NORGES HANDELSHØYSKOLE

Bergen, våren 2011

Utredning i hovedprofilen: Finansiell økonomi

Veileder: Førsteamanuensis Jørgen Haug

Markowitz-optimering i det 21. århundre og rebalanseringsstrategier

Av

Leif Ole Håvardsrud

Sammendrag

I denne utredningen tar man for seg Markowitz sin porteføljeteori fra 1952 og 1956 og ser hvordan de presterer i form av risikojustert avkastning forhold til en markedsportefølje i perioden fra 2000 til 2010. I utredningen testes det også ut hvordan forskjellige rebalanseringsstrategier vil påvirke den risikojusterte avkastningen til porteføljene og hvordan det vil påvirke hvordan porteføljen prestere i overgangen mellom opp- og nedgangstider. Rebalanseringsstrategiene blir testet med og uten transaksjonskostnader for å se hvordan transaksjonskostnader vil kunne påvirke valget av rebalanseringsstrategi.

Utredningen starter med en gjennomgang av teori og tidligere forskning om Markowitz sin porteføljeteori, om rebalanseringsstrategier og om påvirkningen av transaksjonskostnader. Videre går man gjennom innhentningen og behandlingen av dataseriene før man går gjennom metoden for analysen.

Det fremkommer av resultatene at man ikke vil oppnå en høyere risikojustert avkastning ved å benytte seg av Markowitz porteføljeteorier fra 1952 og 1956 i forhold til en markedsindeks under testperioden. Resultatene viser videre at man vil oppnå en høyere risikojustert avkastning ved å rebalansere porteføljen oftere, dette vises ved at man oppnår høyere risikojustert avkastning ved månedlige rebalanseringer enn man gjøre ved kvartalsvise og halvårlige rebalanseringer. Til slutt viser resultatene at ved å innføre transaksjonskostnader så vil ikke det påvirke valget mellom rebalanseringsstrategiene, månedlige rebalanseringer vil fortsatt føre til høyest risikojustert avkastning.

Forord

Masterutredningen er den perioden av min studietid som har vært mest engasjerende og lærerik. Det å kunne jobbe med en problemstilling og fram mot et mål over en lengre periode har vært svært givende, der jeg har kunnet benytte meg av de analytiske evnene jeg har opparbeidet meg gjennom min studietid.

Vil sende en stor takk til min veileder Jørgen Haug for gode tilbakemeldinger og gode innspill underveis i mitt arbeid med masterutredning.

Leif Ole Håvardsrud

Bergen, våren 2011

Innholdsfortegnelse

Figur- og tabelloversikt

1 Innledning

1.1 Motivasjon for utredningen

Siden årtusenskifte har Oslo Børs og andre børser verden over opplevd ekstreme oppturer og ekstreme nedturer, der man i en lengre tid opplevde ekstremt god økonomisk vekst og det så ut som om økonomien skulle vokse til himmelen, men som i stede ble avbrutt av en ekstrem økonomisk nedtur. Vi har vært igjennom et tiår med en sterk volatil økonomi, dermed synes jeg at det ville være svært interessant å teste hvordan en kjent investeringsteori vil fungere i denne perioden. Harry M. Markowitz blir av mange sett på som porteføljeteoriens far, dermed så jeg det som naturlig å teste hvordan porteføljeteorien hans ville fungere i perioden fra 2000 til 2010. Porteføljeteorien kan benyttes til å optimere porteføljer for alle typer aktiva, men i denne utredningen vil jeg konsentrere meg om optimeringen av aksjeporteføljer.

Kapitalforvaltningsmiljøet i Norge har vokst betraktelig det siste tiåret, fra det å ha svært få aktører til å ha et bredt utvalg av forskjellige forvaltningsmiljøer med forskjellige spesialiteter. Denne voksende andelen med profesjonelle aktører på Oslo Børs har ført til en mer effisient og likvid børs. I et marked med flere profesjonelle aktører som gjør markedet mer effisient vil gjøre det vanskeligere for aktørene på Oslo Børs å oppnå meravkastning. Denne utviklingen av kapitalforvaltningsmiljøene de siste 10-20 årene har ført til at markedspremien, altså markedsavkastningen utover risikofri avkastning, har sunket fra historiske nivåer på rundt 5,5 % til 2,5-4 %, se Løhre (2007).

Jeg ønsker i denne utredningen å teste hvordan Markowitz historiske teori fra 1952 presterer i form av risikojustert avkastning i perioden fra 2000 til 2010. I tillegg ønsker jeg å se hvordan resultatet av teorien blir påvirket av at man legger til beskrankninger til i modellen som Markowitz gjorde i 1956 og hvordan rebalanseringsstrategier vil påvirke kvaliteten på modellen.

1.2 Problemstillinger

1.2.1 Problemstilling 1

Hvordan vil Markowitz porteføljeteori fra 1952 prestere, i form av risikojustert avkastning, i forhold til det å investere i en markedsindeks, OBX-indeksen, i perioden fra 2000 til 2010, med og uten beskrakninger angående shorting?

Hypoteser:

H_0: Med den MV-optimale porteføljen vil man ikke oppnå en signifikant høyere risikojustert avkastning enn det å investere i en markedsindeks, OBX-indeksen.

$$S_{MV\text{-}optimal} = S_{OBX}$$

H_1: Med den MV-optimale porteføljen vil man oppnå en signifikant høyere risikojustert avkastning enn det å investere i en markedsindeks, OBX-indeksen.

$$S_{MV\text{-}optimal} > S_{OBX}$$

Der H_0 vil bli forkastet hvis: $t > +t_{\alpha}$

Verdipapirmarkedet har vært igjennom en kraftig utvikling de siste årene og har forandret seg mye siden Markowitz publiserte teorien i 1952. Det er dermed spennende først og fremst å se hvordan denne teorien presterer, i form av risikojustert avkastning, i den virkelige verden og ikke minst hvordan den klarer seg i det siste tiåret som har vært preget av store nedturer og store oppturer. Dette har vært en periode der man i en periode har hatt en BNP-vekst på 3-4 %, dette var i perioden 2004-2007. I perioden før og etter opplever man en svakere BNP-vekst på rundt 1-2 %, se Statistisk sentralbyrå. Man får muligheten til å teste hvordan teorien klarer seg i overgangen fra en kraftig vekstperiode til en kraftig nedgangsperiode, om teorien fører til at man får vektet om sånn at porteføljen også vil prestere ved bråe omveltninger. Her er det også et viktig moment, der man i modellen som ikke har noen beskrankninger, modellen fra 1952, og modellen der man har innført en beskrakning, modellen fra 1956, og hvem av modellene som takler denne perioden best. Her vil mest sannsynlig modellen uten beskrankninger kunne prestere best, grunnet at den har mulighet til å shorte verdipapirer i nedgangstidene og dermed kunne tjene på nedgangen. Mens modellen der man beskrankninger, gir et bedre virkelighetsbilde på porteføljeforvaltning, vil det være snakk om å begrense tapene, altså ha høye vekter i de selskapene som taper minst.

Det viktigste med problemstillingen er å se om man ved hjelp av denne teorien har mulighet til å oppnå en høyere avkastning enn en markedsindeks, som jeg har valgt skal være OBX-indeksen, altså indeksen som inneholder de 25 største selskapene på Oslo Børs. Dette blir en sammenligning av teorien om MV-optimal portefølje, Markowitz teori, og teorien om prisingsmodellen CAPM, representert med OBX-indeksen.

1.2.2 Problemstilling 2

Vil den risikojusterte avkastningen til Markowitz sin modell bli påvirket når man introduserer flere rebalanseringsstrategier?

> H_0: Ved å rebalansere oftere vil man ikke oppnå en signifikant høyere risikojustert avkastning.
>
> H_1: Ved å rebalansere oftere vil man oppnå en signifikant høyere risikojustert avkastning enn OBX-indeksen.

Markowitz sin porteføljemodell bygger på at man skal danne en portefølje ved å finne forventet avkastning og forventet risiko på basis av historisk data. Dermed vil ferskheten på de historiske dataene kunne påvirke hvordan porteføljen blir sammensatt, altså hvilke aksjer som blir valgt ut og hvilke vekter de utvalgte aksjene vil ha. Dermed vil jeg i denne utredningen introdusere fire rebalanseringsstrategier; årlig, halvårlig, kvartalsvis og månedlig rebalansering. På denne måten kan man se hvordan frekvensen av rebalanseringer, altså frekvensen av innhenting av data, påvirker risikojustert avkastningen samlet over tiårsperioden, der man ved årlig rebalansering vil kun ha 12 rebalanseringer gjennom perioden, vil man ved månedlig rebalansering ha hele 120 rebalanseringer gjennom perioden. Det som er spennende med å teste dette ut i denne spesifikke perioden er at man vil gå inn i en sterk vekstperiode med historiske data fra en sterk nedgangsperiode og man vil gå inn i sterk nedgangsperiode med historisk data fra en sterk oppgangsperiode. Hvordan vil Markowitz takle denne problemstillingen og hvordan vil hyppigere rebalanseringer kunne gjøre at Markowitz takler problemet bedre. Det at man kommer fra en sterk oppgangsperiode der man har historisk høy avkastning og man har kun årlige rebalanseringer vil man kunne slite hvis den årlige rebalanseringen skjer 1.januar og en kraftig nedgangsperiode starter 1. februar, vil man gå inn i 11 måneder der man har kun positive vekter i aksjer som man kanskje ville ønsket var negative vekter. Ved halvårlig rebalansering vil man kunne vekte om 1. juli og få inn et halvt år med ny data fra nedgangsperioden og dermed vil man kanskje kunne rette opp de vektene sånn at man ikke taper så mye. Dette vil jo selvsagt være en fordel hvor oftere man rebalanserer, men det finnes jo også kostnader ved rebalanseringer som kan gi et annet syn på rebalanseringsstrategien.

1.2.3 Problemstilling 3

Vil innføring av transaksjonskostnader ved rebalanseringer påvirke valget av rebalanseringsstrategi?

H_0: Innføring av transaksjonskostnader vil ikke ha innvirkning på valget av rebalanseringsstrategien.

H_1: Innføring av transaksjonskostnader vil ha innvirkning på valget av rebalanseringsstrategien.

Transaksjonskostnader kan påvirke hvilke rebalanseringsstrategi man velger for sin aksjeportefølje. Det jeg ønsker å undersøke i denne problemstillingen er om transaksjonskostnaden ved rebalansering vil påvirke hvilke av de rebalanseringsstrategiene som vil gi høyest risikojustert avkastning, med og uten shorting, i denne testperioden på ti år. Det å finne balansen mellom det å kunne rebalansere ofte nok sånn at man får konstruert porteføljen ut fra ferskest mulig data og den kostnaden ved en sånn rebalansering, dette er et veldig viktig moment for enhver investor. Denne balansegangen forutsetter at man faktisk oppnår en høyere risikojustert avkastning ved å rebalansere oftere.

2 Investeringsstrategi

2.1 Markowitz-optimering

Harry M. Markowitz blir sett på som porteføljeteoriens far, i 1952 utga Markowitz artikkelen ”*Portfolio Selection*” der han delte seleksjonsprosessen inn i to steg. Det første steget starter med observasjon og erfaringer og avsluttes med troen om den fremtidige avkastningen på de tilgjenglige verdipapirene. Det andre steget starter med den relevante troen på fremtidig avkastningen og avslutter med valget av portefølje. Bakgrunnen for at Markowitz skrev denne artikkel var at han var opptatt av å se effektene av aksjerisiko og korrelasjonen mellom aksjer og hvordan dette kunne brukes for å skape gode diversifiseringsmuligheter. Hovedfokuset ved denne optimeringsprosessen bygger på at investoren er rasjonell og at investor har risikoaversjon, altså investoren tar hensyn til risiko ved investeringer. Hvis investor ikke tar hensyn til risiko ville investoren investere i det som gir høyeste forventet verdi, uten å ta hensyn til eventuell nedside ved investeringen. Seleksjonen går ut på å maksimere avkastning på porteføljen i forhold til porteføljens risiko. Ved å spre sine investeringer over flere bransjer vil man kunne oppnå en diversifiseringseffekt. Det er denne effekten som gjør at Markowitz (1952) har fokus på hvordan de forskjellige aksjene varierer i forhold til hverandre og ikke de fundamentale selskapsverdiene i en seleksjonsprosess.

2.1.1 Porteføljevekter

I den opprinnelige optimeringen man har i Markowitz (1952) ser man at porteføljevektene kan enten være negativ, null eller positiv i optimeringsprosessen. I praksis er det mer vanlig at man i porteføljer kun har ”long”-plasseringer og ikke ”short”-plasseringer, ser man på lovgivning for norske fond har man ikke har mulighet til å gå ”short” se Verdipapirfondloven. Dermed bør man legge inn beskrankninger under optimeringen, der man ikke tillater å gå ”short” i aksjene. For å gjennomføre porteføljeoptimeringen må man benytte seg av et kvadratisk optimeringsproblem, se Markowitz (1956). Den kvadratiske optimeringstilnærmingen har sine mangler; den gjenkjenner ikke estimeringsavviket som man får ved avkastning ”output”. Grunnet at den optimale porteføljen vekter seg tungt i de aksjene som har høyest avkastning, men det er også de aksjene som mest sannsynlig inneholder positive estimatavvik, som betyr at optimeringen systematisk overvekter de aksjene som har høyest estimatavvik, se Jorion (1992). De aksjene som under optimeringen signifikant blir overvektet har i tillegg til høy forventet avkastning, negativ korrelasjon og lav varians, se Michaud (1989). I Jorion (1992) påpeker man at grunnet estimatavvikene vil de optimale vektene kunne være svært ustabile til en relativt liten endring forventet avkastning.

Man kan også sette andre beskrankninger i optimeringsproblemet for å tilpasse porteføljen til diverse behov og tilpasninger i markedet, for eksempel opp til en benchmark. Beskrankninger man kan tilføye er transaksjonskostnader, likviditetsbeskrankninger og "turnover"-beskrankninger, se Jorion (1992).

Når man setter beskrankninger i forhold til å gå "short" i porteføljen vil man under optimeringsprosessen ende opp med at man vil en høyere vekt i et fåtall av de utvalgte aksjene, se Løhre (2007), altså man vil få vekter som avviker kraftig fra vektene i markedsporteføljen. Grunnen til dette er som nevnt over at man vil få en overvekt i de aksjene som har høy forventet avkastning, lav/negativ korrelasjon og lav varians. Dette betyr at man vil få en undervekt i de aksjene der man har lav forventet avkastning, høy korrelasjon og høy varians. Det som vil skje ved en optimeringsprosess når enkelte av verdipapirene har hatt en økning i variansen i den senere perioden, dermed en høyere kovarians, er at man i en portefølje med beskrankninger på det å gå "short" vil ende opp med at de aktuelle aksjene ikke blir en del av porteføljen. Det kan være et problem at en aksje som har økende varians får en negativ vekt i den optimale porteføljen, på grunn av økt varians som ikke skyldes økt nedsiderisiko, men økt oppside risiko. Ved et sånt tilfelle ville man risikere at man går "short" i en aksje som har positiv forventet avkastning.

2.1.2 Mean-Variance (MV) optimering

Den klassiske antagelsen når det gjelder MV -optimering er at investoren foretrekker å ha en portefølje som består av verdipapirer som tilbyr maksimal forventet avkastning til et gitt nivå av risiko. Det er denne antakelsen man må benytte seg av etter man har kjørt optimeringsprosessen og kommet ut med en rekke porteføljer som danner den MV-effisiente fronten. På denne fronten ligger det mengder med forskjellig optimale porteføljer for alle mulige nivåer av porteføljerisiko, det er en portefølje som har minimum varians og det er en portefølje som har maksimum forventet avkastning. Men det er ikke de to porteføljene den rasjonelle investor er ute etter, men den porteføljen som gir høyest avkastning per risikoenhet. Altså, den porteføljen som gir investoren høyest nytteverdi.

Altså,

Forventet avkastning i perioden er gitt ved:

$$r(w_1, \ldots., w_n) = E[\sum_{i=1}^{n} r_i w_i] = \sum_{i=1}^{n} E(r_i) w_i$$

Der w_i presenterer hvilke andel man skal ha i verdipapir i.

