantien 95 % mot vanligvis 100 %. Dette gjør at det blir flere utfall i første søyle. Samtidig har produktet et lock-in element som gjør at mange av utfallene vil gi en årlig avkastning på 3.56 %, altså i søyle 3. Med lånefinansiering skjer det samme her som med de andre produktene; hele fordelingen blir skjøvet mot venstre og den forventede avkastningen blir negativ.



### 5.2.6 DnB Nor Kraft 2007/2009

Avkastningen til kraftobligasjonen avhenger blant annet av hvilken risikopremie en investor i kraftmarkedet kan forvente å oppnå over tid. Ut fra kapitalverdimodellen (CAPM) vil risikopremien trolig være nær null. Kraftprisen i Norge avhenger av tilbud og etterspørsel etter kraft. Den viktigste faktoren på tilbudssiden er fyllingsgraden i vannmagasinene, som igjen bestemmes av nedbørsmengden over en viss tidsperiode. Det er rimelig å anta at nedbørsmengden er ukorrelert med avkastningen på ulike investeringsalternativer. Det kan argumenteres at etterspørselen etter kraft er høyere i økonomiske oppgangstider enn i nedgangstider, noe som kan gi en svak positiv korrelasjon mellom avkastningen i aksjemarkedet og strømforbruket. Likevel er trolig denne effekten liten. Alt i alt antar jeg at samvariasjonen mellom endringen i kraftprisen og avkastningen i aksjemarkedet er svært lav, som igjen gir en lav forventet risikopremie ut fra porteføljeperspektivet i CAPM. En annen metode for estimering av risikopremien i kraftmarkedet bygger på hvilke aktører som dominerer i markedet. Bernseter (2003) skriver at en overvekt av risikoaverse produsenter i markedet vil gi en positiv risikopremie. Hvis etterspørselssiden er den mest risikoaverse, vil markedet ha en negativ risikopremie. I tillegg vil det finnes spekulanter på begge sider i markedet, noe som også påvirker risikopremien. Både Fridthjof Ollmar (2004) og Kristian Bernseter (2003) konkluderer med en negativ risikopremie i kraftmarkedet på kort sikt, mens sistnevnte antyder at det trolig er en svak positiv risikopremie på lang sikt.

I prospektet til dette verdipapiret opplyses det ikke hvilken risikopremie som er benyttet. Et halvt år senere utsteder DnB Nor en Warrant[23], med kraftprisen som underliggende. Her opplyses det at DnB antar en risikopremie i kraftmarkedet på 2 %. Dette virker ikke direkte urimelig. I de videre analysene benyttes denne risikopremien, selv om den kanskje er noe høy ut fra argumentene som er fremsatt i dette avsnittet.

Sannsynlighetsfordelingen til avkastningen er beregnet på samme måte som tidligere, gitt ved tabell 5.2.7. Hvis vi ser bort fra tegningskostnader vil avkastningen i verste fall bli -5 % av pålydende på grunn av overkursen. Mine simuleringer viser at sannsynligheten for at dette skjer er 26.5 %. Tilsvarende sannsynlighet er estimert til 19.1 % i prospektet. Den

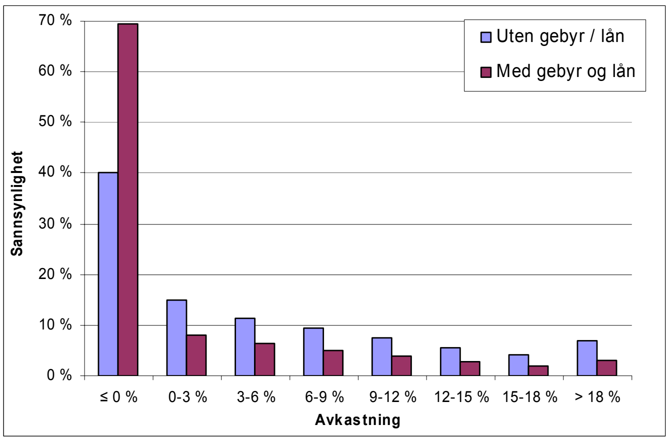
[23] Prospektet til DnB Nor Warrant Kraft II 2007/2009 finnes på dnb.no. Se avsnitt 7.1 for en kort diskusjon rundt Warrants.

forventede årlige avkastningen til kraftobligasjonen er 5.22 %, som er omtrent 0.9 % høyere enn risikofri rente. Det er 40 % sannsynlighet for at kraftobligasjonen gir bedre avkastning enn risikofri rente, men det er like sannsynlig at kunden vil sitte igjen med nullavkastning på sin investering. For en kunde som betaler de høyeste tegningskostnadene, er forventet avkastning på spareproduktet 4.27 % per år, noe som er marginalt lavere enn risikofri rente. Den høyeste årlige avkastningen ved en million simuleringer ble 72 %.

| **Årlig avkastning** | **Uten gebyr / lån** | **Med gebyr** | **Med gebyr og lån** |
|---|---|---|---|
| ≤ 0 % | 40.0 % | 45.8 % | 69.3 % |
| 0 - 3 % | 15.0 % | 13.1 % | 7.9 % |
| 3 - 6 % | 11.4 % | 10.6 % | 6.4 % |
| 6 - 9 % | 9.3 % | 8.7 % | 5.1 % |
| 9 - 12 % | 7.5 % | 6.8 % | 3.8 % |
| 12 - 15 % | 5.7 % | 5.1 % | 2.7 % |
| 15 - 18 % | 4.0 % | 3.6 % | 1.8 % |
| > 18 % | 7.0 % | 6.2 % | 3.0 % |
| Forventet avkastning | 16.0 % | 13.0 % | -5.3 % |
| **Forventet årlig avkastning** | **5.22 %** | **4.27 %** | **-1.86 %** |
| Sanns for bedre enn risikofri | 39.48 % | 36.07 % | 19.70 % |

DnB tilbyr å lånefinansiere kraftobligasjonen til 5.95 % rente per år. Banken oppnår da en rentemargin på 1.6 % ut over risikofri rente på sitt utlån. Effekten av lånefinansiering er som ventet at avkastningsfordelingen forskyves mot venstre, og at forventet avkastning blir negativ. En investor som betaler de høyeste tegningsgebyrene og velger full lånefinansiering, kan forvente å tape 1.86 % av investert beløp hvert år. Syv av ti simuleringer ga en avkastning som var for lav til å dekke tegnings- og lånekostnadene. Kun hver femte simulering ga en netto avkastning som var høyere enn investor kunne fått ved å plassere pengene i banken. Avkastningsfordelingen er illustrert grafisk i figur 5.2.6.

