

Analyse av det nordiske finansielle markedet for elektrisk kraft basert på høyfrekvente data

Stiliserte karakteristikk

Aslak Andersen

For Agder Energi

Veileder NHH: Førsteamanuensis Jonas Andersson

Veileder Agder Energi: Fridthjof Ollmar

Masterutredning i Finans

Ved Institutt for foretaksøkonomi

NORGES HANDELSHØYSKOLE

Denne utredningen er gjennomført som et ledd i masterstudiet i økonomisk-administrative fag ved Norges Handelshøyskole og godkjent som sådan. Godkjenningen innebærer ikke at høyskolen innestår for de metoder som er anvendt, de resultater som er fremkommet eller de konklusjoner som er trukket i arbeidet.

Sammendrag

Denne utredningen beskriver statistiske egenskaper ved høyfrekvente prisdata fra det nordiske forwardmarkedet for elektrisk kraft ved å benytte 30-minutters avkastningsdata fra perioden 2007 til 2009. Jeg har analysert fem stiliserte karakteristikk for høyfrekvente data og undersøkt om disse beskriver egenskaper ved tidsserien. Disse statistiske egenskapene ved høyfrekvente data fra dette markedet er ikke blitt publisert tidligere.

Jeg har funnet at høyfrekvente avkastningsdata fra forwardmarkedet for elektrisk kraft representert ved årsforwarden har fete haler, negativ førsteordens autokorrelasjon og noe autokorrelasjon utover lag 1. Absolutte avkastningsdata har signifikant autokorrelasjon for mange lags og har i tillegg en bølgeform med topper som skiller 1 døgn i tid. Dette indikerer variasjon i intradag gjennomsnittlig volatilitet, noe jeg har funnet. En tydelig U-form med høy volatilitet ved børsens åpning og ved børs slutt beskriver hvordan volatiliteten varierer intradag. I tillegg har jeg funnet at en *lavere* andel av variansen gjennom et døgn kan tilskrives børsens åpningstid sammenlignet med aksjemarkedet. Jeg har *ikke* funnet at viktig informasjon gir høy volatilitet like etter den er offentliggjort.

Forord

Denne oppgaven er en skriftlig masterutredning i finansiell økonomi ved Institutt for foretaksøkonomi ved Norges Handelshøyskole. Oppgaven skrives for Agder Energi. Jeg vil i første omgang rette en stor takk til mine veiledere, førsteamanuensis Jonas Andersson fra NHH og Fridthjof Ollmar fra Agder Energi for konstruktive kommentarer og råd i den av og til hektiske skriveperioden. Jeg vil også takke Nord Pool for at jeg fikk tilgang til de nødvendige data slik at oppgaven kunne gjennomføres.

All estimering er gjennomført i Minitab, OxMetrics og Excel. Generering av intervalldata fra tick-data er gjort ved hjelp av programmeringsspråket Visual Basic.

Jeg startet arbeidet med utredningen vel kjent med at fagfeltet tidsrekkeanalyse kan være komplekst. Samtidig hadde jeg en stor interesse for handel i råvaremarkedene da jeg som hobby benytter en del tid på å handle i futuresmarkedet i Chicago. Da jeg så Agder Energi informere om muligheten for å skrive oppgave for dem passet det dermed godt overens med min interesse. Å skrive denne oppgaven har vært utfordrende både i form av tid og mental innsats, men jeg har endt opp med et betraktelig høyere kunnskapsnivå om temaet enn før jeg startet denne prosessen.

Jeg vil her i forordet også uttrykke en viss stolthet over innholdet i utredningen. Tilsvarende studier der man har undersøkt høyfrekvente datasett på det nordiske kraftmarkedet har jeg ikke funnet. Fremgangsmåten er blitt benyttet på andre markeder tidligere, men jeg måtte lære meg mye teori om tidsrekker og forskjellige volatilitetsmodeller for å forstå hva som kunne benyttes i min oppgave fra disse av og til svært så avanserte artiklene. Jeg håper derfor at denne utredningen vil være til nytte for aktører som forsker på det nordiske kraftmarkedet og ikke minst for min oppdragsgiver Agder Energi.

Innholdsoversikt

Sammendrag	1
Forord	2
1 Innledning	5
1.1 Bakgrunn.....	5
1.2 Mitt bidrag til eksisterende forskning	5
1.3 Fokus og begrensninger.....	7
1.4 Problemstilling	7
1.5 Struktur.....	8
2 Teoretisk rammeverk	8
2.1 Kort om det finansielle nordiske kraftmarkedet	8
2.2 Volatilitet	10
2.3 Stokastiske prosesser	11
2.4 Høyfrekvente data	13
3 Statistiske egenskaper ved høyfrekvente data for det nordiske kraftmarkedet	17
3.1 Databeskrivelse.....	17
3.1.1 Datamateriale	17
3.1.2 Filtrering.....	17
3.1.3 Generering av 30-minutters, daglige og ukentlige intervaller.....	18
3.1.4 Roll-overjustering.....	19
3.2 Innledende empiriske observasjoner	20
3.2.1 Stasjonæritet.....	22
3.3 Oppsummering	23
4 Analyse av stiliserte karakteristikk	23
4.1 Fordeling av intradags avkastning	24
4.2 Autokorrelasjon	28
4.3 Autokorrelasjon i absolutt avkastning/heteroskedastisitet	31
4.4 Intradag og ukentlige volatilitetsmønstre	34
4.5 Volatilitet rundt kunngjøring av viktig informasjon	40

4.6	Oppsummering av stiliserte karakteristikk	42
5	Resultater og diskusjoner	43
5.1	Første karakteristikk – Fete haler	43
5.2	Andre karakteristikk – Autokorrelasjon	43
5.3	Tredje karakteristikk – Heteroskedastisitet	44
5.4	Fjerde karakteristikk – Intradag variasjon i volatilitet	44
5.5	Femte karakteristikk – Effekten av informasjon på volatiliteten	45
6	Konklusjoner	45
7	Referanser	47
	Tabell 1: Usorterte Tick-data fra Nord Pool	14
	Tabell 2: Deskriptiv statistikk for avkastningsseriene i perioden 2.1.07 - 31.8.09	21
	Tabell 3: ADF-test for 30-minutters nivå og avkastningsserie	22
	Tabell 4: Deskriptiv statistikk for avkastningsseriene i perioden 2.1.07 - 31.8.09	25
	Tabell 5: LBQ-tabell for 30-min intradag avkastningsserie	30
	Tabell 6: Andeler varians per dag, over natt og over helg uten justering	38
	Figur 1: Tick-data for ENOYR-08, 2.01.07-1.08.07 før filtrering	18
	Figur 2: Tick-data for ENOYR-08, 2.01.07 - 1.08.07 etter filtrering	18
	Figur 3: 30 minutters data på nivå- og avkastningsform	20
	Figur 4: Histogram av 30-min avkastning, daglig avkastning og ukentlig avkastning	26
	Figur 5: QQ-plot og A-D-test for 30-min, daglige og ukentlige avkastningsdata	27
	Figur 6: Autokorrelasjonsfunksjon på intradag 30-min avkastning 30 lags	29
	Figur 7: ACF på intradag 30-min avkastning 1000 lags	30
	Figur 8: ACF på 30-min intradag kvadrert avkastning – 100 lags	32
	Figur 9: 30-minutter intradag variansandeler for ENOYR-08/09/10-forward samlet	36
	Figur 10: 30-minutter intradag variansandeler for ENOYR-08/09/10-forward	37
	Figur 11: 30-minutter intradag variansandeler for ENOYR-08/09/10 samlet, separerte dager	38

1 Innledning

Formålet med denne utredningen er å undersøke empirisk ved hjelp av høyfrekvente data hvordan priser utvikler seg og varierer i forwardmarkedet for elektrisk kraft.

1.1 Bakgrunn

De nordiske landene har vært i front av utviklingen av kraftmarkedet gjennom statlig deregulering og den nordiske børsen Nord Pool. Nord Pool opplevde tidlig en likviditetsvekst gjennom lavere kostnader og nye relativt sofistikerte derivatinstrumenter. Dette har ført til at den nordiske kraftbørsen sammen med den tyske børsen i Leipzig har vært den mest likvide i Europa. Kraftprodusenter og andre aktører i dette markedet benytter børsen til å sikre inntekter gjennom fremtidskontrakter, risikostyring og spekulasjon. Instrumenter som opsjoner har volatilitet som en av de viktigste prisdrivere og markedsaktører som handler i disse er derfor interessert i hvordan volatiliteten utvikler seg. Men volatiliteten er ikke bare interessant for derivattraderne. Volatile priser skaper større usikkerhet rundt produsentenes inntjening og også rundt kostnadene til forbrukerne. Finansielle aktører som har kraftinstrumenter i sine langsiktige porteføljer må også ha et mål på risiko i sine beregninger av optimal portefølje. Markedsaktørene behøver derfor kunnskap om hvordan prisene utvikler seg. Mer spesifikt kan man si at kunnskap om hvordan prisene på nivåform og avkastningsform oppfører seg er viktig for å fatte lønnsomme beslutninger når man skal handle i markedet.

1.2 Mitt bidrag til eksisterende forskning

Forskning rundt verdsettelse av derivater og risikostyring i råvaremarkedet har vært et voksende område innenfor finans de siste årene. Forskere ved Norges Handelshøyskole og andre norske utdanningsinstitusjoner har bidratt til å belyse mange sider av det nordiske kraftmarkedet. Bjerksund et al. (2000) studerer verdsettelse av opsjoner og risikostyring og benytter historiske dataserier fra det nordiske derivatmarkedet for strøm i sin analyse. Koekebakker og Ollmar (2001) ser på dynamikken i forwardkurvene der de inkluderer deskriptiv statistikk av glattede forwardpriser. Analyser om prisutvikling og volatilitet i det nordiske kraftmarkedet både på spotprisen og i forwardmarkedet er gjort av blant annet Solibakke (2002, 2005) og Simonsen (2005). Felles for disse studiene er at de benytter

daglige eller ukentlige observasjoner i analysene. Studier som studerer forwardmarkedet med kortere intervaller er imidlertid ikke tilgjengelig for det nordiske markedet.

I andre markeder er imidlertid kortere intervaller analysert. Det var få studier av høyfrekvente data før 1990, unntakene var noen få analyser av det amerikanske aksjemarkedet (Wood et al. (1985), Harris (1986), Kawaller et al.(1987). En årsak var at tilgangen til data var vanskelig og kostbar. I 1995 gav Olsen & Associates bort et år med ultra-høyfrekvente pengemarkedsdata og mange studier ble publisert med dette datagrunnlaget og forskningen på høyfrekvente data skjøt fart. Et svært sentralt bidrag rundt emnet er en bok der 15 år med forskning på pengemarkedet fra Olsen & Associates blir presentert. Boken er skrevet av Dacorogna et al (2001) og blir ofte sitert i litteraturen.

Mitt bidrag vil være en kombinasjon av disse to områdene. I denne utredningen har jeg tatt utgangspunkt i et ultrahøyfrekvent datasett, der ultra-høyfrekvente datasett er sett som inneholder alle handler (Engle, 2000). Kortere observasjonsintervaller enn daglig blir i litteraturen kalt høyfrekvente data. Ut fra dette ultrahøyfrekvente settet har jeg så generert tidsserier med priser fra hvert 30. minutt via daglige observasjoner til ukentlige priser. Basert på dette har jeg så gjort en studie av priser og volatilitet i forwardmarkedet for elektrisk kraft. Jeg har kun funnet ett paper, forfattet av Higgs og Worthington (2005), som kombinerer høyfrekvente data med kraftmarkedet , men denne studien er basert på spotpriser. Så langt jeg kan finne etter omfattende litteratursøk, behandler denne utredningen et område av finansmarkedet der det hittil ikke er publisert materiale. Dermed vil utredningen gi oss ny kunnskap om forwardkontraktene i kraftmarkedet som ikke er blitt publisert før.

Den teoretiske motivasjonen for å benytte høyfrekvente data istedenfor lett tilgjengelige daglige eller ukentlige data, er at ekstra observasjoner gir oss muligheten til å analysere hva som skjer med prisene når ny informasjon ankommer markedet. Informasjon strømmer kontinuerlig til markedet i et åpent marked og en høyere datafrekvens vil gi en bedre innsikt i denne informasjonsdynamikken (Taylor, 2005). En daglig observasjon kan vise en minimal kursendring, mens høyfrekvente data kan avdekke om det faktisk var store svingninger gjennom den samme handledagen, selv om prisen ved børs slutt tilfeldigvis endte i nærheten av sluttpris dagen før. Problemet med høyfrekvente datasett er at man får såkalte

mikrostruktureffekter som jeg kort skal se nærmere på senere. Disse effektene blir viktigere når man analyserer høyfrekvente data. I tillegg er datasettene, særlig når man benytter komplette datasett, svært omfattende og kan være tidkrevende å jobbe med. (Bollerslev, 1997 og forfatterens personlige erfaring, 2010)

1.3 Fokus og begrensninger

Å utføre en studie av kraftmarkedet basert på høyfrekvente data kan være utfordrende siden det er så mye som ennå ikke er blitt gjort. Man må derfor vokte seg for å gape over for mye. For å få en grunnleggende forståelse av intradagpriser og volatilitet kan det være nyttig å ha en deskriptiv vinkling slik man ofte gjør som første analyse i studier av finansielle tidsserier. Ved å benytte deskriptiv statistikk kan man få seg et bilde av egenskaper ved tidsserien. I finansielle dataserier har man såkalte stiliserte karakteristikk. Disse karakteristikkene er viktige egenskaper som har blitt funnet ved nesten alle analyserte markeder og som derfor har fått betegnelsen stiliserte karakteristikk. Jeg har ikke funnet at det tidligere har blitt undersøkt om disse stiliserte karakteristikkene også forklarer egenskaper ved det nordiske forwardmarkedet for elektrisk kraft. Jeg vil derfor ha et deskriptivt fokus der jeg undersøker om disse karakteristikkene også passer på intradagdata hentet fra det nordiske forwardmarkedet for el-kraft. Dette kan så legge grunnlaget for videre analyser, et naturlig eksempel kan være å evaluere forskjellige volatilitetsmodeller for best mulig å forklare usikkerheten i de nordiske kraftprisene. For å begrense oppgaven velger jeg kun så vidt å berøre slike temaer der det blir en naturlig del av diskusjonen rundt mitt hovedfokus. Jeg kan dermed formulere en problemstilling.

1.4 Problemstilling

Det er fem stiliserte karakteristikk for høyfrekvente data. Den første er at intradagsavkastningsdata har leptokurtisk form, det vil si at man vil observere fete haler sammenlignet med en normalfordeling. Nummer to er at intradagsavkastningsdata har tilnærmet ingen autokorrelasjon, vanligvis begrenset til en negativ korrelasjon mellom etterfølgende avkastninger. Den tredje er at absolutte intradagsavkastninger viser en positiv sammenheng og forekommer med mange lags. Et underspørsmål her er om det forekommer mønster i autokorrelasjonen. Den fjerde karakteristikken er at volatilitetens gjennomsnittsnivå varierer gjennom dagen. Varierer den over tid eller er det

ukedagsspesifikke forskjeller i variasjonen i gjennomsnittsnivåene? Den siste karakteristikken er at man observerer relativt høy volatilitet etter makroøkonomiske kunngjøringer. Problemstillingen i denne oppgaven er dermed å undersøke om disse stiliserte karakteristikken passer på høyfrekvente data fra kraftmarkedet.

1.5 Struktur

Strukturen i utredningen er som følger. I del 2 vil jeg presentere et teoretisk rammeverk rundt analysen. I del 3 vil jeg beskrive data og presentere noen innledende empiriske observasjoner. Deretter følger den empiriske analysen i del 4 hvor jeg ser på de fem stiliserte karakteristikken etterfulgt av en kort diskusjon av resultatene fra analysen i del 5. Utredningen avsluttes med del 6 – Konklusjoner.

2 Teoretisk rammeverk

2.1 Kort om det finansielle nordiske markedet for elektrisk kraft

Med markedsreformen i kraftmarkedet i 1990 ble Norge et pionérland for markedsbasert elektrisk kraft. Nord Pool ble etablert som en børs for handel av el-kraft og ble raskt en av Europas ledende kraftbørser.

På Nord Pool kan man handle elektrisk kraft i flere geografiske områder, nærmere bestemt det nordiske markedet, det Tyske Markedet og det nederlandske markedet. I tillegg til strøm kan man også handle i CO₂-kontrakter. Handel i finansielle kontrakter foregår på Nord Pool, mens Nord Pool Spot tar seg av spothandelen. For å øke likviditeten har Nord Pool bestemt at alle finansielle instrumenter blir oppgjort i kontanter i stedet for fysisk leveranse. Det innebærer at man må ha en marginkonto for oppgjør av kontraktene.

