VERDIEN AV Å (KUNNE) STENGE

KAROLINE ASK KRISTIANSEN jobber innenfor Corporate & Investment Banking i Nordea. Hun er siviløkonom fra HIOA med spesialisering i finans og økonomistyring.

HELGE A. NORDAHL er førsteamanuensis ved Handelshøyskolen ved HiOA og Norges Handelshøyskole. Han er siviløkonom, cand.merc. og Ph.D. fra Norges Handelshøyskole og har tidligere arbeidet for McKinsey & Co og Gard AS.

MARTE TESAKER er konsulent innenfor Management Consulting i Accenture. Hun er siviløkonom fra HiOA med spesialisering i finans og økonomistyring.

SAMMENDRAG

Verdsetting av fysiske eiendeler ved hjelp av diskontering av fremtidige forventede kontantstrømmer tilhører barnelærdommen for siviløkonomer. Denne metoden har imidlertid en stor svakhet: Det forutsettes at eieren ikke er i stand til å gjøre valg underveis. Denne artikkelen illustrerer verdien av en viktig valgmulighet, nemlig valget av å åpne eller stenge en fabrikk. For å si noe om verdien av denne fleksibiliteten brukes en simuleringsbasert metode for prising av kompliserte opsjoner. Vi finner at verdien kan være betydelig, spesielt dersom lønnsomheten i utgangspunktet er marginal.

1. INNLEDNING

Verdsetting av fysiske eiendeler er viktig for mange formål. Våren 2016 ble revisjonsselskapet EYs krav om at Norske Skog skulle nedskrive verdien av sine fabrikker, hyppig dekket i næringslivspressen[1]. Norske Skog var mer positive i sitt syn på papirmarkedet enn EY, og dette gjenspeilet seg i høyere regnskapsmessige verdier enn det revisoren kunne godkjenne. Den vanligste metoden, som også ble brukt av Norske Skog, er å bruke den diskonterte verdien av forventede inntekter og kostnader (se f.eks. Kaldestad & Møller, 2016, kap. 21 for en drøfting av dette i forbindelse med IFRS 13). I tillegg laget Norske Skog tre scenarioer for markedspriser fremover og brukte et veiet gjennomsnitt av disse. De tok også hensyn til at det var mulig å stenge fabrikkene når de ikke lenger er lønnsomme. Scenariometoden som ble brukt, er imidlertid svært begrenset når det gjelder fleksibilitet.

1 Se f.eks. *Dagens Næringsliv* 1.–3. mai, 24. mai, 14. juni og 12. juli 2016.

I denne artikkelen vil vi illustrere verdien av fleksibilitet ved bruke en alternativ teknikk basert på simuleringer til å verdsette en fysisk eiendel, eksemplifisert som et aluminiumsverk. I vår modell vil det være mulig både å stenge og gjenåpne aluminiumsverket, ut ifra fastsatte strategier. Modellen vil kunne tilpasses til en lang rekke forskjellige bransjer, for eksempel gruvedrift (se også Brennan & Schwartz, 1985), energi (se Lempa, 2014, for en oversikt), shipping og eiendom. Formålet med modellen er å vise hvordan det generelle rammeverket kan tilpasses en spesiell industri (her aluminiumsindustrien), og å gi noen generelle resultater uten å begi seg inn på en dagsaktuell verdsettelse.

Vi finner at muligheten av å kunne stenge aluminiumsverket har stor verdi i de tilfellene der salgsprisen, i vårt tilfelle markedsprisen på aluminium, ligger nær break-even. Dette kan sammenlignes med verdien av en opsjon som er høy dersom innløsningskursen ligger nær dagens markedsverdi. Fra break-even-verdien vil markedsprisen kunne gå både opp og ned. Den optimale strategien vil da være å stenge dersom markedsprisen går ned, og å holde åpent dersom markedsprisen går opp.

I andre tilfeller vil opsjonen ha mindre betydning. Dersom markedsprisen på aluminium ligger betydelig over break-even, er det lite sannsynlig at den faller til et nivå der det lønner seg å stenge. Derimot vil vi trolig stenge ved første mulige anledning (og aldri åpne igjen) dersom den initiale markedsprisen er for lav. I begge disse tilfellene vil en opsjon på å stenge på et senere tidspunkt ha lav verdi.

2. SIMULERINGSMODELLER OG OPSJONSPRISING

Utvikling av modeller for prising av opsjoner har vært en av de viktigste nyvinningene i finans de siste 50 årene. Black-Scholes-Merton-formelen ble utviklet på begynnelsen av 70-tallet (Black & Scholes, 1973; Merton, 1973) og har senere blitt kåret til en av verdens viktigste formler, uavhengig av fagfelt (Stewart, 2012). Dette er primært en metode for prising av europeiske opsjoner, altså opsjoner som bare kan utøves ved utløpstidspunktet. Siden det ikke kan gjøres valg før utløp av opsjonen, er Black-Scholes-Merton-formelen i utgangspunktet uegnet for verdsetting av realopsjoner, der fleksibilitet i utøvelse er et av de viktigste kjennetegnene.

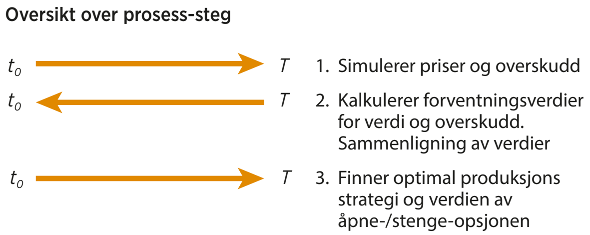
I vårt tilfelle med aluminiumsverket har vi ikke bare en opsjon som kan utøves før utløpsdato, men et sett av opsjoner som også kan utøves flere ganger i form av stenging og gjenåpning av fabrikken. Vi antar i vår modell at opsjonene kan utøves på et begrenset antall (T) tidspunkter. På tidspunkter der smelteverket har vært i drift i forutgående periode, vil mulighetene være enten å stenge eller å fortsette å holde åpent. Tilsvarende vil mulighetene på tidspunkter der smelteverket er stengt, være enten å åpne eller å fortsette å holde stengt. En viktig oppgave for å bestemme verdien av opsjonen vil derfor være å bestemme kriterier for (1) når smelteverket vil stenges, og (2) når smelteverket vil åpnes.

Et tidlig forsøk på å prise en lignende opsjon ble gjort av Brennan og Schwartz (1985), som fant en eksakt verdi ved bruk av en repliserende portefølje, men under svært begrensende forutsetninger. Denne metoden er senere utvidet i mange forskjellige retninger, men beregninger av eksakte verdier har alltid krevd store forenklinger. Dette gjelder også for metoder med binomiske og trinomiske trær, der prisutviklingen har et begrenset antall utfall (se f.eks. Jaillet, Ronn mfl., 2004).

Monte Carlo-simuleringer ble først brukt til prising av opsjoner i finans av Boyle (1977). I denne artikkelen benytter vi minste-kvadrater-metoden for simuleringer. Dette er en metode som tidligere er benyttet blant andre av Longstaff og Schwartz (2001) for prising av amerikanske salgsopsjoner. Vårt problem ligner på typiske sving-opsjoner, som er mye analysert. Problemer som tilsvarer vår åpne-/stengeopsjon, er tidligere løst ved forskjellige varianter av minste-kvadrater-metoder, blant annet av Jaillet, Ronn mfl. (2004), Carmona og Ludkovski (2008) og Carmona og Ludkovski (2010). Alternative numeriske løsninger har blitt brukt for eksempel av Meinshausen og Hambly (2004), Wilhelm og Winter (2008) og Bardou, Bouthemy mfl. (2009). En metodisk oversikt over de forskjellige metodene er gitt av Lempa (2014).