**Figur 5.2.6**



## 5.3 Drøftning av resultatene

Hovedformålet med dette kapitlet var å estimere forventet årlig avkastning med og uten lånefinansiering for seks utvalgte strukturerte produkt. Funnene er oppsummert i tabell 5.3.1. Produktene til DnB, Storebrand, Orkla, Acta og Nordea har alle en årlig forventet avkastning som er 0.9 - 1.9 % høyere enn risikofri rente. I 50-70 % av tilfellene vil investor oppnå en avkastning som er lavere enn risikofri rente. Verst ut kommer spareproduktet til Fokus. Dette produktet har en årlig forventet avkastning som er 1.7 % *lavere* enn risikofri rente. Fokus Bank benytter i sine analyser en volatilitet på oljeprisen som er noe lavere enn den jeg har benyttet i mine analyser. Likevel er forventet avkastning estimert til lavere enn risikofri rente (-0.3 % p.a.) også i prospektet! Estimatene bygger på antakelser jeg mener er rimelige, og risikopremier som er forholdsvis høye. I denne delen er tegningskostnadene holdt utenfor.

| **Tabell 5.3.1** | **Storebrand** | **Orkla** | **Acta** | **Fokus** | **Nordea** | **DnB** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Forventet årlig avkastning EK** | **5.09 %** | **6.36 %** | **5.83 %** | **3.20 %** | **5.94 %** | **5.22 %** |
| Meravkastning ut over risikofri | 1.2 % | 1.8 % | 1.2 % | -1.7 % | 1.9 % | 0.9 % |
| Sannsynlighet for bedre enn rf | 29 % | 52 % | 45 % | 23 % | 52 % | 39 % |
| **Forventet årlig avk lån/tegning** | **-1.34 %** | **-1.58 %** | **-2.40 %** | **ikke mulig** | **-0.48 %** | **-1.86 %** |

Dersom investor betaler de høyeste tegningskostnadene og velger full lånefinansiering, endres avkastningens sannsynlighetsfordeling dramatisk. Den lille risikopremien forsvinner, og produktene gir forventet årlig avkastning på mellom -0.5 og -2.4 %. Fokus tilbyr ikke lånefinansiering. Koekebakker og Zakamouline (2006) ved Høyskolen i Agder har analysert forventet avkastning på to aksjeindeksobligasjoner fra DnB Nor, som ble utstedet i 2000. Forventet årlig avkastning ved lånefinansiering og høyeste tegningskostnader blir -1.6 % og -2.4 % for de to produktene. Dette er på linje med mine beregninger i dette kapitlet.

Er virkelig alle strukturerte produkter så dårlig som dette? På generelt grunnlag er dette litt vanskelig å vurdere, siden tilbyderne vanligvis ikke oppgir forventet avkastning i prospektene. Avkastningsberegningene mine tyder likevel på at lånefinansiering av strukturerte spareprodukt er en meget dårlig idé, siden du kan forvente å tape på en slik investering. En alternativ måte å vurdere dette på er å se på faktisk avkastning på de forfalte spareproduktene. Koekebakker og Zakamouline (2007) ved Høyskolen i Agder har gjennomført en slik analyse.

Resultatene ble publisert i Dine Penger i juni 2007. I løpet av tiårsperioden fra 1997 til 2007 hadde 270 aksjeindekserte obligasjoner forfalt. Gjennomsnittlig aritmetisk avkastning var 2.16 % p.a., noe som er under halvparten av vektet risikofri rente i samme periode. Ved utgangen av mars 2007 var det 456 utestående strukturerte produkter. Koekebakker og Zakamouline har hentet inn gjenkjøpspriser på produktene, og kommet frem til en årlig gjennomsnittlig geometrisk avkastning for disse på 2.19 % p.a., eller noe i underkant av 3 % i årlig aritmetisk avkastning. Beregningene tar ikke hensyn til tegningskostnader.

En risikopremie på 1-2 % p.a. virker derfor ikke urimelig, med tanke på at de 726 produktene som er analysert gir en realisert avkastning som er rundt 2-3 % *lavere* enn risikofri rente. Et likevektet aritmetisk gjennomsnitt av sannsynligheten for ingen eller negativ avkastning på de seks produktene jeg har analysert er 36.4 %, mens hele 63.7 % av de forfalte aksjeindeksobligasjonene kun ga det garanterte beløpet tilbake.

Fra og med februar 2007 oppgir DnB Nor, Postbanken og Nordlandsbanken forventet årlig avkastning på produktene. Alle de tre bankene tilhører DnB konsernet, og DnB Nor står bak alle produktene. Noen av produktene har samme navn, men tilbys på ulike tidspunkter. Tabell 5.3.2 viser forventet avkastning, tegningskostnader og effektiv lånerente for de 19 produktene som er utstedet siden bankene startet å opplyse om forventet avkastning. Alle tallene er i prosent per år. Kun fire av produktene har positiv forventet avkastning ved lånefinansiering. Gjennomsnittet for alle produktene gir et forventet årlig tap ved lånefinansiering og maksimale tegningskostnader på -1.12 %, og er så vidt bedre enn gjennomsnittet fra de fem lånefinansierte produktene jeg analyserte (-1.53 % p.a.).

**Tabell 5.3.2**

| Tilbyder | Produkt | Forventet avk, EK | Tegningskost per år | Effektiv lånerente | Forventet avk, med lån |
|---|---|---|---|---|---|
| DnB | Global Verdi III 2007/2011 | 8.69 % | 1.00 % | 7.42 % | 0.27 % |
| DnB | Alternativ energi III 2007/2010 | 9.17 % | 1.00 % | 7.35 % | 0.82 % |
| DnB | Verdi Alpha Gulv II 2007/2012 | 6.83 % | 0.80 % | 7.26 % | -1.23 % |
| DnB | Kina Japan Eiendom 2007/2011 | 8.66 % | 0.88 % | 7.68 % | 0.11 % |
| DnB | Eiendom Europa 2007/2011 | 7.84 % | 1.00 % | 7.19 % | -0.35 % |
| DnB | Alternativ Energi II 2007/2010 | 7.50 % | 1.00 % | 7.13 % | -0.63 % |
| DnB | Verdi Alpha Gulv 2007/2012 | 6.29 % | 0.80 % | 6.99 % | -1.50 % |
| DnB | Asiavekst IV 2007/2009 | 5.69 % | 1.00 % | 7.13 % | -2.44 % |
| DnB | Absolutt Alpha 2007/2013 | 8.03 % | 0.42 % | 6.89 % | 0.72 % |
| DnB | Alternativ Energi 2007/2010 | 7.21 % | 1.00 % | 7.19 % | -0.98 % |
| DnB | Verdi 160 2007/2012 | 7.49 % | 0.80 % | 7.10 % | -0.41 % |
| DnB | Asiavekst III 2007/2009 | 5.91 % | 1.00 % | 7.19 % | -2.28 % |
| DnB | Global Verdi II 2007/2011 | 6.80 % | 1.00 % | 7.05 % | -1.25 % |
| Postbanken | Asiavekst Pluss III 2007/2010 | 6.43 % | 1.00 % | 7.37 % | -1.94 % |
| Postbanken | Global Infrastruktur 2007/2010 | 5.54 % | 1.00 % | 6.99 % | -2.45 % |
| Postbanken | Global Infrastruktur 2007/2012 | 5.91 % | 0.80 % | 6.81 % | -1.70 % |
| Postbanken | Global 2007/2012 | 6.80 % | 0.80 % | 7.01 % | -1.01 % |
| Postbanken | Asiavekst Pluss II 2007/2010 | 5.43 % | 1.00 % | 7.16 % | -2.73 % |
| Nordlandsbanken | Asiavekst Pluss III 2007/2010 | 5.91 % | 1.00 % | 7.19 % | -2.28 % |
| **Gjennomsnitt** | | **6.95 %** | **0.91 %** | **7.16 %** | **-1.12 %** |

Trolig er ikke DnB verre enn konkurrentene. Men de er de eneste som opplyser om dette, og det skal de ros for. De fleste strukturerte produkt består av rundt 80 - 90 % bankinnskudd. Ved full lånefinansiering tar banken en rentemargin på 1 - 2 % over risikofri rente. Forventet avkastning til derivatdelen er da for liten til å dekke både tegnings- og lånekostnadene. Negativ forventet avkastning er i de fleste tilfeller et faktum, og etter min mening passer lånefinansierte strukturerte produkter best for risikovillige investorer som har betalingsvilje for å ta på seg risiko. Ved å dempe risikoen med garantien og øke den igjen med lånefinansiering er investor like langt. Det eneste som oppnås er å betale gebyr til banken. Are Sletten i Na24.no sammenligner dette med å kjøre bil der du trykker på gassen og bremsen samtidig. Fremdriften blir laber, og sjansen er stor for at det blir dyrt. Dette synes jeg er et godt bilde på lånefinansierte strukturerte produkt.