Det finnes mange kontrakter på det finansielle kraftmarkedet. Futureskontraktene er handlet med en forfallstid på inntil seks uker, mens forwardkontraktene blir listet opp til seks år fremover. Forwardkontraktene blir ikke oppgjort daglig (mark-to market) slik futureskontraktene blir, men blir oppgjort ved forfall. Referansen er spotprisen for det totale nordiske markedet, også kalt systemprisen. For forwardkontraktene har man månedskontrakter, kvartalskontrakter og årskontrakter. Av disse er kvartalskontraktene og årskontraktene mest likvide.

I tillegg til fremtidskontraktene for strøm som blir benyttet senere i analysen har Nord Pool flere andre produkter. I tillegg til forwards og futures kan man handle i opsjoner og såkalte *Contracts for Difference (CFD)*. CFD er en fremtidskontrakt med referanse til forskjellen mellom en områdepris og systemprisen. I tillegg har man CO₂-markedet, nærmere bestemt *European Union Allowances (EUA)* og *Certified emission reductions (CER)*. Her kan man handle i spotmarkedet, forwards, futures og opsjoner.

Mesteparten av handelen skjer gjennom Nord Pools børs. I tillegg skjer det en del handel direkte mellom markedsaktørene, såkalt *over-the-counter (OTC)* handel. *Nord Pool Clearing* tar seg av oppgjøret mellom partene og registrerer dermed også prisene som blir satt i OTC-handel. I 2009 stod Nord Pool-handelen for cirka 54% av omsetningen i det finansielle markedet, mens OTC-handelen stod for ca 46% av omsetningen (Nord Pool, 2010).

Kraftmarkedet kan på mange måter sammenlignes med andre markeder der det handles i fremtidskontrakter. Størst likhet har det med andre råvaremarkeder. En sentral forskjell fra mange markeder er at elektrisk kraft i store mengder ikke kan lagres. Den normale forwardprisformelen er gitt ved

$$F = S_0 e^{(r+q)T},$$

hvor F er forwardprisen som betales ved forfallstidspunktet T, r er risikofri rente, q er kostnaden ved å holde varen (cost of carry) og S₀ er varens spotpris. Formelen er basert på arbitrasjeargumenter, men det bygger på en forutsetning om at varen kan lagres. Elektrisitet kan som kjent lagres på batterier, men for alle praktiske formål er dette alt for dyrt til å være en løsning. Forwardprisen er dermed gitt endogent fra spotprisdynamikken (Koekebakker og Ollmar, 2001) selv om det er en viss samvariasjon. Ved roll-over, det vil si at man ved kontraktens utløp kjøper en lik kontrakt, men med lengre løpetid, vil man få et prishopp siden løpetiden T øker. I lange dataserier av flere forwardkontrakter blir dette justert siden man vet hvor mye prisen vil hoppe basert på den ovenstående formelen (S₀, r, q og T er gitt). For el-kraft har man ikke denne muligheten da formelen ikke gjelder. Man må dermed benytte andre metoder ved roll-overjustering som jeg vil beskrive i punkt 3.3 om databeskrivelse.

2.2 Volatilitet

Volatiliteten er sentral i finansfaget. Den er sentral i vår forståelse av risiko og blir dermed benyttet i en rekke modeller, blant annet i de kjente prisingsmodellene CAPM (Sharpe, 1964) og Black-Scholes-Merton-modellen (1973). Definisjonen av volatilitet er spredningen av mulige utfall av en usikker variabel. I finans er vi opptatt av spredningen i avkastningen til et finansielt aktivum. Volatiliteten blir som regel målt i standardavvik der

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (r_t - \mu)^2} \quad (1.1)$$

Hvor r_t er avkastningen på tidspunkt t og μ er gjennomsnittsavkastningen over perioden T . Variansen, σ^2 – standardavviket kvadrert, er også benyttet som et mål på volatiliteten. Standardavviket er oftest benyttet siden det har samme måleenhet som gjennomsnittsavkastningen μ , og dermed er lettere intuitivt å forstå. De to begrepene varians og standardavvik blir imidlertid ofte benyttet om hverandre.

Volatilitet og risiko er ikke det samme selv om de er nært beslektet. Risiko er knyttet til uheldige utfall, mens volatilitet, som mål på spredningen rundt et gjennomsnitt, også er forbundet med positive utfall. En annen årsak til at volatiliteten eller standardavviket ikke er et perfekt mål for risiko er at volatiliteten kun er et mål på spredningen av en fordeling. Den inneholder ikke informasjon om formen på fordelingen. Unntaket er når utvalget er normalfordelt eller lognormalfordelt, da standardavviket sammen med gjennomsnittet inneholder nok informasjon til å gjenskape den empiriske fordelingen. Unntaket med normalfordeling eller lognormalfordeling blir i finansmodeller ofte antatt å være tilstede. I denne oppgaven vil jeg blant annet undersøke om dette er tilfelle for høyfrekvente data fra kraftmarkedet.

Kjente finansielle modeller som for eksempel Black-Scholes-Merton-modellen antar blant annet at volatiliteten er konstant, men empirisk har man sett at volatilitet kan oppstå i klynger. Det vil si at store endringer har en tendens til å bli etterfulgt av nye store endringer, av begge fortegn, og små endringer har en tendens til å bli etterfulgt av små endringer (Mandelbrot, 1963). Vi vil i denne oppgaven undersøke om dette er tilfelle for vårt datasett. Dersom den ikke er konstant vil det være naturlig å benytte andre volatilitetsmodeller for å

beskrive prisvariasjonen. Det finnes flere modeller som tar høyde for at volatiliteten kan oppstå i klynger av høyere og lavere volatilitetsnivåer, det vil si at serien er heteroskedastisk. De mest kjente eksemplene er såkalte *autoregressive conditional heteroscedasticity* (ARCH)-modeller som ble introdusert av Engle (1982) og senere utvidet til en Generalized ARCH (GARCH) av Bollerslev (1986). Et eksempel på en ARCH-modell kan være definert ved:

$$r_t = \mu + \varepsilon_t,$$

hvor r_t er avkastningen på tidspunkt t , μ er forventet avkastning og hvor

$$\varepsilon_t = v_t \sigma_t \text{ der } v_t \sim N(0,1)$$

Variansen i denne modellen blir dermed:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i u_{t-i}^2$$

Denne modellen kan så bli estimert ved å benytte OLS-metoden. Forskjellige modeller som bygger på ARCH er populære nettopp fordi de er i diskret tid og de er lette å estimere. Det finnes en rekke utvidelser av denne grunnmodellen som på forskjellige måter tar høyde for ulike egenskaper ved dataserier. Det er derfor dataserien "selv" som styrer hvilken volatilitetsmodell som beskriver denne serien best. Andre modeller som stokastiske volatilitetsmodeller (SV) finnes også, men er mindre utbredt på grunn av vanskeligere estimering (Taylor, 2005).

2.3 Stokastiske prosesser

Priser og avkastninger i denne oppgaven er modellert ved tidsordnede sekvenser av tilfeldige variabler kalt stokastiske prosesser. En nøkkelegenskap er i hvilken grad disse variablene som er målt på forskjellige tidspunkt korrelerer med hverandre og jeg vil nå se nærmere på hva en stokastisk prosess er og hva forskjellige korrelasjonsmønstre betyr.

En stokastisk prosess $\{X(t)\}$ kan beskrives ved angivelse av den simultane sannsynlighetsfordelingen til $X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_n)$ for et vilkårlig utvalg tidspunkter (t_1, t_2, \dots, t_n) . Et tidsordnet sett av observasjoner $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ er kalt en tidsrekke. Spesielt interessant er

stasjonære prosesser der $X(t_1 + k), X(t_2 + k), \dots, X(t_n + k)$ har den samme sannsynlighetsfordelingen for alle k , såkalt strikt stasjonærhet. Det innebærer at det er avstanden mellom tidspunktene som er avgjørende, og ikke hvor på tidsaksen man befinner seg. For en stasjonær prosess vil man uavhengig av t ha følgende sammenheng når $\mu(t)$ er prosessens forventning og varians og kovarians er gitt ved henholdsvis $\sigma^2(t)$ og $\gamma(t,s)$.

$$\mu(t) = \mu$$

$$\sigma^2(t) = \sigma^2$$

$$\gamma(k) = \text{cov}(x(t), x(t + k)) \text{ om disse eksisterer}$$

Dette utgjør første- og andreordensmoment til variablene og gir oss den stasjonære prosessens autokorrelasjonsfunksjon.

$$P(k) = \gamma(k) / \gamma(0) = \text{korr}(x(t), x(t + k))$$

$$P(0) = 1 \text{ og } P(-k) = P(k)$$

Dersom den stokastiske prosessens første- og andreordensmoment ikke forandres over tid er prosessen svakt stasjonær. Stasjonærhet innebærer at et sjokk ikke er vedvarende og ikke representerer en ny likevekt, men at tidsserien returnerer til den gamle likevekten etter et sjokk. En prosess er kalt *Gaussisk* hvis de etterfølgende variablene ($X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_{t+k}$) er multivariert normalfordelte for alle t og k . En slik Gaussisk prosess er alltid strikt stasjonær.

Hvit støy betegnes som en *ren tilfeldig prosess* (Maddala, 2001). Stasjonære, ukorrelerte prosesser med forventning lik null er en ren tilfeldig prosess (Hamilton, 1994). En strengere definisjon er at variablene er *uavhengig* og identisk fordelte (independent and identically distributed – IID) med forventning lik null, kalt *streng (strict) hvit støy*. Forskjellen mellom hvit støy og streng hvit støy er viktig dersom prosessene er ikke-gaussiske. En stasjonær avkastningsserie med forventning lik null som har volatilitetsklynger, vil ikke være IID og ikke tilfredsstillende definisjonen av streng hvit støy. Variabler som er IID er de primære byggesteinene i stokastiske prosesser. Hvit støy-prosesser som ikke er IID kan ofte bli konstruert som en transformasjon av IID variabler. ARCH(1)-modellen (Engle, 1982) som tar hensyn til volatilitetsklynger er et typisk eksempel.

Random Walk er en prosess som ofte blir brukt for å beskrive utvikling i priser. Anta at $\{\varepsilon_t\}$ er en ren tilfeldig serie med forventning μ og varians σ^2 . Dersom vi har $X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t$ kalles prosessen Random Walk. Dette er en ikke-stasjonær prosess. Differensiering gir $\Delta X_t = \varepsilon_t$ og Random Walk blir redusert til hvit støy på differensiert form. En integrert stokastisk prosess er en prosess som består av kumulerte feilledd. En stasjonær prosess er integrert av orden null, $I(0)$. Ikke-stasjonære prosesser er integrerte av orden n og blir betegnet $I(n)$ med $n \geq 1$. En slik prosess må differensieres n ganger for å bli $I(0)$. Ikke-stasjonære prosesser kan føre til spuriøse regresjoner.

Mange modeller for avkastning er stasjonære, mens priser (nivå) som regel ikke er stasjonære (Baillie og Bollerslev 1994). Noe av inferensmaterialet for dette kommer fra såkalt *unit root* tester. Råvarepriser i spotmarkedet kan være stasjonære, men de tilhørende forwardprisene er teoretisk sett ikke-stasjonære (Samuelson 1965, 1976). Kraftpriser er ikke-stasjonære og må differensieres for å få stasjonære prosesser (A.J Conejo et al. 2005).

2.4 Høyfrekvente data

I finansielle tidsserier indikerer "høyfrekvent" at prisene er registrert oftere enn daglig. Jo oftere prisene blir registrert, jo høyere frekvens. De vanligste intervallene i forskningslitteraturen når man ser på høyfrekvente data er 5 minutter, 15 minutter og 30 minutter, avhengig av hvilket marked som blir undersøkt. Komplette datasett der alle handler er inkludert blir av Engle (2000) kalt *ultra-høyfrekvente*. Andre navn som ofte blir benyttet om høyfrekvente datasett er *tick-data*, der en tick er én handel. Bruken av høyfrekvente data er stigende siden man får mulighet for å bedre forstå mikrostrukturer i markedet. Mulighetene for akademika til å undersøke nye områder av finans og tradernes mulighet for å tjene mer penger med den ekstra informasjonen man får, gjør det sannsynlig at det vil bli mer fokus på høyfrekvente data i tiden fremover.

Den grunnleggende utfordringen ved høyfrekvente data er først og fremst omfanget og størrelsen på datasettene man skal behandle. Bredere analyser av for eksempel de 500 aksjene i S&P 500-indeksen vil kunne føre til milliarder av datapunkter som skal analyseres. Datafilene som jeg har benyttet innholdt til sammen 1580233 observasjoner. I tabell 1 kan

man se et lite utsnitt av hvordan Tick-data fra Nord Pool fremstår uten noe formatering eller sortering.

Tabell 1: Usorterte tick-data fra Nord Pool

TradingDay	ContractTime	DealNumber	TradeNumber	DealSource	BuySell	MakerTaker	MarketID	InstrumentType	ContractTicker	Price	NbrOfContracts	ContractSize
02/01/2009	02/01/2009 09:05:54	3225623	208135313	Exchange	S	Initiator	ENO	ENFW	ENOMFEB-09	43	5	672
02/01/2009	02/01/2009 09:05:54	3225674	208135451	Exchange	B	Aggressor	ENO	ENFW	ENOMFEB-09	43	5	672
02/01/2009	02/01/2009 09:09:00	3225940	208136167	OTC	B	OTC Trade	ENO	ENFW	ENOMFEB-09	42.75	15	672
02/01/2009	02/01/2009 09:09:00	3225941	208136169	OTC	S	OTC Trade	ENO	ENFW	ENOMFEB-09	42.75	15	672
02/01/2009	02/01/2009 09:17:06	3225626	208135322	Exchange	B	Initiator	ENO	ENFW	ENOQ2-09	38	1	2184
02/01/2009	02/01/2009 09:17:06	3225642	208135365	Exchange	S	Aggressor	ENO	ENFW	ENOQ2-09	38	1	2184
02/01/2009	02/01/2009 09:17:10	3225628	208135327	Exchange	S	Aggressor	ENO	ENFW	ENOQ2-09	38	1	2184
02/01/2009	02/01/2009 09:17:10	3225918	208136103	Exchange	B	Initiator	ENO	ENFW	ENOQ2-09	38	1	2184
02/01/2009	02/01/2009 09:20:30	3225630	208135333	Exchange	S	Initiator	ENO	ENFW	ENOYR-10	38	1	8760
02/01/2009	02/01/2009 09:20:30	3225630	208135334	Exchange	B	Aggressor	ENO	ENFW	ENOYR-10	38	1	8760

Fremskrittene i datautstyr har gjort størrelseutfordringene lettere å løse, men det gjenstår fortsatt en del statistiske utfordringer som ofte har sitt utspring i volumet av handler og dermed muligheten for å korrigere eventuelle feil.

Blant utfordringer som må tas hensyn til er blant annet at tick-data er ikke-synkroniserte og utfordringer i forhold til tidsintervaller. Andre problemer er bid-ask bounce som kan generere negativ autokorrelasjon og intradagmønster i handelsfrekvens. De fleste datasett inneholder også feil av ulik type, isolerte feilticks, suksessive feilticks eller desimalfeil. I tillegg er det ofte vanskelig å forklare årsaken til de feilaktige datapunktene. Dette gjør at kanskje det vanskeligste ved filtrering av høyfrekvente data er å definere hva som er feil og hva som er godkjent. Klare avvik, som for eksempel komma på feil sted er lett å fjerne: Utfordringene ligger der man støter på mindre avvik som både kan være en feil eller en reell handel.

Filtrering av slike mindre avvik fører til et dilemma. Dersom man filtrerer med for "grovt" filter kan man fortsatt ha feildata som igjen vil gi feilaktige analyser. Volatiliteten vil for eksempel bli for høy da man har feilaktige observasjoner som gir en høyere variasjon. Spesielt utsatt er volatilitetsestimatene når man ser på ukentlige intradagseffekter som i figur 11. Der har man færre observasjoner per estimat og feilaktige data vil dermed gi større utslag. Dersom man filtrerer med for "fint" filter risikerer man at man tar ut så mye data at man endrer de statistiske egenskapene til datasettet. Dersom man filtrerer for fint vil man ta bort for mange observasjoner der stor absolutt avkastning er "sann". En del observasjoner som ikke er et resultat av feilticks vil dermed være tatt bort og man vil undervurdere dataseriens varians. Dunis et al. (1998) argumenterer for at filtrering på en arkivert database

typisk vil være mer grundig enn det som er mulig å få til for realtidsdata. Falkenberry (2002) argumenterer på den andre siden for å behandle innkommende realtidsdata og historisk data likt. Argumentet for dette er at en trader vil kunne oppleve at tradingstrategien som er bygget på en analyse fra et sterkt filtrert datasett vil kunne føre til uønskede handler i form av for eksempel stop-loss-handler når strategien skal utøves på den litt grovere virkelige datastrømmen. Man kan tydelig se en forskjell i argumentasjonen på hvordan akademikeren og praktikeren tenker, men forskjellige tidshorisonter blant de som er tradere fører også til at man har forskjellige behov for hvor nøye slike data skal filtreres. Sannsynligvis vil man derfor kunne si at forskjellig bruk vil kreve forskjellig filtrering.