Longstaff og Schwartz' metode benytter et gjennomsnitt av et stort antall simulerte verdier for å beregne en opsjonsverdi. Det vanskelige ved en slik metode er å finne en optimal strategi for utøvelse av opsjonen. Denne strategien kan ikke ta hensyn til hva som skjer på tidspunkter etter opsjonsutøvelsen, da dette umulig kan være kjent på utøvelsestidspunktet. Heller ikke kan man simulere verdier av forskjellige strategier på hvert

FIGUR 1 Oversikt over stegene som inngår i verdsettelsen av åpne-/stengeopsjonen.



tidspunkt, da det vil kreve et for stort antall simuleringer (N^T der N er antall simuleringer i første periode, og T er antall perioder).

Løsningen fra Longstaff og Schwartz er å beregne verdien av å ikke utøve opsjonen som en lineær funksjon av verdien av underliggende aktivum. Verdien av å utøve er i deres tilfelle gitt som en direkte følge av innløsningskurs og verdien av underliggende. I vårt tilfelle må imidlertid både verdien av å være åpen og å være stengt anslås som lineære funksjoner av verdien av underliggende aktiva. Vi skal senere se at vi bruker to underliggende aktiva, aluminiumspris og energipris. Det eneste tidspunkt hvor vi vil være sikre på verdien av smelteverket, vil være i siste periode. Vi vil derfor starte med denne verdien og arbeide oss bakover for å finne den optimale strategien. Som vist i figur 1 vil derfor verdiberegningen foregå i tre steg, der steg 1 og 3 beregnes med utgangspunkt i t = 0 og regner fremover, mens steg 2 tar utgangspunkt i t = T og regner bakover.

3. PRISER, INNTEKTER, KOSTNADER OG OVERSKUDD

For å holde modellen så generell som mulig holder vi profittfunksjonen enkel. Vi ønsker primært å se på effekten av endringer i markedsprisen på stengebeslutninger. Vi lager derfor en inntektsfunksjon som en funksjon av markedspris og produsert mengde. I tillegg ønsker vi å bruke markedspriser på en viktig innsatsfaktor, nemlig energi. Vi forutsetter at fabrikken vi analyserer, ikke er i stand til å påvirke markedspriser, hverken i produktmarkedet (her aluminium) eller i markedene for innsatsfaktorer (her energi). Dette vil i mange tilfeller være en forenkling, men det kan også være en realistisk antagelse.

Det gir oss følgende profittfunksjon:

$$\begin{aligned}&Profitt = mengde * aluminiumspris(A) - \\ &forbrukt\ mengde\ energi * energipris(P) - andre\ kostnader\end{aligned}$$

Dersom vi antar at produsert mengde er konstant, og at energiprisen oppgis per produsert enhet aluminium, får vi følgende profitt per enhet:

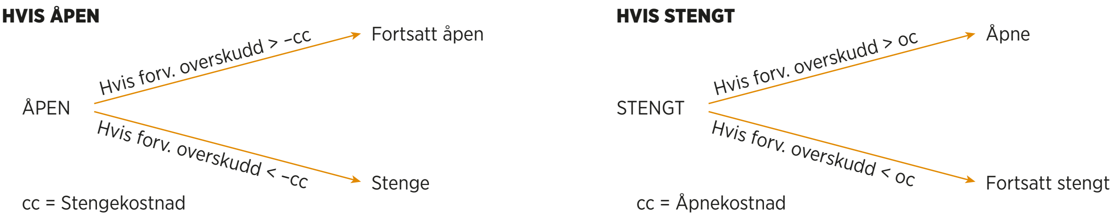
$$\begin{aligned}&Profitt\ per\ enhet(\pi) = aluminiumspris(A) - \\ &energipris(P) - andre\ enhetskostnader(C)\end{aligned}$$

Det er ingen generell enighet om hva som er den beste metoden for å simulere råvarepriser. Vi benytter oss av en såkalt *mean reversion*-prosess (Hull, 2012, s. 748). Denne forutsetter at en høy pris følges av perioder med nedgang i prisen. Prosessen ser imidlertid bort fra mulige kortsiktige hopp i prisen og mulige trend-effekter (autokorrelasjon). For å ta hensyn til disse effektene kreves en mer komplisert modell som vil være vanskeligere å kalibrere.

For å kalibrere prosessen med mean reversion trenger vi anslag for dagens markedspriser samt estimater for langsiktig likevektsnivå. Dagens prisnivåer kan selvfølgelig lett leses ut av børsnoterte råvarepriser. Disse vil imidlertid forandre seg fort og bli uaktuelle. Vi har derfor valgt å ikke forankre vårt hovedscenario til noe bestemt tidspunkt, men ta utgangspunkt i et rimelig nivå og vise sensitiviteter (se kapittel 5 og figur 6 i kapittel 7).

I en relativt kort tidsperiode fremover vil det være mulig å anslå forventet prisutvikling ved hjelp av fremtidige priser (*forward*-priser). Justert for risiko vil forwardprisene gi et estimat for fremtidige priser (Hull, 2012, kap. 5). Forventet prisutvikling vil derfor kunne anslås ved forskjellige forwardpriser for forskjellige fremtidige tidspunkter. Siden det igjen er lite gunstig å forankre vårt hovedscenario til forwardpriser en bestemt dag, har vi valgt å forenkle modellen ved at dagens prisnivå tilsvarer likevektsprisen, slik at vi kan bruke en fast vekstrate for forventet prisutvikling. Figur 8 i kapittel 7 viser en sensitivitetsanalyse der vi avviker fra denne forutsetningen. I det matematiske vedlegget vises en utledning av hvordan modellen kan utvides til å ta hensyn til dagens forwardpriser.

FIGUR 2 Mulige valg før siste periode (ved T–1). Viser optimale valg for et smelteverk i siste periode, gitt at smelteverket i forutgående periode har vært enten åpent (øverst) eller stengt (nederst).



For hoveddelen av vår modelleringsperiode vil forward-prisen uansett ikke være tilgjengelig. Vi legger her til grunn at vår startpris settes slik at den representerer et rimelig likevektsnivå. Dette vil være drevet av tilvirkningskostnaden til den marginale produsenten og kan i prinsipp variere over tid. Vi forenkler imidlertid modellen ved å anta at likevektsnivået er konstant og bare vokser med en fast vekstrate (inflasjon). Videre antar vi at mean reversion-effekten er konstant, selv om en kan tenke seg at denne effekten varierer med avstanden til likevektsnivået, og at volatiliteten er konstant, selv om denne også kunne tenkes å variere over tid.

Til slutt vil vi forutsette at andre kostnader vokser med en fast inflasjonstakt. I en likevekt er det rimelig å tenke seg at denne er lik vekstraten til likevektsnivået for aluminiumsprisen.

4. METODE FOR VERDSETTING

Beslutningene om å åpne og stenge smelteverket tar utgangspunkt i den siste perioden (T) og regner verdier bakover i tid. For hvert beslutningspunkt beregner vi to verdier: avhengig av om smelteverket var åpent eller stengt i forrige periode. Dersom smelteverket må åpne eller stenge, påløper det kostnader. Generelt kan vi si at smelteverket ønsker å fortsette å holde åpent dersom profitten i neste periode pluss verdien av et åpent smelteverk ved utløpet av perioden overstiger den negative verdien av stengekostnaden pluss verdien av et stengt smelteverk ved utløpet av perioden.

Den enkleste beregningen er i det siste beslutningspunktet, T–1. Her vil verdien bare avhenge av profitten i påfølgende periode samt mulige åpne- og stengekostnader. En illustrasjon av mulighetene i det siste beslutningspunktet er gitt i figur 2. Hvis smelteverket har vært i produksjon i perioden før, altså fra T–2 til T–1, vil det fortsette å produsere dersom ikke det forventede tapet overstiger kostnadene.