I denne oppgaven har jeg benyttet effektiv rente på statsobligasjoner som risikofri plassering. Noen vil kanskje hevde at det er vanskelig for investor å oppnå denne avkastningen etter tegningskostnader. På den annen side har konkurransen mellom bankene for å tilby de høyeste innskuddsrentene blitt stadig sterkere. Sparebanken Møre tilbyr fastrenteinnskudd[24] for beløp over 50 000 kr. Med en bindingstid på tre år kan investor oppnå 5.65 % rente p.a. per 27.7.2007. Dette er rundt et halvt prosentpoeng *høyere* enn effektiv rente på norske statsobligasjoner med samme løpetid. Alt i alt virker det derfor mine anslag på avkastning på risikofri plassering rimelig realistiske.

[24] Fra internettsiden til Sparebanken Møre, per 27.7.2007. http://www.sbm.no/person/default.asp?cat=52

# 6. Analyse av gebyrestimatene i 117 prospekt

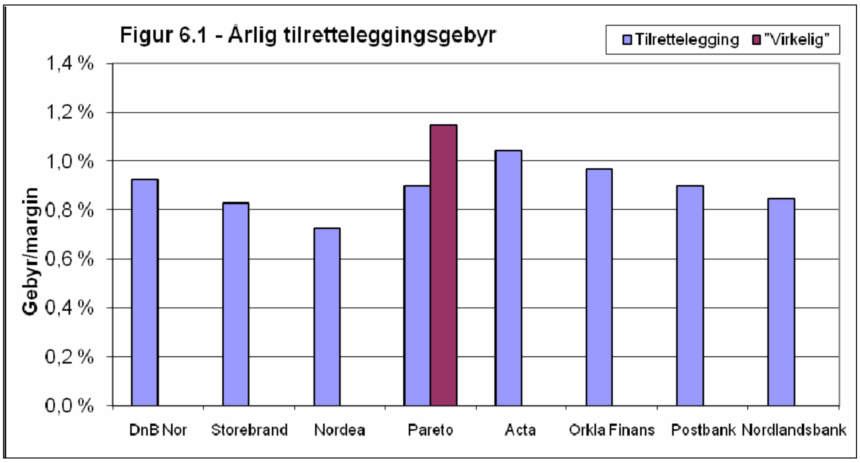
I dette kapitlet ser jeg på prospektene til 117 ulike strukturerte spareprodukt som tilbys mellom juli 2006 og juni 2007. I hvert prospekt undersøker jeg hva utsteder bruker som estimat på tilretteleggingsgebyret, både totalt sett og per år. Videre har jeg sett på gjennomsnittlig tegningskostnad for en kunde som investerer minimumsbeløpet. Til slutt har jeg beregnet gjennomsnittlig levetid for produktene til hver enkelt utsteder.

De sentrale funnene er vist i tabell 6.1. Undersøkelsen inkluderer åtte tilbydere. Det er ingen tvil om at det er finnes flere aktører i markedet. For eksempel tilbyr Fokus Bank en del spareprodukt av denne typen, men de legger ikke ut prospektene etter tegningsperioden er over. Jeg har henvendt meg til banken ved to anledninger, men ikke fått svar. First Securities er utsteder av Spar-X produktene på vegne av SpareBank 1 Gruppen. De legger heller ikke ut prospektene, men ber interesserte ta kontakt med sin lokale bank for å få kopi av prospektene. Pareto er tilrettelegger for BNbank, Sparebanken Pluss og Privatbanken. I undersøkelsen har jeg gruppert disse sammen. Her har jeg sett på produkter rettet mot privatmarkedet, det vil si de produktene som har minste tegningsbeløp på 100 000 kroner eller mindre.

| **Tabell 6.1** | **Tilretteleggings-gebyr** | **Årlig tilrettelegging** | **"Virkelig"** | **Levetid** | **Tegningsgebyr** | **Antall** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| DnB Nor | 3.63 % | 0.92 % | | 3.9 | 3.71 % | 41 |
| Storebrand | 3.00 % | 0.83 % | | 3.6 | 4.13 % | 6 |
| Nordea | 2.27 % | 0.73 % | | 3.1 | 3.12 % | 16 |
| Pareto | 3.65 % | 0.90 % | 1.15 % | 4.1 | 4.70 % | 10 |
| Acta | 3.26 % | 1.04 % | | 3.1 | 5.00 % | 13 |
| Orkla Finans | 3.11 % | 0.97 % | | 3.2 | 4.42 % | 6 |
| Postbanken | 3.16 % | 0.90 % | | 3.5 | 3.33 % | 12 |
| Nordlandsbank | 3.03 % | 0.85 % | | 3.6 | 3.38 % | 13 |
| **Aritmetisk snitt** | **3.25 %** | **0.89 %** | | **3.6** | **3.84 %** | **117** |

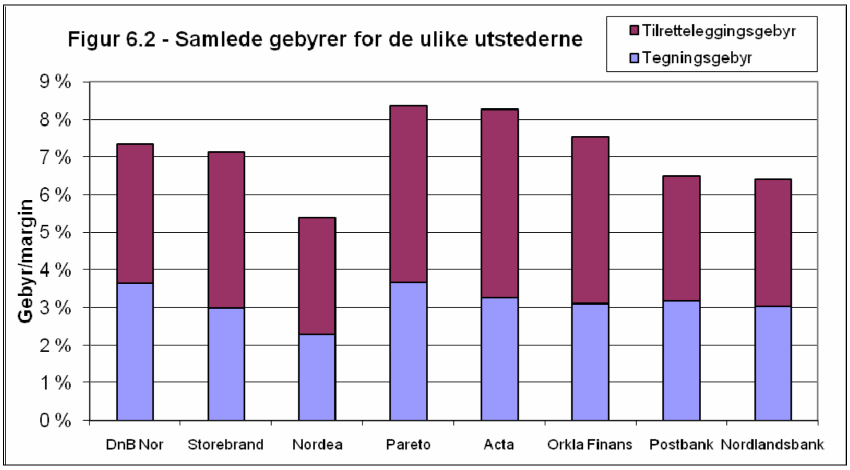
Tabellen viser at det kun er Pareto som oppgir det "virkelige" estimatet på tilretteleggingsgebyrene. I prospektene er tilretteleggingsgebyrene typisk estimert 3 - 4 måneder før investeringstidspunktet. Pareto oppgir derfor et oppdatert estimat beregnet den dagen løpetiden starter. Hvorvidt dette er den faktiske marginen tilbyderen tar er noe usikkert, men det er i alle fall et mer oppdatert estimat. De andre tilbyderne informerer om dette bare til de som har investert i produktet.

Den totale tilretteleggingsmarginen er i gjennomsnitt 3.25 %. Syv av tilbyderne har en margin på 3 % eller mer. De seks produktene jeg analyserte i kapittel fire hadde en gjennomsnittlig margin på 5.2 %, noe som kan tyde på at prospektenes egne estimat er for lave, eller at mine er noe høye. Uansett kan dette skyldes tilfeldigheter, siden jeg kun har undersøkt seks produkter. Nordea utmerker seg med en margin på kun 2.3 %. Hvorvidt Nordea er "flinkest i klassen" eller om de underestimerer marginen med hensikt er vanskelig å fastslå. Noe av forklaringen skyldes at de har produkter med kortest levetid. Alt annet likt skulle derfor det tilsi at marginen deres var lavest. Hvis vi tar hensyn til levetid og ser på den årlige gjennomsnittlige tilretteleggingsmarginen kommer Nordea fortsatt best ut, med 0.73 % p.a. De andre tilbyderne ligger mellom 0.83 % og 1.04 % p.a. Den relative forskjellen mellom de ulike tilbyderne jevner seg litt ut når vi ser på margin per år. Årlig tilretteleggingsmargin er illustrert i figur 6.1 under.