Analyser der man benytter ekstremnivåene innen en gitt periode som for eksempel såkalte høy/lav-volatilitetsberegninger basert på den høyeste og den laveste verdien innenfor den valgte tidsperioden vil kunne få svært store utslag i resultatene ved endringer i filtrering siden avvikende data som burde vært fjernet ofte genererer et nytt ekstremnivå. Dette viser også en av fordelene ved høyfrekvente data. Feildata er sannsynligvis oftere en del av en tidsperiodes ekstremverdier enn det man ofte vil forestille seg, men de fleste brukere vil ikke ha mulighet til å undersøke hvordan prisene utviklet seg når ekstremverdien ble satt. Dette argumentet kan benyttes på alle tidsintervaller utenom på tick-nicå der man har all informasjon om prisutviklingen. Data bør derfor filtreres på høyest mulig frekvensnivå (Falkenberry, 2002).

Bid-ask bounce er betegnelsen på hva som skjer når prisene hopper mellom bid-prisen og ask-prisen. Denne mikrostruktureffekten kan føre til feilaktige volatilitetsestimater og autokorrelasjoner siden den "reelle" prisen ligger et sted mellom bid og ask, se for eksempel Andreou & Ghysels (2002), Bai Russel & Tao (2004) eller Oomen (2002). Dette blir av og til løst ved å benytte midtpunktet mellom bid og ask som den registrerte prisen. Man kan også benytte et volumvektet midtpunkt hvor man benytter volumet i ordrene som ligger ute på bid-prisen og på ask-prisen (Bollerslev og Andersen, 1998). Dette er først og fremst et problem når man ser på meget høyfrekvente data (Guillaume et al., 1995). Fem minutt avkastningsdata blir benyttet i en analyse av spotmarkedet for Tyske Mark - Dollar uten at bid-ask bounce blir dominant (Bollerslev og Andersen, 1998).

En annen utfordring ved tick-data er ujevn tidsavstand i tidsrekken. I analyser av høyfrekvente finansielle data hvor man trenger å generere tidsrekker med faste tidsintervaller fra tick-data vil man støte på dette problemet. En enkel og vanlig metode som for eksempel benyttes i nesten all rapportering av daglige data er å benytte den siste handelen før tidsperiodens utløp. Metoden kalles ofte *previous-tick* og ble introdusert av Wasserfallen & Zimmermann (1985). Illikvide instrumenter vil for eksempel kunne ha siste handel flere timer før børsen stenger. Ved analyse av slike data vil man kunne få feilaktige korrelasjoner mellom ulike instrumenter.

En annen mulighet er å interpolere mellom observasjoner. En metode er lineær interpolasjon der man benytter de registrerte verdiene like før og etter tidspunktet man skal interpolere for. Man interpolerer så lineært i tid. Anta et gap mellom tiden t og $t+m$ i tidsrekken. Man gjennomfører en lineær interpolasjon hvor verdien x_{t+k} , der $k < m$ estimeres ved

$$\hat{x}_{t+k} = x_t + \frac{x_{t+m} - x_t}{m}k$$

En noe lettere mulighet er å benytte et rent gjennomsnitt av de to verdiene. Problemet med interpolasjon er at man kommer til å undervurdere variasjonen i serien. (Andersson, 2007) En annen svakhet er at man kan bruke fremtidig informasjon for å finne hver avkastningsobservasjon. Dersom man i en eventuell tradingstrategi benytter funn fra analyser der man har interpolert, vil man kunne støte på problemer i utførelsen av strategien når man ikke kan benytte seg av fremtidig informasjon. Dette vil dog ikke være et problem i denne oppgaven.

3 Statistiske egenskaper ved høyfrekvente data for det nordiske kraftmarkedet

I dette kapittelet vil jeg se på noen innledende statistiske egenskaper ved det nordiske kraftmarkedet, representert ved årsforwardkontrakten. Jeg vil beskrive tidsseriedataene med spesielt fokus på utfordringene ved høyfrekvente data. Deretter går jeg inn på de ulike empiriske observasjonene. Til slutt vil jeg kort oppsummere de innledende resultatene.

3.1 Databeskrivelse

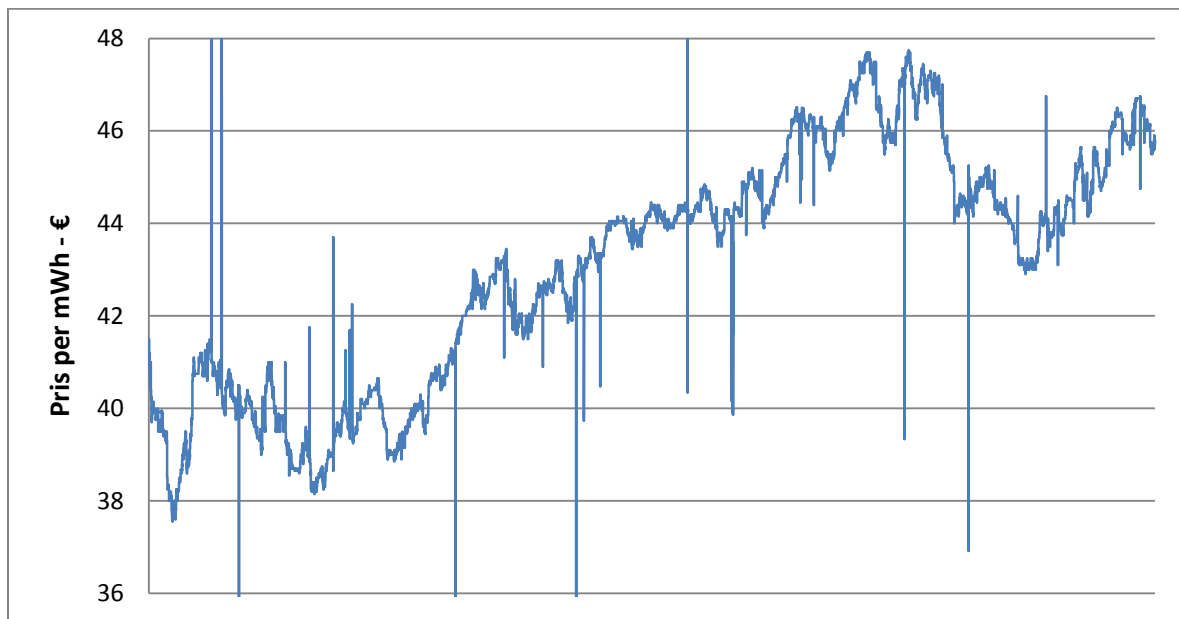
3.1.1 Datamateriale

Datamaterialet i denne undersøkelsen er hentet direkte fra Nord Pools FTP-server. Derfra er alle handler i det finansielle kraftmarkedet tilbake til 2007 lastet ned. Fra disse filene har jeg så hentet ut alle handler i de kontraktene jeg skal se på i analysen. Jeg har valgt å se på årsforwardene, nærmere bestemt 2008, 2009 og 2010-kontrakten. Grunnen til at årsforwarden er valgt er høy volatilitet og at man slipper mange bytter av kontrakt som man vil gjøre ved forfall (roll-over). Disse kontraktene har kjennetegn ENOYR-08, ENOYR-09 og ENOYR-10. Utvalget i undersøkelsen består av 30-minutters priser som basis og i tillegg daglige og ukentlige priser. Alle disse er generert fra tick-data fra Nord Pool. Antall observasjoner i seriene er henholdsvis 10641/665/123. Nord Pools åpningstid fra 08:00 til 15:30 fører til at det for 30-minuttersserien er 16 observasjoner per dag.

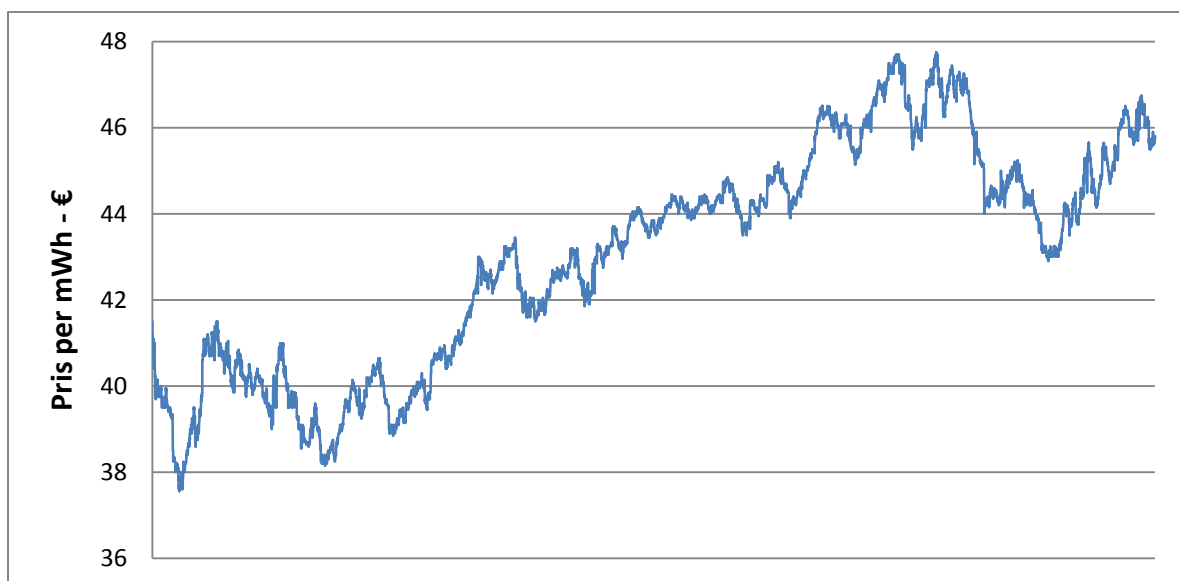
3.1.2 Filtring

Datamaterialet er filtrert ved å gå gjennom hele datasettet manuelt og luke ut feil. Gode algoritmer vil nok være raskere, men algoritmene må være relativt avanserte for å kunne ta gode avgjørelser i tvilstilfeller. Metoden jeg har benyttet er å undersøke datasettet grafisk i stor detalj for å finne irregulære prishopp. Store avvik er lette å avsløre, mens jeg for mindre avvik har gått inn og undersøkt når avviket kom og sammenlignet med priser før og etter avviket. I de fleste tilfeller var dette nok til å avgjøre om det var en feil eller ikke. Tvilstilfellene er få og i de tilfellene er avvikene relativt små. Det er i første rekke *Over the counter*-handler som inneholder feil. Etter at faste tidsintervaller ble generert gikk jeg så igjennom disse grafisk for å finne eventuelle unaturlige prishopp, men den forrige filtreringen på tick-nivå gjorde at det ikke ble funnet klare feil. I figur 1 og 2 kan man se deler av datasettet før og etter filtrering.

Figur 1: Tick-data for ENOYR-08, 2.01.07-1.08.07 før filtrering



Figur 2: Tick-data for ENOYR-08, 2.01.07 - 1.08.07 etter filtrering



3.1.3 Generering av 30-minutters, daglige og ukentlige intervaller

Fra det filtrerte datasettet er det så generert prisdata med jevne tidsintervaller. 30-minuttersintervaller er valgt for å få relativt høyfrekvente data samtidig som man unngår at bid-ask bounce-effekten blir for dominant (Guillaume et al, 1995). Bollerslev og Andersen (1998) analyserer 5-minuttersintervaller i pengemarkedet uten at denne effekten blir for dominant, men for ettårsforwardene i kraftmarkedet blir dette for hyppig på grunn av

kontraktenes likviditet. Det ville også vært for mange perioder der det ikke skjer handler og slike hull i datagrunnlaget vil gi en kunstig høy positiv autokorrelasjon.

For å generere data med jevne intervaller har jeg benyttet siste registrerte observasjon i 30-minuttersintervallet, såkalt *previous-tick* metoden. Årsaken til dette er todelt. Man får på denne måten ikke priser som benytter seg av fremtidig informasjon og man unngår å interpolere over flere tidsperioder når det blir hull som er lengre enn ett intervall. En ulempe med dette er at man kan få kunstig høy positiv seriekorrelasjon dersom det blir mye hull. Dagens første prisobservasjon etter 08:00 benyttes som åpningsverdi. Dersom denne prisobservasjonen ikke forekommer før 08:30 blir dagens første observasjon fortsatt satt til kl 08:00. Likedan blir de etterfølgende prisene på tidspunkt 08:30, 09:00, osv. satt til dagens første observasjon inntil man kommer til dagens andre observasjon. I løpet av de 665 dagene i datasettet skjer dette 83 ganger, dvs. ca 12 % av dagene. Som en kuriositet kan det nevnes at ca 50 % av tilfellene forekommer i enten juli/august, etter langhelger, rundt påske eller ved juletider. Det er også en merkbar nedgang fra 45 tilfeller i 2007 via 22 tilfeller i 2008 til 17 tilfeller i de første 8 mnd i 2009. 2009 mangler 4 måneder, men i 2007 og 2008 var det hhv 7 og 5 tilfeller fra september til desember.

3.1.4 Roll-overjustering

Det er ikke uproblematisk å kombinere de tre forwardkontraktene i én tidsrekke. Siden elektrisk kraft i praksis ikke kan lagres i store mengder kan man ikke benytte arbitrasjeargumenter for å gjøre forwardprisen til en funksjon av spotprisen, renten og tiden til forfall, slik man kan gjøre for mange andre forwardkontrakter. De tre kontraktene blir slik sett ikke avhengige av hverandre. Dette kan føre til store prishopp når man går over til en ny kontrakt i tidsrekken. De underliggende tilbuds- og etterspørselskreftene vil likevel normalt sett være relativt like og på differensiert form vil man kunne slå kontraktene sammen så lenge man tar bort avkastningsobservasjonene som er et resultat av den siste handelen i en kontrakt og den første handelen i neste. Man får dermed en slags roll-overjustering ved å fjerne de to overgangene på avkastningsform.

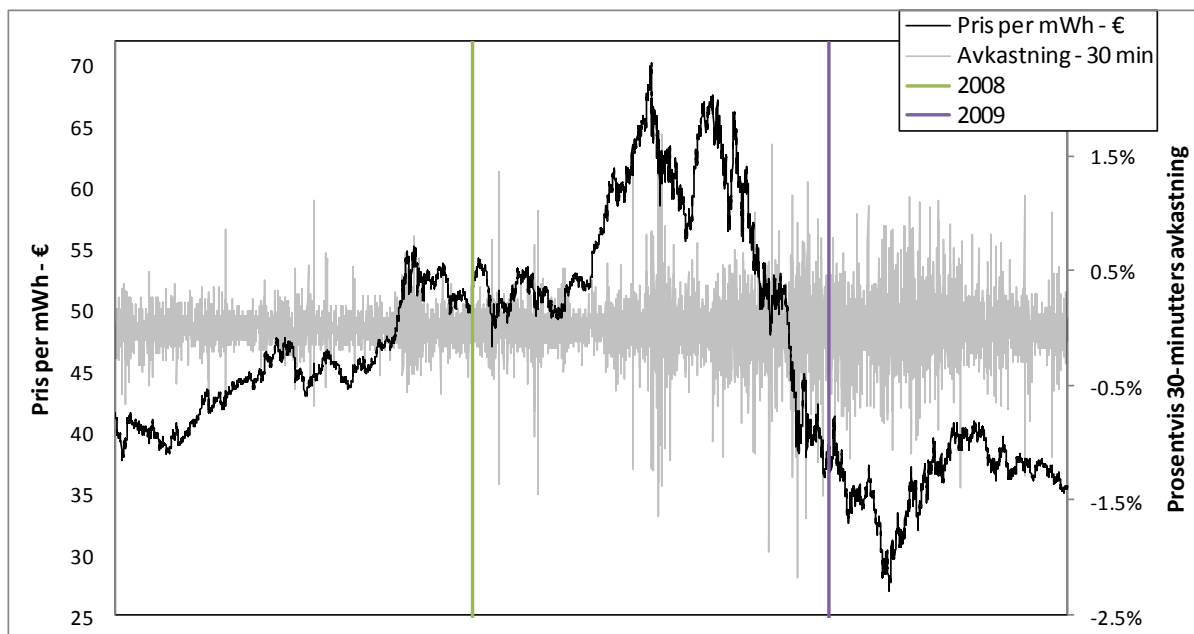
Som utgangspunkt for den videre studien vil jeg benytte logaritmiske avkastninger for serien. Logaritmiske avkastninger har mer egnede analytiske egenskaper enn aritmetiske

avkastninger, og for små kursendringer gir logaritmisk avkastning en god tilnærming til den aritmetiske avkastningen. Dette er i overensstemmelse med litteraturen. Avkastningen er da gitt ved:

$$r_i = \ln\left(\frac{X_t}{X_{t-1}}\right)$$

3.2 Innledende empiriske observasjoner

Figur 3: 30 minutters data på nivå- og avkastningsform



Den grønne og den lilla linjen marker årsskiftene 2007/2008 og 2008/2009. Her skiftes det fra hhv. ENOYR-08 til ENOYR-09 og ENOYR-09 til ENOYR-11. Den svarte linjen i figur 3 viser 30-minutters prisnoteringer av ettårsforwardene i perioden januar 07 til august 09. Prisen varierer fra en topp i midten av 2008 på 70,2 euro per megawatttime til en bunn på 27 euro per time i begynnelsen av 2009. Vi kan se at prisen i løpet av perioden har steget tilnærmet 100 % før den har falt ca 60 %. Det ser ikke ut som om prisnivåserien er stasjonær da den ikke klart returnerer til noe gjennomsnitt. Den grå linjen viser 30 minutters avkastning i den samme perioden. Man kan klart se lang mindre utslag i første halvdel av perioden sammenlignet med andre halvdel. Vi kan også observere en tendens til at større utslag ligger

nær andre store utslag og at mindre utslag har en tendens til å ligge nær mindre utslag. Dette fenomenet kalles volatilitetsklynger. Jeg vil se grundigere på dette senere når jeg ser på de stiliserte karakteristikkene.