For tidligere perioder vil vi imidlertid ha problemer med å beregne forventningsverdier, da disse ikke kan løses ut med formler. Vi løser dette med å beregne verdier av smelteverket for hver enkelt av N simuleringer. Hver enkelt av disse verdiene vil nå være noe tilfeldig, siden de følger en tilfeldig rekke verdier av underliggende priser, det vil si aluminiumspris og energipris. Disse er ikke kjent på tid t. Vi følger derfor Longstaff og Schwartz' metode ved å anslå forventningsverdier ved hjelp av regresjoner mot variablene A_t og P_t, som begge er kjent på tid t.

Ved hjelp av regresjonene samt betingelsen om å holde åpent når den forventede verdien er høyere enn den forventede verdien av å stenge, finner vi en strategi for når smelteverket optimalt åpner og stenger, avhengig av om det var åpent eller stengt i forrige periode.

Det siste steget i prosessen for å finne en optimal strategi for smelteverket starter ved begynnelsen av perioden (som vist i figur 1). Ved starten av perioden (altså i dag) vil det være kjent om smelteverket er i produksjon eller ikke. Vi definerer en strategi for når smelteverket skal være åpent eller stengt, avhengig av om det var åpent eller stengt i forrige periode, samt løpende priser for aluminium og energi. Deretter starter vi i periode 1 og beregner i hvilke perioder og hvilke scenarioer smelteverket er åpent og stengt. Dette gjør oss i stand til å beregne inntekter, kostnader og overskudd i hvert scenario. Til slutt vil verdien avhenge av gjennomsnittlige neddiskonterte kontantstrømmer for hver periode.

TABELL 1 Oversikt over markedsparametere brukt i base case.

PARAMETER	SYMBOL	VERDI FOR ALUMINIUM	VERDI FOR ENERGI	VERDI FOR ANDRE KOSTNADER
Initial verdi	A_0, P_0, C_0	2400	762	1626
Forventet vekst	μ_A, μ_P, i	4,5 %	3,5 %	2,5 %
Risikojustering	$\frac{\sigma_A \rho_{A,M}(r_M - r_f)}{\sigma_M}$	2,39 %	1,77 %	0 %
Risikojustert vekst	g_A, g_P, i	2,11 %	1,73 %	2,5 %
Volatilitet	$\sigma_{A,P}$	22,80 %	18,39 %	0 %
Mean reversion	$K_{A,P}$	0,0507	0,0198	
Korrelasjonskoeffisient	$\rho_{A,P}$	0,87		

TABELL 2 Oversikt over generelle parametere brukt i base case.

PARAMETER	SYMBOL	VERDI
Risikofri rente	r	5 %
Tidshorisont	T	40
Åpnekostnader, initialt	oc	500
Stengekostnader, initialt	Cc	1500
Årlig vekst i åpne-/stengekost.	I	2,5 %
Antall simuleringer	N	100 000

For å si noe om verdien av åpne-/stengeopsjonen må denne verdien sammenlignes med en verdi uten fleksibilitet til å stenge underveis. Sistnevnte kan antas å være verdien av forventede kontantstrømmer gitt at smelteverket alltid er åpent. Verdien av opsjonen er nå ganske enkelt forskjellen mellom disse to verdiene.

En matematisk utledning av metoden beskrevet i kapittel 3 og 4 er gitt som vedlegg.

5. KALIBRERING OG FORUTSETNINGER

En oversikt over våre forutsetninger for utviklingen i markedspriser er gitt i tabell 1. Risikoparametere som volatilitet og korrelasjoner er basert på historiske tidsserier med kvartalsvise data, i perioden mars 1974 til desember 2013 for aluminiumsprisen og i perioden mars 2001 til desember 2013 for energiprisen. Initiale verdier og forventet vekst er våre forutsetninger. Det samme gjelder generelle forutsetninger som gitt i tabell 2.

6. SIMULERTE PRISER OG REGRESJONER

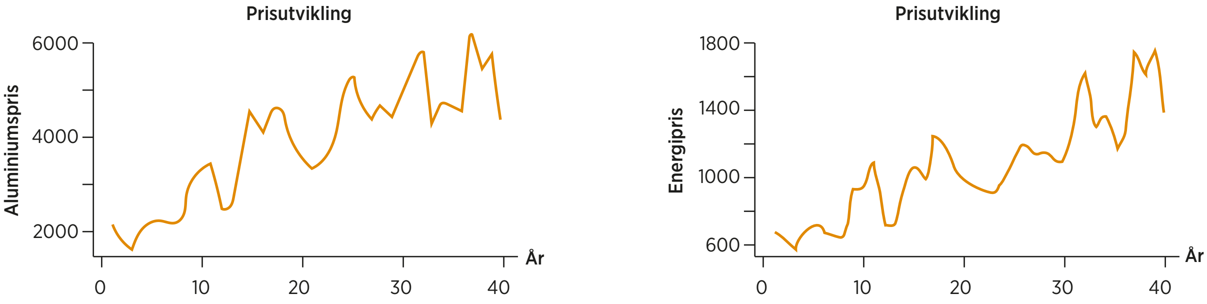
Basert på metoden presentert i kapittel 3 og forutsetningene gitt i kapittel 6 er det nå mulig å simulere markedspriser for aluminium og energi. Eksempler på mulig markedsutvikling er gitt i figur 3. Vi ser her at både aluminiums- og energiprisen har en positiv trend, konsistent med vekstforutsetningen i tabell 1. Videre vil prisen variere rundt en fast trend på grunn av mean reversion, og vi vil se at figurene har mange av de samme topper og bunner. Det siste på grunn av den høye korrelasjonen mellom aluminiums- og energipris.

Basert på utviklingen i markedsprisene kan vi foreta en simulert profittutvikling, som vist i figur 4. Denne vil starte på en profitt på 12, gitt forutsetningene i kapittel 6. Videre vil den følge en synkende trend siden inntektene har en lavere risikojustert vekst enn kostnadene. Det er imidlertid små forskjeller, og den synkende trenden er knapt synlig i figur 4, da tilfeldige utfall også gjør seg gjeldende.

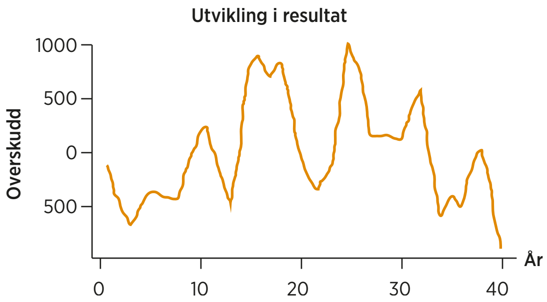
For å finne en optimal åpne- og stengestrategi bruker vi regresjoner der verdien av å holde åpent neste periode (relativt til å holde stengt) blir en funksjon av markedsprisene på aluminium og energi. I tillegg til disse markedsprisene vil selvfølgelig verdien avhenge av den videre markedsutviklingen, men denne er ikke kjent på tidspunktet da åpne-/stengebeslutningene må tas.

Figur 5 er en illustrasjon av disse regresjonene, basert på 100 000 Monte-Carlo-simuleringer, men bare gitt den viktigste uavhengige variabelen, nemlig aluminiumsprisen. Vi viser her verdier gitt at smelteverket er i produksjon en periode tidligere.

FIGUR 3 En mulig simulert utvikling av aluminiumspris og energipris over 40 år. Prisene er simulert som tilfeldige variabler, gitt parametere som beskrevet i kapittel 6.



FIGUR 4 En mulig simulert utvikling av resultat over 40 år. Overskuddet er simulert ved hjelp av tilfeldig genererte prisutviklinger for aluminium og energi, som vist i figur 3.