I tabell 6.1 er også gjennomsnittlig tegningsgebyr for hver av tilbyderne beregnet. Gjennomsnittet til alle de 117 produktene er 3.84 %. Acta har høyest tegningsgebyr av de åtte som er med i undersøkelsen. Tegningsgebyret er 5 % uavhengig av produkt, og kunden må investere et betydelig beløp for å oppnå lavere tegningsgebyr. De andre tilbyderne har lavere tegningsgebyr, og de fleste justerer disse etter levetid. Unntaket er Postbanken der tegningsgebyret alltid er enten 3 eller 4 % uavhengig av investeringsbeløp. Generelt har de produktene med kort levetid lavere tegningskostnader. For investorer som går inn med store beløp kan Storebrand tilby de laveste tegningskostnadene med kun 0.2 %. Deretter følger Nordea, Nordlandsbanken, DnB og Orkla, alle med tegningsgebyr under 0.5 %. Orkla har også ett produkt uten tegningsgebyr ved investeringsbeløp på 50 millioner eller mer.

Nordea kommer også her best ut, med et gjennomsnittlig tegningsgebyr på 3.1 %. Deretter følger Postbanken, Nordlandsbanken, DnB og Storebrand, alle under 4 %. Orkla, Pareto og Acta kommer dårligst ut, med tegningsgebyr mellom 4.4 og 5 %. Figur 6.1 viser summen av tegnings- og tilretteleggingsgebyr for de åtte aktørene.




De totale kostnadene er i gjennomsnitt 7.09 %. Figur 6.1 viser at Pareto og Acta har de høyeste gebyrene, begge over 8 % totalt sett. Deretter følger Orkla Finans og DnB Nor med gebyr på 7.3 % - 7.5 %. Storebrand, Postbanken og Nordlandsbanken ligger alle noe under gjennomsnittet. Nordea har med sine 5.4 % de laveste samlede kostnadene.

Viser egentlig figur 6.2 hvem som tar høyest gebyrer? Nei, ikke nødvendigvis. Tegningskostnadene er oppgitt i prospektet, og ikke så mye å diskutere. Her kommer Nordea best ut, men vi må også huske at de har kortest levetid på produktene. Beregnes tegningskostnader per år kommer Nordea på en fjerde plass. Acta, Orkla og Pareto kommer dårligst ut med en levetidsjustert tegningskostnad på henholdsvis 1.6, 1.4 og 1.2 % p.a. De fem andre ligger svært nær en prosent per år. Ulikheter i tilretteleggingsgebyr kan skyldes to forhold. Enten tar noen tilbydere høyere gebyr enn andre, eller så er noen mer ærlige og benytter mer objektive verdier i estimatene. Sannsynligvis er det ikke noe klart svar på dette, og trolig spiller begge faktorene er rolle her.

Alle prospektene jeg har sett på har hatt 100 000 kroner eller mindre som minste investerings-beløp. Hvis vi også inkluderer produkt med høyere minstebeløp, blir ti nye produkter med i analysen. Hele åtte av disse er utstedet av Nordea, mens de to andre er fra DnB Nor. Typisk er både tilretteleggingsmarginen og tegningskostnadene langt lavere for produkter som rettes mot storkundene. Forklaringen er nok en kombinasjon av at en del av kundekostnadene er uavhengig av investeringsbeløp, og at storkundene har tilgang til et større spekter av alternative investeringer. Nordea har flest produkt rettet mot storkunder, og her er tilretteleggingsmarginen omtrent halvparten av det som er tilfellet for de øvrige produktene. I prospektene rettet mot storkundene opplyses det sjelden om tegningskostnadene, men antakeligvis er disse kostnadene i området 0.5 - 2 % per år.

Konklusjonen er at det er ulikheter i både tegnings- og tilretteleggingsgebyr mellom de ulike aktørene. Tegningsgebyrene bør sees i sammenheng med levetid. Som en tommelfingerregel kan vi si at både tegningskostnadene og tilretteleggingsgebyrene er rundt en prosent per år. Et spareprodukt med løpetid på fire år har da et samlet gebyr på rundt åtte prosent. Sammenlignet med mine estimat fra kapittel 4 er det ikke umulig at utstederne underestimerer årlig tilretteleggingsgebyr noe.

En annen interessant observasjon jeg har gjort er at levetiden til produktene er blitt kortere de siste årene. Gjennomsnittlig levetid i denne undersøkelsen er rundt 3.6 år. En undersøkelse av Koekebakker og Zakamouline (2007) viser at 270 forfalte produkter mellom 1997 og 2007 hadde en gjennomsnittlig levetid på 4.4 år. Hva som er grunnen til dette er noe usikkert. En forklaring kan være at kundene ikke ønsker å binde sparepengene så lenge som før, og at bankene som følge av dette tilbyr produkt med kortere levetid. En annen forklaring kan være at bankene gjør dette fordi kortere bindingstid vil kunne føre til at kundene reinvesterer kapitalen raskere, slik at bankene på den måten kan hente inn mer i tegningsgebyr for en gitt tidsperiode.

I appendiks D finnes en tabell som viser de sentrale opplysningene for hvert av de 117 prospektene jeg har undersøkt.

# 7. Avslutning

## 7.1 På tide med en ny type strukturerte produkt?

I løpet av sommeren 2007 tilbyr DnB og Orkla Finans en ny type strukturert produkt under navnet warrant. Hvis vi ser nærmere etter i prospektene ser vi at dette egentlig er en gammel kjenning. De warrantene som tilbys markedet er eksotiske opsjoner tilsvarende opsjonsdelen i garanterte produkter. Etter min mening er dette et nyttig tilskudd på stammen i mulige investeringsobjekter. Investorer kan da selv sy sammen en egen aksjeindeksobligasjon, med ønsket kapitalgaranti og avkastningsfaktor. Verdien av tradisjonelle strukturerte produkt består gjerne av 80 - 90 % i risikofri plassering. Ikke alle kunder ønsker garanti for investeringsbeløpet. For kunder med lite egenkapital kan tradisjonelle strukturerte produkt lånefinansieres, men effekten er at forventet avkastning i de fleste tilfeller blir lavere enn risikofri rente. En warrant er meget risikabel, siden det er stor sannsynlighet for at investeringen er verdiløs ved forfall. På den annen side er oppsidemulighetene store relativt til investert beløp. For investorer med mye kapital bundet opp i tradisjonelle aktiva som aksjer, fond, bankinnskudd og eiendom, kan warrants være fornuftig for å oppnå ønskede avkastningsmuligheter og risikoeksponering.

Siden svært mange av de garanterte produktene er lånefinansierte kan det tyde på at det er warrants kundene egentlig ønsker. Som vi har sett i oppgaven er lånefinansiering av strukturerte produkt en kostbar måte å skaffe en warrant på. Hvis tilbudet av warrants blir like omfattende som de tradisjonelle aksjeindekserte obligasjonene, mener jeg det i de aller fleste tilfeller vil være bedre for en investor å sy sammen egne strukturerte spareprodukter ved å kjøpe warrants for 10 - 20 % av tilgjengelig kapital og holde de resterende 80 – 90 % i sikre verdipapir. Dette er selvfølgelig avhengig av blant annet forskjell i størrelsen på de samlede gebyrene mellom warrants og tradisjonelle garanterte produkt. Det sentrale er at warrants i større grad kan tilpasses den enkelte investors risiko- og avkastningsønsker, uten å gi banken en stor del av kaka gjennom rentemarginen i lånefinansierte garanterte produkt.