Hele formuen skal plasseres i verdipapirene, noe som betyr:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

Standardavviket i perioden er gitt ved:

$$\sigma(w_1, \ldots., w_n) = \sqrt{E[\{\sum_{i=1}^{n} r_i w_i - E[\sum_{i=1}^{n} r_i w_i]\}^2]}$$

Standardavviket for perioden settes som risikoen og man setter opp porteføljens optimeringsproblem som kvadratisk programmeringsproblem:

$$Min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sigma_{ij} w_i w_j$$

Med følgende lineære begrensninger:

$$\sum_{i=1}^{n} r_i w_i \geq wI$$

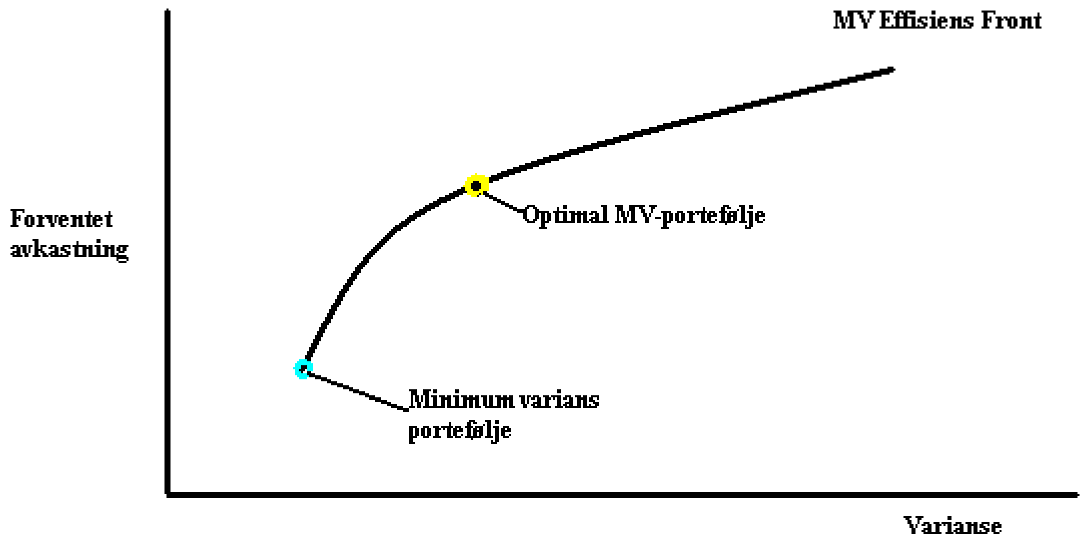
$$\sum_{i=1}^{n} w_i = I$$

Der, $I = total\ formue$

Der man under MV-optimering skal maksimere nytten til investor ved:

$$Maks: r - A\sigma^2$$

Der, $A = risikoaversjon$

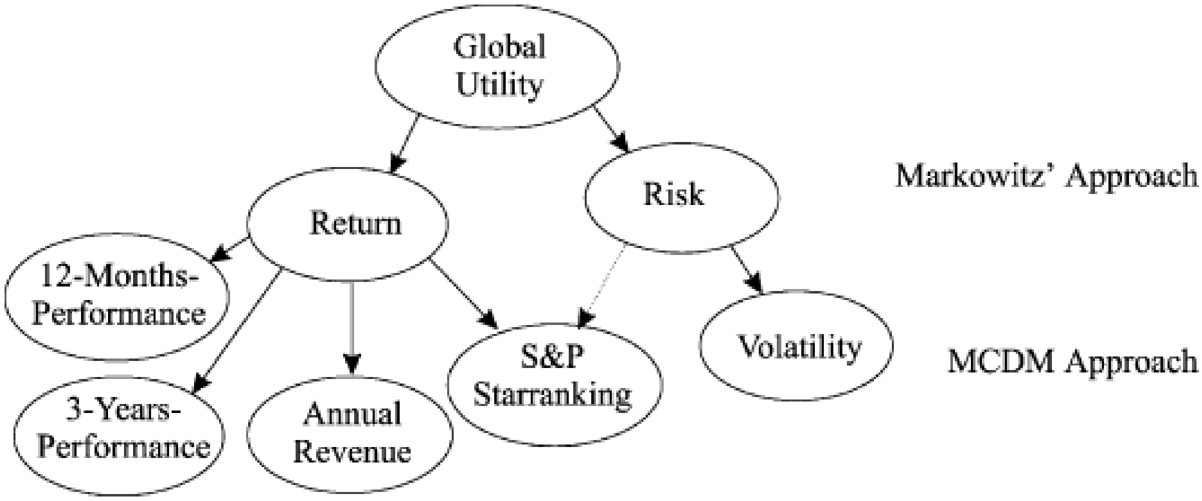


Figur 1 Effisient front med minimum varians portefølje og MV-optimal portefølje

Michaud(1989) nevner fem signifikant potensielle fordeler med MV-optimering;

1) Tilfredshet av klienten sine mål og begrensninger.
2) Kontroll på porteføljens risikoeksponering.
3) Implementering av investeringsstil og markedsutsikter.
4) Effektiv bruk av investeringsinformasjon.
5) Hurtig rebalansering av porteføljen.

Kritikk mot basismodellen har kommet grunnet at den ikke dekker investorenes preferanser ved en investering. Konno (1990) oppdaget at de fleste investorer ikke investerer i effisiente porteføljer ut fra Markowitz-modellen, men investere i porteføljer som ligger på innsiden av effisientfronten. Porteføljer som i følge Markowitz sin modell blir dominert av porteføljer som ligger på effisientfronten. Konno (1990) tolker dette som at den kvadratiske nyttemodellen ikke gjelder for alle investorer. Både Chow (1995) og Ehrgott et al (2002) mener at grunnen til at investorer ikke velger den MV-optimale porteføljen er at investorens nytte ikke kan forklares kun ved forventet avkastning og forventet varians. Ehrgott et al (2002) mener at ved å legge til en eller flere beslutningskriterier vil man kunne veie opp for svakhetene til forventet avkastning og forventet varians. Som et resultat av det, en multifaktormodell med flere enn to faktorer som gir muligheten til en høyere fleksibilitet for investoren når man skal konstruere optimeringsmodellen som baserer seg på investorens preferanser. Denne modellen ble utviklet sammen med diverse investorer og analytikere fra Standard and Poor’s Funds Services GmbH. I modellen tok de og utvidet risikodelen med to kriterier, S&P Star ranking og volatilitet, og utvidet avkastningsdelen med fire mer spesifikke objektive faktorer, se Ehrgott et al (2002).

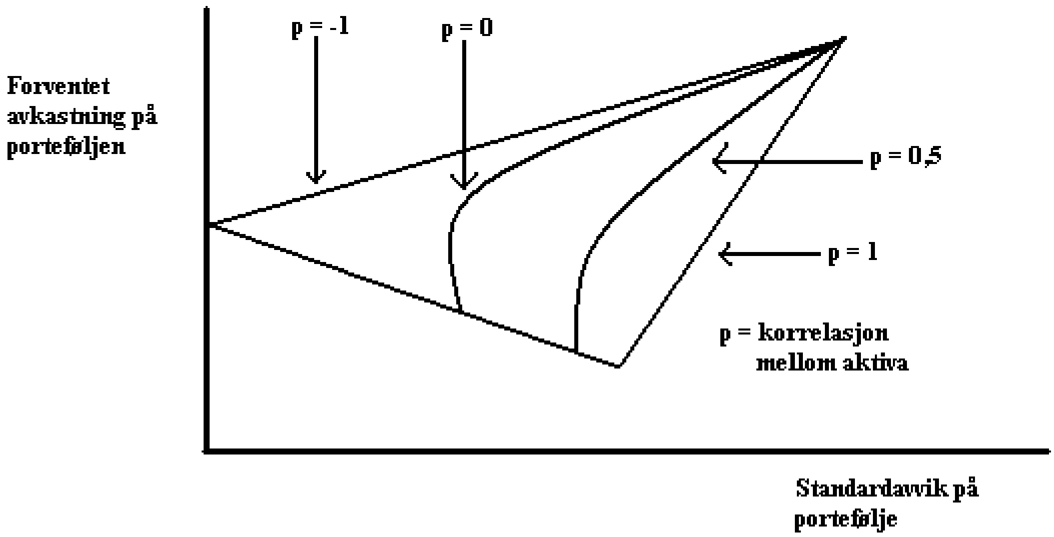


Figur 2 MCDM Approach, Ehrgott et al (2002)

Chow (1995) mener at den basisiske MV-nyttefunksjonen er utilstrekkelig for investorer som er bekymret for at porteføljen skal avvike fra markedsporteføljen, derfor mener Chow at man skal justere nyttefunksjonen slik at den tar med ulempene ved et avvik fra markedsporteføljen. Chow (1995) modifiserte nyttefunksjonen med i tillegg til å ha et ledd for forventet avkastning og forventet varians også ha et ledd der man har med forventet "tracking error", nyttefunksjonen fikk forkortelsen MVTE. Ved å sammenligne porteføljer som er basert på vanlige MV-optimeringen og MVTE-optimeringen finner man at man vil komme nærmere en investor, som frykter avvik fra markedsporteføljen, sine preferanser ved å benytte seg av en MVTE-nyttefunksjon, se Chow (1995). I denne utredningen frykter man ikke avvik fra markedsporteføljen, man forventer avvik for å kunne oppnå en høyere risikojustert avkastningen enn markedsporteføljen.

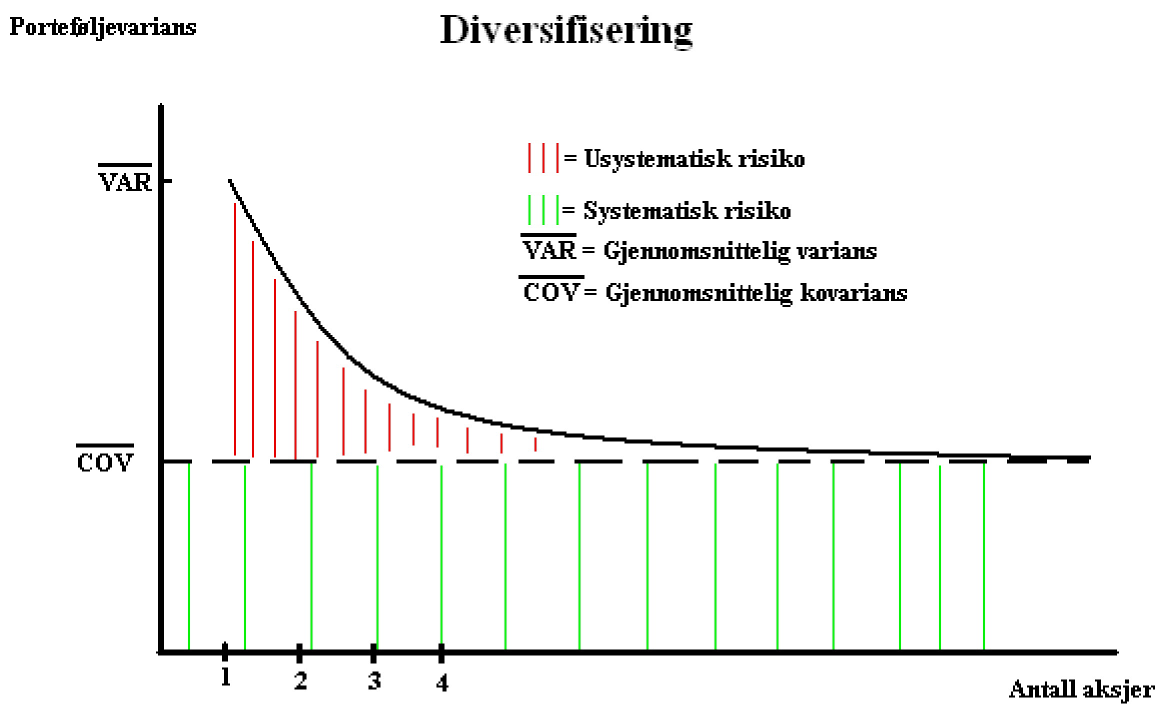
2.1.3 Diversifisering

Diversifiseringseffekten er viktig når man skal sette sammen en portefølje av verdipapirer, dermed også i utvelgelsen av aksjer som skal benyttes i en Markowitz-optimering. I seleksjonsprosessen bør man velge aksjer fra ulike bransjer, grunnet at hvis man har flere selskaper fra samme bransje vil man få en unødvendig tilleggsrisiko i porteføljen.



Figur 3 Korrelasjonen mellom verdipapirer skaper en diversifiseringseffekt

Markowitz (1952) sier at en atferd som ikke impliserer diversifiseringens overlegenhet må bli avvist både som hypotese og som leveregel. En regel som stadfester at en investor diversifiserer sine midler blant de aksjene som gir høyest forventet avkastning. Loven om et stort antall aksjer vil forsikre at faktisk avkastning av porteføljen vil bli nesten den samme som forventet avkastning. Loven om et stort antall aksjer antar at det eksisterer en portefølje som både gir maksimum forventet avkastning og minimum varians, denne regelen kan man ikke akseptere grunnet at diversifisering kan eliminere all varians, se Markowitz (1952). Grunnen til at Markowitz (1952) ikke vil akseptere denne regelen er at den porteføljen med høyest avkastning vil under de fleste tilfeller ikke ha den laveste avkastningen, altså minimum varians porteføljen og maksimum avkastning porteføljen vil under de fleste tilfeller være to forskjellige porteføljer. Ved en veldiversifisert portefølje vil man redusere den usystematiske risikoen i porteføljen, men uansett hvor mange aksjer man legger til i porteføljen vil man aldri kunne diversifisere bort alt av den usystematiske risiko. Den risikoen som man i all hovedsak sitter igjen med i veldiversifisert portefølje er den systematiske risikoen, altså den risikoen som er knyttet til markedet og ikke til den enkelte bedrift.



Figur 4 Diversifisering av usystematisk risiko

Ser man på figur 4 så er den gjennomsnittlige variansen den totale risikoen til en aksje, mens den gjennomsnittlige kovariansen er risikoen til porteføljen. Når man velger ut aksjer til en veldiversifisert portefølje bør man dele opp risikoen til aksjer i en systematisk del og en usystematisk del:

$$\sigma_i^2 = \beta^2 \cdot \sigma_M^2 + \sigma_\varepsilon^2$$

Der,

Systematisk risiko = $\beta^2 \cdot \sigma_M^2$

Usystematisk risiko = σ_ε^2

Grunnen til at man burde dele risikoen i systematisk og usystematisk er når man skal legge til en aksje i en veldiversifisert portefølje er det kun den systematiske risikoen man er har interesse av. En aksje som ser svært risikofylt ut vil ikke nødvendigvis være det om man setter den i sammen med andre aksjer i veldiversifisert portefølje, grunnet at den høye variansen i aksjen i hovedsak kommer fra den bedriftsspesifikke variansen, dermed vil den markedsspesifikke risikoen være lav og dermed være en fin aksje å ha med i porteføljen.

2.2 Capital Asset Pricing Model (CAPM)

CAPM er en modell som bygger videre på Markowitz sin porteføljeteori fra 1952 og 1956, se Sharpe (1964), Lintner (1965), Mossin (1966) og Treynor (1961, 1962). CAPM har to forutsetninger som legges til grunn som ikke Markowitz har, nemlig at den inkluderer at alle investorer kan låne uendelig til risikofri rente og at investorene har homogene forventninger. Noe som betyr at alle investorer vil velge denne porteføljen til å investere i risikoaktiva, dette kan antas på grunn av at man forutsetter at all informasjon som er tilgjenglig kommer samtidig til alle investorer og at alle investorer har samme preferanser i forhold til forventet avkastning, forventet risiko og korrelasjonen mellom verdipapirene. Når alle investorer investerer i samme portefølje vil det bety at den CAPM-optimale porteføljen også vil være markedsporteføljen. Flere som er kritiske til enkelte av forutsetningen som CAPM baserer seg på, blant annet antakelsen om at man kan låne uendelig i risikofritt er et av kritikkpunktene. Kritikken går ut på at i den virkelige verden vil man ha begrensninger på lånekapasiteten og den begrensningen vil føre til at CAPM-porteføljen, altså markedsporteføljen, ikke vil være effisient, se Markowitz (2005).

2.2.1 CAPM-vekter vs MV-vekter

Siden CAPM-porteføljen er markedsporteføljen, vil vektene i hver aksje være markedsverdien på verdipapiret i forhold til totale markedsverdi:

$$w_i^{CAPM} = \frac{Markedsverdi\ aksje\ i}{Totale\ markedsverdi}$$

Markowitz sin optimeringsteori antar man at investorene ikke er homogene, noe som betyr at ikke alle investorer vil velge den MV-optimale porteføljen som sin investeringsportefølje. Om porteføljeteorien til Markowitz hadde vært homogen ville CAPM-optimeringen være lik Markowitz-optimeringen. Siden Markowitz ikke er homogen kan det antas at Markowitz ikke ender opp med samme optimale portefølje som CAPM, altså Markowitz vil avvike fra markedsporteføljen. Dette betyr at den optimale MV-porteføljen vil ha en tracking-error til markedsporteføljen, noe som måler nivået på aktiv allokering

I denne utredningen vil man danne en MV-optimal portefølje som baserer seg på et underutvalg av markedsindeksen, der man velger 12 av de 25 aktuelle aksjene. I utvelgelsen av 12 aksjer ut fra markedsindeksen, OBX-indeksen, kan man trekke inn en avkastningseffekt som er representert i Fama-French sin kjente tre faktor modell, nettopp "SMB – small minus big"-effekten, se Fama og French (1992, 1993). At man vil oppnå en høyere forventet avkastning med små selskaper enn med store selskaper. Markedsporteføljen i denne utredningen er jo OBX-indeksen, altså ingen av selskapene er spesielt små. Men det er jo en klar forskjell mellom Statoil og Sevan sin andel av OBX-indeksen, noe som betyr at den MV-optimale porteføljen kan profitere på å kunne velge de minste selskapene på OBX-indeksen fremfor de store selskapene. Det eneste som kan veie imot dette er at mindre selskaper som gir høyere avkastning også vil ha en høyere risiko, dermed ikke oppnå en høyere avkastning per risikoenhet.