Vi merker oss først at de ulike utfallene av simuleringene i nest siste år (39) ligger forholdsvis tett samlet rundt regresjonslinjen. I år 39 er det bare ett år igjen av levetiden, slik at variasjonen i fremtidige markedspriser vil være liten. Det meste av variasjonen vil skyldes utviklingen frem til år 39, noe som er dekket i regresjonslinjen.

På tidligere tidspunkter vil det være større variasjon i fremtidige markedspriser, noe som gir en større variasjon i verdiene. I alle tidligere perioder vil opsjonsverdien føre til at potensialet for verdiøkning er større enn potensielt fall i verdien. Dette kommer av at det er mulig å stenge i påfølgende perioder. En ufordelaktig prisutvikling kan føre til stengning på et senere tidspunkt, noe som begrenser mulig negativ verdiutvikling.

Regresjonslinjen vil i alle tilfeller vise når det er gunstig å stenge. Dersom regresjonslinjen ligger over null, vil det være mest gunstig å fortsette å produsere. I motsatt fall vil stengning være best. Break-even-punktet er vist med loddrette linjer. Vi merker oss at break-even-punktet for år 1 (etter ett år) er klart under dagens markedsverdi. Altså vil det i de fleste tilfeller være mest fordelaktig å holde åpent i begynnelsen av simuleringsperioden.

Videre ser vi at en høy aluminiumspris på beslutningspunktet ikke er noen garanti for fremtidig profitt. I det nederste høyre rektangelet vil vi velge å fortsette å være i produksjon, til tross for at stengning ville vært en bedre løsning. Dette er en naturlig konsekvens av den tilfeldige utviklingen i aluminiumspriser, der den faktiske prisutviklingen kan ende med å være mer ugunstig enn forventet.

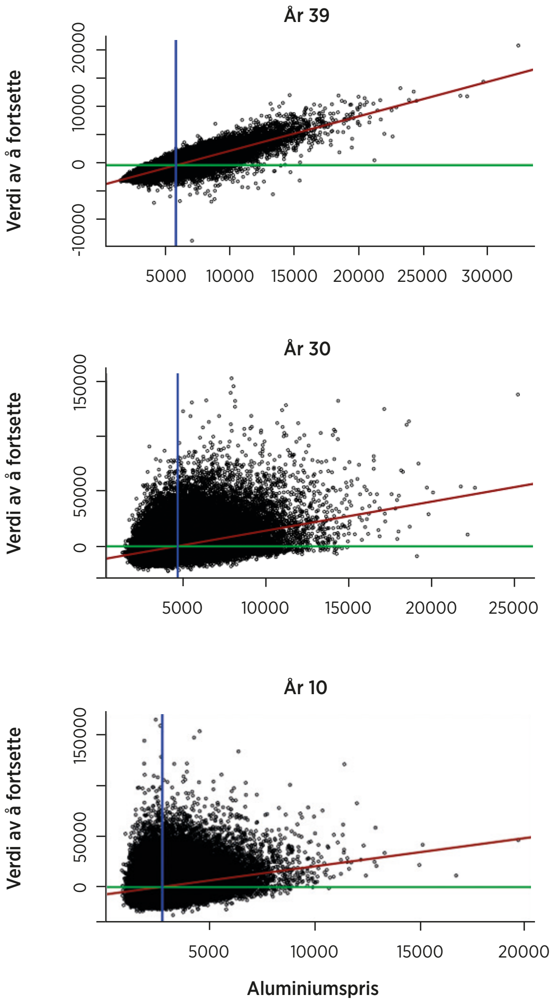
7. RESULTATER AV MODELLEN

Hovedresultatene av modellen, under forutsetninger som gitt i kapittel 6, er vist i tabell 3. Vi finner at verdien av smelteverket med stengeopsjonen er svakt positiv med 354 USD per produsert enhet. Dette baserer seg på at smelteverket i gjennomsnitt er i drift 61 prosent av tiden.[2]

For å si noe om verdien av åpne-/stengeopsjonen må vi imidlertid sammenligne med tilfellet der smelteverket alltid er i drift. Forskjellen på verdien ved stengeopsjon og verdien ved permanent drift vil utgjøre verdien av fleksibilitet, altså verdien av opsjonen. Som

2 Noe som ikke skal forstås slik at det er 61 prosent sjanse for at smelteverket vil være i drift. Dette fordi vi bruker såkalte risikojusterte sannsynligheter som beskrevet i kapittel 3.

FIGUR 5 Utfall av regresjoner for å fastsette verdien av å fortsette, vist etter 1, 10, 20, 30, 35 og 39 år. Hvert punkt indikerer verdien av å fortsette driften, relativt til å stenge, for 1 av 100 000 simuleringer. Verdien sees opp mot aluminiumsprisen (x-aksen). Regresjonslinjen vises i rødt. Smelteverket stenges i de tilfeller der aluminiumsprisen gjør at regresjonslinjen går under null (til venstre for den blå linjen).



det fremgår av tabell 3, er verdien ved permanent drift negativ (minus 1 189 USD). Vi legger imidlertid merke til at denne verdien ikke er så lav at det ville lønt seg å stenge smelteverket umiddelbart, noe som ville vært tilfellet dersom den negative verdien var høyere enn stengekostnaden på 1 500.

Verdien av opsjonen blir dermed 1 543 USD (1 189 + 354) per produsert enhet. Vi finner derfor at opsjonen under gitte betingelser vil ha en betydelig verdi.

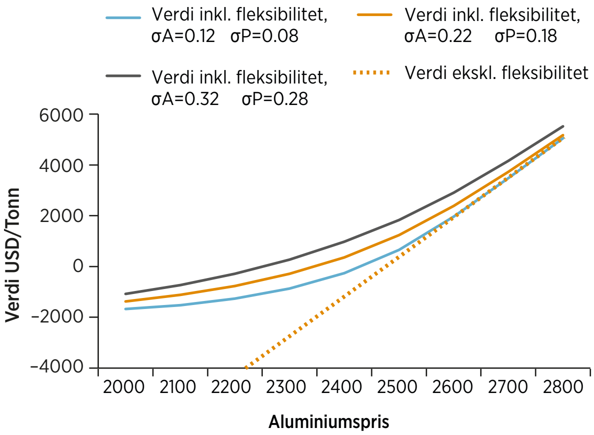
Det neste spørsmålet vil være hvordan denne verdien påvirkes av endringer i forutsetningene. Figur 6 viser hvordan verdien påvirkes dersom man benytter ulike aluminiumspriser og for tre forskjellige forutsetninger om volatilitet. Endringer i aluminiumsprisen vil her både påvirke startprisen og likevektsprisen i senere perioder, siden sistnevnte fortsetter å vokse med en fast takt. Endret volatilitet gjelder både for aluminiumsprisen og energiprisen. Base case vil her være den midterste linjen, med aluminiumspris på 2 400.

Vi finner at en høy aluminiumspris vil gjøre at verdien med åpne-/stengeopsjon nærmer seg verdien ved konstant drift, her gitt ved stiplet rød linje. Ved høye aluminiumspriser vil man svært sjelden ønske å stenge,

TABELL 3 Verdi i base case. Tabellen viser resultater ved 100 000 simuleringer og forutsetninger som gitt tidligere.

VERDI	RESULTAT
% i drift	61 %
Verdi med stengeopsjon	354 USD
Verdi, alltid i drift	–1 189 USD
Verdi av fleksibilitet	1 543 USD

FIGUR 6 Verdien av smelteverket. Figuren viser verdien inkludert muligheten til å åpne/stenge ved behov, sett i forhold til verdien dersom smelteverket alltid er åpent. Verdien øker dersom usikkerheten i prisen av ferdig produkt og innsatsfaktorer øker. Derimot vil usikkerhet ikke påvirke verdien ved permanent drift.



derfor vil det i dette scenarioet være mindre sjanse for stengning og følgelig mindre verdi av opsjonen.