Er det sannsynlig at warrentene blir det nye investeringsobjektet for folk flest? Personlig tror jeg dessverre at det er flere faktorer som taler i mot dette. Små private investorer vil trolig vurdere risikoen i slike produkt som alt for høye, siden hele beløpet fort kan gå tapt. Risikoen sees derfor trolig i for liten grad i sammenheng med resten av porteføljen. Likevel er nok den viktigste grunnen at gebyrene og rentemarginene, målt i kroner og ører, vil bli langt mindre for finansinstitusjonene. De har derfor incentiver til heller å selge BMA og AIO produkter med eventuell lånefinansiering enn warrants.

## 7.2 Oppsummering – Er kritikken berettiget?

Hele 90 % av utestående garanterte produkter eies av husholdningene, med en låneandel på 75 %. Hva er grunnen til at de profesjonelle investorer kun eier 10 %? En grunn kan være at den vanlige "mannen i gata" ser verdier i produktene som ikke de profesjonelle ser. Institusjonelle investorer kan i større grad skreddersy produktene selv, og dermed unngå å betale høye marginer til utstederne. En annen forklaring, som trolig er viktigere, er at mange privatpersoner har plassert pengene på feil premisser[25]. Dine Penger har estimert at småsparerne de siste ti årene har tapt 10 -16 milliarder kroner[26] på strukturerte produkt. Gode selgere kan lett overbevise uvitende privatpersoner at du faktisk får både i pose og sekk; like sikkert som banken og samme avkastning som aksjemarkedet. Denne oppgaven viser at forventet årlig avkastning i beste fall er 1-2 % høyere enn risikofri rente, og at det i de aller fleste tilfeller er negativ forventet avkastning ved lånefinansiering. Strukturerte produkt gir rett og slett for dårlig avkastning. Det har tydeligvis de profesjonelle investorene innsett.

I kapittel 4 så vi at fem av seks produkt hadde høyere tilretteleggingsgebyr enn det som opplyses om i prospektet. Jeg mener at mine estimat bygger på realistiske antakelser. En undersøkelse som omfatter flere produkt vil kunne gi svar på om tilbyderne jevnt over oppgir for lave tilretteleggingsgebyr. Gjennomsnittlig tilretteleggingsgebyr i mine undersøkelser var 5.2 %. Tar vi også hensyn til et tegningsgebyr på opp mot 5 %, starter kunden med en negativ avkastning på 10 %. Da skal det mye til at produktet oppnår "god" avkastning når omtrent 80 - 90 % av produktet er bankinnskudd. En undersøkelse av 720

[25] I følge Dine penger 6-2007 er så mye som 150 000 kunder blitt lurt av villedende markedsføring og "salgstriks"

[26] Se lederartikkel av Tom Staavi i Dine Penger 6-2007, side 5

garanterte produkter fra 2000-2007, gjennomført Koekebakker og Zakamouline (2006), viser at gjennomsnittlig realisert avkastning på produktene er lavere enn risikofri rente.

Kapittel 6 viste at det er forskjeller i gebyr hos de ulike aktørene. Nordea har de laveste tegningskostnadene, men har samtidig også de produktene med kortest levetid. Hvis vi ser på tegningskostnader justert for levetid har kommer Acta, Orkla Finans og Pareto ut med de høyeste gebyrene. Hos de andre tilbyderne er tegningsgebyrer rundt 1 % per år. I prospektene estimerer også utstederne hvilket tilretteleggingsgebyr de oppnår på de ulike produktene. Også her kommer Nordea best ut, cirka 0.1 % p.a. foran Storebrand på andreplass. Merk her at det er uklart om Nordea faktisk har de laveste tilretteleggingsgebyrene eller om de er mindre ærlige enn konkurrentene. Samlet sett kan man som tommelfingerregel si at de samlede gebyrene er rundt 2 % per leveår for et strukturert spareprodukt.

Har så den knallharde kritikken av strukturerte spareprodukt rot i virkeligheten? Mine analyser støtter langt på vei kritikken. For et typisk produkt betaler kunden 8 - 10 % i gebyr, hvilket gjerne er 2 - 4 % høyere enn det som står i prospektet. En forventet avkastning ved egenkapitalfinansiering som er på linje med risikofri rente, etter at tegningskostnadene er betalt, er heller ikke mye å skryte av. Det mest alvorlige er likevel at en investor som velger full lånefinansiering kan forvente å tape penger på sin risikable investering.

Mitt råd til investorer som ønsker en mer diversifisert portefølje er å skreddersy strukturerte produkter selv. Ved å kjøpe Warrants og plassere den resterende formuen i bankinnskudd, obligasjoner, aksjer, eiendom eller fond, kan investor selv bestemme risiko og avkastningsmuligheter. Du slipper også trolig unna med langt lavere gebyrer.

## 7.3 Svakheter ved oppgaven og forslag til videre undersøkelser

Den viktigste svakheten ved denne oppgaven er at analysene og modellene i kapittel 4 og 5 baserer seg på historiske data. Andre forutsetninger og estimater på volatiliteter, dividende-rater og korrelasjoner vil gi andre resultater. Det er således ikke mulig å si noe om hva som er korrekt pris eller forventet avkastning på garanterte spareprodukt. Ideelt sett hadde det vært ønskelig med tilgang til relevant markedsdata, men siden opsjonselementene handles i OTC markedet er disse dataene ikke så lett tilgjengelig.

I denne oppgaven ble seks produkt fra seks ulike tilbydere analysert. For fem av disse ble mine estimat på tilretteleggingsgebyret høyere enn det som var opplyst om i prospektet. For å kunne vurdere om dette er representativt på generelt grunnlag måtte utvalget vært betydelig større, noe som ikke var mulig innenfor rammene til en masterutredning.

Når det gjelder videre undersøkelser er et alternativ å benytte et større utvalg, for på den måten kunne vurdere med større grad av sikkerhet om tilretteleggingsgebyrene i prospektene er for lave. Jeg har basert mine analyser på data og informasjon som er offentlig tilgjengelig. En annen innfallsvinkel er å kontakte tilbyderne dirkete for å få oppgitt datagrunnlaget som prospektene baseres på, og gjøre analysene ut fra disse opplysningene. Et tredje forslag er å se på realisert avkastning på strukturerte spareprodukt, slik som Koekebakker og Zakamouline (2007) har gjort. Hver måned forfaller mange ulike produkt, og det flere mulige analyser og sammenligninger som kan gjøres har. Et annet alternativ er å gjennomføre en mer kvalitativ analyse av prospektene for å se om de er i tråd med retningslinjene til Kredittilsynet, og om prospektene gir bedre opplysninger nå enn tidligere. Det kunne også vært interessant å gjennomføre en spørreundersøkelse for å finne ut om kundene vet hva de kjøper, og ikke minst, om bankrådgiverne vet hva de selger.

# 8. Referanser

**Norske avis- og tidsskriftsartikler**

Aasnes, H. og Semmen, K., 1997, *Markedet for "strukturerte produkter": Same shit, new wrapping?* Derivatet utgave 7, side 11-14.

Axelsen K. A., Rakkestad K. J, 2000, *Garanterte investeringsprodukter*, Norges Banks tidsskrift Penger og Kreditt, nummer 1.