2.3 Rebalansering

2.3.1 Rebalanseringsstrategi

Ved optimering av en investeringsportefølje så baserer man seg på den historiske utviklingen til å kalkulere hvilke vekter man skal ha i hver enkelt aksje fremover i investeringshorisonten. I Kamin (1975) tar man opp at Markowitz sin optimering av MV-porteføljen blir sett på som et en-periode problem, altså at man ikke har mulighet til å justere porteføljevektene etter den innledende optimeringen. Men etter som horisonten strekker seg fremover og det har gått tid siden den innledende optimeringen vil det historiske datagrunnlaget for optimeringen være endret. Derfor mener Kamin (1975) at man burde endre vektene i hvert investeringsintervall for å opprettholde den optimale MV-porteføljen fremover i investeringshorisonten. Investorer med lengre investeringshorisonter vil oppleve at det historiske datagrunnlaget man hadde for å finne den optimale MV-porteføljen i starten av investeringsperioden kan ha blitt endret drastisk utover i investeringshorisonten, derfor er det viktig at man rebalanserer portefølje ved jevne mellomrom.

I utvelgelsen av en rebalanseringsstrategi må man velge hvor ofte investoren skal rebalansere porteføljen for å opprettholde den optimale MV-porteføljen og dermed høyest nytte. Både i Mossin (1968) og i Hakansson (1970) viser man at hvis man ser bort fra transaksjonskostnader ved rebalansering vil det lønne seg å rebalansere hver handelsdag. Dette betyr at man mest sannsynlig vil kunne oppnå en høyere risikojustert avkastning jo oftere man rebalanserer Markowitz-porteføljen. Noe som er svært logisk med tanke på at man da sikrer at man har den optimale MV-portefølje hver eneste handelsdag, uten at man har noen kostnad ved rebalanseringen som kunne eliminert gevinsten ved rebalanseringen.

2.3.2 Transaksjonskostnader

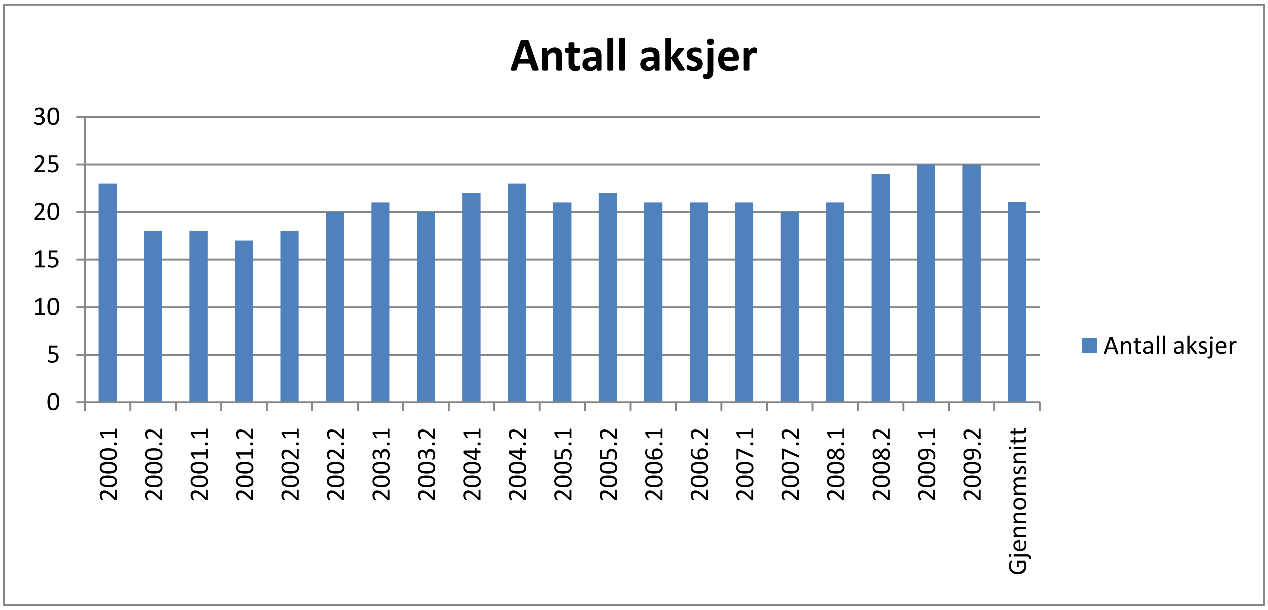
Når man ser på rebalanseringsstrategi i en verden uten transaksjonskostnader vil investoren velge å rebalansere hver handelsdag, men man lever ikke i en verden uten transaksjonskostnader. I den virkelige investeringsverden vil man ved valg av rebalanseringsstrategi stå ovenfor transaksjonskostnader som er proporsjonale til størrelsen på transaksjonen. I følge Gennotte og Jung (1994) vil transaksjonskostnader redusere investoren sin nyttenivå relativt sett til investorens nyttenivå i en verden uten transaksjonskostnader. Noe som betyr at transaksjonskostnader kan påvirke hvilke av rebalanseringsstrategiene man velger å benytte. Transaksjonskostnader påvirker effektiviteten på den MV-optimale porteføljen, grunnet at man optimerer porteføljen på de historiske dataene. Når man har funnet den optimale porteføljen, som maksimerer forholdet mellom forventet avkastning og risiko, på basis av de historiske dataene må man trekke fra kostnaden ved rebalansering. Noe som gjør at den porteføljen man får under optimeringsprosessen ikke er den mest effektive porteføljen.

Transaksjonskostnaden vil føre til at gevinsten ved en rebalansering vil reduseres, noe som vil føre til at det å rebalansere hver eneste handelsdag ikke er optimalt. I flere undersøkelser viser det seg at innføringen av transaksjonskostnader vil føre til færre rebalanseringer, se Kamin (1975), Magill og Constantinids (1976) og Constantinids (1979). Gennotte og Jung (1994) viser i sin undersøkelse at man ikke vil ha noen effekt av å rebalansere oftere enn 40 ganger årlig, noe som betyr at man rebalanserer nesten hver eneste uke. Magill og Constantinids (1976) viser at når transaksjonskostnader blir introdusert vil investorer kun ønsker å benytte seg av den tilgjenglige muligheten til å rebalansere porteføljen ved tilfeldige intervaller.

3 Metode og Data

3.1 Dataserie

Ved innhentingen av data til de historiske kursene til de aktuelle aksjene benyttet jeg meg av databasen Amadeus, som Børsprosjektet på NHH har bygget opp. Under henting av data om OBX-indeksen, benyttet jeg meg av Datastream. Fra Norges Bank sine hjemmesider ble data om statsobligasjonene hentet ut og data om transaksjonskostnader ble hentet fra hjemmesiden til Nordnet. Til de 392 rebalanseringene over tiårsperioden trengte man historiske aksjekurser for OBX-selskapene fra tidligst 1.1.1995 til seinest 1.1.2010. Ved optimeringsprosessen hentet man i inn maksimalt fem år med historiske kurser, grunnen at de historiske dataene skal brukes til å finne forventet verdi, dermed vil ikke eldre data være relevant. Enkelte år, spesielt tidlig 2000-tallet, var det vanskelig å få fem år med historisk data. Dermed måtte man godta færre observasjoner i de årene, men satte en grense for minimum antall observasjon på 500 observasjoner, de selskapene som da hadde færre enn 500 observasjoner med historisk data ble da utelatt og ble dermed ikke med videre til seleksjonsprosessen.



Figur 5 Utvikling i antall aksjer som har blitt inkludert i prosessen

Som man ser fra Figur 6, ser man at man hadde en periode tidlig på 2000-tallet der flere av aksjene ble ekskludert grunnet for få observasjoner. 2009 er faktisk det eneste året man kan inkludere samtlige av aksjene på OBX-indeksen i den videre prosessen. Gjennomsnittlig gjennom perioden ble 21 aksjer inkludert videre til seleksjonsprosessen.

Ser man på de 25 selskapene som er inkludert i optimeringsprosessen i 2009 ser man at 18 av de aksjene er symmetriske, skjevhet innenfor $\pm\, 0 - 0{,}5$. Fem av aksjene har en svak skjevhet, de resterende 2 kan man se på som asymmetriske med skjevhet over $\pm\, 1$. Av de 25 aksjene er det TEL som er minst symmetrisk, skjevhet på -2,09, og ORK som er mest symmetrisk, skjevhet på -0,039. Dette kan vises ved et histogram, se appendiks 7.1. Har også testet kurtosis av dataseriene, altså størrelsen på halen. Der ser man at TEL har høyest kurtosis, med 22,61, og det er MHG som har lavest kurtosis, med 2,99.

Disse historiske kursene fra OBX-selskapene var daglige data, dette gjør at man får flere observasjoner og et bredere sammenligningsgrunnlag under seleksjonsprosessen og under konstruksjonen av kovariansmatrisene. Disse historiske kursene er justert for dividende og ekstraordinære hendelser, da vil man se hvordan selskapene beveger seg i forhold til hverandre uten forstyrrende elementer. I de historiske dataene, spesielt de før 2000, finner man dager der det ikke er registrert en kurs på aksjen. Dette ble løst ved at man tok den kursen som var dagen før og brukte den som kurs på den dagen som manglet, dette kan gjøres uten spesielle validitetsproblemer siden det ikke er registrert en kurs på den datoen vil da heller ikke kursen ha beveget seg noe det siste døgnet, dermed vil man få en avkastning på 0, noe som ikke påvirker den historiske avkastningen i stor grad. Problemstillingen med at det var enkelte dager der det ikke var registrert kurs er et problem som var mest aktuelt på 90-tallet og tidlig på 2000-tallet, lengre man kom ut på 2000-tallet var det svært få tilfeller med handelsdager uten aksjekurs.

3.1.1 Logaritmisk Avkastning

Etter de historiske aksjekursene er justert så ble disse historiske aksjekursene brukt til å lage de historiske avkastningsserier som man skulle bruke videre i seleksjons- og optimeringsprosessen. I utregningen av disse historiske avkastningsseriene ble det benyttet logaritmisk avkastning. Logaritmisk avkastning har flere egenskaper som passer veldig bra til bruk i utregning av de historiske avkastningene. Logaritmisk avkastning har blant annet en additiv egenskap, noe som vil si at man kan addere for eksempel den daglige avkastningen for å finne den totale avkastningen i perioden, se Bredesen (2005). Den logaritmiske avkastningen er en en-periodisk geometrisk avkastning. Under en vanlig antagelse er logaritmiske avkastningen en normalfordeling av aksjens avkastning, se Clausen (2007). Logaritmiske avkastningen er noe lavere enn aritmetiske avkastningen, grunnen til dette er at den logaritmiske avkastningen er forutsatt kontinuerlig forrentning. Fordelen med kontinuerlige forrentninger er det at frekvensen av forrentningen er irrelevant, dermed gjør sammenligningen av dataen bedre, se Clausen (2007).

Logaritmisk avkastning:

$$r(t) = ln \cdot \frac{P_{t+1}}{P_t}$$

r(t) = logaritmisk avkastning periode t

ln = den naturlige logaritme

P_t = Aksjekurs periode t

P_{t+1} = Aksjekurs periode t+1.

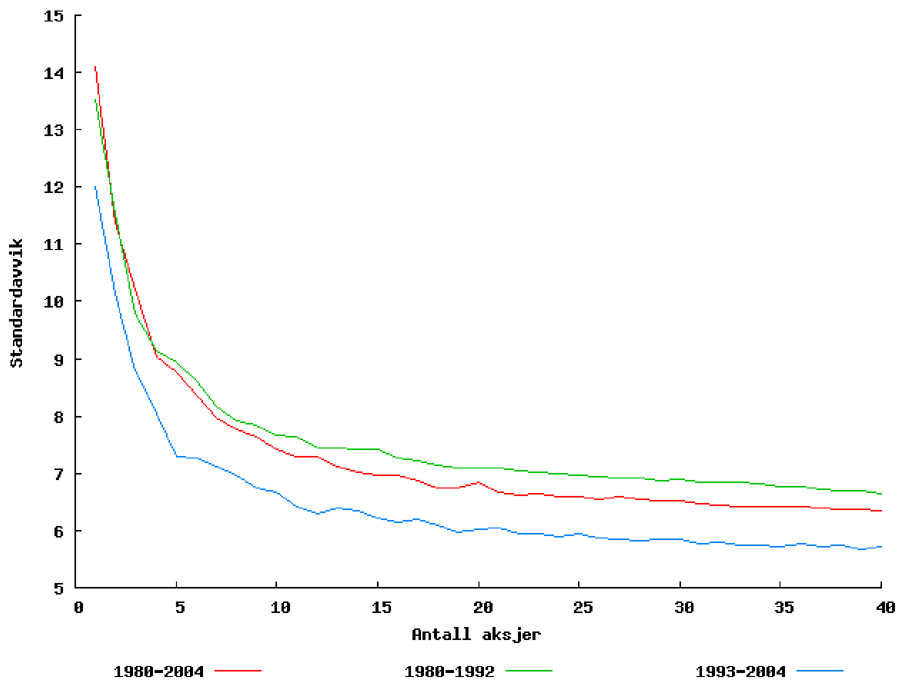
3.2 Metode

3.2.1 Seleksjonsprosessen

I seleksjonsprosessen velger man ut de aksjene man vil ha med i investeringsporteføljen ut i fra korrelasjon mellom selskapene, den historiske avkastning og den historiske risikoen til selskapene. De aksjene man velger inn i investeringsporteføljen velges ut fra de 25 største selskapene på Oslo Børs, altså de selskapene som er på OBX-indeksen.

3.2.1.1 Diversifiseringseffekten på Oslo Børs

I utvelgelsen av aksjer til den MV-optimale porteføljen er man avhengig av å velge nok aksjer til at man får ut hele diversifiseringseffekten i porteføljen, sånn at man ikke sitter med unødvendig usystematisk risiko. Men det er også viktig at man ikke inkluderer for mange aksjer i porteføljen. Dermed er det viktig foran en seleksjonsprosess at man undersøker hvor mange aksjer som er det optimale for det markedet man skal investere, i dette tilfellet på Oslo Børs.



Figur 6 Diversifiseringseffekten ved Oslo Børs, Ødegaard (2005)

I en studie av Ødegaard (2005) finner man resultater som forklarer hvor mange aksjer man burde inkludere for at man skal få ut hele diversifiseringseffekten i porteføljen. I figur 6 kan man se at risikoen har sunket i perioden 1993-2004 i forhold til perioden 1980-1992. Men det som er likt for begge periodene er at man etter 12 aksjer har oppnådd størstedelen av diversifiseringseffekten på Oslo Børs. Man ser at grafen flater ut etter 12 aksjer, noe som betyr at man ikke oppnår noen markant større diversifiseringseffekt om man inkluderer 40 aksjer isteden for kun 12 aksjer.

3.2.1.2 Utvelgelse ut fra korrelasjon

I utvelgelsen av de 12 aksjene som skulle inkluderes i investeringsporteføljen er det korrelasjonen mellom de historiske avkastningene til aksjene som er nøkkelordet. Man komplimenterer utvelgelsesprosessen med historisk avkastning og historisk standardavvik. Når man skal velge ut de 12 aksjene som skal inkluderes, så velger man ut fra det å maksimere forventet avkastning gitt en lav korrelasjon, altså:

$$Maks \sum_{i=1}^{12} (r_i w_i); \qquad gitt \;\; Min \sum_{i=1}^{12} \frac{Kov(x_i, x_{i+1})}{\sigma_{x_i} \sigma_{x_{i+1}}}$$

I denne utvelgelsen lager man en korrelasjonsmatrise av de 25 selskapene som til enhver tid befinner seg på OBX-indeksen. Etter man har konstruert korrelasjonsmatrisene valgte jeg å benytte meg av et fargesystem i utvelgelsesprosessen, der man legger inn en farge for de forskjellige korrelasjonsnivåer.

Fargekode	Korrelasjonsnivå	
	0-0,4	Svært tilfredstillende
	0,4-0,5	Tilfredstillende
	0,5-0,6	Lite tilfredstillende
	> 0,6	Kritisk

Figur 7 Korrelasjonsnivå

Disse fargekodene skulle bidra til å se hvilke aksjer som har for høy korrelasjon med de andre aksjene.