I det motsatte scenarioet med lave aluminiumspriser vil verdien med opsjon nærme seg stengekostnaden på –1 500. Dersom aluminiumsprisen blir for lav, vil det mest gunstige valget være å stenge så snart som mulig. Videre vil det i dette scenarioet være liten sannsynlighet for senere gjenåpning. En kan si at stengeopsjonen har en svært høy verdi, siden den nesten sikkert vil bli utøvd. Derimot vil gjenåpningsopsjonen ha en lav verdi.

Til slutt vil økt volatilitet øke verdien av opsjonen. Dette er typisk for alle former for opsjonsprising og kommer av at nedsiden er begrenset av stengeopsjonen, mens oppsiden er ubegrenset. En viktig implikasjon av dette funnet er at sikring av aluminiumsprisen vil ha negative konsekvenser for verdien av fleksibilitet.

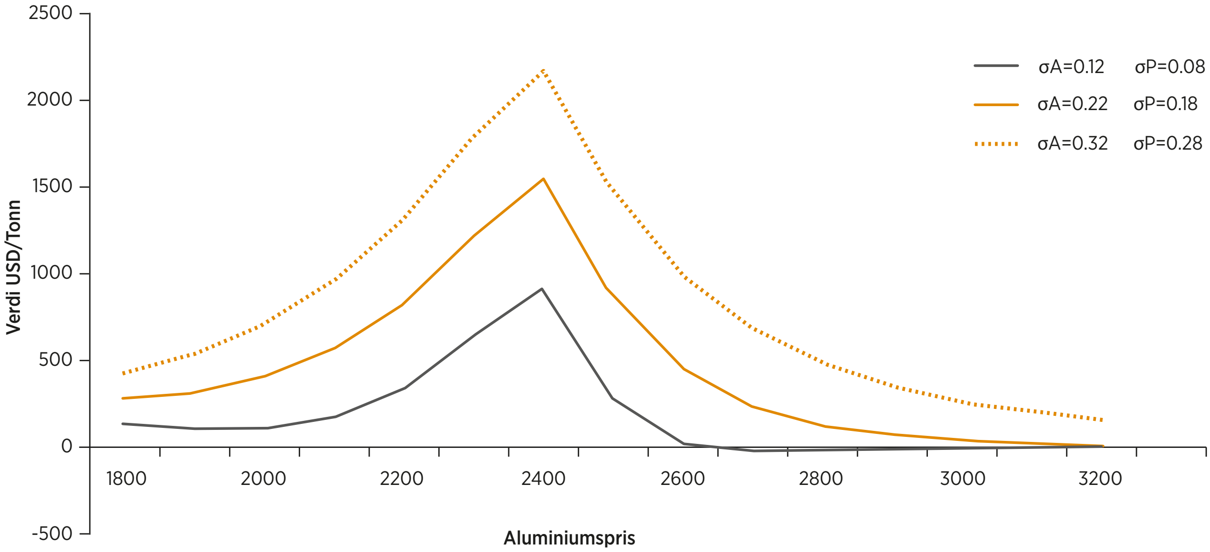
Det er også mulig å sammenligne verdien inkludert åpne- og stengemulighet med dagens optimale valg. Dersom en i dag skulle avgjøre for hele perioden om smelteverket skulle være åpent eller holde stengt, ville den optimale løsningen være å stenge så snart som mulig dersom den negative verdien av å holde åpent overstiger stengekostnaden. Dette betyr at vi ikke får lavere verdi enn den negative verdien av stengekostnader. Forskjellen på verdi med løpende åpne- og stengemulighet og verdi med dagens optimale valg vil være opsjonsverdien. Denne er vist i figur 7.

Vi finner igjen at opsjonsverdien øker med økt volatilitet. Videre vil opsjonsverdien være høyest ved en markedspris på aluminium som er i nærheten av break-even. Dette funnet ligner tradisjonell opsjonsprising, der tidsverdien av en opsjon (forskjellen på verdien av opsjonen og verdi ved innløsning med én gang) vil være høyest *at the market*, altså med en markedsverdi nær innløsningskursen. Når dagens aluminiumspris gjør produksjonen svært lønnsom eller svært ulønnsom, får opsjonen mindre verdi. Dog vil verdien holde seg bedre i de tilfeller der det er stor usikkerhet rundt fremtidig prisutvikling.

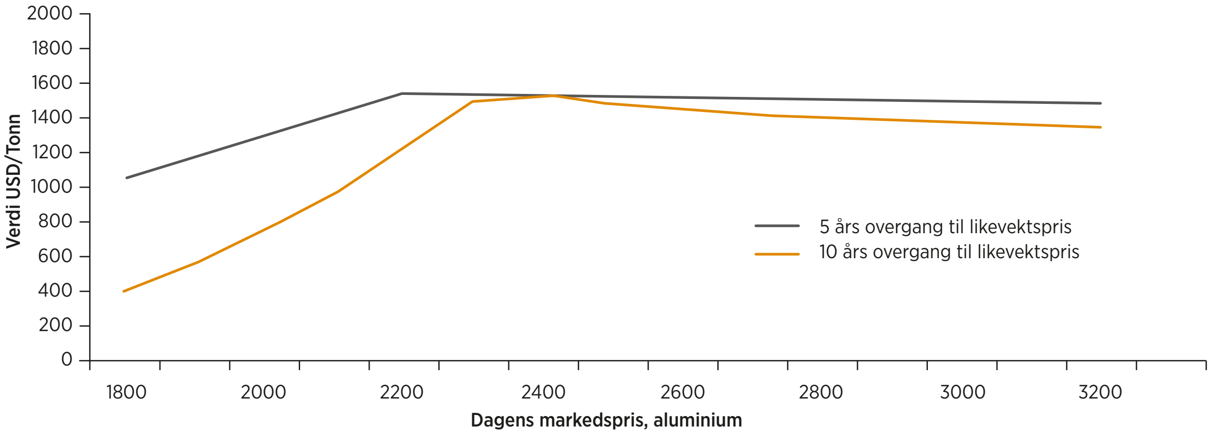
Det er selvfølgelig også mulig å tenke seg forskjellige priser i dag uten at disse påvirker den langsiktige likevektsprisen. Som nevnt i kapittel 3, kan modellen kalibreres med hensyn til dagens markedspriser slik at utviklingen i likevektspris følger dagens forwardpriser. Figur 8 viser sensitiviteter der dagens markedspris ikke samsvarer med langsiktig likevektspris. Vi har valgt å ikke kalibrere likevektsprisene mot noen spesiell markedsbasert forwardkurve, da sistnevnte vil variere fra dag til dag. Snarere viser vi scenarioer der forwardprisen beveger seg i en fast takt fra dagens pris til likevektsprisen (definert i kapittel 3) over en periode på fem eller ti år. Den matematiske utledningen av dette er vist i vedlegget.

Vi finner at en høy aluminiumspris har liten betydning for verdien av opsjonen. Det vil uansett være få tilfeller der det er optimalt å stenge smelteverket de første årene. Derimot vil et lavt utgangsnivå på aluminiumsprisen bety at alternativet med å stenge umiddelbart kan bli det beste. Det vil da være mindre aktuelt å åpne igjen senere, og opsjonen får lav verdi. Utslagene vil være større jo lenger dagens prisnivå forventes å holde seg, altså blir opsjonen mindre verdt med ti års overgang til likevektspris. Unntaket er dersom dagens

FIGUR 7 Verdi av åpne-/stengeopsjon. Verdien er her vist som forskjellen på verdi med åpne-/stengemulighet og verdi med beste valg per i dag.