Bjerksund P., Carlsen F., Stensland G., 1999, *Aksjeindekserte obligasjoner – Både i Pose og sekk?* Praktisk økonomi og finans nr 2, side 74-82.

Hoemsnes A., Larsen V., 2007, *Garantert gevinst – for bankene*, intervju med Petter Bjerksund, Dagens Næringsliv 12.februar.

Lie M., Lindset S. og Lund A.- C., 2005, G*arantibonus III, et bankinnskudd med "aksjeavkastning"*. Praktisk økonomi og finans nr 1 side 101-109.

Ormseth G., 2006, *"Banken lurer deg"*, Dine Penger nr 3.

Ormseth G., 2006, *"Er du lurt av banken"*, Dine Penger nr 4.

Ormseth G., 2007, *"Bankene har lurt kundene"*, Dine Penger nr 6.

Staavi, T., 2007,*"Verkebyllen er påvist, fjern den!"*, Dine Penger nr 6, side 5.

Sættem B. E, Pedersen R, 2000, *"Aksjesparing med garanti"*. Dine Penger nr 9.

Sættem B. E, Rutgersen H. B., 2001, *"Garanterte spareprodukter"*, Dine Penger nr 9.

**Bøker**

Back, K., 2005, *A course in Derivative Securities: Introduction to Theory and Computation*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.

Björk, T., 1998, *Arbitrage Theory in Contunous Time.* Oxford University Press.

Campbell J.Y. Lo, A.W. & MacKinlay A.C, 1997, *The Econometrics of Financial Markets*. Princeton University Press.

Dimeson, E., Marsh, P. and Staunton, M., 2002, *Triumpf of the optimists: 101 years of global investment returns*. Princeton University Press. Princeton NJ.

Dimeson, E., Marsh, P. and Staunton, M., 2004, *Global Investment Returns Yearbook 2004*. ABN AMRO and London Business School.

Geman, H., 2005, *Commodities and commodity derivatives*. Wiley Finance, Chichester - West Sussex.

Glasserman, P., 2003. *Monte Carlo Methods in Financial Engineering*. New York, Springer-Verlag.

Hull, J., 2006, *Options, Futures and Other Derivatives*, 6th edition, Prentice-Hall.

Haug, E. G., 1998, *The Complete Guide to Option Pricing Formulas*, McGraw-Hill.

Haug, E. G., 2006, *The Complete Guide to Option Pricing Formulas*, 2nd Edition. McGraw-Hill.

Jackson, M. and Staunton, M., 2001, *Advanced modelling in finance using Excel and VBA*, Wiley Finance, Chichester - West Sussex.

Jäckel, P., 2002, *Monte Carlo methods in finance*. Wiley Finance, Chichester - West Sussex.

Klype, J., 2006, Strukturerte produkter, kapittel 4 i Reppen (red), *Alternative investeringer*, Gyldendal Norsk Forlag.

McDonald, R., 2003. *Derivatives Markets*. Boston, Pearson Education.

Nelken, I., 1996, *The handbook of exotic options*. McGraw-Hill, USA.

Wilmott, P., 2001, *Introduces Quantitative Finance*. Wiley Finance, Chichester-West Sussex.

Øksendal, B., 2003, *Stochastic Differential Equations*, 6. utgave, Springer Verlag.

**Internasjonalt publiserte forskningsartikler**

Boyle, P. P., 1977, *Options: a Monte Carlo approach*, Journal of Financial Economics 4, pp. 323-338.

Boyle, P., Brodie, M., og Glasserman, P., 1997, *Monte Carlo methods for security pricing*, Journal of Economic Dynamics and Control 21. pp.1267-1321.

Brodie, M., Glasserman, P. og Kou, S., 1995, *A Continuity Correction for discrete barrier options*, Working paper, Columbia University.

Dahl, L. O., og Benth, F. E., 2001,*Valuation of Asian Basket Options with Quasi-Monte Carlo Techniques and Singular Value Decomposition*, Monte Carlo and Quasi- Monte Carlo Methods 2000, K,-T. Fang, F.J. Hickernell and H. Niederreiter (eds.), Springer Verlag, pp. 201-214.

Dahl, L. O., 2000., *Valuation of European Call Options on Multiple Underlying Assets by Using a Quasi-Monte Carlo Method. A Case with Baskets from Oslo Stock Exchange*. AFIR Colloquium, Tromsø, 20-23 juni.

Eberlein, E. og Keller, U., 1995, *Hyperbolic distributions in Finance*. Bernoulli 1, pp. 289-299.

Fama, E. F., 1996, *The Behaviour of Stock Market Prices*, Journal of Business, January pp. 34 – 105.

Fama, E. F., 1970, *Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work*, Journal of Finance, May pp. 383 – 417.

Itô, K., 1951, *Multiple Wiener integral,* J. Math. Soc. Japan 3, pp. 157 – 169.

Heston, S., 1993, *A Closed-Form Solution of Options with Stochastic Volatility with Applications to Bond and Currency Options*, The Review of Financial Studies, Vol.6, No.2, pp. 327-343.

Kemna A., Vorst A., 1990, *A Pricing Method for Options Based on Average Asset Value*, Journal of Banking and Finance, 14, pp. 113-129.

Koekebakker, S. og Zakamouline, V., 2006, *Forventet avkastning på aksjeindeks-obligasjoner*, Arbeidspapir ved Høyskolen i Agder. Utdrag publisert i Dine penger 7-2006.

Koekebakker, S. og Zakamouline, V., 2007, *Realisert avkastning på garanterte spareprodukter*. Arbeidspapir ved Høyskolen i Agder. Utdrag publisert i Dine penger 6/2007.

Margabe, W., 1978, *The value of an option to exchange one asset for another*, Journal of Finance, 33(1), pp. 177-186.

Matsumoto, M., og Nishimura, T., 1998, *Mersenne Twister: a 623-dimensionally equidistributed uniform pseudo-random number generator*, ACM Transactions on Modelling and Computer Simulation 8, pp. 3-30.

Merton, R. C., 1973, *Theory of Rational Option Pricing*. Bell Journal of Economics and Management Science 4 (1), pp. 141-183.

Merton, R. C., 1976, *Option pricing when underlying stock returns are discontinuous*, Journal of Financial Economics 3, pp. 125-144.

Moro, B., 1995, *The full Monte*, Risk 8 February, pp. 57-58.

Paskov, S. og Traub, J., 1995, *Faster valuation of financial derivatives*, Journal of Portfolio Management 22, pp. 113-120.

Reiner, E. og Rubinstein M., 1991 *Breaking down the barriers*, Risk 4, pp. 28–35.

Shiller R.J. 2003, *From Efficient Markets Theory to Behavioural Finance.* Journal of Economic Perspectives, 17, pp. 83-104.

**Doktor-, master- og siviløkonomutredninger**

Berseter, K., 2003, *Risikopremien i kraftmarkedet*, Hovedoppgave ved institutt for industriell økonomi og teknologiledelse, Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet.

Husebø, S. B., 2002, *Teoretisk og numerisk verdsettelse av aksjeindeksobligasjoner*. Utredning Høyere avdeling - Has 940, Norges Handelshøyskole.

Ollmar, F., 2004, *En analyse av derivatprising i det nordiske kraftmarkedet*. Doktorgradsutredning, Norge Handelshøyskole.

Solvær S., Steinnes V., Stølen F. H., 2005, *Strukturerte spareprodukter: Verdsettelse og markedsføring.* Siviløkonomutredning 13980, Norges Handelshøyskole.

Von Krogh, H. C., 2003, *Analysing Protected Equity Notes by means of Monte Carlo simulation*. Master thesis 470 MiB, Norges Handelshøyskole.