Tabell 2: Deskriptiv statistikk for avkastningsseriene i perioden 2.1.07 - 31.8.09

	Gj.snitt	Median	Maximum	Minimum	Std.avvik	Ant. Obs.
30 – min	-0,000007	0	2,68%	-2,55%	0,24%	10639
30 – min ex. Close-Open	-0,000003	0	1,69%	-2,17%	0,21%	9975
Daglig	-0,000106	0,000411	3,70%	-3,83%	0,90%	665
Ukentlig	-0,00097	0	4,06%	-5,50%	1,78%	123

Tabell 1 gir deskriptiv statistikk for avkastningsseriene. Jeg har skilt mellom 30-minutters avkastning som inneholder avkastningen fra close til open og 30-minutters avkastning som ikke inneholder avkastningen over natten og over helg. Rekken kalt "30-min ex. Close-Open" er dermed ren *intradag* avkastningsdata og er serien som blir benyttet videre i analysen.

Tidsrekken har et negativt gjennomsnitt. Det er en pågående diskusjon for råvaremarkeder og også for kraftmarkedet om det eksisterer en positiv forventet avkastning på lang sikt, også kalt *risikopremie*. En risikopremie er en meravkastning som investor får som en kompensasjon for å holde et risikofylt finansielt instrument. En eventuell risikopremie vil man kunne lese ut fra gjennomsnittet til en dataserie, men for at man kan gjøre dette må man analysere et relativt langt tidsintervall. Dette fordi man kan ende opp med å analysere en for kort periode der prisen tilfeldigvis gikk kraftig opp. Bodie og Rosansky (1980) analyserte en portefølje av futurekontrakter i råvaremarkedet fra 1950 til 1976 og fant en positiv premie på ca 10 % årlig. Senere studier har derimot funnet lite bevis for en positiv risikopremie i råvaremarkedet (Kolb, 1992 og Bessembinder, 1993), noe som kan tyde på at Bodie og Rosansky analyserte råvaremarkedet i en periode som var unormalt god. For det nordiske kraftmarkedet er de 2 og 2/3 årene uansett et for kort tidsintervall til å kunne si noe videre om dette. Vi har en hypotese der man antar at gjennomsnittene er lik 0. Ved krav

om 95 % konfidensintervall blir hypotesen forkastet dersom man har et gjennomsnitt som ligger mer enn ca to standardavvik fra 0. Vi ser umiddelbart at dette er langt fra tilfelle da vi har standardavvik for 30-minuttersserien på 0,24 %, mens gjennomsnittet er på -0,0007 %. Vi antar derfor videre i analysen en forventet avkastning lik 0. Selv om den tradisjonelle testen ovenfor bygger på noen strenge forutsetninger som nok ikke passer på dette datasettet er det klart fra datamaterialet at hypotesen ikke kan forkastes på normale konfidensintervaller.

3.2.1 Stasjonæritet

For å avgjøre hvorvidt tidsserien med 30-minuttersintervaller er ikke-stasjonær, $I(0)$, eller stasjonær, $I(1)$, benytter jeg en unit-root test kalt Augmented Dickey-Fuller-testen (ADF-testen) for $I(1)$ mot $I(0)$, (Dickey og Fuller, 1981). Denne modellen kan beskrives med følgende formel:

$$\Delta y_t = \psi y_{t-1} + \sum_{i=1}^{\rho} \alpha_i \Delta y_{t-i} + \mu_t$$

Jeg benytter Akaike-kriteriet for å bestemme hvor mange forsinkelser (lags) ρ jeg benytter i testen (Akaike, 1974). Serien analysert på nivåform har 18 lags, ρ , og 16 lags analysert på avkastningsform. I ADF-testen er nullhypotesen at tidsserien er ikke-stasjonær mot alternativhypotesen om at tidsserien er stasjonær. Nullhypotesen definert i form av parametre er at $\psi = 0$ og alternativhypotesen at $\psi < 0$. Jeg finner at for 30-minuttersdata på nivåform er tidsserien ikke signifikant forskjellig fra nullhypotesen, mens på avkastningsform er tidsserien signifikant forskjellig fra 0. Dette er i overensstemmelse med Conejo et al.(2005).

Tabell 3: ADF-test for 30-minutters nivå og avkastningsserie

	ADF-t statistic
ADF test statistic (nivå)	-1,21
ADF test statistic (avkastningsserie)	-25,57
Testens kritiske verdier	5 % -nivå: -2,86 1 % -nivå: -3,43

3.3 Oppsummering

Strømprisen viser en jevn stigende trend til midten av 2008 før den faller kraftig i noen måneder. Avkastningens volatilitet viser tendenser til å oppstå i volatilitetsklynger noe jeg skal undersøke nærmere senere. Dataserien er stasjonær på nivåform, men ved differensiering er serien ikke-stasjonær og vi benytter den differensierte dataserien i de etterfølgende analysene.

4 Analyse av stiliserte karakteristikk

Stiliserte karakteristikk er definert som egenskaper som forventes å være tilstede i finansielle avkastningsdata (Taylor, 2005). For intradagavkastning har man fem stiliserte karakteristikk, hvor de tre første karakteristikkene i stor grad sammenfaller med dem man finner for daglige data. De tre første er at i) fordelingen av avkastning er ikke normal, ii) det er tilnærmet ingen korrelasjon mellom avkastninger for forskjellige dager, og iii) at korrelasjonen for kvadrert/absolutt avkastning er positiv for nærliggende dager. Dette er for daglige data veldokumenterte egenskaper som har vist seg å bestå over tid. Blant annet har Booth og Gurun (2004) funnet disse karakteristikkene i pengemarkedet i Firenze fra 1389 til 1432 og Harrison (1998) fant tilsvarende i aksjemarkedet i London fra 1724 til 1740.

For høyfrekvente avkastninger har man i tillegg funnet at volatilitetens gjennomsnittsnivå avhenger av hvilke periode på dagen man analyserer. I tillegg finner man at det er relativt høy volatilitet like etter offentliggjøring av makroøkonomisk informasjon av betydning. Jeg vil i de neste avsnittene undersøke om disse fem stiliserte karakteristikkene også gjelder for høyfrekvente data fra kraftmarkedet.

En stilisert karakteristikk er som nevnt en egenskap som forventes å være tilstede i tilnærmet alle finansielle tidsserier. Jeg forventer derfor stort sett å finne liknende resultater som tidligere studier for andre markeder, nærmere bestemt at de stiliserte karakteristikkene eksisterer også i forwardmarkedet for elektrisk kraft. Det er imidlertid mulig at kraftmarkedet reagerer annerledes på ny informasjon i markedet og at den femte karakteristikk ikke stemmer for dette markedet. Elektrisk kraft er et produkt som på mange måter har tilbuds- og etterspørselsfunksjoner som skiller seg fra andre varer. Etterspørselen varierer en del og har en del sesongvariasjoner, men variasjonene er ofte

relativt predikerbare. I det nordiske markedet er tilbudet tett knyttet til vannmengden i de mange vannmagasinene som benyttes i vannkraftverkene. Værvarsler er et eksempel på informasjon som påvirker prisen, fordi mengden vann i magasinene er så avgjørende. Om markedsaktørene benytter egne meteorologer eller offentlig publiserte varsler varierer nok fra aktør til aktør. Det kan være mulig å finne utslag av offentliggjøring av værvarsler i volatilitetsmønstre i løpet av en dag, men dersom en stor del av aktørene har interne meteorologer vil nok offentlige værvarsler ikke gi utslag i form av faste volatilitetsendringer på gitte tidspunkt.

Jeg vil i dette kapitlet gjennomgå de fem karakteristikkene og se om de også beskriver egenskaper for kraftmarkedet på en god måte. Jeg vil mot slutten av kapitlet kort oppsummere mine funn et før jeg i det etterfølgende kapitlet diskuterer hvilke konsekvenser disse resultatene har.

4.1 Fordeling av intradagsavkastning

Den første stiliserte karakteristikken er at fordelingen ikke er normal, men er leptokurtisk, det vil si fetere haler og en høyere topp. I tillegg vil det være høyere kurtose ved høyere avkastningsfrekvens. (Taylor, 2005). Skjevheten er normalt tilnærmet lik 0 som i normalfordelingen.

Skjevhet er gitt ved

$$b_1 = \left(\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (x_i - \bar{x})^3 \right) / \left(\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (x_i - \bar{x})^2 \right)^{3/2},$$

der \bar{x} er utvalgets gjennomsnitt. For en normalfordelt variabel vil skjevheten være 0.

Kurtose er gitt ved

$$b_2 = \left(\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (x_i - \bar{x})^4 \right) / \left(\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (x_i - \bar{x})^2 \right)^2,$$

der \bar{x} er utvalgets gjennomsnitt. For normalfordelte variabler vil kurtose være lik 3. Såkalt *overskytende kurtose* er lik $b_2 - 3$. I Tabell 2 rapporteres overskytende kurtose.

Tabell 4: Deskriptiv statistikk for avkastningsseriene i perioden 2.1.07 - 31.8.09

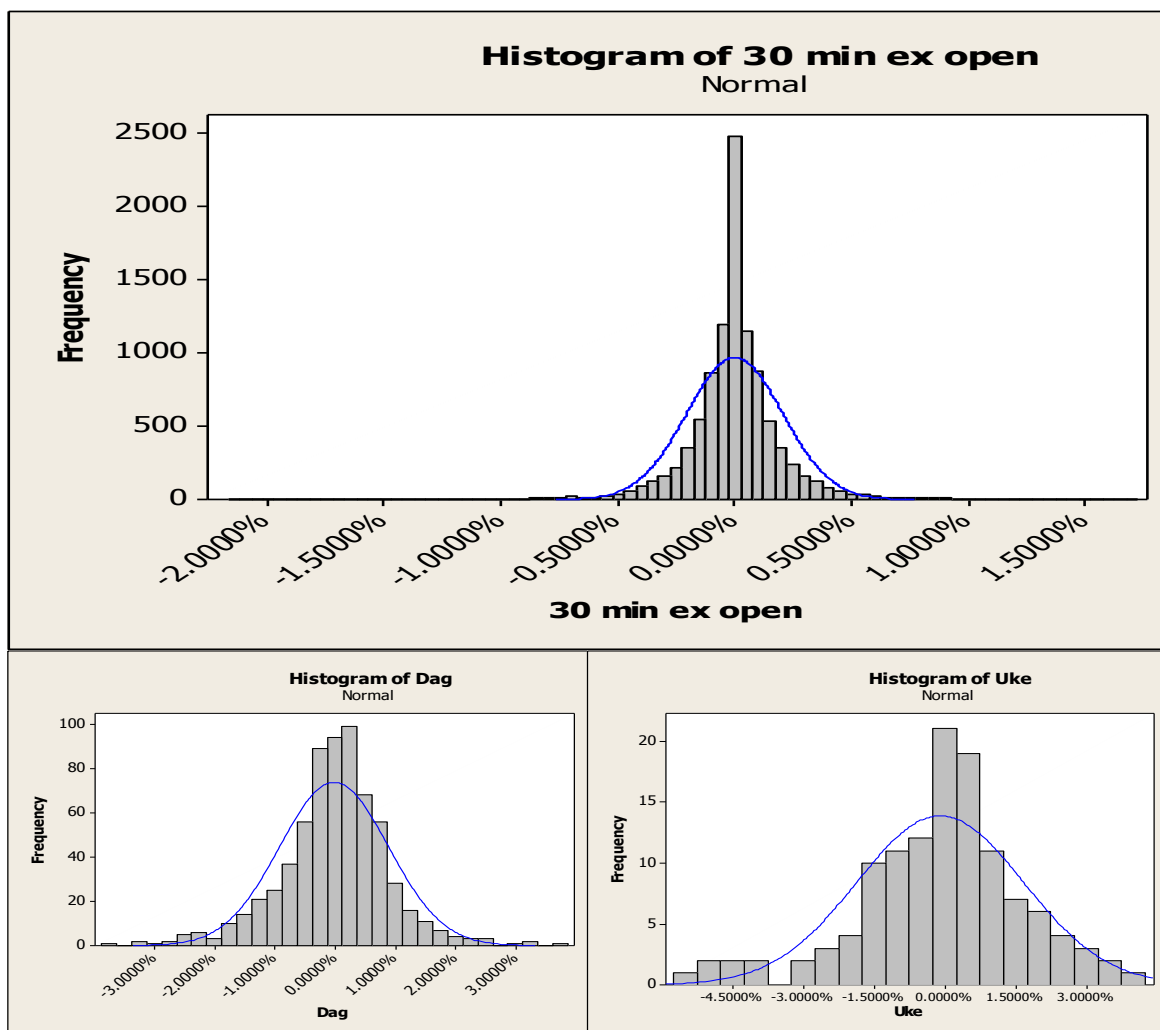
	Skjevhet	Overskytende kurtose	Ant. Obs.
30 – min	-0,30	12,72	10639
30 – min ex. Close-Open	-0,33	10,66	9975
Daglig	-0,26	2,19	665
Ukentlig	-0,30	0,95	123

I analysen videre benytter vi 30-min avkastningsdata uten observasjonen fra Close til Open, da denne perioden jo er lengre enn 30 minutter og vil gi både en høyere kurtose og volatilitet. Figur 4 viser histogrammer av den høyfrekvente, daglige og den ukentlige dataserien. Den blå linjen viser normalfordelingen. Man ser tydelig en høy topp sammenlignet med normalfordelingen for den høyfrekvente serien, mens den er noe mindre utpreget på den daglige og ukentlige. Histogrammet kan virke litt misvisende for det er ikke lett å se at det påviser fete haler. Fra tabellen og histogrammet kan vi se en klar leptokurtisk fordeling for den høyfrekvente dataserien, men for den daglige og ukentlige serien trengs flere undersøkelser før man kan trekke konklusjoner.