Korrelasjoner 2009:

	ACY	TEL	GOGL	DNBNOR	AKSO	AKER	NHY	REC	PRS	STB	YAR	DNO	NSG	ORK	FOE	SUB	SEVAN	TAA	SDRL	FRO	SCH	MHG	TGS	PGS	STL
ACY	1																								
TEL	0,38031978	1																							
GOGL	0,50128239	0,38861777	1																						
DNBNOR	0,55496646	0,43197471	0,52730056	1																					
AKSO	0,65814746	0,43596131	0,4911198	0,57551777	1																				
AKER	0,6684292	0,42521642	0,55654034	0,62757221	0,77324124	1																			
NHY	0,55416854	0,38528436	0,51291429	0,53293391	0,53699612	0,61691736	1																		
REC	0,55605891	0,40052582	0,48422304	0,58772592	0,53493779	0,59462985	0,5108978	1																	
PRS	0,65818097	0,41664308	0,4979951	0,57334087	0,59798325	0,62330739	0,57117429	0,52974939	1																
STB	0,50148399	0,46884743	0,44474422	0,57584673	0,53715493	0,50230438	0,40170832	0,51251385	0,48861549	1															
YAR	0,58717127	0,37890206	0,42228868	0,50286057	0,55957578	0,57596226	0,57950919	0,50479164	0,55639456	0,37866339	1														
DNO	0,55082598	0,32624924	0,43345937	0,526793	0,50127591	0,56694838	0,56499308	0,49469891	0,48028401	0,42017709	0,51657362	1													
NSG	0,37800436	0,306281	0,3256429	0,46078998	0,32695537	0,38941459	0,40038746	0,40041572	0,34840601	0,39288578	0,34050826	0,39716235	1												
ORK	0,57988666	0,44143743	0,5469461	0,62127135	0,56915795	0,65534439	0,60752143	0,71457827	0,55382245	0,49812762	0,55923487	0,50415092	0,39845735	1											
FOE	0,66798388	0,35438151	0,49811166	0,56473928	0,61770539	0,64486868	0,55084209	0,49767189	0,62852003	0,44454394	0,55253538	0,51984189	0,36777744	0,58143248	1										
SUB	0,82149259	0,39004389	0,54728345	0,61926434	0,68516771	0,70788071	0,56181365	0,55975644	0,69890962	0,51126883	0,59471242	0,56130228	0,39318591	0,58998264	0,6774412	1									
SEVAN	0,60085686	0,2440945	0,45717496	0,49981652	0,52230724	0,54728341	0,51485451	0,52753387	0,56361966	0,37636241	0,51365195	0,47577554	0,34997725	0,49034822	0,56433558	0,59318124	1								
TAA	0,39355991	0,30889363	0,37782133	0,43940765	0,40329144	0,48722101	0,43164829	0,4492314	0,39207547	0,3575444	0,38038463	0,43528487	0,41516044	0,49129318	0,41314274	0,42826935	0,37718641	1							
SDRL	0,72574209	0,44473864	0,56349113	0,61799508	0,70577731	0,74240829	0,6254256	0,61877949	0,71473713	0,51066803	0,63373711	0,56227993	0,37493714	0,64836282	0,71254348	0,74497996	0,63031532	0,43455639	1						
FRO	0,48862359	0,28361706	0,44625955	0,4599065	0,4726124	0,53834112	0,51291935	0,47011583	0,4506422	0,34956989	0,48825021	0,45690307	0,40428447	0,50718454	0,43075736	0,47694066	0,45289796	0,40974702	0,55164767	1					
SCH	0,44953417	0,35611623	0,49866619	0,55652729	0,45134254	0,52457604	0,43458713	0,48367339	0,4609791	0,5184576	0,38500656	0,42328021	0,33948277	0,56923271	0,4285002	0,46636619	0,39973276	0,3893122	0,51241429	0,39818518	1				
MHG	0,3368303	0,2780665	0,35056924	0,35594733	0,36793302	0,41467298	0,32348857	0,32434239	0,33116001	0,26335374	0,24903855	0,31418574	0,26457233	0,39439698	0,35680053	0,39443552	0,29143872	0,29542009	0,38577425	0,25338228	0,31270503	1			
TGS	0,64089279	0,40910345	0,52184703	0,55974133	0,61579273	0,63622882	0,54528005	0,56752897	0,63483138	0,53620127	0,54147288	0,57667277	0,37662514	0,57871981	0,63386198	0,64917074	0,53667673	0,39750643	0,66094504	0,44236834	0,49810276	0,31401053	1		
PGS	0,6945513	0,48289009	0,56779635	0,63162277	0,66857214	0,70626318	0,63837848	0,59214427	0,70506048	0,57557711	0,59153925	0,56711292	0,40323369	0,62179656	0,66088023	0,74405308	0,58034121	0,47199104	0,73205881	0,45143913	0,54320212	0,3797651	0,71891417	1	
STL	0,62919251	0,38299736	0,5052702	0,51273949	0,61899209	0,65321126	0,68787989	0,55466058	0,62069911	0,41000439	0,55172711	0,53828013	0,34285775	0,6039138	0,61948705	0,64629426	0,53722104	0,45603456	0,70122214	0,54757305	0,47619653	0,34323441	0,61023083	0,68292488	1

Fargekode	Antall
	74
	64
	96
	66

Avkastning	-0,00139522	-0,00080962	0,00083483	-0,00171901	-0,00156872	-0,00139376	-0,00116209	-0,00089552	-0,00076009	-0,00191982	0,00070227	-0,00182729	-0,00288841	-0,00060182	-0,00067669	-0,00154299	-0,00269879	0,00027327	-0,00088064	0,00076905	-0,00111977	-0,00285511	-0,00187895	-0,00227319	-0,00072081

Tabell 1 Korrelasjonsmatrise 2009

Korrelasjonsmatrise 2000

	AMA	BEA	CKR	DNB	ELK	FOE	KVI	NCL	NER	NHY	NSG	NTC	ORK	PSG	PRX	SCH	SFJ	STB	TAD	TAT	TGS	TOM	TAA
AMA	1																						
BEA	0,13933397	1																					
CKR	0,23124733	0,30858241	1																				
DNB	0,26100824	0,29046449	0,72037196	1																			
ELK	0,22849279	0,29337633	0,27581399	0,27221002	1																		
FOE	0,3561789	0,3000323	0,27119692	0,29237497	0,20089581	1																	
KVI	0,20489974	0,28713285	0,31533767	0,37573517	0,24431482	0,31371773	1																
NCL	0,30760157	0,29336934	0,39398743	0,39501796	0,29847561	0,33100798	0,3532958	1															
NER	0,09836708	0,27193076	0,17983828	0,18910061	0,18031496	0,19420352	0,16833398	0,24067226	1														
NHY	0,35010449	0,26886819	0,41273335	0,41117531	0,40407755	0,37426776	0,38816121	0,37462971	0,21009815	1													
NSG	0,25811726	0,34483927	0,4075433	0,41198352	0,45508902	0,33665959	0,32762337	0,37318024	0,2318929	0,44872725	1												
NTC	0,14093107	0,2006914	0,3206662	0,33540734	0,26082817	0,21336864	0,3156472	0,3474064	0,28836349	0,30247944	0,39623184	1											
ORK	0,23688131	0,30313666	0,44492901	0,46817332	0,29983248	0,35169946	0,39186402	0,4140807	0,22486336	0,42016652	0,44796805	0,27859853	1										
PSG	0,37797261	0,24683907	0,34338859	0,35941316	0,22386826	0,50091963	0,27746783	0,34118403	0,15626321	0,44176959	0,31359282	0,18639937	0,39786116	1									
PRX	0,24226305	0,24184811	0,34945149	0,33876158	0,24714146	0,29653143	0,3112821	0,38874925	0,16141398	0,3682663	0,34611809	0,33304488	0,43691004	0,32539367	1								
SCH	0,1559945	0,18505355	0,18271019	0,20003568	0,20294734	0,1802499	0,17032767	0,18485415	0,14955531	0,21272655	0,24630472	0,19886762	0,27753842	0,19928535	0,22735903	1							
SFJ	0,42484554	0,25792537	0,31223013	0,39007037	0,30621185	0,52964324	0,32072874	0,39893256	0,20116745	0,46590189	0,39708806	0,28412011	0,36388724	0,57761901	0,36546152	0,20273824	1						
STB	0,23766508	0,27335125	0,46045912	0,4998128	0,27434349	0,30478237	0,32323025	0,34812091	0,14589289	0,38333497	0,35764408	0,30617503	0,36176962	0,3795545	0,31848772	0,17351307	0,34529694	1					
TAD	0,19763904	0,19707463	0,23883272	0,2549015	0,16890266	0,19600079	0,24474118	0,29698614	0,20889788	0,25746241	0,25332413	0,23016861	0,30893227	0,25024111	0,41463921	0,24227003	0,27584752	0,22707805	1				
TAT	0,26218839	0,26214858	0,36477254	0,3955608	0,24113765	0,23674015	0,2702609	0,34363929	0,27597755	0,27986288	0,30680278	0,31988947	0,3279023	0,26837604	0,41648509	0,18692623	0,31515726	0,2775527	0,33155345	1			
TGS	0,36526024	0,28914358	0,34429975	0,3839232	0,26791714	0,41918327	0,30155897	0,36671436	0,18698874	0,42391062	0,33099423	0,23713879	0,34666835	0,57872802	0,35547887	0,20860863	0,53234071	0,37645847	0,29857028	0,32656232	1		
TOM	0,18273215	0,26168914	0,36371834	0,37550146	0,20722345	0,23765617	0,27572405	0,25900598	0,1841203	0,30456945	0,30699885	0,31272461	0,3038053	0,28252124	0,30103719	0,205022	0,27215706	0,3454629	0,21499516	0,2496401	0,25339533	1	
TAA	0,22396296	0,27438979	0,27895257	0,28670225	0,19563387	0,28120451	0,24024517	0,33365234	0,21313706	0,26845913	0,24354128	0,25595845	0,3019038	0,24722096	0,44362674	0,19481446	0,32929752	0,25086162	0,38915722	0,40349833	0,27417751	0,21052489	1

Fargekode	Antall
(svart)	223
(gul)	24
(rød)	5
(lilla)	1

Avkastning	-0,00069811	-0,00025289	0,00035175	0,00010308	0,00049933	-0,00088095	-0,00055101	0,00020581	-0,00012135	-9,609E-05	0,00055788	0,00068909	-1,1671E-05	-0,00040745	-5,5181E-05	0,00012787	-0,00074958	0,00013537	-0,00099151	0,00049872	-9,4544E-05	0,00034182	0,00053185

Tabell 2 Korrelasjonsnivå 2000

Sammenligner man korrelasjonsmatrisen fra 2000 og 2009 ser man en drastisk økning i korrelasjonen. Ser man på antall tilfeller med korrelasjon over 0,6 så har den økt fra 1 til 66 tilfeller, men ser man på antall tilfeller med korrelasjon under 0,4 så har den sunket fra 223 til 74.

Etter man har fargekodet alle de forskjellige korrelasjonene, starter man utvelgelsesprosessen blant aksjene i matrisen. Man starter med å eliminere de aksjene som har flest tilfeller av korrelasjoner over 0,5 med de andre aksjene, dette skjer ved at man fjerner en og en aksje.

	ACY	AKER	DNBNOR	DNO	FOE	FRO	NHY	NSG	OCR	ORK
ACY	1									
AKER	0,54259545	1								
DNBNOR	0,34076239	0,39507299	1							
DNO	0,44912473	0,43287802	0,26149747	1						
FOE	0,60680451	0,52090747	0,3271212	0,41693453	1					
FRO	0,42166713	0,3445171	0,24519236	0,31088321	0,38036199	1				
NHY	0,55052956	0,52244052	0,3927104	0,46946543	0,52341522	0,39734274	1			
NSG	0,27853088	0,29541522	0,30894415	0,27585802	0,2581694	0,21762856	0,34155547	1		
OCR	**0,53422916**	**0,45955333**	**0,2782726**	**0,35935356**	**0,57814935**	**0,37276917**	**0,46074831**	**0,25418824**	**1**	
ORK	0,35741853	0,38414194	0,39396196	0,27594921	0,32221502	0,28973367	0,36497805	0,24836608	0,31570933	1

Tabell 3 Utdrag av korrelasjonsmatrisen etter endt utvelgelse

Siden Oslo Børs roterer selskapene som står på OBX-indeksen kun to ganger i året, tredje fredagen i juni og tredje fredagen i desember, blir seleksjonsprosessen kun gjennomført to ganger i året, 1. januar og 1. juli hvert år. De andre rebalanseringsprosessene som blir gjort ellers i året blir kovariansmatrisene endret ettersom det blir hentet inn nye avkastningsserier, som igjen endrer de MV-optimale vektene.

3.2.2 Kovariansmatrisen

I optimeringsprosessen finner man fremtidige vekter i hver enkelt aksje ut fra historiske avkastninger og historiske risiko. Kovariansmatrisene bruker man til å finne den historiske risikoen til porteføljen. Den vektede summen av kovariansen er det som representerer den historiske variansen til de 12 aksjene som man har inkludert i porteføljen, dermed også det som blir benyttet som den forventede variansen til aksjeporteføljen.

3.2.2.1 Fra daglig til årlig

I dataserien har jeg som sagt benyttet meg av daglig data, men kovariansmatrisene som blir konstruert ut fra de daglige dataene skal være på årlig basis. Grunnen til at man vil ha dette på årlig basis er at når man skal inn i optimeringsprosessen og skal bestemme hvilke vekter man skal ha i hver aksje vil man få et bedre bilde av den forventede risikoen og den forventede avkastningen.

Kovarians:

$$\sigma_{x,y} = Kov(x,y) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - E(x_i)) \cdot (y_i - E(y_i))$$

Årlig kovarians på daglige data:

$$\sigma_{x,y} = Kov(x,y) = \frac{240}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - E(x_i)) \cdot (y_i - E(y_i))$$

I utformingen av den årlige kovariansmatrisen har jeg forutsatt at man har 240 handelsdager i løpet av et kalenderår, dermed vil 240 observasjoner tilsvare et år. Ser man på formelen for kovarians så tar man en og deler på antall observasjoner, n, skal man da konvertere de daglige dataene til årlig kovariansmatrise må man ta 240 deler på antall observasjoner. Dermed deler man opp de daglige observasjonene inn i intervaller på 240 observasjoner. Da har man konstruert kovariansmatrisen A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \sigma_{12} & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & 1 & \sigma_{2n} \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & 1 \end{bmatrix}$$

3.2.2.2 Autokorrelasjon

I dataseriene som man finner i denne utredningen kan autokorrelasjon være et problem under konstruksjonen av kovariansmatrisen, altså man vil kunne få en ukorrekt forventet risiko i optimeringsprosessen. Med autokorrelasjon så menes det at det er kovarians mellom to observasjoner som ligger nært hverandre i tid, altså det kan være korrelasjon mellom aksjekursen som oppgis for eksempel 2.februar 2002 og 3. februar 2002. Når det er autokorrelasjon mellom to observasjoner betyr det at kovariansen til feilleddene ikke er lik null, se Rickertsen og Kristofersson.

Kovarians til feilleddet:

$$E(u_i, u_j) = cov(u_i, u_j) \neq 0$$

Der u_i og u_j representerer feilleddet til observasjon i og j.

Siden autokorrelasjon kan skape problemer med kovariansmatrisen, er man avhengig av å gjøre justeringer i den årlige kovariansmatrisen. Justeringen som har blitt gjort i kovariansmatrisen er at man har først laget en kovariansmatrise med en dag lag og en kovariansmatrise med to dager lag. Det som da gjøres er at man legger inn en ekstra observasjon i dataserien som får verdien 0.

Observasjon	DATO	TEL	GOGL	STB	YAR	DNO	NSG
701	21.06.2006	-0,00343054	0,03681397	-0,00419204	0,0062112	-0,00816331	0,01434745
702	20.06.2006	-0,00682597	-0,04282	0	0,00625002	0	-0,0171924
703	19.06.2006	0,02409755	0,07134808	0	-0,05192006	0	0,0317487
704	16.06.2006	-0,02409755	-0,05929974	-0,0124717	0,03636764	-0,06453852	-0,02032
705	15.06.2006	0,03460553	0,06575138	0,03789167	0,01869213	0,07680861	0,03211955
706	14.06.2006	-0,01050798	0,01631358	0,01731288	0	0,00247219	-0,02346149
707	13.06.2006	-0,03087724	-0,05752384	-0,05932746	-0,02790879	-0,09890407	-0,01152751
+1	LAG 1	0	0	0	0	0	0
+2	LAG 2	0	0	0	0	0	0

Tabell 4 Legge inn lagging i dataseriene

Når man har lagt til de ekstra observasjonene i dataserien kan man lage en lagget kovariansmatrise. Man konstruerer da to nye kovariansmatriser, kovariansmatrise med en dag lag, B, og kovariansmatrise med to dager lag, C.

$$B_{Justering} = Kovariansmatrise\ med\ en\ dag\ lag$$

$$C_{Justering} = Kovariansmatrise\ med\ to\ dager\ lag$$

Etter man har gjort justeringer for autokorrelasjon kan man konstruere den endelige årlige kovariansmatrisen, D, som skal benyttes i optimeringsprosessen.