FIGUR 8 Betydning av dagens markedspris. Figuren viser verdien av åpne/stengeopsjonen for forskjellige nivåer på dagens aluminiumspris. To scenarioer benyttes: Aluminiumsprisen forventes å nå likevektsprisen i løpet av enten fem eller ti år.

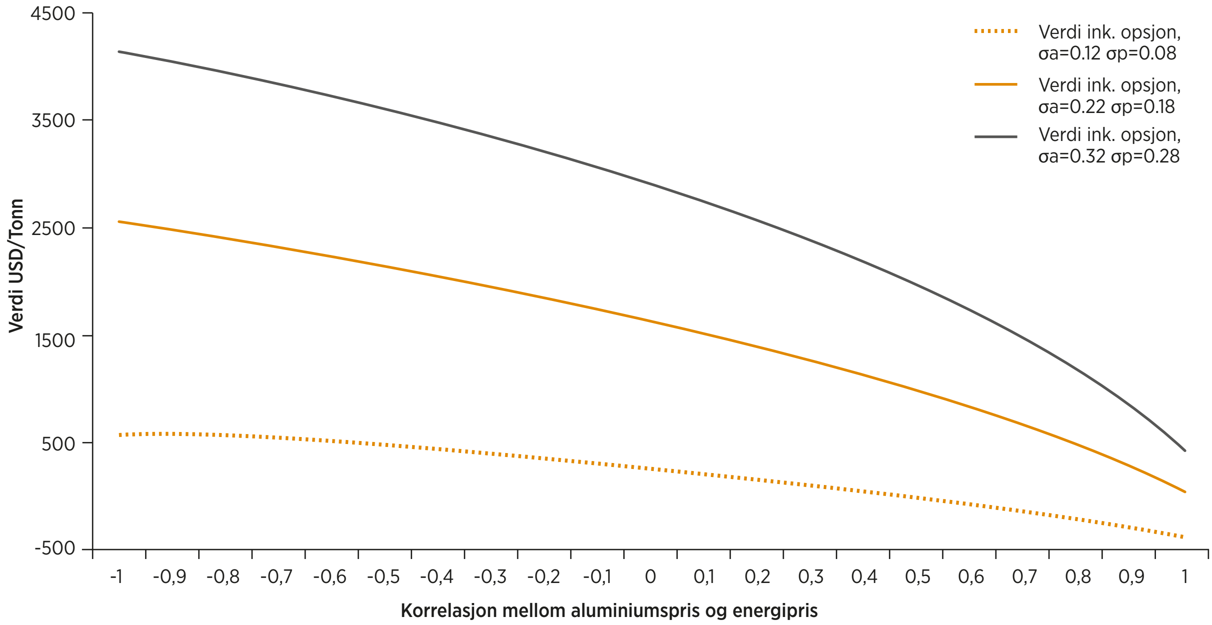


pris er 2 400, noe som tilsvarer likevektsprisen. Her er de to scenarioene like.

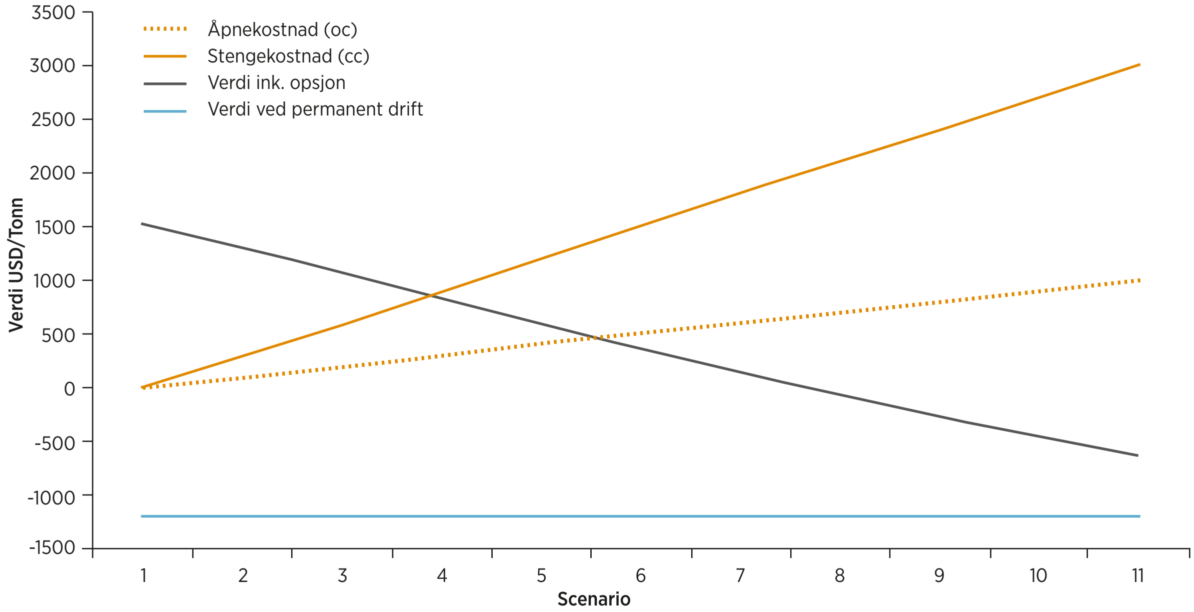
En utdypning av poenget rundt volatilitet er gitt i figur 9. Her vises verdien av smelteverket inkludert stengeopsjonen som en funksjon av korrelasjonen mellom aluminiumspris og energipris. Siden aluminiumsprisen påvirker inntektene og energiprisen kostnadene til selskapet, vil profitten variere minst ved en positiv korrelasjon. En økning i aluminiumsprisen vil da delvis kompenseres av en økning i energikostnadene. Figuren viser at dette reduserer verdien av opsjonen. På samme måte som en økning i volatiliteten fører til økt usikkerhet rundt profitten og økt verdi av opsjonen, vil en reduksjon i korrelasjonen gi samme effekt.

Til slutt (vist i figur 10) har vi sett på virkningen av ulike forutsetninger når det gjelder åpne- og stenge-

FIGUR 9 Betydning av korrelasjon. Verdi av smelteverket inkludert åpne-/stengeopsjon, vist for forskjellige forutsetninger for korrelasjon mellom aluminiumspris og energipris og forskjellige volatiliteter.



FIGUR 10 Verdi ved forskjellig åpne- og stengekostnader. Verdi av smelteverket med åpne-/stengeopsjon, gitt forskjellige scenarioer for åpne- og stengekostnader. Ingen åpne-/stengekostnader er vist som scenario 1, mens base case er scenario 6.



kostnader. En økning av disse kostnadene vil naturligvis føre til redusert fleksibilitet, noe som reduserer verdien av opsjonen. Vi finner imidlertid at selv en dobling av disse kostnadene fra base case vil gi en verdi inkludert opsjon som ligger klart over verdien ved permanent drift på –1 189. Denne doblingen er vist som scenario 11 i figuren, mens base case er vist som scenario 6. Dersom vi fullstendig fjerner kostnaden ved å åpne og stenge, vil verdien øke med et tilsvarende beløp. Dette er vist som scenario 1.

Den relativt store betydningen av stengekostnader viser at det kan ha betydning om modellen videreutvikles i en mer virkelighetsnær retning på dette området. En viktig forutsetning er at stengning kan foretas umiddelbart etter at beslutning er tatt. Det vil være mulig å videreutvikle modellen i en mer realistisk retning ved å sette et tidsgap mellom beslutning og stengning.

Videre er det nærliggende å tenke seg at stengning og gjenåpning bare vil være mulig dersom det ikke har gått for lang tid. En kan derfor tenke seg at modellen bare tillater gjenåpning innen et begrenset antall år, og/eller at det påløper kostnader til vedlikehold dersom gjenåpning skal være mulig. En følge av det siste kan være at bedriften kan velge mellom forskjellige typer stengning; enten stengning for mulig gjenåpning eller stengning for nedleggelse.