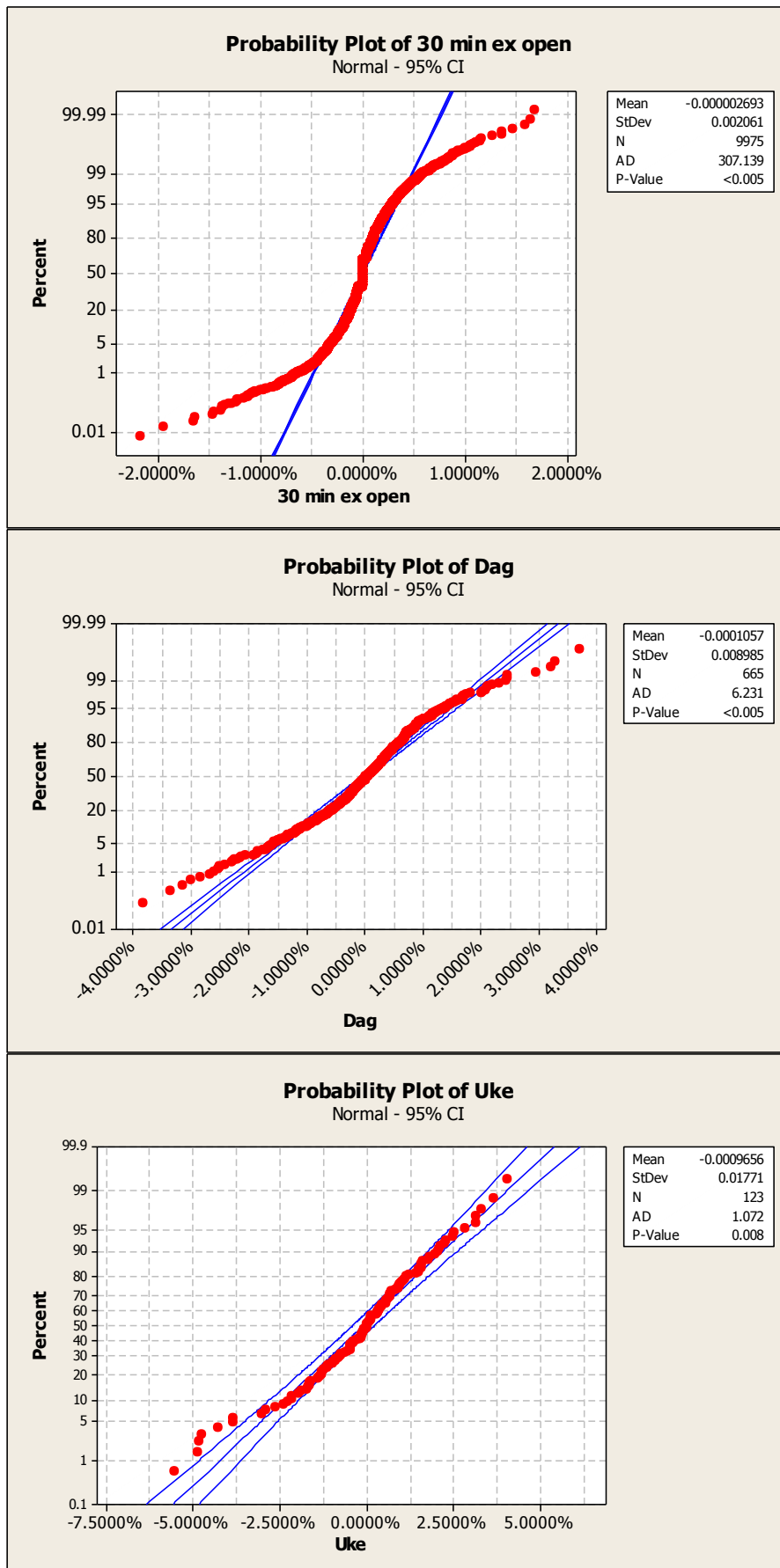
Jeg har benyttet en normalitetstest kalt Anderson-Darling (A-D) sammen med QQ-plott av tidsseriene i figur 5. Den midterste blå linjen representerer hvor normalfordelte plot ville vært, mens de andre blå linjene representerer et 95 % konfidensintervall rundt senterlinjen. Nullhypotesen for testen er at tidsserien er normalfordelt, mens den alternative hypotesen er at den ikke er normalfordelt. Vi ser i boksen til høyre i grafene i Figur 5 at testen avviser nullhypotesen med p-verdier lavere enn 0,005 for det høyfrekvente og daglige datasettet. En p-verdi på 0,008 for ukentlige avkastningsdata er nok til å si med stor sikkerhet at vi forkaster hypotesen om normalfordeling for våre tre avkastningsfrekvenser.

Disse funnene stemmer godt overens med den første stiliserte karakteristikken. Intradagsavkastning har leptokurtisk form og høyere avkastningsfrekvens gir høyere kurtose. Dacorogna et al (2001) dokumenterer det samme for 5-minuttersavkastning, 60-minuttersavkastning, daglig og ukentlig avkastning i Tyske Mark/Dollar. Andersen og Bollerslev (1997) og Areal og Taylor (2002) finner samme mønsteret for henholdsvis S&P 500 futurekontrakten fra 1986-1989 og FTSE 100 futurekontrakten fra 1990-1998.

Figur 4: Histogram av 30-min avkastning, daglig avkastning og ukentlig avkastning



Figur 5: QQ-plott og A-D-test for 30-min, daglige og ukentlige avkastningsdata



4.2 Autokorrelasjon

Vår andre stiliserte karakteristikk er at høyfrekvente avkastningsdata har nesten ingen autokorrelasjon. Unntaket er avhengighet begrenset til en negativ korrelasjon mellom etterfølgende avkastningsdata, det vil si negativ autokorrelasjonskoeffisient på lag 1. Utsagn om tilnærmet ingen autokorrelasjon i avkastningsdata strekker seg helt tilbake til blant andre Working(1934) og Kendall(1953). Større korrelasjon er ventet i høyfrekvente data sammenlignet med daglige og ukentlige. Den første årsaken til dette er at bid-ask bounce vil vise tydeligere. Den negative autokorrelasjonen som oppstår når prisen fluktuerer mellom bid og ask er proporsjonal til variansen i spreaden delt på variansen til avkastningen. Variansen i avkastningen går ned når frekvensen går ned, og man vil derfor få større utslag fra bid-ask bounce. Den andre årsaken til større korrelasjon i høyfrekvente data er at det fortsatt koster like mye per handel å utnytte denne avhengigheten, men den forventede avkastningen på en så kort tidshorisont er lavere enn ved lengre tidsintervaller. Den negative førsteordens autokorrelasjonen kan også være et resultat av at markedet er til en viss grad *mean-reverting* på kort sikt slik man har funnet i aksjemarkedet (Patnaik og Thomas, 2002). Det vil også forklare at man har fetere haler ved høyere frekvenser. Det er dessverre utenfor denne oppgavens rekkevidde å gå dypere inn på forklaringen bak den negative autokorrelasjon ved lag 1.

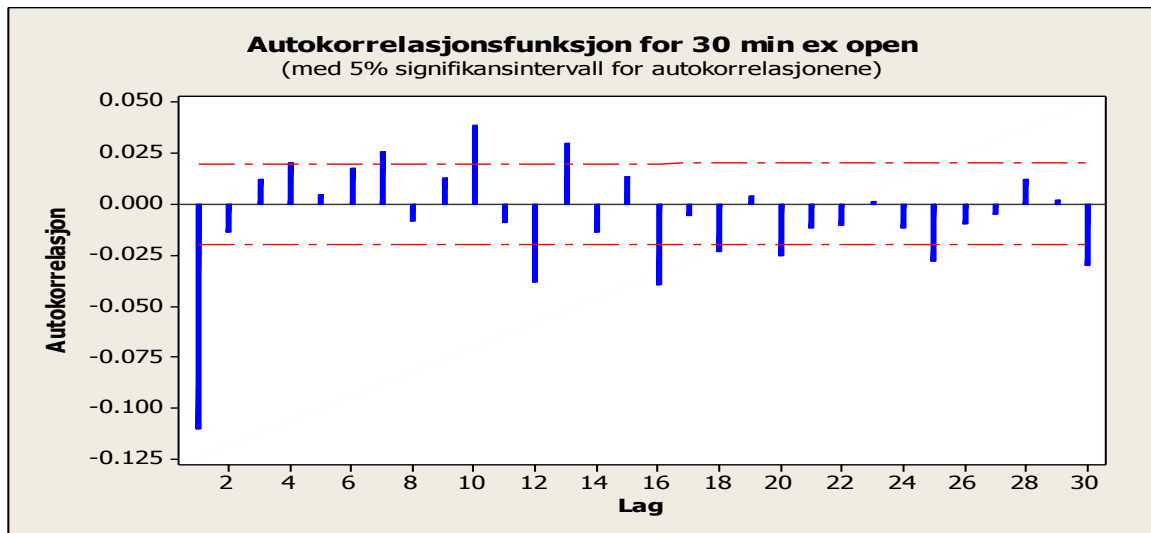
En vanlig antakelse ved modellering av tidsserier er at autokovariansen til feilleddene er lik 0. Dersom man antar ingen handelskostnader vil antakelsen være en følge av svak-form markedseffisiens. Tilstedeværelse av autokorrelasjon i tidsseriene kan testes på flere måter, men en vanlig metode er visuell sjekk. Autokorrelasjonen av avkastningsserien er estimert ved følgende funksjon for lag τ :

$$\hat{\rho}_{\tau,r} = \frac{\sum_{t=1}^{n-\tau} (r_t - \bar{r})(r_{t+\tau} - \bar{r})}{\sum_{t=1}^n (r_t - \bar{r})^2}, \text{ der } \tau > 0$$

Der \bar{r} er gjennomsnittet for hele utvalget. $\hat{\rho}_{\tau,r}$ er korrelasjonskoeffisienten for τ perioder tilbake. Dersom koeffisienten er forskjellig fra 0 er serien seriekorrelert. For å undersøke om koeffisienten er signifikant forskjellig fra 0 benytter jeg et 95 % konfidensintervall. Dersom verdiene faller utenfor dette intervallet har vi autokorrelasjon i tidsserien på 5 % signifikansnivå.

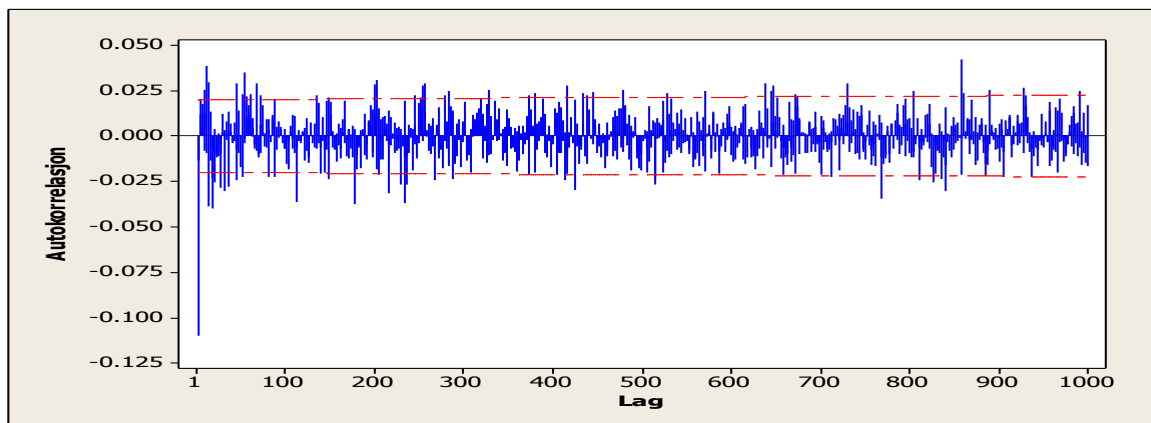
Estimatet er kalkulert med antakelsen om at forventet avkastning er konstant. Endringer må være relativt store for å gjøre autokorrelasjonsestimatet ubalansert (Taylor, 2005).

Figur 6: Autokorrelasjonsfunksjon på intradag 30-min avkastning 30 lags



Figur 6 viser den estimerte autokorrelasjonsfunksjonen (ACF) for 30 minutters intradagsavkastningsdata. De røde stiplede linjene er nedre og øvre 5 % grense for at nullhypotesen om at serien ikke inneholder autokorrelasjon skal bli forkastet. Vi ser av figuren at det er en høyst signifikant negativ sammenheng på lag 1. Vi finner også negative autokorrelasjonskoeffisienter som er signifikante på lag 12, 16, 18, 20, 25 og 30. Positive signifikante koeffisienter finner vi på lag 7, 10 og 13. Fra figur 7 ser vi at det er koeffisienter for mange lags som er utenfor konfidensintervallet. Det er nok likevel trygt å si at koeffisientene er for små til at man vil kunne tjene penger på å utnytte avhengighetene grunnet den forventede avkastningen på de korte tidsintervallene.

Figur 7: ACF på intradag 30-min avkastning 1000 lags



For ekstra sikkerhet rundt konklusjonene benytter jeg Ljung-Box testen for testing av autokorrelasjon. Den benytter Ljung-box Q-statistikken der Q er gitt som

$$Q = T(T + 2) \sum_{k=1}^s \frac{r_k^2}{(T - k)},$$

hvor T er antall observasjoner, s er antall lags for å teste autokorrelasjon og r_k er autokorrelasjonskoeffisienten for lag k (Ljung og Box, 1978). Q er kjikvadratfordelt med s frihetsgrader. Hvis Q er større en den kritiske verdien for kjikvadratfordelingen med s frihetsgrader vil minst en koeffisient (r) være signifikant forskjellig fra 0. Nullhypotesen er definert som at datasettet har autokorrelasjon lik 0, mens alternativhypotesen er at datasettet har autokorrelasjon i minst en lag. Som man kan se i tabell 3 kan man forkaste nullhypotesen om ingen autokorrelasjon.

Tabell 5: LBQ-tabell for 30-min intradag avkastningsserie

Antall lag	LBQ	Kritisk nivå (5 %)	p-verdi
10	155,84	18,31	0
30	235,55	43,77	0
100	354,14	124,34	0

Jeg konkluderer med at den stiliserte karakteristikken stemmer med en negativ sammenheng på lag 1, men at det er tilnærmet ingen korrelasjon utenom dette er

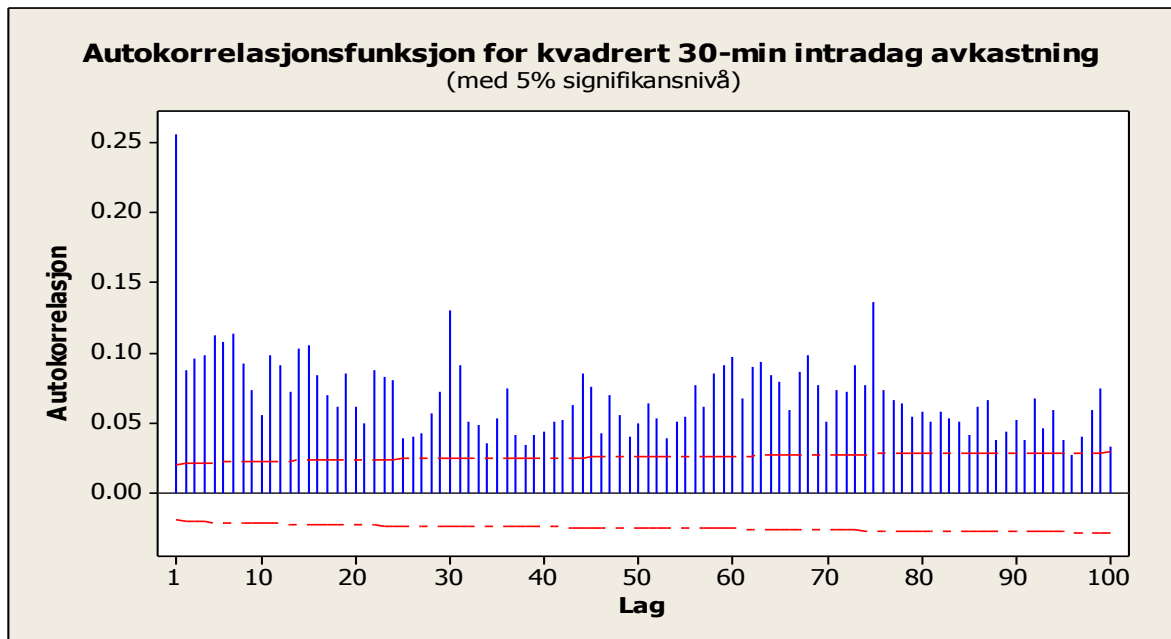
vanskeligere å vise ut fra grafene da flere lags er utenfor kritisk intervall. Testen basert på Ljung-box Q (LBQ) statistikken bekrefter at vi ikke har autokorrelasjon lik 0. Det kan dermed se ut som om denne stiliserte karakteristikken ikke passer helt på 1-års forwards i kraftmarkedet.

4.3 Autokorrelasjon i absolutt avkastning/heteroskedastisitet

Den tredje karakteristikken er at det er en positiv avhengighet mellom intradag absolutt avkastning. Avhengigheten er tilstede i mange lags og spesielt høy blant avkastninger som er skilt med nøyaktig én dags mellomrom. Antakelsen om at finansielle tidsserier er godt approksimert ved random walk er i mange finansielle analyser basert på uavhengige og identisk fordelte (IID) variabler. Dersom det er signifikant autokorrelasjon i absolutt avkastning kan man fastslå at avkastningen ikke er en IID-prosess. Et eksempel på denne stiliserte karakteristikken er gitt av Andersen og Bollerslev (1997) for femminutters absolutt avkastning på Tyske Mark/Dollar. De finner en autokorrelasjon på 0,31 ved lag 1 som faller til -0,02 ved lag 144 (tolv timer) og som stiger igjen til 0,15 ved lag 288 (1 dag). U-mønsteret gjentar seg så med multipler på 288 lags, men med fallende topper. I forbindelse med helger er det tatt bort 48 timer. Chang og Taylor (2003) viser samme mønsteret for 30-minuttersintervaller.