Endelig kovariansmatrise:

$$D = A + B_{Justering} + C_{Justering}$$

Når man har foretatt justeringer i kovariansmatrise A gjennom justeringer ved lagging, fører det til at man tar hensyn til den potensielt økte kovariansen man får ved at kovariansen til feilleddet ikke er lik null. Dermed vil kovariansmatrise D var en justert utgave av kovariansmatrise A, noe som vil føre til at den forventede variansen til porteføljen vil marginalt forandres.

3.2.3 Finne MV-optimal portefølje

I optimeringsprosessen benytter man seg av kovariansmatrisen D og de gjennomsnittlige historiske avkastningene til de 12 aktuelle aksjene. Siden dataserien med de historiske avkastningene er daglig data er man avhengig av konvertere de historiske gjennomsnittlige daglige avkastningene til gjennomsnittelige årlige avkastninger, sånn at både risikobilde og avkastningsbilde er på årlig basis. I konverteringen til årlige gjennomsnittlige forutsette jeg akkurat som i den årlige kovariansmatrisen at det er 240 handelsdager i løpet av et år.

Konvertering til årlig data:

$$r_{årlig} = (1 + r_{daglig})^{240} - 1$$

3.2.3.1 Konstruksjon av en minimum varians portefølje og en maks avkastning portefølje

Når man skal finne den optimale MV-porteføljen starter man med å lage to ekstrem porteføljer, en portefølje med minimum varians, P1, og en portefølje med maks avkastning, P2.

Historisk avkastningsvektor: R = $(r_1, r_2 \cdots r_n)$

Vektvektor: W= $(w_1, w_2 \cdots w_n)$

Den transponerte vektoren av W er W^T.

Avkastningen for porteføljen blir:

$$Forventet\ avkastning = E = R \cdot W$$

Standardavvik for porteføljen blir:

$$Standardavvik = \sigma = \sqrt{}(W \cdot DW^T)$$

For å konstruere P1 optimerer man vektene i de 12 utvalgte aksjene som gir minimum forventet varians og fikk en tilknyttet forventet avkastning. Under konstruksjonen av P2 optimerer man vektene i de 12 utvalgte aksjene som gir maks forventet avkastning gitt en høy standardavvik, som blir satt til 50 %.

Vektvektor P1: $W_{P1} = (w_{1,P1}, w_{2,P1} \ldots w_{n,P1})$

Vektvektor P2: $W_{P2} = (w_{1,P2}, w_{2,P2} \ldots w_{n,P2})$

I denne utredningen benytter jeg meg av to modeller, MV-optimal med og uten shorting, dermed må begrensningene legges inn under optimeringene av vektene i P1 og P2. Altså den begrensningen som man legger inn i MV-porteføljen uten shorting er at vektene skal være større enn 0, men jeg valgte å legge inn begrensningen om at alle vektene skal være større enn 0,01, altså alle aksjer skal ha en andel minimum 1 % av den samlede porteføljen. Grunnen til at dette ble lagt inn er at i optimeringsprosessen for porteføljer uten shorting er at flere av aksjene i porteføljen bli satt lik null, grunnet økende varians og/eller negativ historisk avkastning, dermed vil et fåtall av aksjene virkelig være inkludert i porteføljen. Ved å sette inn en begrensning om at vekten må minimum være 1 %, vil alle de 12 aksjene bli inkludert i porteføljen. Dette tilfellet er ikke et problem for modellen der man tillater shorting, grunnet at de aksjene med negativ historisk avkastning og/eller økende varians blir da shortet isteden for å bli satt lik 0.

3.2.3.2 Konstruksjonen av MV-optimal portefølje

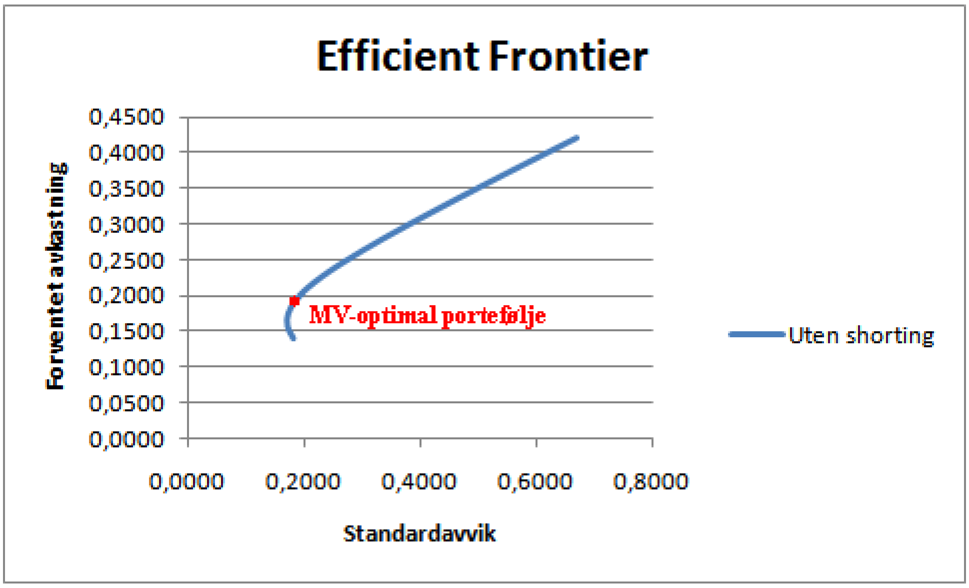
For å konstruere den MV-optimale porteføljen benytter man seg av P1 og P2;

$$MVportefølje = (w_{P1} \cdot P1) + (w_{P2} \cdot P2)$$

Ved å finne forskjellige vekter av P1 og P2 danner man den effisiente fronten, som gir muligheten til å finne den porteføljen som maksimerer forventet avkastning per risikoenhet;

$$Maks \frac{E(r_p)}{\sigma_p}$$

Den porteføljen som gir høyest forventet avkastning per risikoenhet blir dermed den portefølje som man velger som investeringsporteføljen. Holder teorien om CAPM vil den porteføljen være markedsporteføljen.



Figur 8 Effisiente fronten med begrensningen i forhold til shorting

Etter man har funnet hvilke kombinasjon av P1 og P2 som danner den MV-optimale portefølje må man beregne hvilke vekter i de 12 aksjene som gir denne kombinasjonen.

Danner vektvektor for effisient front:

$$W_{EF} = (W_{P1} \cdot w_{P1}) + (W_{P2} \cdot w_{P2})$$

$$W_{EF} = (w_1, w_2 \dots w_n)$$

$$der\ optimal\ vekt\ i\ aksje\ 1 = w_1$$

Se Elton et al (2011) for mer detaljer rundt metodedelen.

3.2.3.3 Utregning av resultat

Etter man har funnet den MV-optimale porteføljen kan man teste hvordan porteføljen presterte i form av risikojustert avkastning i perioden. For eksempel under utregning av avkastningen ved en månedlig rebalansering hentet jeg data for den kommende måneden og regnet ut den logaritmiske avkastningen for hver enkelt av de 12 aksjene, når de logaritmiske avkastningene var klare for måneden vektet man avkastning i henhold til de MV-optimale porteføljevektene og fant dermed avkastningen for porteføljen for den måneden.

Finne årlig porteføljeavkastning uten transaksjonskostnader(t):

$$r^{Årlig} = \sum_{i=1}^{12} r_i^{månedlig}$$

Finne årlig porteføljeavkastning med transaksjonskostnader(t):

$$r^{Årlig} = \sum_{i=1}^{12} (r_i^{månedlig} - t)$$

Etter man har funnet avkastningene for den gitte perioden, beregnet man en kovariansmatrise for perioden for å finne porteføljens standardavvik. Da kan man beregne den risikojusterte avkastning. Den risikojusterte avkastningen til porteføljen blir målt gjennom Sharpe-ratio, se Sharpe (1966). Der man regner ut risikopremien man får per risikoenhet ved å investere i et risikoalternativ.

Sharpe-ratioen:

$$Sharpe = S = \frac{E(r_p) - r_{rf}}{\sigma_p} = \frac{Risikopremie}{Risiko}$$

Der den risikofrie renten, r_{rf}, er den årlige gjennomsnittlige ti års statsobligasjonsrenten.

4 Sammenhengen mellom MV-porteføljen og OBX

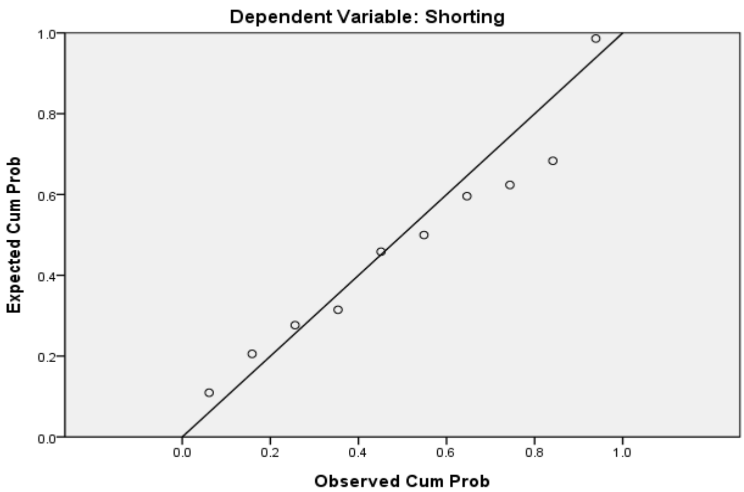
4.1 Avkastning

Markowitz MV-portefølje består av et underutvalg av OBX-indeksen, det er derfor spennende å se hvordan sammenhengen mellom avkastningen til MV-porteføljen og OBX-indeksen er. Man har sett på sammenhengen mellom avkastningen for porteføljen med årlig rebalanseringer og avkastningen til OBX og sett på sammenhengen mellom avkastningen til porteføljen med månedlige rebalanseringer og avkastningen til OBX.

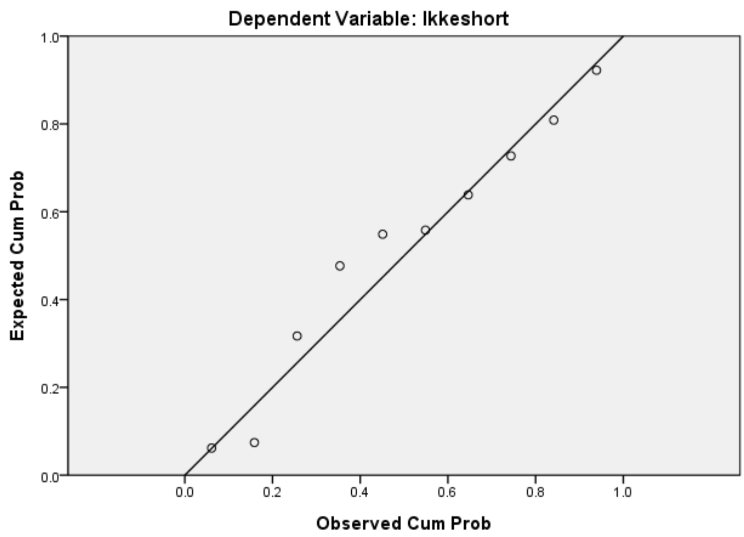
Dette ble testet gjennom en regresjonsanalyse:

$$r_{MV} = \beta_{OBX} r_{OBX} + \varepsilon_r$$

Årlig rebalansering:



Figur 9 Regresjonsanalyse, årlige rebalanseringer med shorting



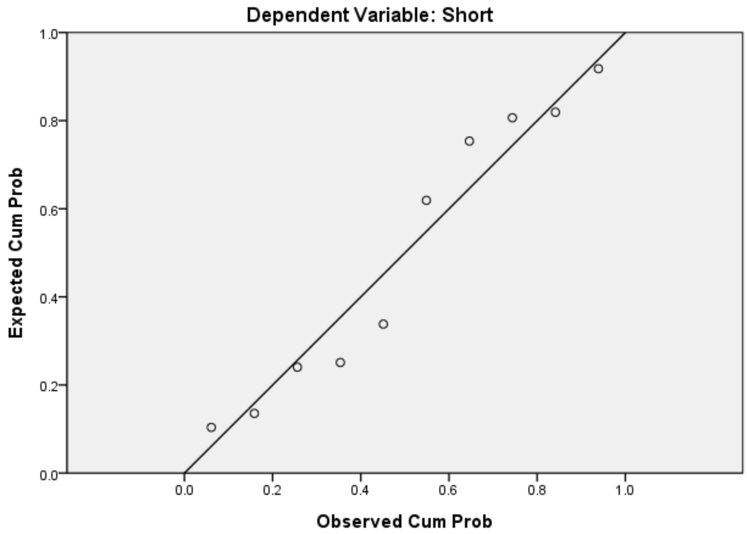
Figur 10 Regresjonsanalyse, årlige rebalanseringer uten shorting

Årlige rebalanseringer			
	R^2	β	Signifikans
Shorting	0,191	2,750	0,206
Uten Shorting	0,812	2,807	0,000

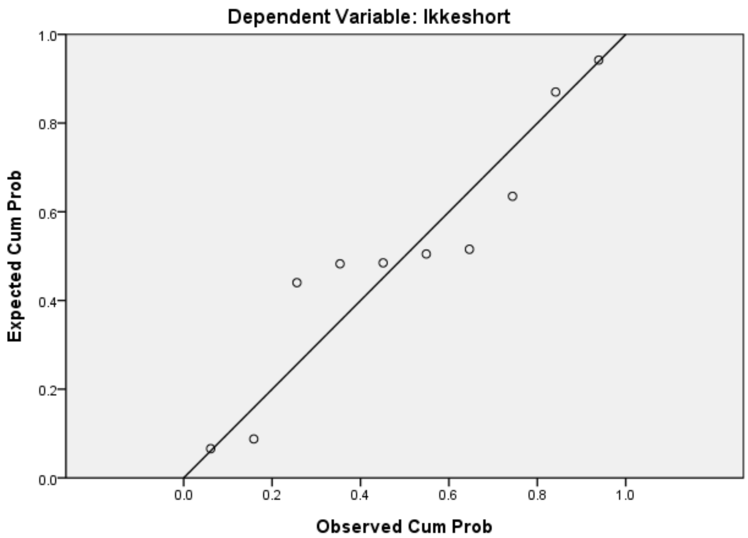
Tabell 5 Forklaringskraft og koeffisienten, årlig rebalansering

Som man kan se i tabell 5 har OBX-indeksen en mye høyere forklaringskraft for den MV-porteføljen uten shorting enn for den MV-optimale med shorting. Dette kan begrunnes med at forskjellen i vektene blir større i forhold til OBX-indeksen når man får negative vekter. Begge de MV-porteføljene reagerer relativt likt i forhold til en endring i OBX-indeksens avkastning, med en endring på henholdsvis 2,75 % og 2,807 % ved 1 % endring. Betaen for den MV-optimale porteføljen med shorting er ikke signifikant.

Månedlige rebalanseringer:



Figur 11 Regresjonsanalyse, månedlige rebalanseringer med shorting



Figur 12 Regresjonsanalyse, månedlige rebalanseringer uten shorting

Månedlige rebalanseringer			
	R^2	β	Signifikant
Shorting	0,631	2,298	0,006
Uten Shorting	0,871	3,516	0,000

Tabell 6 Forklaringskraft og koeffisienten, månedlige rabalansering

Ved å gå fra årlige til månedlige rebalanseringer blir OBX-indeksen sin forklaringskraft til begge de MV-optimale porteføljene høyere. Den største forbedringen har skjedd på MV-porteføljen med shorting, der R^2 har økt fra 0,191 til 0,631. Betaen til MV-porteføljen med shorting har falt, men er nå signifikant, noe som indikerer at MV-porteføljen er mindre sensitiv til endring i avkastningen til OBX-indeksen. For den MV-optimale porteføljen uten shorting har betaen økt fra 2,807 til 3,516.

De høye betaene for porteføljene ved årlige og månedlige rebalanseringer tyder på at i økonomiske nedgangstider, når OBX-indeksen har negativ avkastning, vil de MV-optimale porteføljene ha en forsterket negativ avkastning, mens man i oppgangstider vil ha en forsterket positiv avkastning. Det som er verdt å merke seg er at i MV-porteføljen med shorting vil denne forsterkende effekten bli lavere jo oftere man rebalanserer, mens for MV-porteføljen uten shorting vil den forsterkende avkastningseffekten bli høyere ved oftere rebalanseringer.