Til slutt kan det legges til at hyppig åpning og stenging kan føre til negative reaksjoner i omgivelsene. Dette kan i noen grad hensyntas gjennom åpne- og stengekostnader, men det er også rimelig å tenke seg at historikken vil ha betydning. Dersom fabrikken tidligere har blitt stengt flere ganger, kan det for eksempel være vanskelig å foreta nyansettelser.

8. KONKLUSJON

Vi har i denne artikkelen illustrert at en opsjon på å åpne og stenge et smelteverk kan ha betydelig verdi. Som en følge av dette kan verdsettelser basert på forventet gjennomsnittlig prisutvikling lett komme til å undervurdere verdien av denne typen aktiva. Verdien av opsjonen vil imidlertid være høyest i de tilfeller der lønnsomheten i utgangspunktet er marginal (og dermed negativ i noen av de utfall som inngår i en forventet kontantstrøm) og det ikke er for store kostnader forbundet med å åpne eller stenge. En nærmere kalibrering av det enkelte tilfelle må til for å forstå om opsjonen har betydelig verdi eller ikke.

MATEMATISK VEDLEGG

I dette vedlegget vil noen av de viktigste stegene i utregningen bli gjennomgått matematisk.

Som beskrevet i kapittel 3 antar vi en mean reversion-prosess for aluminiumsprisen. I kontinuerlig tid er denne prosessen slik (Hull, 2012, s. 753):

$$dA_t = \kappa\left(\theta_t - A_t\right)dt + \sigma A_t dZ$$

der A_t er aluminiumsprisen på tidspunkt t, κ . er en konstant som indikerer hvor fort prisen beveger seg tilbake til likevektsnivået, θ_t er en tidsavhengig konstant som indikerer likevektsnivået, σ er volatiliteten, og dZ er et støyledd som følger en standard brownsk bevegelse. Tilsvarende gjelder for energiprisen.

For simuleringsformål kan vi derfor formulere følgende utvikling med årlige tidssteg:

$$A_{t+1} = A_t e^{-\kappa + g - 0{,}5\sigma^2 + \sigma\varepsilon_t} + A_0 e^{gt}\left(1 - e^{-\kappa}\right).$$

Her vil g være veksttakten i den forventede utviklingen i aluminiumsprisen, slik at denne beveger seg mot et høyere likevektsnivå (vi forutsetter dermed at $\theta_t = A_0 e^{gt}$) over tid. ε_t er et standard normalfordelt feilledd med forventning = 0 og standardavvik = 1.

Energiprisen vil følge en tilsvarende prosess, dog med egne parametere for κ, σ og g. Feilleddet ε_t vil simuleres med tilfeldige tall som kan korrelere med feilleddene for aluminiumsprisen.

For å kunne verdsette en opsjon ved å diskontere med risikofri rente er det en forutsetning at vi bruker en risikonøytral veksttakt for aluminiums- og energipriser. Siden både aluminiums- og energiprisen vil være positivt korrelert med avkastning i aksjemarkedet, må vi trekke fra en risikopremie. Vi følger Hull (2012, s. 634–636) og Dixit og Pindyck (1994, s. 197) og benytter oss av at

$$g_A = \mu_A - \frac{\sigma_A \rho_{A,M}\left(r_M - r_f\right)}{\sigma_M}$$

der μ_A er forventet prisvekst, $\rho_{A,M}$ er korrelasjon med markedets avkastning, $r_M - r_f$ er markedets forventede risikopremie, og σ_A og σ_M er volatilitet for aluminiumspris og aksjemarkedet respektive. Tilsvarende gjelder for energiprisen.

Det er mulig å la både dagens prisnivå og forventede priser i en begrenset periode avvike fra likevektsprisen.

Forventet, risikojustert prisnivå kan kalibreres med observerbare forwardpriser, og en kan anta en jevn overgang til likevektspriser deretter. Den risikojusterte prisveksten blir da

$$\hat{g}_t^A = \begin{cases} ln\left(\frac{A_t^0}{A_{t-1}^0}\right) & for\, t \leq \tau_1 \\ ln\left(\frac{1}{\tau_2-\tau_1}\frac{\overline{A_0}e^{g_A\tau_2}}{A_{\tau_1}^0}\right) & for\, \tau_1 < t \leq \tau_2 \\ g_A & for\, t > \tau_2 \end{cases}$$

der g_A må tolkes som forventet vekst i likevektsprisen, $\overline{A_0}$ er likevektsprisen på aluminium i dag, A_t^0 er en forwardpris for levering på tid t, observerbar på tid 0. Forwardpriser er her observerbare for tidsrommet fra tid 0 til τ_1, mens τ_2 er tidspunktet der vi antar at prisen vil være tilbake i likevekt. Mellom tid τ_1 og τ_2 forventes prisen å justeres gradvis mot likevekt.

For beregning av sensitiviteten i figur 8 forenkler vi noe ved å anta at forwardprisene ligger på banen mot likevektsprisen. Avviket mellom dagens pris og likevektsprisen justeres inn over en periode på fem eller ti år. Vi får da at den risikojusterte vekstraten blir

$$\hat{g}_t^A = \begin{cases} ln\left(\frac{1}{\tau}\frac{\overline{A_0}e^{g_A\tau}}{A_0}\right) & for\, t \leq \tau \\ g_A & for\, t > \tau \end{cases}$$

der τ er tiden det tar før prisnivået forventes å nå likevekt (i figur 8 er τ = 5 eller 10).

Verdsettelsen av opsjonen følger med metoden som beskrevet i kapittel 4. Beslutningene om å åpne og stenge smelteverket tar utgangspunkt i den siste perioden (T) og regner verdier bakover i tid. Vi forutsetter at smelteverket ønsker å holde åpent dersom profitten i neste periode pluss verdien av et åpent smelteverk ved utløpet av perioden overstiger den negative verdien av stengekostnaden pluss verdien av et stengt smelteverk ved utløpet av perioden. Altså får vi at

$$V_t^O = PO_t e^{-r}\left(E\left[A_t - P_t - C_t\right] + E\left[V_{t+1}^O\right]\right)$$
$$+\left(1-PO_t\right)\left(E\left[V_{t+1}^C\right] - cc_t\right)$$

Og tilsvarende dersom smelteverket er stengt i perioden før:

$$V_t^C = PC_t\left(e^{-r}\left(E\left[A_t - P_t - C_t\right] + E\left[V_{t+1}^O\right]\right) - oc_t\right)$$
$$+PO_t E\left[V_{t+1}^C\right]$$

Her er V_t^O og V_t^C verdier på tid t, gitt at smelteverket er henholdsvis åpent og stengt fra t–1 til t. PO_t er en variabel som er 1 dersom smelteverket er åpent i perioden fra t til t+1 (gitt at det er åpent fra t–1 til t) og 0 ellers. A_t, P_t og C_t er her henholdsvis aluminiumspris, energipris og andre kostnader. Utviklingen av aluminiumspris og energipris er beskrevet over, mens andre kostnader følger en fast inflasjonstakt, slik at $C_t = C_0 e^{it}$, der C_t er kostnader på tidspunkt t og i er inflasjonen. cc_t og oc_t er henholdsvis stenge- og åpnekostnader på tidspunkt t. Disse følger også samme inflasjonsrate. Vi antar at kontantstrømmer kommer i slutten av perioden, og neddiskonterer derfor med e^{-r}.