Fra figur 1 kan man se indikasjoner på at vår avkastningsserie ikke har konstant volatilitet. Man kan også se tegn til volatilitetsklynger siden man kan se jevnt over høyere volatilitet mot slutten av perioden i forhold til i starten av perioden. Jeg vil undersøke både absolutt avkastning og kvadrert avkastning. En visuell test kan gi indikasjoner på heteroskedastisitet, men enkle tester kan gi oss bredere grunnlag for å trekke konklusjoner og en dypere forståelse av dynamikken i volatiliteten. I tillegg til å vise autokorrelasjonskoeffisientene sammen med 5 % konfidensintervaller vil jeg også hær benytte Ljung-Box testen som test for heteroskedastisitet.

Figur 8: ACF på 30-min intradag kvadrert avkastning – 100 lags



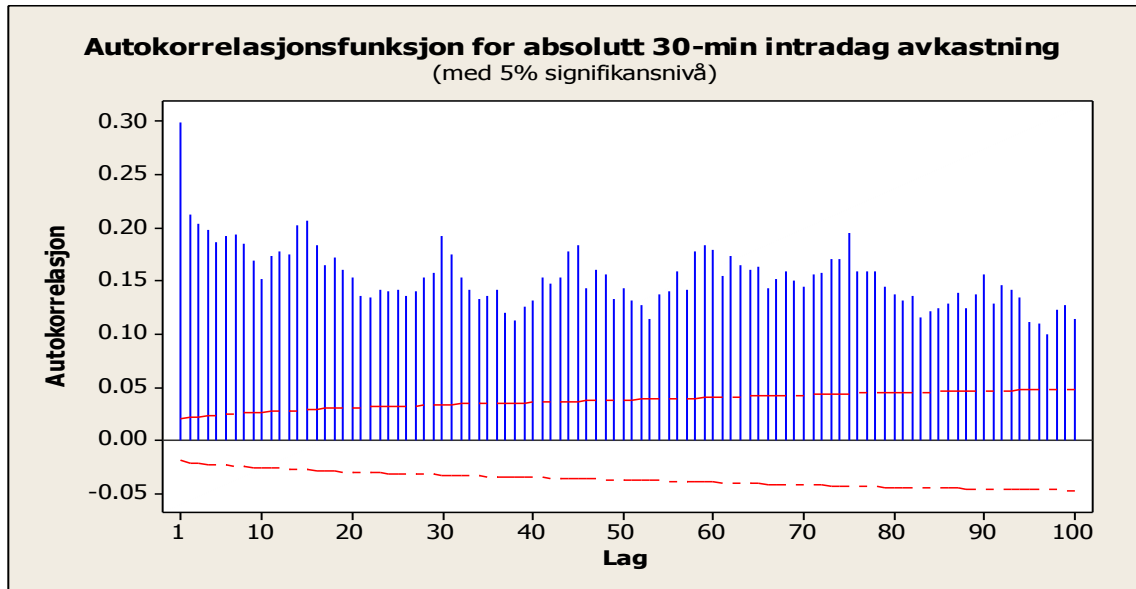
Figur 8 viser ACF for kvadrerte avkastningstall med 100 lags. Vi ser at den transformerte funksjonen av avkastningen har signifikant autokorrelasjon for mange lags. Vi har en autokorrelasjon for kvadrert avkastning på lag 1 på 0,26, lag 10 gir en bunn på 0,15. Neste topp som skiller seg merkbart ut er lag 30 som er nøyaktig 2 handledager i forsinkelse. Den tredje toppen som skiller seg ut er ved lag 75. Dette er for de fleste uker én ukes forsinkelse siden helgedager er tatt bort. Det er interessant å se denne klare toppen selv om mange uker inneholder færre enn 5 handledager da alle dager uten handler er blitt tatt bort. Sannsynligvis ville man fått enda klarere utslag dersom man hadde justert for dette.

Autokorrelasjonen for absolutt avkastning som man ser i Figur 9, gir tydeligere U-formasjoner lignende de som Andersen og Bollerslev (1997) har funnet. Her er autokorrelasjonskoeffisienten 0,299 for lag 1. Deretter følger fallende topper før det er en noe høyere topp igjen ved lag 75 som normalt sett er en ukes forsinkelse. Det ser altså ut som om det er et periodisk mønster i volatiliteten.

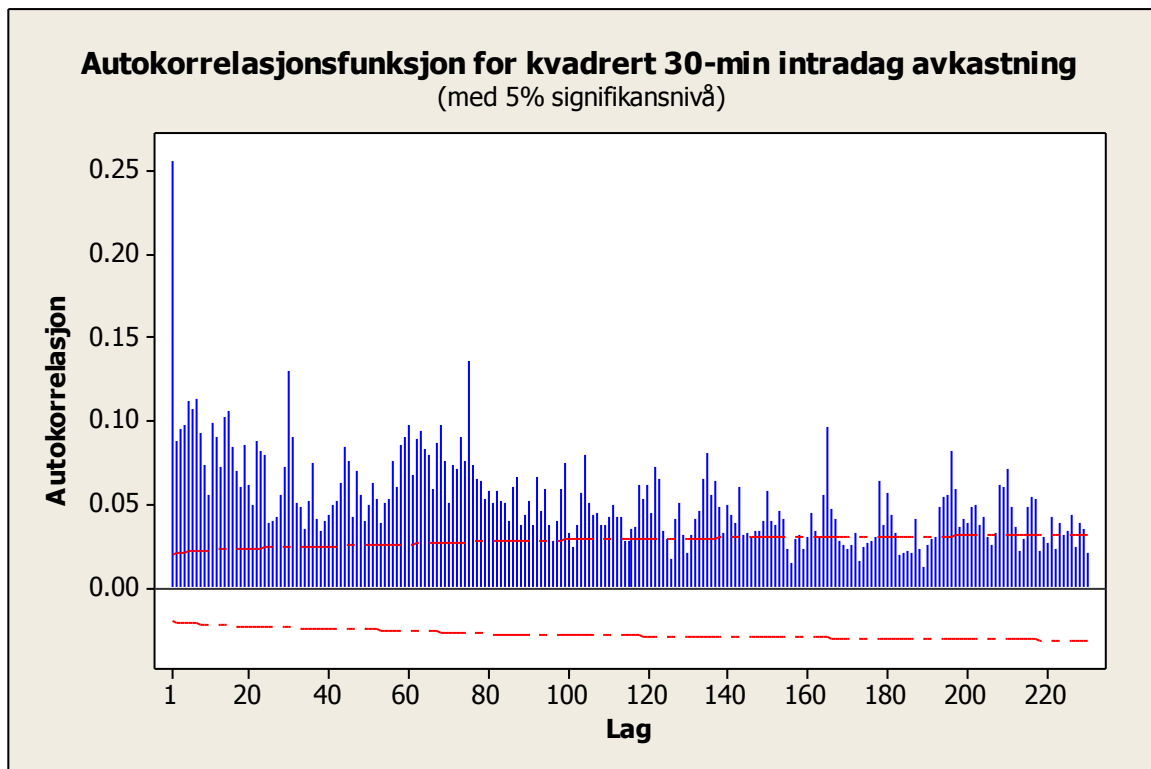
Figur 10 som har 250 lags tilsvarende ca 17 handledager viser oss at selv for mange lags er de aller fleste koeffisientene over det kritiske nivået. Det ser dermed ut som om det er en sakte tilbakevending til et antatt volatilitetsgjennomsnitt (*persistence*). Ljung-Box Q-verdi

ved 10 og 100 lags for den kvadrerte avkastningen er henholdsvis 1450 og 5617. Absolutt avkastning har LBQ på henholdsvis 4089 og 24375 for 10 og 100 lags. Alle har p-verdi lik 0.

Figur 9: ACF på 30-min intradag absolutt avkastning - 100 lags



Figur 10: ACF på 30-min intradag kvadrert avkastning - 250 lags



Tabellene og figurene for autokorrelasjon for absolutt avkastning og kvadrert avkastning viser en høy grad av positiv avhengighet for mange lags. Dette finner man for de fleste avkastningsserier. Den høye avhengigheten viser at avkastningsprosessen ikke består av IID variabler. Vi kan likevel ikke konkludere ut fra dette om prosessen er random walk eller falsifisere hypotesen om markedseffisiens. En enkel men vel ansett forklaring for avhengigheten kan være at volatilitetsklyngene reflekterer endringer i flyten av relevant informasjon til markedet. Andre forklaringer som bryter med en tradisjonell forestilling om rasjonelle markedsaktører kan være at de som handler blir påvirket av psykologi (Cross et al. (2005)). Dette er dog ikke denne oppgavens formål å finne ut av. Den positive avhengigheten i absolutt (eller kvadrert) avkastning gir konsekvenser for økonometriske metoder. Metoder som bygger på at avkastning er IID er et eksempel. Et annet eksempel er derivatprisindeformelen til Black, Scholes og Merton som bygger på prosesser i kontinuerlig tid med konstant volatilitet. Våre funn om autokorrelasjon i volatilitet krever mer sofistikerte prisingsformler som for eksempel Heston-modellen basert på stokastisk volatilitet (Heston, 1993).

I tillegg finner vi et tydelig mønster i intradagsvolatilitet som ikke er vanlig for daglige data. Dette leder oss inn på neste stiliserte karakteristikk. Mønsteret antyder at det er forskjell i volatilitet gjennom handelsdagen, men sier ingenting om når det er høye og lave volatilitetsnivåer eller noe om årsakene. De neste to avsnittene vil gå nærmere inn på dette.

4.4 Intradag og ukentlige volatilitetsmønstre

Vår fjerde karakteristikk er at volatilitetens gjennomsnittsnivå avhenger av når på dagen den måles og det er en signifikant intradagsvariasjon. Periodiske mønstre i intradagsvolatilitet som vi fant i forrige avsnitt ble først oppdaget for aksjer på New York-børsen (NYSE) av blant andre Wood et al. (1985) som fant at volatiliteten var høyest rundt åpning og stenging av børsen. Slike mønstre er *diurnale* sykler da de gjentar seg hver dag.

Volatilitetsnivåene må estimeres for å finne slike effekter. Jeg benytter en estimeringsmetode gitt av Taylor og Xu (1997). Dette er en metode for å analysere daglige sykler, men kan lett utvides til å gjelde for ukentlige mønstre som jeg kommer til å gjøre i denne analysen. Denne metoden benytter intradag volatilitetsfaktorer. Man antar at

avkastningen r_t for dag t er summen av N intradag avkastninger $r_{t,j}$, $1 \leq j \leq N$. Hvis markedet har en stengt periode så representerer $j = 1$ den perioden og $r_{t,1}$ er avkastningen fra børs slutt på dag $t - 1$ til åpningen ved dag t . Vi har da at

$$r_t = \sum_{j=1}^N r_{t,j} \text{ og } \text{var}(r_t | \sigma_t) = \sigma_t^2$$

Intradag volatilitetsfaktor λ_t er definert ved å anta at

$$\text{var}(r_{t,j} | \sigma_t) = \lambda_j \sigma_t^2 \quad \text{hvor} \quad \sum_{j=1}^N \lambda_j = 1.$$

λ_j er dermed andelen av en handelsdagavkastningsvarians som kan tilskrives periode j . Til grunn for dette forutsettes det at intradagsavkastning er ukorrelert og at faktorene er like for alle dager t . Våre funn i avsnitt 4.2 om autokorrelasjon viser at dette er en forutsetning som strengt tatt ikke holder for vårt datasett på grunn av at flere autokorrelasjonskoeffisienter er signifikant forskjellige fra 0. Konsekvensen av korrelert avkastning ved negativ autokorrelasjon er at variansen overestimeres, mens positiv autokorrelasjon vil underestimere variansen. Det er ikke blitt justert for dette i analysen, men det er grunn til å anta at klare effekter ikke blir veldig påvirket på grunn av relativt små autokorrelasjonskoeffisienter. Man bør likevel ha denne forenklingen i bakhodet når eventuelle marginale effekter blir fortolket. Siden vi har perioder med stengte markeder definerer vi andelen for åpent marked som

$$\kappa_j = \frac{\lambda_j}{1 - \lambda_1}, \quad j \geq 2 \quad \text{hvor} \quad \sum_{j=2}^N \kappa_j = 1.$$

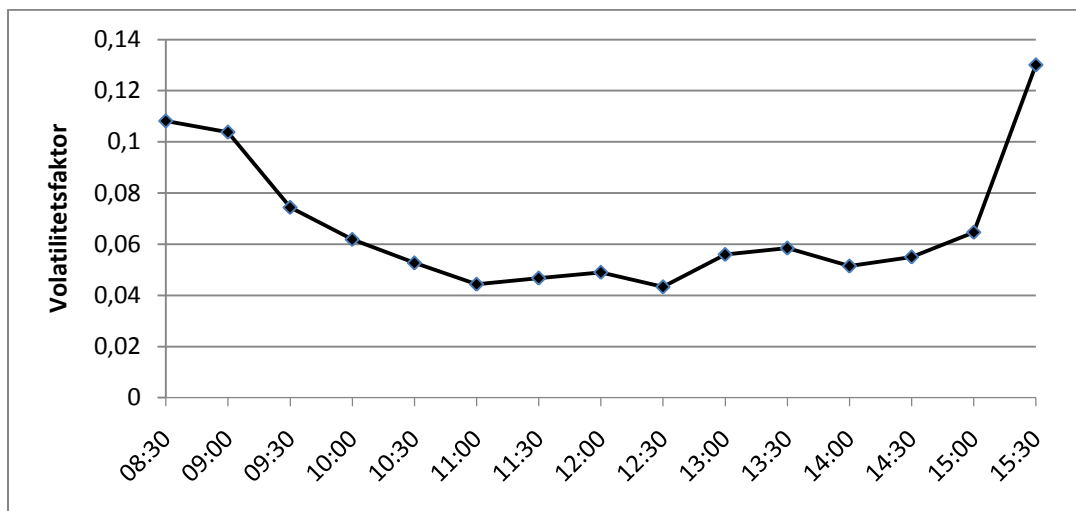
Forventet avkastning antas lik 0, som er en rimelig antakelse ved så korte intervaller, som vi så i avsnitt 3.2. Estimater for andelen varians er dermed gitt ved

$$\hat{\lambda}_j = \frac{\sum_t r_{t,j}^2}{\sum_t \sum_{k=1}^N r_{t,k}^2} \quad \text{og} \quad \hat{\kappa}_j = \frac{\sum_t r_{t,j}^2}{\sum_t \sum_{k=2}^N r_{t,k}^2}$$

Disse estimatene kan være sensitive i forhold til store avvik, såkalte outliers. Andersen og Bollerslev (1998) benytter Fleksible Fourierfunksjoner for å gjøre estimatene om til en glattere funksjon. Våre estimater er som vi ser i figur 9 relativt glatte, men i figur 10 og 11 kunne man med fordel ha foretatt en glattingsprosess. Dette er dog utenfor oppgavens omfang da denne delen av analysen i Bollerslev og Andersens paper er på omlag 10 sider alene. En slik glattingsprosess hører derfor hjemme i en mer spisset eller en større avhandling.

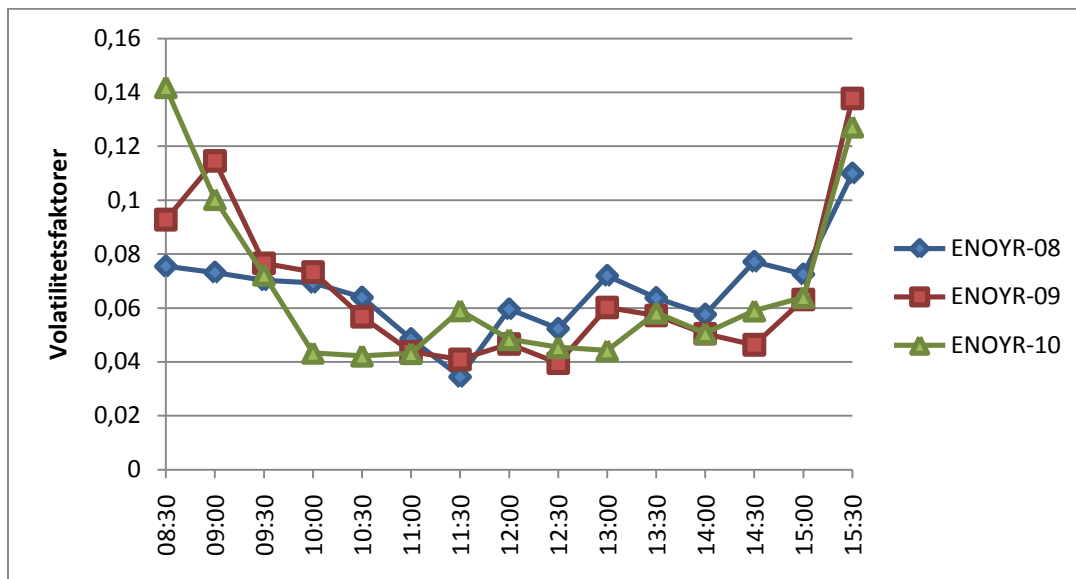
Estimert andel varians som kan tilskrives perioden hvor børsen er stengt, $\hat{\lambda}_1$, er 31,6 %. Denne faktoren inneholder også andelen varians som forekommer i helger, helligdager og lengre ferier. Av vår totale varians har vi da en estimert andel på 68,4 % som forekommer mellom 08:00 og 15:30, kalt intradagvariens.