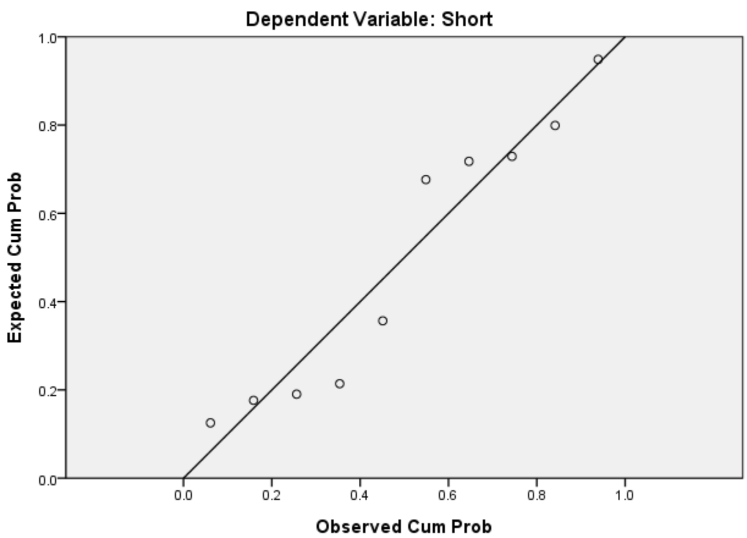
4.2 Standardavviket

Ved å gjennomføre en regresjonsanalyse kan man teste hvor mye standardavviket til OBX-indeksen har innvirkning på standardavviket til den MV-optimale porteføljen.

Regresjonsanalyse:

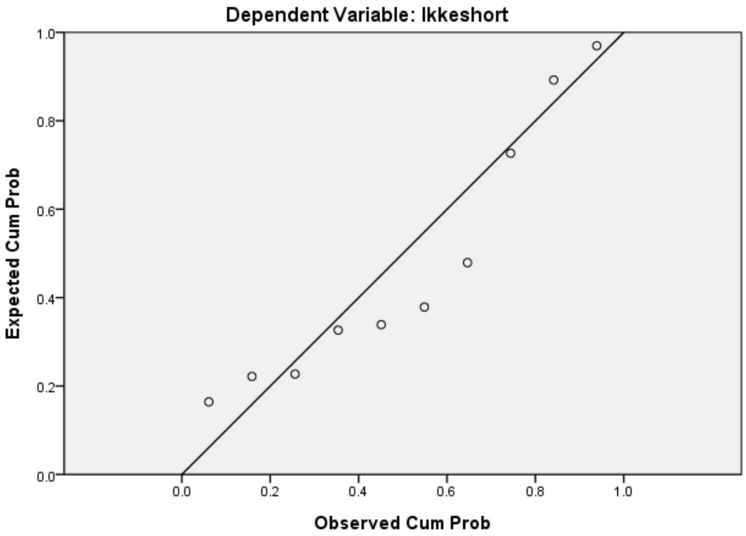
$$\sigma_{MV} = \beta_{OBX}\sigma_{OBX} + \varepsilon_{\sigma}$$

Shorting:



Figur 13 Regresjonsanalyse, standardavvik med shorting

Uten shorting:



Figur 14 Regresjonsanalyse, standardavvik uten shorting

Standardavviket, årlig rebalansering			
	R^2	β	Signifikant
Shorting	0,521	7,776	0,019
Uten Shorting	0,337	4,831	0,079

Tabell 7 Forklaringskraft og koeffisienten, årlig rebalansering

Som man ser ut fra tabell 7 ser man at forklaringskraften til OBX-indeksen sin standardavvik er relativt lavt, spesielt for MV-porteføljen uten shorting. Noe som betyr at OBX-indeksen standardavvik ikke er noe spesielt godt bilde på hvordan standardavviket til MV-porteføljene er. Regresjonsanalyse viser at MV-porteføljene med og uten shorting reagerer svært kraftig på en endring i OBX-indeksens standardavvik, med betaer på henholdsvis 7,776 og 4,831 (ikke signifikant på et 5 % nivå). Dette gir et bilde av at man har en betydelig høyere standardavvik for MV-porteføljene enn man har i OBX-indeksen. Betaene gir også et bilde av at man får en betydelig høyere standardavvik når man tillater shorting i MV-porteføljen, dette ser man ved at porteføljen vil få en endring på 7,776 % ved 1 % endring i OBX-indeksen, mens man kun vil få en endring på 4,831 % for MV-porteføljen uten shorting. Hvordan dette påvirker den risikojusterte avkastningen må sees i sammenheng med avkastningen til porteføljene.

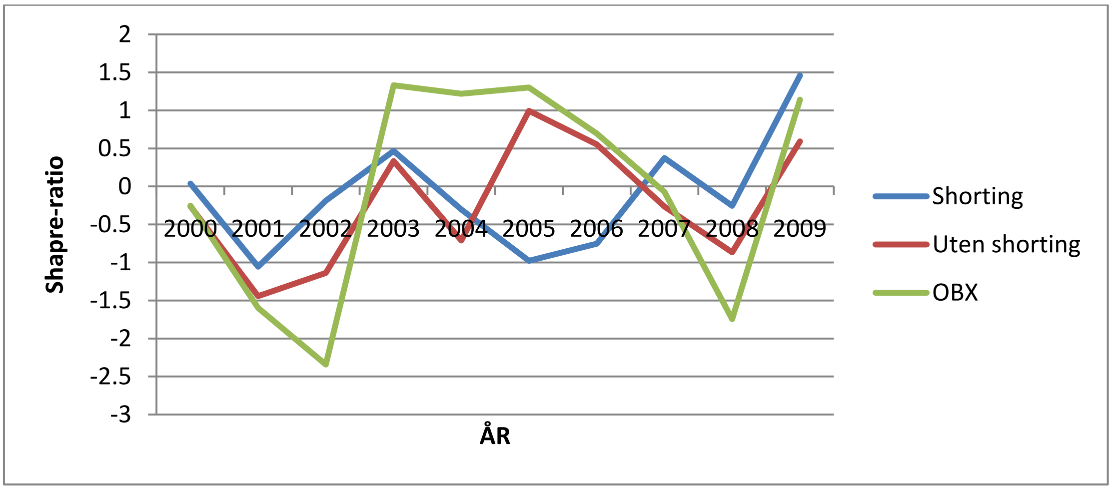
4.3 Oppsummering av regresjonsanalysen

Etter å ha gjennomgått sammenhengen i avkastning og standardavvik mellom OBX-indeksen og MV-porteføljene er det mye som tyder på at man vil oppleve en mye høyere standardavvik i de MV-optimale porteføljene. Når det gjelder avkastningen viser analysen at man vil få en forsterket negativ avkastning i nedgangstider og forsterket positiv avkastning i oppgangstider. Dette kan være tegn på at man har en SMB-effekt i de MV-optimale porteføljene, altså at det blir plukket ut flere av de mindre selskapene på OBX-indeksen.

5 Resultat

5.1 Problemstilling 1

Under problemstilling 1, der man skulle teste om Markowitz sin porteføljeteori fra 1952 og 1956 vil oppnå en høyere risikojustert avkastning enn OBX-indeksen, konstruerte jeg porteføljer der man rebalanserer en gang i året.



Figur 15 Sammenligning av den årlige Sharpe-ration gjennom perioden

5.1.1 MV-optimal portefølje uten shorting

Når man sammenligner Sharpe-ratioen til den MV-optimale porteføljen med Sharpe-ratioen til OBX-indeksen ser man en klar forskjell, man ser at man har en mye større bevegelse i Sharpe-ration for OBX-indeksen. I perioden ser man at i nedgangstider presterer den MV-optimale porteføljen bedre enn OBX-indeksen, mens den presterer dårligere i gode perioder. Man ser under periode 1[1] at OBX-indeksen har en sterkere negativ Sharpe-ratio gjennom perioden.

[1] 2000-2002

Sharpe-ratio			
	Shorting	Uten shorting	OBX
2000	0,037	-0,262	-0,252
2001	-1,055	-1,443	-1,599
2002	-0,188	-1,139	-2,343
2003	0,467	0,333	1,330
2004	-0,303	-0,712	1,218
2005	-0,979	0,994	1,301
2006	-0,752	0,553	0,695
2007	0,373	-0,265	-0,072
2008	-0,254	-0,868	-1,745
2009	1,460	0,592	1,142
Akkumulert	-1,194	-2,215	-0,324
Snitt	-0,119	-0,222	-0,032

Tabell 8 Sharpe-ratio gjennom tiårsperioden

Hovedgrunnen til at man opplever en høyere negativ Sharpe i perioden er ikke på grunn av at OBX-indeksen har høyere negativ avkastning, for OBX-indeksen opplever en lavere negativ avkastning enn det den MV-optimale porteføljen opplever i periode 1. Grunnen til den høye negative Sharpe-ratioen er at man på OBX-indeksen oppnår en negativ avkastning ved en mye lavere standardavvik enn man har ved den MV-optimale porteføljen, tar man og sammenligner standardavviket i det året forskjellen i Sharpe er størst, 2002, har OBX et standardavvik på 9,82 % mens den MV-optimale porteføljen oppnår et standardavvik på hele 50,9 %. Standardavviket er også hovedgrunnen til forskjellene som man finner i periode 2[2], der OBX-indeksen er en markant lavere standardavvik enn den MV-optimale porteføljen, der man ligger rundt 7 % for OBX og rundet 30 % for den MV-optimale porteføljen. Den lave risikoen kompenserer for den lave avkastningen man opplever i perioden relativt sett til den MV-optimale porteføljen. Ser man bort fra 2004 opplever man en markant høyere avkastning for den MV-optimale porteføljen enn for OBX-indeksen. Grunnen til denne sterke negative avkastning på 15,72 % i 2004 er at den MV-optimale porteføljer vekter hele 45,1 % i Tandberg Data, som har en avkastning på -62 % i 2004. I periode 3[3] ser man det samme som man gjorde i periode 1, altså at OBX-indeksen presterer dårligere i nedgangstider. Det man opplever totalt gjennom denne tiårsperioder er at man har en markant høyere standardavvik i den MV-optimale porteføljen enn det man opplever i OBX-indeksen. Man ser også at den MV-optimale porteføljen vil oppleve en høyere negativ avkastning i nedgangstider og en

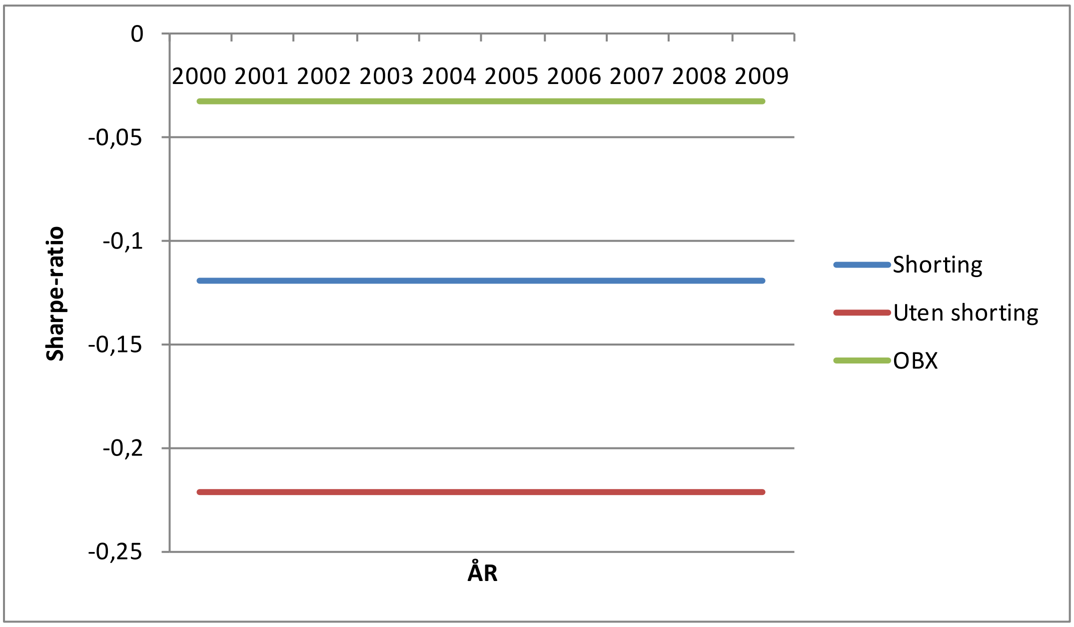
[2] 2003-2007
[3] 2008-2009

høyere positiv avkastning i oppgangstider. Men selv om dette er tilfellet vil den MV-optimale prestere bedre, i form av risikojustert avkastning, enn OBX-indeksen i nedgangstider og dårligere i oppgangstider, grunnet det høye standardavviket til den MV-optimale porteføljen.

5.1.2 MV-optimal portefølje med shorting

Når man sammenligner den MV-optimale porteføljen med shorting med OBX-indeksen ser man mye av de samme resultatene som man fikk når man sammenlignet OBX-indeksen med den MV-optimale porteføljen uten shorting, nettopp det at den MV-optimale porteføljen presterer bedre i nedgangstider og dårligere i oppgangstider. Men hovedgrunnen til at den MV-optimale porteføljen presterer bedre enn OBX-indeksen i nedgangstider kan ikke kun begrunnes med at den har en markant høyere standardavvik, den oppnår også en bedre avkastning enn OBX gjør i periode 1 og 3 (bortsett fra i 2001, -72,8 % versus -8,1 %). Når den MV-optimale porteføljen oppnår en lavere negativ avkastning og et høyere standardavvik enn OBX-indeksen ser man markante forskjeller mellom Sharpe-ratioene i nedgangsperiodene. Ser man på periode 2, oppgangsperioden, ser man at den MV-optimale porteføljen presterer markant dårligere enn det OBX-indeksen gjør i samme periode. Denne perioden oppnår OBX en høy Sharpe-ratio, gjennom høye avkastninger relativt sett forhold til risikofri og veldig lave standardavvik, mens den MV-optimale porteføljen sliter med negative avkastninger. Hovedgrunnen til at porteføljen sliter med negative avkastninger i denne perioden er at de optimale vektene er basert på historisk data som kommer fra nedgangsperioden, periode 1, og dermed har man negative vekter i flere av aksjene som i denne perioden opplever høy avkastning. Det er ikke før i siste del av periode 2 at vekten har blitt rettet opp og man oppnår en markant høyere avkastning enn OBX-indeksen med henholdsvis 46,31 % og 4,14 % i 2007. Dette gjør at man i 2007 oppnår en høyere risikojustert avkastning, til tross for det høye standardavviket til den MV-optimale porteføljen. I periode 3, der man har det store kriseåret 2008, ser man at den MV-optimale porteføljen presterer svært mye bedre enn OBX-indeksen. I kriseåret 2008 har de relativt lik avkastning med henholdsvis -34,22 % til OBX og -35,2 % til MV-porteføljen, men grunnet OBX-indeksen lave standardavvik dette året oppnår MV-porteføljen en markant bedre Sharpe-ratio. I periodens siste år oppnår både den MV-porteføljen og OBX-indeksen en veldig høy Sharpe-ratio, men selv med det ekstremt høye standardavviket til MV-porteføljen oppnår den en høyere risikojustert avkastning enn OBX-indeksen, grunnet sin ekstremt gode avkastning dette året. Hovedgrunnen til at man oppnår denne gode avkastningen i 2009 er at den MV-optimale porteføljer vekter hele 2,94 i NSG, som opplever en avkastning 34,61 % i 2009.

5.1.3 Oppsummering av resultater



Figur 16 Gjennomsnittlig Sharpe-ratio gjennom tiårsperioden

Ser man på den gjennomsnittlige Sharpe-ratioen gjennom denne tiårsperioden ser man at den MV-optimale porteføljen med og uten shorting, basert på Markowitz sin teori, blir slått av OBX-indeksen i form av risikojustert avkastning. Det som man kan lese ut i fra figur 16 er at alle oppnår en gjennomsnittlig Sharpe-ratio som er negativt gjennom perioden, noe som betyr at man i denne perioden har tapt på å ta risiko, altså man ville fått mer igjen hvis man investerte i det risikofrie alternative.

Gjennom en ensidig t-test kan man teste nullhypotesen til problemstilling 1:

MV-optimal uten shorting:

t-verdi = t = -0,367

kritisk t-verdi = $t_\alpha = 1{,}761$

Noe som betyr at; $t < +t_{\alpha}$, altså man ikke kan forkaste H_0.

MV-optimal med shorting:

t-verdi = t = -0,172

kritisk t-verdi = $t_{\alpha} = 1{,}761$

Noe som betyr at; $t < +t_{\alpha}$, altså man ikke kan forkaste H_0.