Wangen, K. A., 2004, *Aksjeindeksobligasjoner: simulering og verdsetting*. Siviløkonomutredning 13702, Norges Handelshøyskole.

**Internett**

Modeller og teori om Quasi-Monte Carlo, av Marco Dias.
http://www.puc-rio.br/marco.ind/quasi_mc.html

SF Mersenne Twister:
http://www.math.sci.hiroshima-u.ac.jp/~m-mat/MT/ARTICLES/sfmt.pdf

SSB, tabell 201 – Balanse med spesifikasjoner, utestående aksjeindeksobligasjoner http://www.ssb.no/emner/10/13/10/orbofbm/tab-201.html, aksessert 26.06.2007

SSB, tabell 43 - Banker. Spesifikasjoner av innskudd på forskjellige innskuddstyper, BMA http://www.ssb.no/emner/10/13/10/orbofbm/tab-043.html, aksessert 26.06.2007.

Estimat på dividenderate til TSEREIT-indeksen
http://www.thebusinessonline.com/Document.aspx?id=5B793145-925D-42FE-B467-CC7627722734, aksessert 22.06.2007

http://www.mitsuifudosan.co.jp/english/corporate/pdf/statistical_chart_02_2007.pdf, aksessert 22.06.2007

**Annet**

Bjerksund, P., 2007, *Aksjeindeksobligasjoner – et sparealternativ for Ola og Kari?* Foredrag 9.2.2007 under jubileumsseminar for Knut Boye, Norges Handelshøyskole.

Bjerksund, P., 2007, *CASE: Nordea Kraftobligasjon XIII 2007/2010*, Seminar 3 - Certificate in Financial Energy Analysis 2006/2007, 3.februar 2007. Norges Handelshøyskole.

# Appendiks A

## 1. Visual Basic kode for Cholesky dekomponering

```
Public Function Cholesky(mat As Range)
Dim a, L() As Double, S As Double
a = mat
N = mat.Rows.Count
M = mat.Columns.Count
If N <> M Then
    Cholesky = "?"
    Exit Function
End If

ReDim L(1 To N, 1 To N)
For j = 1 To N
    S = 0
    For K = 1 To j - 1
        S = S + L(j, K) ^ 2
    Next K
    L(j, j) = a(j, j) - S
    If L(j, j) <= 0 Then Exit For
    L(j, j) = Sqr(L(j, j))

    For i = j + 1 To N
        S = 0
        For K = 1 To j - 1
            S = S + L(i, K) * L(j, K)
        Next K
        L(i, j) = (a(i, j) - S) / L(j, j)
    Next i
Next j
Cholesky = L
End Function
```

Kildekoden er hentet fra et notat benyttet i kurset BUS864 – Credit risk modeling ved Simon Fraser University i Canada. Notatet er laget av Anton Theunissen og finnes på http://www.sfu.ca/~rjones/bus864/notes/BUS_864_Computing_Notes.pdf.

# 2. Visual Basic kode for Moros transformasjon

```
Function Moro_NormSInv(u As Double) As Double
'  Calculates the Normal Standard numbers given u, the associated uniform number (0, 1)
'  VBA version of the Moro's (1995) code in C
'  Option Base 1 is necessary to be declared before this function for vector elements positioning to
work
    Dim c1, c2, c3, c4, c5, c6, c7, c8, c9
    Dim X As Double
    Dim r As Double
    Dim a As Variant
    Dim b As Variant
    a = Array(2.50662823884, -18.61500062529, 41.39119773534, -25.44106049637)
    b = Array(-8.4735109309, 23.08336743743, -21.06224101826, 3.13082909833)
    c1 = 0.337475482272615
    c2 = 0.976169019091719
    c3 = 0.160797971491821
    c4 = 2.76438810333863E-02
    c5 = 3.8405729373609E-03
    c6 = 3.951896511919E-04
    c7 = 3.21767881768E-05
    c8 = 2.888167364E-07
    c9 = 3.960315187E-07
    X = u - 0.5
    If Abs(X) < 0.42 Then
        r = X ^ 2
        r = X * (((a(4) * r + a(3)) * r + a(2)) * r + a(1)) / ((((b(4) * r + b(3)) * r + b(2)) * r + b(1)) * r + 1)
    Else
        If X > 0 Then r = Log(-Log(1 - u))
        If X <= 0 Then r = Log(-Log(u))
        r = c1 + r * (c2 + r * (c3 + r * (c4 + r * (c5 + r * (c6 + r * (c7 + r * (c8 + r * c9)))))))
        If X <= 0 Then r = -r
    End If
    Moro_NormSInv = r
End Function
```

Kildekoden er hentet fra en CD som medfølger boka ”*Advanced modelling in finance using Excel and VBA”* av Mary Jackson og Mike Staunton (2001)

# 3. Visual Basic kode for Halton sekvensen

```
Function HaltonBaseb(b As Long, N As Long) As Double
'  Returns the equivalent first Halton sequence number
   Dim h As Double, ib As Double
   Dim i As Long, n1 As Long, n2 As Long
   n1 = N
   h = 0
   ib = 1 / b
   Do While n1 > 0
      n2 = Int(n1 / b)
      i = n1 - n2 * b
      h = h + ib * i
      ib = ib / b
      n1 = n2
   Loop
   HaltonBaseb = h
End Function
```

Kildekoden er hentet internettsiden http://www.puc-rio.br/marco.ind/quasi_mc.html. Kildekoden og internettsiden er laget av Marco A.G. Dias.

# 4. Volatilitetsberegning for kraftkontraktene i DnB Kraft 2007/2009

Fra prospektet til Nordea Kraftobligasjon XIII 2007/2010 er volatilitetene til de ulike kontraktene oppgitt. Disse er gjengitt under. Vi ser at volatiliteten er tidsavhengig, og volatiliteten er fallende med økt løpetid. I Monte Carlo simuleringen er det enklest å simulere utviklingen i kraftprisen basert på en tidsvarierende volatilitet som er konsistent med dataene under. Det antas uavhengighet mellom delavkastningene for hvert år.

| | | |
|---|---|---|
| $v_1$ = 26 % | 1 års ENOYR08 | volatilitet |
| $v_2$ = 22.5 % | 2 års ENOYR09 | volatilitet |
| $v_3$ = 20 % | 2 års ENOYR10 | volatilitet |

Volatiliteten det første året er 26 % for alle de tre kontraktene. Sammenhengen mellom volatiliteten for år 1 og år 2 er gitt ved (A.4.1). Vi ønsker å finne volatiliteten i år to $\sigma^2_{t1-t2}$.

$$\sigma^2_{t2-t0} \cdot 2 \;=\; \sigma^2_{t2-t1} \cdot 1 \;+\; \sigma^2_{t1-t0} \cdot 1 \qquad \text{(A.4.1)}$$

Dersom vi setter inn tallene vi har, får vi

$$0.225^2 \cdot 2 \;=\; \sigma^2_{t2-t1} \cdot 1 \;+\; 0.26^2 \cdot 1 \qquad \rightarrow \qquad \sigma_{t2-t1} = 0.1834 \qquad \text{(A.4.2)}$$

På tilsvarende måte kan vi finne den volatiliteten i år 3 som er konsistent med en gjennomsnittlig årlig volatilitet over treårsperioden på 20 %, og at volatiliteten i år 1 og år 2 er henholdsvis 26 % og 18.34 %. Dette er gitt fra ligningene (A.4.3) og (A.4.4).

$$\sigma^2_{t3-t0} \cdot 3 \;=\; \sigma^2_{t3-t2} \cdot 1 \;+\; \sigma^2_{t2-t1} \cdot 1 \;+\; \sigma^2_{t1-t0} \cdot 1 \qquad \text{(A.4.3)}$$

$$0.2^2 \cdot 3 \;=\; \sigma^2_{t3-t2} \cdot 1 \;+\; 0.26^2 \cdot 1 \;+\; 0.1834^2 \cdot 1 \qquad \rightarrow \qquad \sigma_{t3-t2} = 0.1369 \qquad \text{(A.4.4)}$$

# Appendiks B

## 1. Formel for barriereopsjon uten rebate, down-and-out put.

Fremstillingen er basert på Haug (1998).