Figur 9: 30-minutter intradag variansandeler for ENOYR-08/09/10-forward samlet



Figur 9 viser estimert intradagvariensandeler for de nesten 3 årene med 30-minutters avkastning som vi har analysert. Den første perioden er 08:30 og den siste perioden er 15:30 som er Nord Pools stengt tid. Estimaten $\hat{\kappa}_j$ er vist med sorte punkter. Det er et klart U-mønster som innebærer høy volatilitet etter åpning og mot slutten av dagen. Vi ser en relativt jevnt fallende volatilitet fra åpning frem til 11:30 med etterfølgende relativt jevn volatilitet frem til 15:00. Et kraftig hopp ved børs slutt fører til at tidspunktet for dagens høyeste volatilitet i gjennomsnitt er klokken 15:30.

Figur 10: 30-minutter intradag variansandeler for ENOYR-08/09/10-forward

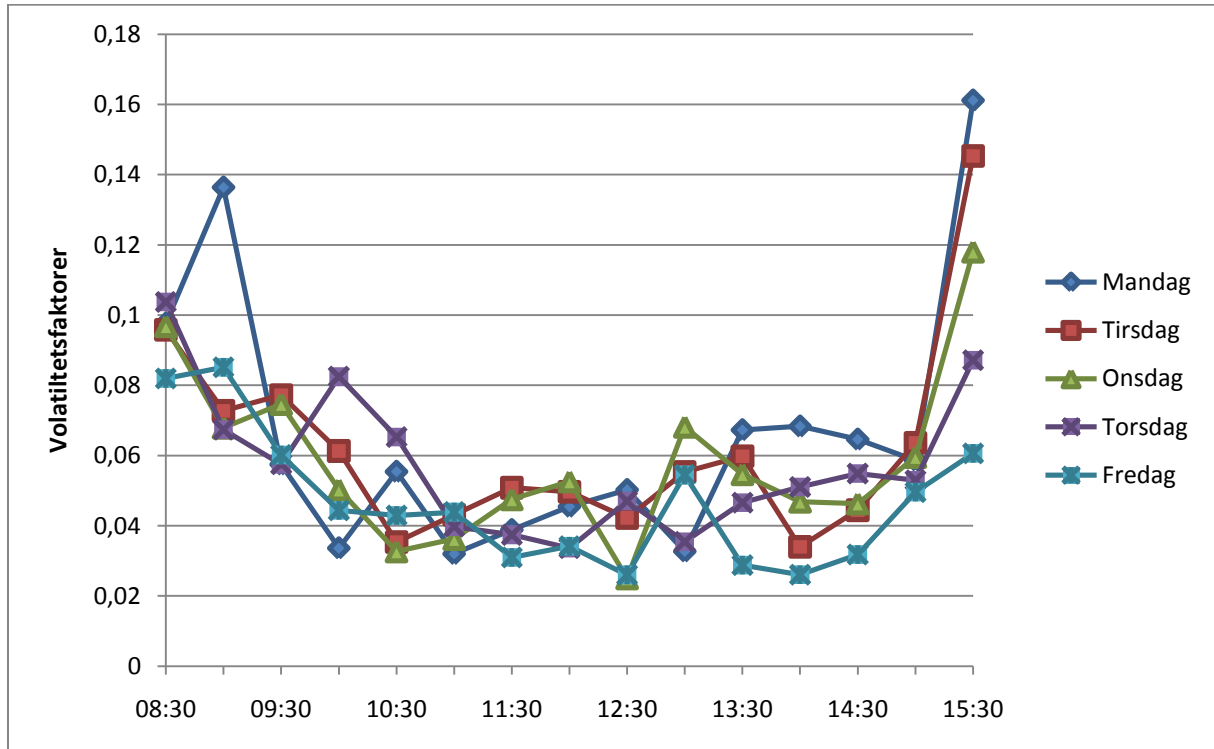


Dersom man ser på hver kontrakt for seg er det ikke veldig store forskjeller. Man kan fortsatt se et generelt U-mønster, men for 2008-kontrakten og 2009-kontrakten er den en god del flatere. Man ser fortsatt en kraftig økning i volatiliteten før stengetid. ENOYR-10 en større andel variasjon om morgenen enn de andre kontraktene.

Man kan få en dypere innsikt i det periodiske mønsteret dersom man estimerer det for de fem handelsdagene i en handelsuke. I figur 11 er volatilitetens mønstre delt opp i de fem handelsdagene. Metoden er akkurat som i figur 9 bortsett fra at man skiller dagene fra hverandre ved hjelp av dummyvariabler. Perioden er 2.1.07 – 31.8.09 og tidsintervallene er som før 30 minutter. Figuren viser kun intradag varians, og varians fra 15:30 – 08:00 er dermed tatt bort. Vi ser at det er en overordnet tendens hver dag til at det er høyest volatilitet ved åpning og slutt. Mer enn 20 % av mandagens intradag varians inntreffer før 09:00. Vi ser også at det er et hopp kl 09:00 på mandager som ikke inntreffer ellers. Dersom man tar bort en observasjon den 24.11.08 kl 09:00 der man hadde en dag med kraftig fall fra kl 08:30 – 09:00 blir volatilitetsfaktoren ca 0.1 istedenfor 0.136. Jeg velger å beholde observasjonen da den ikke er et resultat av feilaktige handler, men legger ikke så mye vekt på det markante hoppet. Det forekommer en stigning i volatilitet fra kl 13:00 til et kraftig hopp ved børsslutt som i figur 9. Tirsdagen og onsdagen viser generelt et mønster som i figur 9. Torsdag har et kraftig hopp klokken 10:00, men et fall klokken 12:00. Fredag skiller seg litt med en stigning fra 10:00 til 11:00, et kraftig fall kl 11:30 før det stiger igjen kl 12:00.

Volatilitetsfaktoren mot slutten av fredagen er relativt lav sammenlignet med de andre dagene. Alle dagene følger imidlertid den generelle U-formen man finner i figurene 10 og 11.

Figur 11: 30-minutter intradag variansandeler for ENOYR-08/09/10 samlet, separate dager



Tabell 6: Andeler varians per dag, over natt og over helg uten justering

	Andel varians som forekommer intradag (κ)	Andel varians i forhold til hele uken	Andel varians over natt/helg i forhold til hele ukens varians
Mandag	69,6 %	22,7 %	6,9 % (helg)
Tirsdag	68,6 %	21,7 %	7,2 %
Onsdag	68,5 %	20,8 %	7,1 %
Torsdag	73,4 %	18,7 %	6,0 %
Fredag	80,8 %	16,1 %	4,2 %

Tabell 6: Andeler varians per dag, over natt og over helg - justert

	Andel varians som forekommer intradag (κ)	Andel varians i forhold til hele uken	Andel varians over natt/helg i forhold til hele ukens varians
Mandag	59,8 %	25,4 %	10,2 % (helg)
Tirsdag	72,9 %	20,8 %	6,9 %
Onsdag	75,2 %	19,5 %	6,3 %
Torsdag	76,5 %	18,5 %	6,0 %
Fredag	83,6 %	15,6 %	4,2 %

Tabellene 6 og 7 viser oss i første kolonne hvor stor andel av dagens totale varians som forekommer mens børsen er åpen for de fem dagene. Merk dog at med dag menes fra 15:30 -15:30, og ikke fra 00:00 – 23:59. Det betyr at mandagens κ er andelen varians som forekommer mandag 08:00-15:30 i forhold til perioden fra fredag 15:30 til mandag 15:30. Den andre kolonnen er hvilken andel av total varians som forekommer på den gitte dag. Tredje kolonne er andelen total ukentlig varians som forekommer mens børsen er stengt for de respektive dagene. Det må informeres om at enkelte uker begynner handelen først på tirsdag eller onsdag og andre uker slutter handelen på onsdag eller torsdag. I tabell 6 er alle uker som ikke har handel noen av de fem ukedagene tatt bort. Det ble i den forbindelse tatt bort totalt 16 uker for hele perioden. Ved å sammenligne tabell 4 og 5 ser man at det utgjør en vesentlig forskjell. Estimatene i figurene 9-11 blir ikke påvirket av ufullstendige handleuker da de bare viser andeler for intradag data.

Andelen varians som tilkommer mandag kl 08:00 er interessant fordi den viser helgens varians fra børs slutt fredag til mandag ved åpning. Denne utgjør ca 10 % av total varians. De andre periodene hvor børsen er stengt viser en andel på 4 %-7 %. Vi ser at det er fallende volatilitet fra mandag til fredag når man inkluderer tiden når børsen er stengt. Ellers ser man som forventet at mandagens κ er lavere enn de andre da perioden strekker seg over helgen. Det er også interessant å se at κ stiger gjennom uken.

Hansen og Lunde (2005) har gjort en liknende analyse basert på høyfrekvente data for Dow Jones Industrial Average som er 30 av de største industrielle foretakene på det amerikanske aksjemarkedet. Han finner at omtrent 80 % av den daglige volatiliteten kan tilskrives perioden når børsen er åpen. Vi finner for vårt marked at andelen intradagvariens er lavere

enn dette for alle dager utenom fredag som har en andel på 83.6 %. Andelen varians som forekommer mens børsen er åpen sett i forhold til hele ukens varians er 64.5 %. Dette kan indikere at det forekommer en større andel informasjon i aksjemarkedet i børsens åpningstid sett i forhold til kraftmarkedet. Dersom man antar en uavhengig prosess og at informasjon kommer på tilfeldige tidspunkt gjennom døgnet vil jo andelen være lik andelen åpen børs gjennom et døgn. En lavere andel sammenlignet med aksjer ved åpen børs kan derfor indikere en lavere andel informasjon mens børsen er åpen. Det faktum at NYSE er åpen fra 9:30-4:00 lokal tid sammenlignet med Nord Pool som er åpen fra 08:00 til 15:30, altså at Nord Pool har åpent en time lenger, forsterker forskjellene.

Det er ikke undersøkt om det er signifikante forskjeller i volatilitetsandelene intradag eller mellom dager utover den visuelle sjekken, men den fjerde stiliserte karakteristikken stemmer tilsynelatende godt overens med vår dataserie da figurene viser stor intradag variasjon i volatilitetsnivåene. I tillegg viser tabellene 6 og 7 at variansen varierer fra ukedag til ukedag og at andelen varians som forekommer intradag varierer mellom dagene og er lavere enn for aksjemarkedet.

4.5 Volatilitet rundt kunngjøring av viktig informasjon

Hypotesen om effisiente markeder innebærer at priser i et finansielt instrument reflekterer en forventning om fremtidige kontantstrømmer fra instrumentet. Dette innebærer at priser endrer seg når de fremtidige kontantstrømmene forventes å endre seg. Slike forventninger endres når ny informasjon tilstrømmer markedet og markedsaktørene inkorporerer dette i sine markedssyn. Andelen av avkastningsvariasjon som kan tilskrives offentlige nyhetskunngjøringer er i imidlertid lav i følge studier av aksjemarkedet av Cutler et al. (1989). En studie av French og Roll (1986) viser at variasjon i avkastning er høyere i perioder der det er mulig å handle sammenlignet med perioder der det ikke er mulig. Dette passer også overens med resultatene i tabellene 5 og 6, som ser på dette for de analyserte forwardkontraktene i kraftmarkedet. French og Roll mener årsaken til dette er den private informasjonen som er innbakt i prisene gjennom handelen. For kraftmarkedet vet vi at de store markedsaktørene har egne analytikere og meteorologer som gir informasjon til traderne. Dette kan være en delvis forklaring for den høye andelen varians som forekommer intradag.

Den femte karakteristikken gir en delvis forklaring på den fjerde karakteristikken da den sier at viktig informasjon med relevans for det analyserte markedet etterfølges av korte perioder med høy volatilitet. Ederington og Lee (1993, 1995) viser dette for futurene for Treasury Bond, Eurodollar og Tyske Mark ved hjelp av standardavvikene til 5-minutteres avkastningsdata og finner dermed en forskjell fra aksjemarkedet som Cutler et al. (1989) studerte. De viser også at prisene reagerer svært fort etter informasjonen er kommet til markedet. Studien viser at store deler av reaksjonen forekommer i løpet av de første 40 sekundene, men det er fortsatt høyere volatilitet i cirka 15 minutter etter dette. Avkastningsfrekvensen i denne analysen er ikke høy nok til å studere så korte mønster, men hopp eller endringer i volatilitetsnivået kan vise at det har skjedd noe i løpet av 30-minuttersperioden siden forrige pris ble satt. Higgs og Worthington (2005) har gjort en studie på intradags volatilitetsmønstre og inntreden av ny informasjon i det australske spotmarkedet for elektrisk kraft. De finner signifikant intradagsvariasjon i volatiliteten, men påpeker at informasjons- og kalendereffektene som de har analysert bare gir en delvis forklaring for avkastningsvariasjonen.

På grunn av råvarens natur reagerer kraftmarkedet i liten grad på den samme informasjonen som det reageres på i andre markeder. Strømpriser i Norden er på tilbudssiden i stor grad en funksjon av kullpriser, gasspriser og hydrologi og på etterspørselsiden av strømforbruket. Vi har sett i forrige avsnitt at andelen varians som forekommer mens børsen er åpen er lavere enn for det amerikanske aksjemarkedet. Når man ser på hva som er driverne for prisen i kraftmarkedet er dette forståelig da hydrologi, det vil si værmeldinger, endres tilfeldig gjennom døgnet. I tillegg tilfaller mye informasjon fra gasspriser og kullpriser etter at Nord Pool er stengt da disse råvarene også blir handlet i USA. En studie som ser på sammenhenger mellom intradagspriser i kullmarkedet, gassmarkedet og kraftmarkedet ville vært interessant siden det kan gi oss en pekepinn på hvordan nyheter i disse markedene påvirker kraftmarkedet.

De antatt viktigste informasjonsstrømmene som kommer daglig i kraftmarkedet er værrapporter som kommer fortløpende inn mellom 08:00 og 10:00 og mindre viktige værrapporter rundt 14:00. Mellom 13:00 og 14:00 offentliggjøres neste dags spotpris etter at produsentene har levert informasjon om sin produksjon kl 12:00. Felles for denne typen

informasjon er at det forventes at de i større grad påvirker kontrakter med kort tidshorisont. Det er jo ikke avgjørende for neste års strømpris hva neste dags produksjon eller værmelding er. Det er derfor grunn til å tro at avkastningen ikke vil vise stor varians på grunn av dette. Figurene 9 og 11 viser heller ingen tydelige hopp som ikke kan forklares ut fra tilfeldig støy.

De viser imidlertid en trend som ikke lett kan bortforklares med støy. Høy varians om morgenen indikerer at man reagerer på ny informasjon som har kommet om natten. I figur 11 ser vi også at på mandager faller volatiliteten saktere enn de andre dagene. Dette kan innebære at det er en stor informasjonsmengde fra helgen som må fordøyes og at man derfor opplever en slik høy vedvarende varians den første timen av handledagen. Figur 9 viser ellers en noe høyere variansandel rundt tiden da neste dags spotpris blir offentliggjort, men de små utslagene kan også bare være et resultat av støy. Vi ser også for alle dagene at lunchtider fra rundt 11:00 til 12:30 har lavest variansandel. Dette er en periode der det normalt ikke kommer viktig informasjon til markedet.

Vi kan dermed ikke konkludere med at det er høy volatilitet for en kort periode etter at viktig informasjon er sluppet. Egenskaper ved kraftprisen gjør at forwardprisen ikke blir veldig påvirket av den informasjonen som daglig treffer markedet. Vi kan heller ikke avkrefte den femte stiliserte karakteristikken da det kan være at viktig informasjon som treffer markedet på tilfeldige tidspunkter, og som min analyse ikke fanger opp, gir høy volatilitet. Vi kan nok likevel ut fra figurene 9 og 11 si at daglige nyheter gitt mens Nord Pool er åpen *ikke* kan bekrefte at denne femte stiliserte karakteristikken passer på forwardmarkedet for elektrisk kraft.