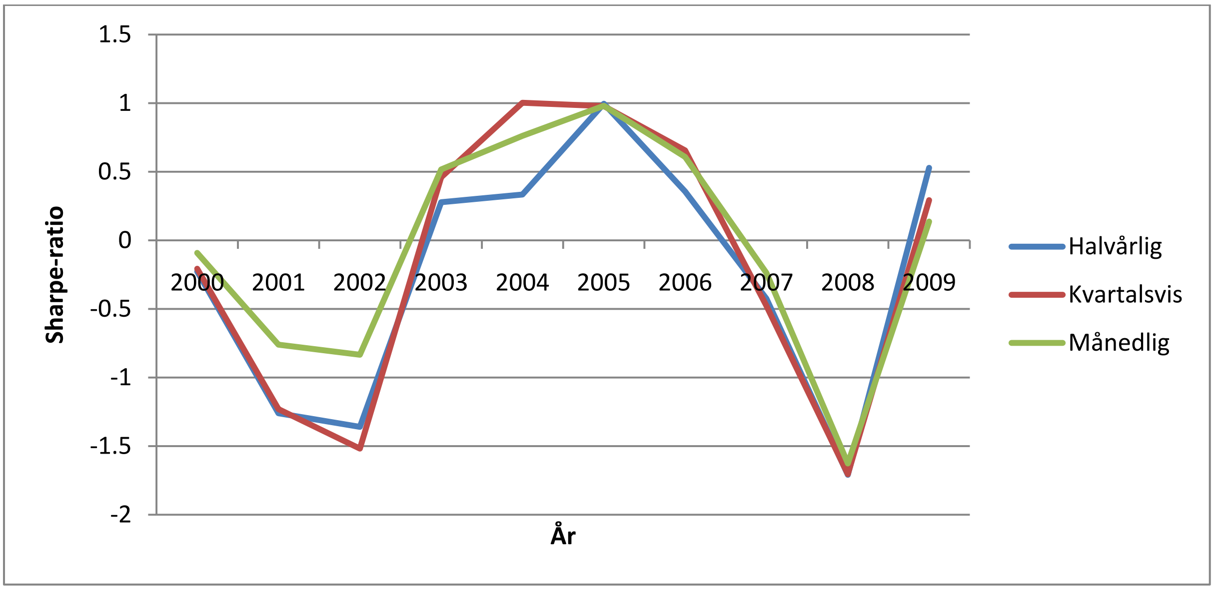
Selv om forskjellen mellom Markowitz sin MV-optimale portefølje og markedsporteføljen, OBX-indeksen ikke er signifikant, støtter resultatene teorien om at den porteføljen som maksimerer Sharpe-ratioen vil være den CAPM-optimale porteføljen, altså markedsporteføljen. Resultatene viser at alle porteføljer som avviker fra markedsporteføljen, altså har tracking-error, vil oppnå en lavere Sharpe-ratio enn markedsporteføljen, noe som betyr at Markowitz MV-optimale porteføljen ikke er å foretrekke.

5.2 Problemstilling 2

I problemstilling 2, der man skulle teste om frekvensen av rebalanseringer påvirker den risikojusterte avkastningen til porteføljen, sammenlignet jeg porteføljer der man rebalanserer halvårlig, kvartalsvis og månedlig. Man får testet om frekvensen i rebalanseringen påvirker forskjellig for MV-optimale porteføljer med shorting og MV-optimale porteføljer uten shorting.

5.2.1 Rebalanseringsstrategi for MV-optimale porteføljer uten shorting

Når man tester hvordan hyppigheten av rebalanseringer påvirker risikojustert avkastningen til porteføljen er det for å teste om det å oppdatere de historiske dataene gjør at optimeringsprosessen blir bedre og gir et bedre bilde av fremtiden.



Figur 17 Rebalanseringsstrategier for MV-optimale porteføljer uten shorting

Når man sammenligner de tre rebalanseringsstrategiene ser man at gjennom perioden oppnår en høyere risikojustert avkastning jo oftere man rebalanserer, spesielt ser man i periode 1 at man ved en høyere frekvens på rebalanseringene vil man kunne finne optimale vekter som presterer bedre i nedgangstiden. Man ser under det store kriseåret, 2008, at det kun er små forskjeller mellom rebalanseringsstrategiene, grunnet at dette var en ekstremsituasjon der uansett hvor ofte man rebalanserte ville man sitte med positive vekter i selskaper som presterte dårlig det året.

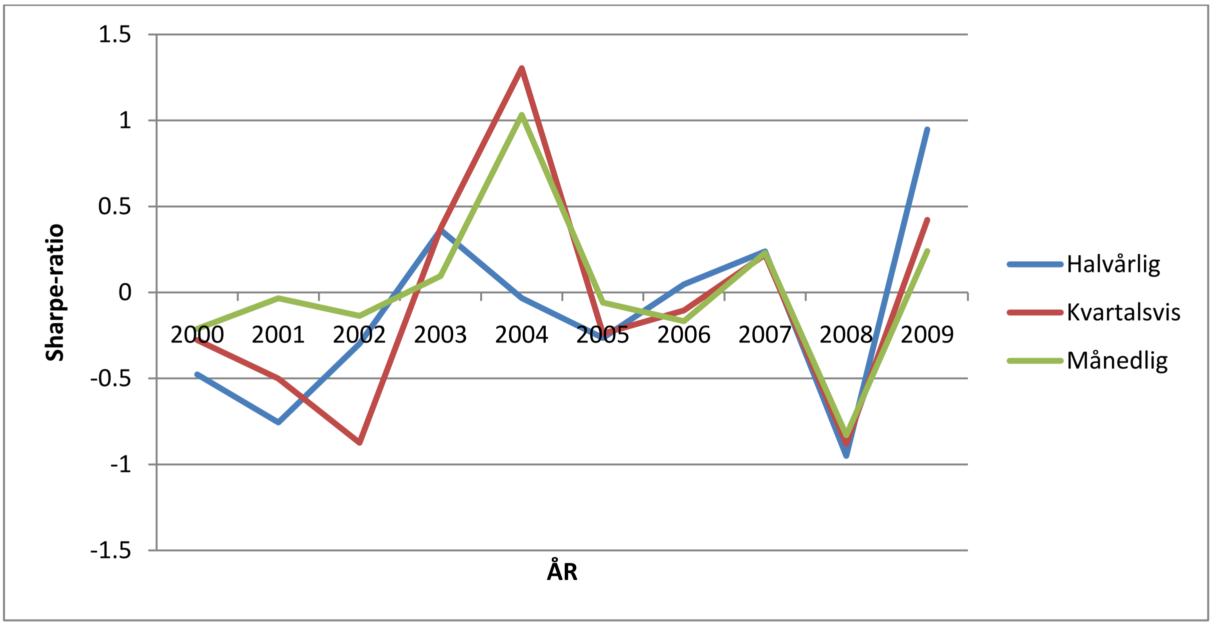
Sharpe-ratio MV-portefølje u/shorting			
	Halvårlig	Kvartalsvis	Månedlig
2000	-0,227	-0,207	-0,092
2001	-1,260	-1,230	-0,760
2002	-1,360	-1,518	-0,833
2003	0,278	0,459	0,516
2004	0,334	1,003	0,762
2005	0,995	0,979	0,981
2006	0,356	0,656	0,608
2007	-0,425	-0,477	-0,237
2008	-1,709	-1,704	-1,627
2009	0,529	0,293	0,138
Akkumulert	-2,488	-1,745	-0,544
Snitt	-0,249	-0,174	-0,054

Tabell 9 Sharpe-ratio til de forskjellige rebalanseringsstrategiene

Siden man oppnår en høyere risikojustert avkastning jo oftere man rebalanserer, vil man velge den rebalanseringsstrategien som rebalanserer månedlig. Selv om resultatene viser at man oppnår en bedre risikojustert avkastning jo oftere man rebalanserer gjennom tiårsperioden, er ikke disse resultatene signifikante (5 % nivå).

5.2.2 Rebalanseringsstrategi for MV-optimale porteføljer med shorting

Når man tester hvordan hyppigheten av rebalanseringer påvirker risikojustert avkastningen til porteføljen er det for å teste om det å oppdatere de historiske dataene gjør at optimeringsprosessen blir bedre, sånn at man kan få høye negative vekter i de selskapene som presterer veldig dårlig i nedgangstider og får høye positive vekter i de selskapene som har veldig høy avkastning i oppgangstider.



Figur 18 Rebalanseringsstrategier for MV-optimale porteføljer med shorting

I likhet med resultatene fra de forskjellige rebalanseringsstrategiene for MV-porteføljen uten shorting ser man at man oppnår bedre resultater jo oftere man rebalanserer, man kan også se at resultatene blir bedre for MV-porteføljene med shorting enn MV-porteføljene uten shorting. Som man ser i periode 1 ser man at månedlig rebalanseringer presterer sterkere enn de to andre rebalanseringsstrategiene, men den tydeligste forskjellen ser man i periode 2 og overgangen mellom en nedgangsperiode til en oppgangsperiode. Der ser man at den kvartalsvise og den månedlige rebalanseringsstrategien oppnår en mye høyere Sharpe-ratio enn det man oppnår med den halvårlige strategien. Dette viser at man at takler overganger i økonomien bedre jo høyere frekvens man har på rebalansering, grunnet at man da får ferskere data som viser at økonomien er i forandring i form av høyere avkastning og en lavere risiko. I det store kriseåret 2008 ser man at ingen av rebalanseringsstrategiene kan hindre et kraftig negativ Sharpe-ratio, men her kan man likevel se at man presterer bedre jo oftere man rebalanserer.

Sharpe-ratio MV-portefølje m/shorting			
	Halvårlig	Kvartalsvis	Månedlig
2000	-0,477	-0,277	-0,211
2001	-0,756	-0,501	-0,034
2002	-0,298	-0,874	-0,136
2003	0,364	0,372	0,096
2004	-0,033	1,304	1,033
2005	-0,265	-0,240	-0,059
2006	0,047	-0,105	-0,167
2007	0,239	0,219	0,230
2008	-0,950	-0,881	-0,831
2009	0,948	0,422	0,241
Akkumulert	-1,181	-0,562	0,162
Snitt	-0,118	-0,056	0,016

Tabell 10 Sharpe-ratio til de forskjellige rebalanseringsstrategiene

Som man ser i tabell 4 forbedres den gjennomsnittlige Sharpe-ratioen når man velger å rebalansere oftere. Ved månedlige rebalanseringer vil man også oppnå en gjennomsnittlig positiv Sharpe-ratio gjennom tiårsperioden, noe som betyr at man har noe igjen for å velge risikoalternativet og at man da slår OBX-indeksen over denne tiårsperioden, $S_{MV}^{Månedlig} > S_{OBX} \rightarrow 0{,}016 > -0{,}032$.

5.2.3 Oppsummeringer av resultater

Resultatene for både MV-porteføljen med shorting og MV-porteføljen uten shorting viser at man vil oppnå bedre resultater, i form av risikojustert avkastning, jo oftere man rebalanserer. Altså, når det står mellom å rebalansere halvårlig, kvartalsvis og månedlig, vil man å velge å benytte seg av månedlig rebalansering. Siden det viser seg at porteføljen med shorting som rebalanserer månedlig presterer bedre gjennom tiårsperioden enn OBX-indeksen betyr det at man ikke vil maksimere Sharpe-ratioen ved å velge markedsporteføljen, altså dette er resultater som bryter med teorien om CAPM-optimal portefølje.

Resultatene viser at man oppnår en bedre risikojustert avkastning totalt sett over tiårsperiodene, men den økte Sharpe-ratioen man oppnår med å gå fra halvårlig til kvartalsvis og fra kvartalsvis til månedlig er ikke stor nok til at man forskjellene mellom strategiene er signifikante (5 % nivå).

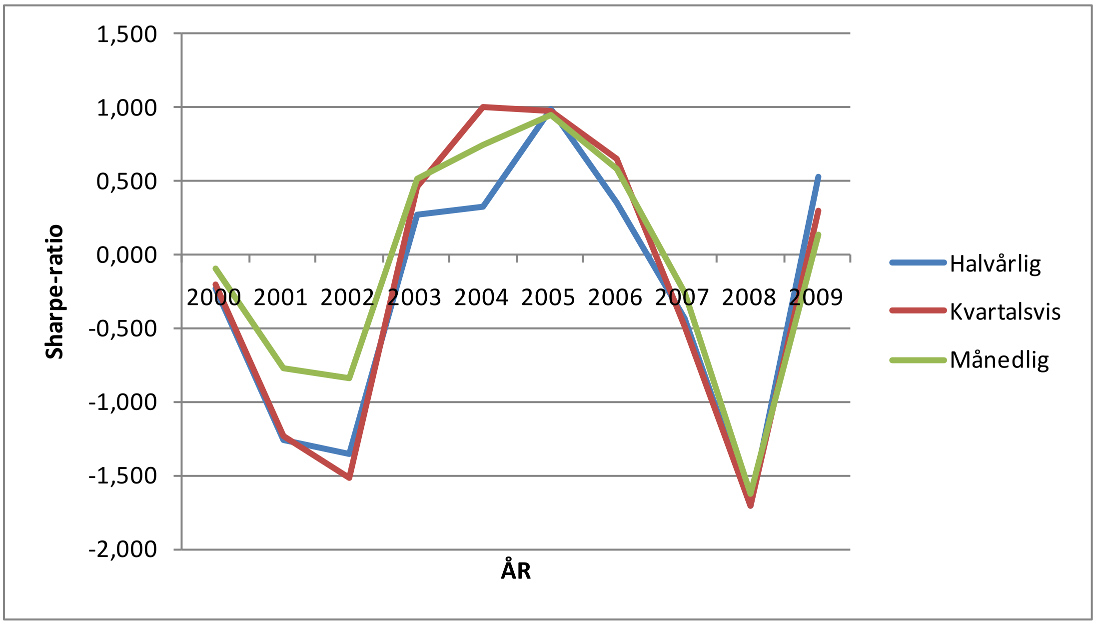
5.3 Problemstilling 3

Under problemstilling 3 skulle man teste om innføringen av transaksjonskostnader ville påvirke valget av rebalanseringsstrategi. Dette ble testet ved å sammenligne Sharpe-ratioen til hver av rebalanseringsstrategiene for MV-porteføljer uten shorting, før og etter innføringen av transaksjonskostnader.

Sharpe-ratio MV-portefølje m/transaksjonskost				Sharpe-ratio MV-portefølje u/transaksjonskost			
	Halvårlig	Kvartalsvis	Månedlig		Halvårlig	Kvartalsvis	Månedlig
2000	-0,228	-0,210	-0,100	2000	-0,227	-0,207	-0,092
2001	-1,262	-1,233	-0,771	2001	-1,260	-1,230	-0,760
2002	-1,362	-1,522	-0,845	2002	-1,360	-1,518	-0,833
2003	0,277	0,458	0,511	2003	0,278	0,459	0,516
2004	0,331	0,996	0,740	2004	0,334	1,003	0,762
2005	0,991	0,970	0,955	2005	0,995	0,979	0,981
2006	0,353	0,650	0,589	2006	0,356	0,656	0,608
2007	-0,428	-0,483	-0,256	2007	-0,425	-0,477	-0,237
2008	-1,710	-1,706	-1,632	2008	-1,709	-1,704	-1,627
2009	0,528	0,292	0,133	2009	0,529	0,293	0,138
Akkumulert	-2,510	-1,789	-0,675	Akkumulert	-2,488	-1,745	-0,544
Snitt	-0,456	-0,325	-0,123	Snitt	-0,452	-0,317	-0,099

Tabell 11 Sammenligning av rebalanseringsstrategier med og uten transaksjonskostnader

Som man kan lese ut fra tabell 5 ser man at det å introdusere transaksjoner ikke påvirker valget mellom de tre rebalanseringsstrategiene, det vil fortsatt være best å velge månedlig rebalanseringer. Man kan lese ut fra tabellen ovenfor at transaksjonskostnadene påvirker Sharpe-ratioen jo oftere man rebalanserer, forskjellen i gjennomsnittlig Sharpe-ratio mellom halvårlig rebalansering med og uten transaksjoner er kun 0,004, mens forskjellen i gjennomsnittlig Sharpe-ratio mellom månedlig rebalansering med og uten transaksjoner er 0,024.



Figur 19 Rebalanseringsstrategier med transaksjonskostnader

Ut i fra figur 19 kan man se at man oppnår de samme resultatene som under problemstilling 2, altså at man oppnår høyere risikojustert avkastning jo oftere man rebalanserer den MV-optimale porteføljen. Resultatene viser at det ikke er noen signifikant forskjell mellom rebalanseringsstrategiene før og etter inkluderingen av transaksjonskostnader, noe som betyr at man ikke kan forkaste H_0.

6 Konklusjon

Fra resultatene kan man se at man ikke oppnår en høyere risikojustert avkastning ved å konstruere Markowitz sin MV-optimale portefølje i forhold til markedsporteføljen, dette gjelder for både MV-porteføljen med og uten shorting ved årlige rebalanseringer. Man kan se ut fra resultatene at man oppnår en høyere risikojustert avkastning ved å investere i markedsporteføljen, men forskjellene er ikke signifikante. Den gjennomsnittlige Sharpe-ratioen over perioden viser at OBX-indeksen presterer best, -0,032, MV-porteføljen med shorting nest best, -0,119, og MV-porteføljen dårligst, -0,222. Resultatene støtter dermed teorien om at den CAPM-optimale porteføljen, markedsindeksen, vil gi høyere risikojustert avkastning enn porteføljer som avviker fra markedsporteføljen. De negative Sharpe-ratioene betyr at alle gjennom perioden fra 2000 til 2010 presterte dårligere enn alternativet, nemlig det å kun investere i risikofrie alternativer.