Symbolforklaringer:

S: Aksjekursen

X : Utøvelsespris

H : Barrierenivået (her 50)

T : Forfallstidspunktet

r : kontinuerlig risikofri rente

$\delta$ : kontinuerlig implisitt dividenderate

Payoff: max(X-S, 0) hvis S>H før T, ellers 0.

**Verdi av opsjonen:** $P_{do}(X > H) = A - B + C - D$

Her er A verdien av en standard B&S put, mens B, C og D justerer for effekten av barrieren. Formlene for A, B, C og D kan skrives som

$$A = -Se^{-\delta T}N(-x_1) + Xe^{-rT}N(-x_1 + \sigma\sqrt{T})$$

$$B = -Se^{-\delta T}N(-x_2) + Xe^{-rT}N(-x_2 + \sigma\sqrt{T}),$$

$$C = -Se^{-\delta T}\left(\frac{H}{S}\right)^{2(\mu+1)} N(y_1) + Xe^{-rT}\left(\frac{H}{S}\right)^{2\mu} N(y_1 - \sigma\sqrt{T})$$

$$D = -Se^{-\delta T}\left(\frac{H}{S}\right)^{2(\mu+1)} N(y_2) + Xe^{-rT}\left(\frac{H}{S}\right)^{2\mu} N(y_2 - \sigma\sqrt{T})$$

hvor,

$$x_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right)}{\sigma\sqrt{T}} + (1+\mu)\sigma\sqrt{T}\,, \qquad x_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{H}\right)}{\sigma\sqrt{T}} + (1+\mu)\sigma\sqrt{T}$$

$$y_1 = \frac{\ln\left(\frac{H^2}{SX}\right)}{\sigma\sqrt{T}} + (1+\mu)\sigma\sqrt{T}\ , \qquad y_2 = \frac{\ln\left(\frac{H}{S}\right)}{\sigma\sqrt{T}} + (1+\mu)\sigma\sqrt{T}$$

$$\mu = \frac{r - \delta + 0.5\sigma^2}{\sigma^2}$$

## 2. Justering av barriere fra kontinuerlig til diskret overvåkning

Broadie, Glasserman og Kou (1995) viser at vi kan verdsette en barriereopsjon med diskret overvåkning dersom vi justerer barrieren etter formelen under.

$$H_D = He^{-\beta\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

Her er $\Delta t$ tiden mellom hver overvåkning, altså 1/252 år. $\beta$ er en konstant lik

$$\beta = \frac{\zeta\left(\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{2\pi}} \approx 0.5826\ ,$$ der $\zeta$ er Riemann zeta funksjonen.

# Appendiks C

## 1. VBA kode til verdsettelse av Storebrand Spread

```
Sub simulering()

    Dim V1 As Double
    Dim r, d1, d2, sig1, sig2 As Double
    Dim faktor As Double
    Dim T As Double
    Dim nsim As Long
    Dim Xj1 As Double
    Dim Xj2 As Double
    Dim i, j, h As Long
    Dim N01, N02 As Double
    Dim Vt1, Vt2 As Double
    Dim Price As Double
    Dim Start, Finish, Timestep As Double
    Dim Verdi, Verdi1, Verdi2, Meravk As Double
    Dim Sumverdi1, Sumverdi2 As Double
    Dim Opsjonsverdi, Totopsjonsverdi As Double
    Dim Gjverdi1, Gjverdi2, rho, Avk1, avk2 As Double
    Dim Hale_obs As Integer
    Dim value1, value2, value3, value4, value5, value6, value7, value8, value9, value10 As Double
    Dim mean, sqdiff, tot_sqdiff, stdev As Double


    Range("start_time").Value = Now()
    Worksheets("Inputvariabler").Activate
    V1 = Range("P0_")
    r = Range("r_")
    d1 = Range("delta")
    d2 = Range("delta2")
    sig1 = Range("sigma")
    sig2 = Range("sigma2")
    faktor = Range("faktor")
    Start = Range("Start")
    Finish = Range("Finish")
    Timestep = Range("Timestep")
    Hale_obs = Range("hale_obs")
    nsim = Range("NSimul")
    rho = Range("rho")
    mean = Range("RealOpt")

' Beregner opsjonsverdien
Worksheets("Resultater").Activate
Totopsjonsverdi = 0

For i = 1 To nsim

T = Start
Sumverdi1 = 0
Sumverdi2 = 0

For j = 1 To Hale_obs

If T <= Finish Then

      If T = Start Then

            Xj1 = Rnd
            N01 = Moro_NormSInv(Xj1)

            Xj2 = Rnd
            N02 = Moro_NormSInv(Xj2)
            N02 = rho * N01 + N02 * Sqr(1 - rho ^ 2)

            Vt1 = V1 * Exp((r - d1 - ((sig1 * sig1) / 2)) * Start + (sig1 * Sqr(Start) * N01))
            Vt2 = V1 * Exp((r - d2 - ((sig2 * sig2) / 2)) * Start + (sig2 * Sqr(Start) * N02))
            Verdi1 = Vt1
```

```
          Verdi2 = Vt2

          Sumverdi1 = Sumverdi1 + Verdi1
          Sumverdi2 = Sumverdi2 + Verdi2
     T = T + Timestep

     Else

          Xj1 = Rnd
          N01 = Moro_NormSInv(Xj1)

          Xj2 = Rnd
          N02 = Moro_NormSInv(Xj2)
          N02 = rho * N01 + N02 * Sqr(1 - rho)

          Vt1 = Verdi1 * Exp((r - d1 - ((sig1 * sig1) / 2)) * Timestep + (sig1 * Sqr(Timestep) * N01))
          Vt2 = Verdi2 * Exp((r - d2 - ((sig2 * sig2) / 2)) * Timestep + (sig2 * Sqr(Timestep) * N02))
          Verdi1 = Vt1
          Verdi2 = Vt2

          Sumverdi1 = Sumverdi1 + Verdi1
          Sumverdi2 = Sumverdi2 + Verdi2

     T = T + Timestep

     End If

     Else
     End If


     Next j

Gjverdi1 = Sumverdi1 / Hale_obs
Gjverdi2 = Sumverdi2 / Hale_obs
Avk1 = Gjverdi1 / V1 - 1
avk2 = Gjverdi2 / V1 - 1

Meravk = Avk1 - avk2


If Meravk > 0 Then
Opsjonsverdi = 100 * Exp(-r * Finish) * (Meravk)

   Else
   Opsjonsverdi = 0


    End If

Totopsjonsverdi = Totopsjonsverdi + Opsjonsverdi

sqdiff = (Opsjonsverdi * faktor - mean) ^ 2
tot_sqdiff = tot_sqdiff + sqdiff
     Next i


   Price = (Totopsjonsverdi / nsim) * faktor
   stdev = (tot_sqdiff / (nsim - 1)) ^ (1 / 2)

   Range("RealOpt").Select
   ActiveCell.FormulaR1C1 = Price
   Range("Stdev").Select
   ActiveCell.FormulaR1C1 = stdev
   Range("Finish_time").Value = Now()

End Sub
```