4.6 Oppsummering av stiliserte karakteristikk

Jeg har i dette kapitlet vist at de stiliserte karakteristikkene til en viss grad beskriver egenskaper ved kraftmarkedet. Intradagavkastning har fete haler, har negativ første ordens autokorrelasjon med liten autokorrelasjon utover dette og signifikant positiv autokorrelasjon i absolutt avkastning for mange lags, i tråd med forventningene. Autokorrelasjon for absolutt avkastning har i tillegg en bølgeform med topper for hver 15 lag som er et intervall på et døgn. Dette indikerer forskjeller i gjennomsnittlig intradagvariens. Man ser i figurene at vi har en klar U-form på gjennomsnittlig intradagvariens og dermed høyere variansandeler like

etter åpning og ved børsstutt. Andelen avkastningsvariasjon som forekommer, mens børsen er åpen er lavere enn for eksempel det amerikanske aksjemarkedet. For den femte karakteristikken har vi ikke kunnet bevise eller motbevise at den beskriver egenskaper ved vår tidsserie. Vi kan imidlertid si at informasjon som tilstrømmer daglig og mens børsen er åpen, ikke gir korte perioder med høy volatilitet, hvor *høy* volatilitet er definert som klare utslag i våre figurer.

5 Resultater og diskusjoner

I kapittel 4 har vi sett at de fem stiliserte karakteristikene stort sett er en passende beskrivelse også av forwardmarkedet for elektrisk kraft. Disse funnene har konsekvenser for hvordan man bør gå frem i møte med disse forwardkontraktene i kraftmarkedet.

5.1 Første karakteristik – Fete haler

Den første karakteristikken viser seg å passe godt på dette datasettet. Dataserien viser fetere haler for både 30-minuttsintervaller og daglige intervaller. Det var dog interessant og se at det kun er marginalt fetere haler sammenlignet med normalfordelingen for ukentlige data. Dette er relativt unormalt for finansielle tidsserier. Taylor (2005) viser blant annet at for 20 forskjellige finansielle tidsserier er det kun prisen på levende storfe som ikke har fete haler.

Fete haler har konsekvenser for hvordan man benytter standardavvik som risikomål da man oftere vil få uønskede utfall enn det man kan lese ut fra tabeller som anslår sannsynligheten for dette ut fra en normalfordeling. Etter finanskrisen kunne man lese mange kommentarer om at dette var en "once in a million years"-hendelse. Slike kommentarer kan komme fra en forenklet antakelse om at avkastningen er normalfordelt. Man trenger ikke gå lenger bak enn til 1987 for å finne forrige gang man hadde en "once in a million years"-hendelse i avkastningsnivåer.

5.2 Andre karakteristik – Autokorrelasjon

Negativ autokorrelasjon i første lag var forventet ut fra bid-ask bounce. Mange autokorrelasjonskoeffisienter utenfor 5 % konfidensintervall var ikke forventet, men likevel ikke vanskelig å forklare. Manglende autokorrelasjon i finansmarkeder er forklart med at

slike effekter blir handlet bort av profittsøkende markedsaktører. For våre 30-minuttersintervaller er imidlertid den forventede avkastning av å holde ettårsforwarden i for eksempel fem timer (positiv autokorrelasjonskoeffisient på lag 10) så lav at selv om det over tid er en forventning om positiv avkastning vil det ikke dekke transaksjonskostnader i form av kurtasje og bid-ask spread.

5.3 Tredje karakteristikk – Heteroskedastisitet

Heteroskedastisitet eller varierende varians er tilstede i vår tidsserie. Dette innebærer at en del forutsetninger som ligger til grunn i en del finansmodeller som for eksempel i opsjonsprisindeformelen til Black & Scholes som antar konstant volatilitet ikke stemmer med empirien. Heteroskedastiske tidsserier har vært kjent lenge og man har derfor kommet med nye modeller for å ta hensyn til dette. ARCH-modeller og SV-modeller som er kort forklart i teorikapittelet er modeller som inkluderer varierende varians i tidsseriene. En interessant mulig fortsettelse basert på resultatene av denne oppgaven ville kunne være å spesifisere en slik modell som passer på egenskapene som jeg har påvist i kraftmarkedet.

I tillegg viste figurene med autokorrelasjonsfunksjonene til absolutt og kvadrert avkastning et bølgeomønster. Dette vil man normalt ikke finne for daglig avkastning, men er blitt funnet i intradagsavkastning for mange markeder. Dette fordi det indikerer et mønster i gjennomsnittsvolatiliteten intradag som man ikke kan se på daglige avkastningsdata.

5.4 Fjerde karakteristikk – Intradag variasjon i volatilitet

Den fjerde karakteristikken som sier at volatilitetens gjennomsnittsnivå varierer gjennom dagen passer godt på vår dataserie. Man kan se en tydelig U-form i figurene 9 til 11 som viser at volatiliteten er høyest ved børsens åpning og ved børs slutt. Dette stemmer overens med funn i andre markeder, men denne egenskapen er ikke blitt vist før nå i forwardmarkedet for elektrisk kraft. Årsaken til dette mønsteret kan ha flere forklaringer. Som nevnt tidligere i oppgaven kan ikke nyheter forklare mer enn deler av intradagvariasjon i volatiliteten. En forklaring på høy åpningsvolatilitet er at man reagerer på informasjon som har skjedd over natten. Dette argumentet kan derimot ikke benyttes på den høye andel ved børs slutt. En annen årsak til den tydelige U-formen kan være at mange aktører velger å åpne og stenge posisjoner i markedet på disse tidspunktene. En bredere studie om årsakene til

disse intradagsvariasjonene i volatilitet ville vært meget interessant, men desverre utenfor denne oppgavens omfang.

I tillegg så jeg i avsnittet for den fjerde karakteristikken på hvor store variansandeler som forekommer mens børsen er åpen sammenlignet med hele døgnet for de forskjellige dagene. Jeg fant en stigende andel gjennom uken med den høyeste andelen på fredag med like over 80 %. Sammenlignet med aksjemarkedet er det for alle dager utenom fredag en lavere andel som forekommer mens børsen er åpen selv om Nord Pool er åpen en time lenger enn NYSE. Dette er et nytt og interessant funn. Det indikerer at andelen informasjon som tilflyter markedet i børsens åpningstid er relativt lavere enn i det amerikanske aksjemarkedet.

5.5 Femte karakteristik - Effekten av informasjon på volatiliteten

Den femte karakteristikken om at det er et høyt volatilitetsnivå like etter at viktig informasjon er sluppet kan hverken bekrefte eller avkreftes for forwardmarkedet i elektrisk kraft. Jeg kan ikke se klare effekter i nyheter som ankommer markedet daglig i børsens åpningstid, men det finnes selvsagt mye viktig informasjon som ikke er av denne natur og som dermed ikke har blitt fanget opp i analysen. Det er likevel ikke overraskende at det her er forskjeller i forhold til aksjemarkedet der man ser klare hopp i volatiliteten etter viktige makroøkonomiske nyheter. Nyhetene som ankommer markedet daglig, som værrapporter og neste dags spotpris, vil for det første ikke ha så voldsom innvirkning på prisene neste år som ettårsforwardene i denne analysen gjelder for. I tillegg har de største markedsaktørene egne interne meteorologer og hydrologer som delvis gir en liknende informasjon på forskjellige tidspunkter. De store aktørene har også noe intern kunnskap om neste dags spotpris da man selv er en del av tilbudsfunksjonen for hvordan den prisen settes.

6 Konklusjoner

Denne utredningen beskriver statistiske egenskaper ved høyfrekvente prisdata fra forwardmarkedet for elektrisk kraft i perioden 2007 til 2009. Disse statistiske egenskapene som er beskrevet stemmer til en viss grad overens med hva man har funnet for andre markeder.

Jeg har funnet at intradagavkastning har en leptokurtisk fordeling og at det er noe autokorrelasjon i tidsrekken. Jeg har vist stor grad av autokorrelasjon for mange lags i absolutt avkastning og at man kan se en bølgeform med toppe med intervaller på ett døgn som indikerer et mønster i intradag volatilitet. Jeg har så undersøkt grundigere for dette mønsteret og finner en klar U-form med høyere volatilitet ved børsens åpning og ved børs-slutt. Dette er et nytt funn for forwardmarkedet for elektrisk kraft, men i samsvar med hva man har funnet i andre markeder. Jeg har også funnet at andelen varians i et døgn som kan tilskrives børsens åpningstid er *lavere* enn for andre markeder. Jeg har ikke funnet klare hopp i volatiliteten i forbindelse med ny informasjon slik man finner for andre markeder. Dette kan være et resultat av informasjonen som jeg har sett på ikke er spesielt viktig, men det kan også være andre årsaker til at det her er en forskjell fra andre markeder.

Dette leder inn på at for å bedre forstå hva som skjer intradag i dette markedet trenger man mer empirisk forskning. Det teoretiske grunnlaget som allerede eksisterer for høyfrekvente tidsserier kan i stor grad benyttes. Jeg har i oppgaven nevnt flere interessante oppfølgingsstudier basert på funn i denne utredningen. Spesielt naturlig og interessant ville være å beskrive en volatilitetsmodell som tar hensyn til de statistiske egenskapene. I tillegg synes jeg en studie som søker å forklare forskjellene i gjennomsnittlig volatilitet intradag ville vært meget interessant.

7 Referanser

- Akaike, H., (1974), *A new look at the statistical model identification*. IEEE Transactions on Automatic Control, 19, 716–72
- Andersson, J. (2007), *On the estimation of correlations for irregularly spaced time series*, Discussion paper, Norges Handelshøyskole
- Andreou, E. og E. Ghysels, (2002), *Rolling-sample volatility estimators: Some new theoretical, simulation, and empirical results*, Journal of Business & Economic Statistics, 20, 363-376
- Bai, X., J. R. Russel og G. C. Tiao, (2004), *Effects on non-normality and dependence on the precision of variance estimates using high-frequency financial data*, Working Paper, University of Chicago, GSB
- Areal, N. M. P. C. og S. J Taylor, (2002), *The realized volatility of FTSE-100 futures prices*, Journal of Futures Markets, 22, 627-648
- Baille, R. T. og T. Bollerslev, (1994), *Cointegration, fractional cointegration and exchange rate dynamics*, Journal of Finance, 49, 737-745
- Bessembinder, H., (1993), *An empirical analysis of risk premia in futures markets*. Journal of Futures Markets, 13, 611-630
- Bjerksund, P., H. Rasmussen og G. Stensland, (2000), *Valuation and Risk Management in the Norwegian Electricity Market*, Discussion paper, NHH
- Black F. og M Scholes, (1973), *The pricing of Options and Corporate Liabilities*, Journal of Political Economy, 81, 637-659
- Bodie, Z og V.I. Rosansky, (1980), *Risk and return in commodity futures*, Financial Analysts Journal, 26, 27-39

Bollerslev, T., (1984), *A Conditionally Heteroskedastic Time Series Model for Speculative Prices and Rates of Return*, Review of Economics and Statistics, 69, 542-547

Bollerslev, T og T.G. Andersen (1997), *Heterogeneous information arrivals and return volatility dynamics: uncovering the long-run in high frequency returns*. Journal of Finance, 52, 975-1005

Bollerslev, T og T.G. Andersen (1998), *DM-Dollar volatility: intraday activity patterns, macroeconomic announcements and longer run dependencies*, Journal of Finance, 53, 219-265

Booth, G. G. og U. G. Gurun, (2004), *Financial archaeology: capitalism, financial markets and price volatility*, Michigan State University

Chang, Y. og S. J. Taylor, (2003), *Information arrivals and intraday exchange rate volatility*, Journal of International Financial Markets, Institutions and Money, 13, 85-112

Conejo A.J., J. Contreras, R.Espinola og M.A.Plazas, (2005) *Forecasting electricity prices for a day-ahead pool-based electric energy market*, International Journal of Forecasting, vol 21, no. 3, 435-462,

Cross, R., M. Grinfeld, H. Lamba og T. Seaman, (2005), *A threshold model of investor psychology*, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 354, 463-478

Cutler, D. M., J. M. Poterba og L. H. Summers, (1989), *What moves stock prices?*, Journal of Portfolio Management, 15, 4-12

Dacorogna, M. M., R. Gencay, U. A. Müller, R. B. Olsen og O. V. Pictet, (2001), *An introduction to high-frequency finance*. San Diego, CA: Academic Press

Dickey, D. A. og Wayne A. Fuller, (1981), *Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root*, Econometrica, 49, 1057-1072

Dunis, C. L., M. Gavridis, A. Harris, S. Leong and P. Nacaskul, (1998), *An application of genetic algorithmsto high frequency trading models: a case study*. In *Nonlinear modeling of high frequency time series* (ed. C. Dunis og B. Zhou), 247-278

Engle, R. F., (1982), *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation*, *Econometrica*, 50, 987-1007

Engle, R. F., (2000), *The econometrics of ultra-high-frequency data*. *Econometrica* 68, 1-22

Falkenberry, T.N., (2002), *High frequency data filtering*, Tick Data Inc. paper

Guillaume, Dominique m., Michel M. Dacorogna, R. R. Davé, Ulrich A. Müller, Richard B. Olsen and Olivier V. Pictet, (1995), *From the bird's eye to the microscope: A survey of new stylized facts for the intraday foreign exchange markets*, *Finance and Stochastics* 1, 95-129

Hamilton, J.D. (1994), *Time series analys*, Priceton: Princeton University Press

Hansen, P. R. og A. Lunde, (2005), *A Realized Variance for the Whole Day Based on Intermittent High-Frequency Data*, Working Paper, University of Aarhus, Tilgjengelig på SSRN: <http://ssrn.com/abstract=531422>

Harris, L. E., (1986), *A transaction data study of weekly and intraday patterns in stock returns*, *Journal of Financial Economics*, 16, 97-117

Harrison, P., (1998), *Similarities in the distribution of stock market price changes between the eighteenth and twentieth centuries*, *Journal of Business*, 71, 55-79

Heston, S. L., (1993), *A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options*, *Review of Financial Studies*, 6, 327-343

Higgs, H. og A.C. Worthington, (2005), *Systematic Features of High-Frequency Volatility in Australian Electricity Markets: Intraday Patterns, Information Arrival and Calendar Effects*, *The Energy Journal*, 26 (4), 1-20

Kawaller, I. G., P. Koch og T. Koch, (1987), *The temporal price relationship between S&P 500 futures prices and the S&P index*. Journal of Finance, 42, 1309-1329

Kendall, M. G., (1953), *The analysis of economic time series. Part I. Prices.*, Journal of the Royal Statistical Society, A96, 11-25

Koekebakker, S. og F. Ollmar, (2001), *Forward curve dynamics in the Nordic electricity market*, Discussion Paper, NHH

Kolb, R. W., (1992) *Is normal backwardation normal?*, Journal of Futures Markets, 12, 75-91

Ljung, G. M. og G. E. P. Box, (1978), *On a Measure of a Lack of Fit in Time Series Models* Biometrika, 65, 297–303.

Maddala, G.S. (2001), *Introduction to Econometrics*, 3rd ed.

Mandelbrot, B., (1963) *The variation of certain speculative prices*, Journal of Business, 36, 394-419

Nord Pool (2010), *Market Information*, Hentet 06.06.2010 fra <http://www.nordpool.com/marketinfo/>

Oomen, R. A. C., (2002), *Modelling realized variance when returns are serially correlated*, Manuscript, Warwick Business School, The University of Warwick

Patnaik, T. C. og S. Thomas, (2002), *Variance-Ratio tests and High-Frequency Data: A Study of Liquidity and Mean Reversion in the Indian Equity Markets*, Working Paper, Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=357982>

Rud, L., (2009), *Essays on Electricity Markets*, SNF report, NHH

Samuelson, P.A. (1965), *Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly*, Industrial Management Review, 6, 41-49

Samuelson, P.A. (1976), *Is real world price a tale told by the idiot of chance?* Review of Economics and Statistics, 58, 120-123

Sharpe, W. F., (1964), *Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk*, Journal of Finance, 19, 425-442

Simonsen, I., (2005), *Volatility of power markets*, Physica A, 355, 10-20

Solibakke, P. B., (2002), *Efficiently Estimated Mean and Volatility Characteristics for the Nordic Spot Electric Power Market*, International Journal of Business, 7(2), 17-35

Solibakke, P. B., (2006), *Describing the Nordic Forward Electric-Power Market: A Stochastic Model Approach*, International Journal of Business, 11(4)

Taylor, S.J., (2005), *Asset Price Dynamics, Volatility, and Prediction*, Princeton: Princeton University Press

Taylor, S. J. og X. Xu, (1997), *The incremental volatility information in one million foreign exchange operations*, Journal of Empirical Finance, 4, 317-340

Wasserfallen, W. og H. Zimmermann, (1985), *The behavior of intraday exchange rates*, Journal of Banking and Finance, 9, 55-72

Wood, R. A., T. H. McInish og J. K. Ord, (1985), *An investigation of transactions data for NYSE stocks*, Journal of Finance, 40, 723-739

Working, H., (1934), *A random difference series for use in the analysis of time series*, Journal of the American Statistical Association, 29, 11-24