Ut fra resultatene fra testing av rebalanseringsstrategiene kan man konkludere med at man vil oppnå en høyere risikojustert avkastning ved å rebalansere porteføljene oftere. Ved å gå fra halvårlige til månedlige rebalanseringer vil man oppnå en høyere Sharpe både for MV-porteføljen med shorting og MV-porteføljen uten shorting. Disse resultatene er i samsvar med H_1 under problemstilling 2, men forskjellen i risikojustert avkastning er ikke signifikante. For den MV-porteføljen med shorting og månedlige rebalanseringer oppnår man til og med en høyere Sharpe gjennom tiårsperioden enn det markedsporteføljen, 0,016 mot markedsporteføljens -0,032. Disse resultatene er i samsvar med tidligere forskning på området, Mossin (1968) og Hakansson (1970) viser, så lenge man ser bort fra transaksjonskostnader, at det vil være optimalt å rebalansere daglig. Resultatene viser også at gjennom denne turbulente tiårsperioden med to større kriser vil man prestere bedre i nedgangstider ved å rebalansere oftere, dette ser man spesielt i periode 1 der man oppnår betydelig høyere Sharpe-ratio ved rebalansere månedlig enn man gjør ved å rebalansere halvårlig.

Inkluderer man transaksjonskostnader, for å få et bedre virkelighetsbilde, ser man at dette ikke påvirker valget av rebalanseringsstrategi. Man vil fortsatt oppnå en høyere risikojustert avkastning ved å rebalansere månedlig enn om man rebalanserer halvårlig eller kvartalsvis. Dette betyr at nullhypotesen under problemstilling 3 ikke kan forkastes, dette er i samsvar med tidligere forskning på transaksjonskostnader og rebalanseringer. I Genotte og Jung (1994) ser man at på grunn av transaksjonskostnader vil man ikke oppnå noe effekt av å rebalansere oftere enn 40 ganger i året, dette betyr at det å rebalansere månedlige ikke er ofte nok til at man blir påvirket av transaksjonskostnader i betydelig grad.

7 Litteraturliste

Bredesen, Ivar (2005): Investering og Finansiering. 3.utg. Gyldendal Akademisk……………24

Chow, George (1995): Portfolio Selection Based on Return, Risk, and Relative Performance. (Financial Analysts Journal, vol. 51, nr. 2, s. 54-60)……………………………….16

Clausen, Søren A.L. (2007): Avkastning og Risiko for Private Equity Fond: måleproblemer, empiri og simulering. (Norges Handelshøyskole)…………………………………………………………24

Constantinides, George M. (1979): Multiperiod Consumption and Investment Behavior with Convex Transactions Costs. (Management Science, vol. 25, nr. 11, s. 1127-1137)….22

Ehrgott, Matthias et al (2002): An MCDM Approach to Portfolio Optimization. (European Journal of Operatinal Research, nr 155, 752-770)………………………………………………………16

Elton, Edwin J. et al (2011): Modern Portfolio Theory and Investment Analysis. 8. utg. John Wiley and sons……………………………………………………………………………………………33

Fama, Eugene F. og Kenneth French (1992): The Cross Section of Expected Stock Return. (Journal of Finance, vol. 47, nr. 2, s.427-466)……………………………………………………………20

Fama, Eugene F. og Kenneth French (1993): Common Risk Factors in the Return on Stocks and Bonds. (Journal of Financial Economics, vol. 33, nr. 2, s. 3-56)……………………………..20

Genotte, Gerard og Alan Jung (1994): Investment Strategies under Transaction Costs: The Finite Horizon Case. (Management Science, vol. 40, nr. 3, s. 385-404)…………………21,22,50

Hakansson, Nils H. (1970): Optimal Investment and Consumption Strategies under Risk for a Class of Utility Functions. (Econometrica, vol. 38, nr. 5, s. 587-607)………………….21,50

Jorion, Philippe (1992): Portfolio Optimization in Practice. (Financial Analysts Journal, vol. 48, nr. 1, s. 68-74)…………………………………………………………………………………………..13,14

Kamin, Jules H. (1975): Optimal Portfolio Revision with a Proportional Transaction Cost. (Management Science, vol. 21, nr. 11, s. 1263-1271)…………………………………………20,21,22

Konno, Hiroshi (1990): Piecewise Linear Risk Function And Portfolio Optimization. (Journal of the Operation Research,vol. 33, nr. 2, s.139-155)…………………………………15,16

Lintner, John (1965): The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. (The Review of Economics and Statistics,vol. 47, nr. 1, s. 13-37)……………………………………………………………………………………………………..19

Lovdata, <http://www.lovdata.no> (5. april 2011)………………………………………………………12

Løhre, Morten (2007): Fra Markowitz til Statens Pensjonsfond-Utland:Porteføljevalg i teori og praksis. (Norges Handelshøyskole)…………………………………………………………8,13

Magill, Micheal J. P. og George M. Constantinides (1976): Portfolio Selection with Transaction Costs. (Journal of Economic Theory, vol. 13, nr. 2, s. 245-263)……………………22

Markowitz, Harry M. (1952): Portfolio Selection. (The Journal of Finance, vol. 7, nr. 1, s. 77-91)……….12,17

Markowitz, Harry M. (1956):The Optimization of a Quadratic function Subject to Linear Constraints. (Naval Reasearch, vol. 3, s. 111-113)………………………………………………………..13

Markowitz, Harry M. (2005): Market Efficiency: A Theoretical Distinction and So What?. (Financial Analyst Journal, vol. 61, nr. 5, s.17-30)………………………………………………………..19

Michaud, Richard O. (1989): The Markowitz Optimization Enigma: Is 'Optimized' Optimal? (Financial Analysts Journal, vol. 45, nr. 1, s. 31-42)…………………………………………………13,15

Mossin, Jan (1966): Equilibrium in a Capital Asset Market. (Econometrica, vol. 34, nr. 4, s. 768-783)……..19

Mossin, Jan (1968): Optimal Multiperiod Portfolio Policie. (The Journal of Business, vol. 41, nr. 2, s. 215-229)………………………………………………………………………………………………21,50

Norges Bank, <http://www.norges-bank.no> (11. mai 2011)

Oslo Børs, <http://www.oslobors.no>

Rickertsen, Kyrre og Dadi Kristofersson: Autokorrelasjon. (Institutt for økonomi og ressursforvaltning, Universitetet for miljø- og biovitenskap, https://athene.umb.no/emner/pub/ECN201/utdelt/kapittel12.pdf)...............................30

Sharpe, William F. (1964): Capital Asset Prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. (The Journal of Finance, vol.19, nr. 3, s. 425-442)……………………………..19

Sharpe, William F. (1966): Mutual Fund Performance. (Journal of Finance, vol. 39, nr 1, s. 119-138)……..34

Statistisk Sentralbyrå,<http://www.ssb.no> (11. mai 2011)……………………………………………9

Treynor, Jack L. (1961):Market Value, Time, and Risk. Ikke publisert……………………………..19

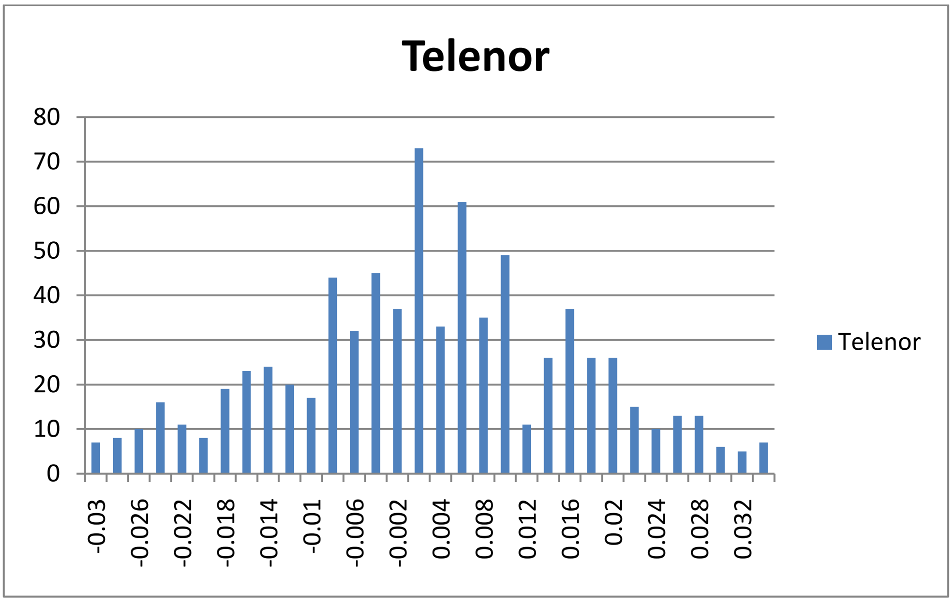
Treynor, Jack L. (1962):Toward a Theory of Market Value of Risky Assets. (i boken: Asset Pricing and Portfolio Performance. Robert A. Korajczyk. London: Risk Books, s. 15-22)…19

Wenstøp, Fred (2006): Statistikk og Dataanalyse. 9. utg. Universitetsforlaget.

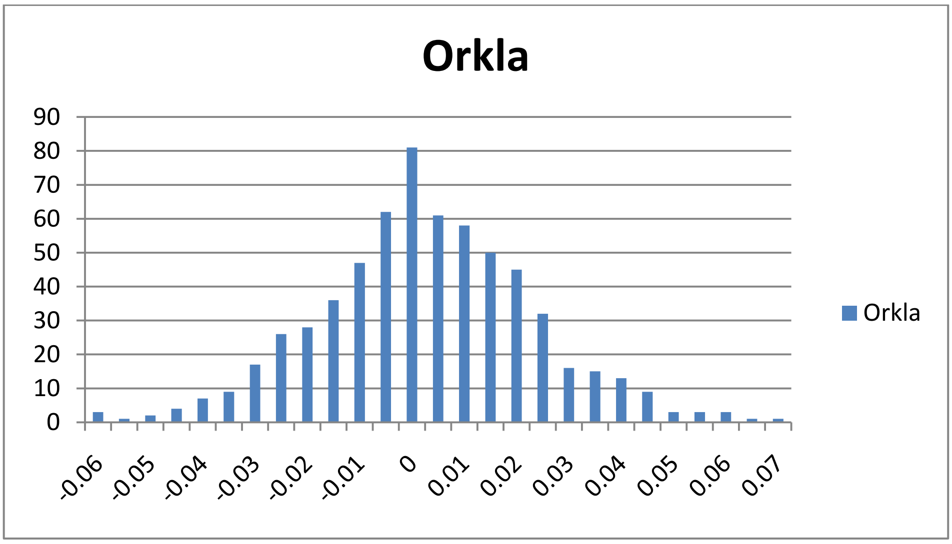
Ødegaard, Bernt A. (2005): Hvor mange aksjer skal til for å ha en veldiversifisert portefølje på Oslo Børs? (Handelshøyskolen BI Oslo. http://finance.bi.no/~bernt/papers/hvor_mange_aksjer/hvormangeHTML.html).....25,26

8 Appendiks

8.1 *Symmetri i dataseriene, histogram*



Figur 20 Histogram Telenor (TEL), minst symmetrisk



Figur 21 Histogram Orkla (ORK), mest symmetrisk

8.2 T-test

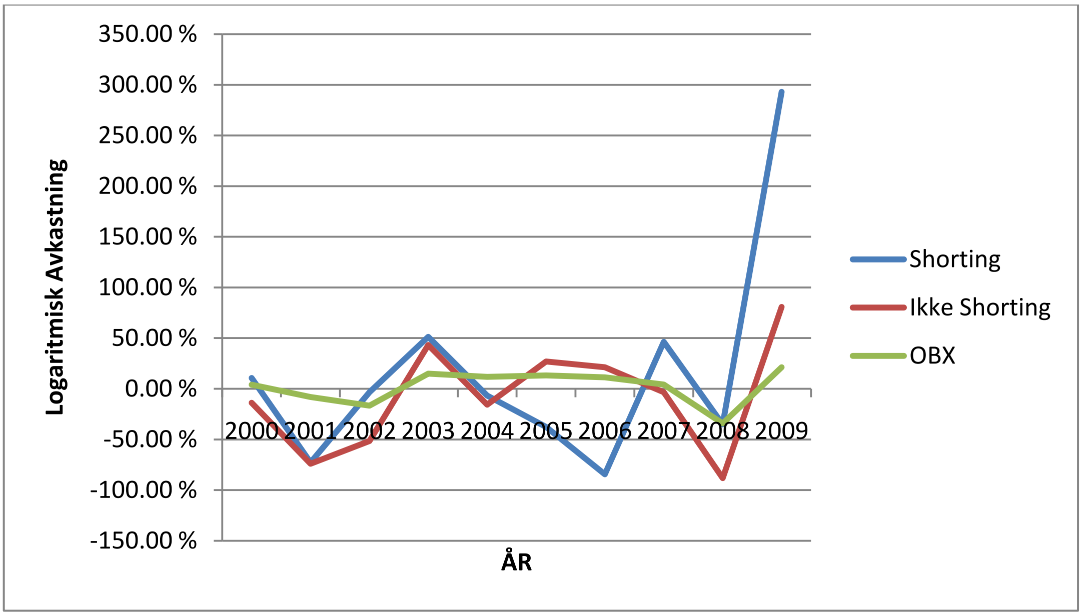
t-Test		
	Shorting	*OBX*
Gjennomsnitt	-0,119425248	-0,03236519
Varians	0,575158124	1,9869612
Observasjoner	10	10
Antatt avvik mellom gjennomsnittene	0	
fg	14	
t-Stat	-0,171996372	
P(T<=t) ensidig	0,432950936	
T-kritisk, ensidig	1,761310115	
P(T<=t) tosidig	0,865901873	
T-kritisk, tosidig	2,144786681	

Tabell 12 T-test problemstilling 1, uten shorting

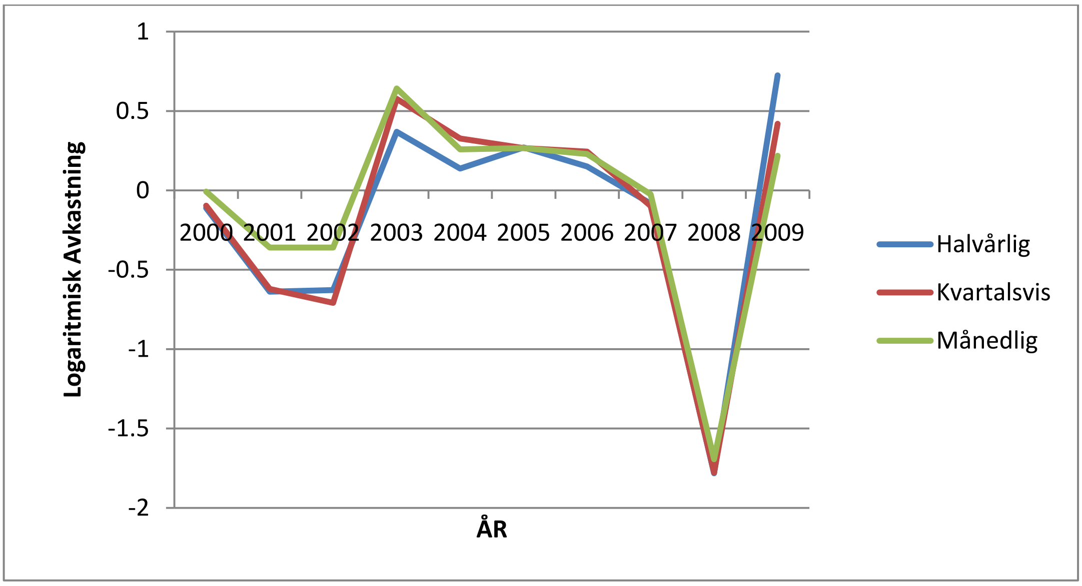
t-Test		
	Uten shorting	*OBX*
Gjennomsnitt	-0,221506081	-0,032365188
Varians	0,671323893	1,986961199
Observasjoner	10	10
Antatt avvik mellom gjennomsnittene	0	
fg	14	
t-Stat	-0,366846735	
P(T<=t) ensidig	0,359609322	
T-kritisk, ensidig	1,761310115	
P(T<=t) tosidig	0,719218644	
T-kritisk, tosidig	2,144786681	

Tabell 13 T-test problemstilling 1, med shorting

8.3 Avkastningsgrafer



Figur 22 Logaritmisk avkastning problemstilling 1, årlig rebalansering



Figur 23 Logaritmisk avkastning problemstilling 2, rebalanseringsstrategier