I beslutningspunktet på tid T–1 vil verdien bare avhenge av profitten i påfølgende periode samt mulige åpne- og stengekostnader. Altså vil $E\left[V_{t+1}^O\right] = E\left[V_{t+1}^C\right] = 0$. I tilfellene der smelteverket har vært i produksjon i den forutgående perioden, vil det fortsette å produsere dersom det forventede tapet ikke er mer negativt enn stengekostnadene, altså hvis

$$e^{-r}\left(A_{T-1} - P_{T-1} - C_{T-1}\right) > -cc_{T-1}$$

Vi antar her at kontantstrømmene følger prisene i begynnelsen av perioden. På tidspunkt T–1 vil derfor verdien enkelt kunne kalkuleres som

$$V_{T-1} = \begin{cases} e^{-r}\left(A_{T-1} - P_{T-1} - C_{T-1}\right) & hvis\, e^{-r}\left[A_{T-1} - P_{T-1} - C_{T-1}\right] > -cc_{T-1} \\ -cc_{T-1} & hvis\, e^{-r}\left[A_{T-1} - P_{T-1} - C_{T-1}\right] \leq -cc_{T-1} \end{cases}.$$

Dette bestemmer også PO-matrisen for tid T–1 og for hver simulering n, slik at

$$PO_{T-1,n} = \begin{cases} 1\, hvis\, e^{-r}\left[A_{T-1,n} - P_{T-1,n} - C_{T-1}\right] > -cc_{T-1} \\ 0\, hvis\, e^{-r}\left[A_{T-1,n} - P_{T-1,n} - C_{T-1}\right] \leq -cc_{T-1} \end{cases}.$$

For tidligere perioder vil vi ikke kunne løse ut for $E\left[V_{t+1}^O\right]$ og $E\left[V_{t+1}^C\right]$ med formler. Vi beregner derfor verdier V_{t+1}^O og V_{t+1}^C for hver enkelt av N simuleringer. Dette gir nå verdier av smelteverket gitt ett tilfeldig utfall av tilfeldige verdier i påfølgende perioder. Vi følger derfor Longstaff og Schwartz' metode ved å anslå forventningsverdiene $E\left[V_{t+1}^O\right]$ og $E\left[V_{t+1}^C\right]$ ved hjelp av regresjoner mot variablene A_t og P_t, som begge er kjent på tid t, slik at

$$V_{t+1,n}^O = \alpha_n + \beta_A^O A_{t,n} + \beta_P^O P_{t,n} + \varepsilon_n.$$

Fotskriften n indikerer nå simulering nummer n. Som forventningsverdi antar vi at feilleddet ε kan settes til 0, slik at vi får følgende anslåtte verdier:

$$E\left[V_{t+1}^O\right] = \alpha + \beta_A^O A_t + \beta_P^O P_t$$

og tilsvarende for $E\left[V_{t+1}^C\right]$.

Dette gjør oss nå i stand til å løse ut PO- og PC-matrisen mer generelt, slik at

$$PO_{t,n} = \begin{cases} 1\ hvis\ e^{-r}\left[A_{t,n} - P_{T-1,n} - C_{T-1}\right] + E\left[V_{t+1,n}^O\right] > E\left[V_{t+1,n}^C\right] - cc_t \\ 0\ hvis\ e^{-r}\left[A_{t,n} - P_{T-1,n} - C_{T-1}\right] + E\left[V_{t+1,n}^O\right] \le E\left[V_{t+1,n}^C\right] - cc_t \end{cases}$$

og

$$PC_{t,n} = \begin{cases} 1\ hvis\ e^{-r}\left[A_{t,n} - P_{T-1,n} - C_{T-1}\right] + E\left[V_{t+1,n}^O\right] - oc_t > E\left[V_{t+1,n}^C\right] \\ 0\ hvis\ e^{-r}\left[A_{t,n} - P_{T-1,n} - C_{T-1}\right] + E\left[V_{t+1,n}^O\right] - oc_t \le E\left[V_{t+1,n}^C\right] \end{cases}$$

der

$$E\left[V_{t+1,n}^O\right] = \alpha + \beta_A^O A_{t,n} + \beta_P^O P_{t,n}$$

og

$$E\left[V_{t+1,n}^C\right] = \alpha + \beta_A^C A_{t,n} + \beta_P^C P_{t,n}.$$

Dette gir oss to komplette matriser med informasjon om når smelteverket optimalt åpner og stenger, avhengig av om det var åpent eller stengt i forrige periode.

Det siste steget i prosessen for å finne en optimal strategi for smelteverket starter ved dagens tidspunkt. Det vil da være kjent om smelteverket er i produksjon eller ikke. Vi definerer en matrise TS der verdien vil være 1 dersom smelteverket er i produksjon, og 0 ellers. Matrisen vil bestå av N rader og T kolonner, der N er antall simuleringer og T antall perioder. Dersom smelteverket er i drift i dag, kan vi umiddelbart forutsette at $TS_{1,n} = 1$ for alle n. Motsatt vil $TS_{1,n} = 0$ for alle n dersom smelteverket er stengt i dag.

For periode 2 og videre vil status for smelteverket avhenge av åpne-/stengebeslutningen som tas ved begynnelsen av perioden. Denne avhenger av strategiene PO og PC som tidligere og i tillegg av om smelteverket var åpent eller stengt i perioden før. Vi får altså at

$$TS_{t,n} = PO_{t,n}\ hvis\ TS_{t-1,n} = 1$$

og

$$TS_{t,n} = PC_{t,n}\ hvis\ TS_{t-1,n} = 0.$$

Til slutt vil verdien avhenge av gjennomsnittlige neddiskonterte kontantstrømmer for hver periode. Vi kan altså summere opp slik:

$$\bar{V} = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\left(\sum_{t=1}^{T} TS_{t,n} e^{-rt}\left(A_{t,n} - P_{t,n} - C_{t,n}\right)\right) + \left(\sum_{t=1}^{T-1} TS_{t+1,n}\left(1 - TS_{t,n}\right)e^{-rt} oc_t + \left(1 - TS_{t+1,n}\right) TS_{t,n} cc_t e^{-rt}\right)$$

Her vil det første leddet representere profitten i perioder der smelteverket er i operasjon, det andre leddet representerer åpnekostnader i de tilfellene der smelteverket er stengt i periode t og åpent i periode t + 1, og det siste leddet representerer stengekostnader i de tilfellene der smelteverket er åpent i periode t og stengt i periode t + 1.

For å si noe om verdien av åpne-/stengeopsjonen må denne verdien sammenlignes med verdien av forventede kontantstrømmer gitt at smelteverket alltid er åpent. Sistnevnte er gitt ved

$$V_0 = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\sum_{t=0}^{T} e^{-rt}\left(A_{t,n} - P_{t,n} - C_{t,n}\right).$$

Verdien av opsjonen er nå forskjellen mellom disse to verdiene:

$$V = \bar{V} - V_0$$

Forfatterne ønsker å takke for viktige bidrag til denne artikkelen fra Norsk Hydro ASA, spesielt ved Odd Arne Fossan og Håvard Haukdal. Som leseren enkelt kan bekrefte betyr dette ikke at parametere og forutsetninger er satt ut fra Norsk Hydro ASAs syn på aluminiumsmarkedet eller med tanke på dagens markedspriser og/eller kostnader.

REFERANSER

Bardou, O. mfl. (2009). Optimal quantization for the pricing of swing options. *Applied Mathematical Finance, 16*(2), 183–217.

Black, F., & Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy, 81*(3), 637–654.

Boyle, P.P. (1977). Options: A Monte Carlo Approach. *Journal of Financial Economics 4*(3), 323–338.

Brennan, M.J., & Schwartz, E.S. (1985). Evaluating natural resource investments. *Journal of Business, 58*(2), 135–157.

Carmona, R., & Ludkovski, M. (2008). Pricing asset scheduling flexibility using optimal switching. *Applied Mathematical Finance, 15*(5–6), 405–447.

Carmona, R., & Ludkovski, M. (2010). Valuation of energy storage: an optimal switching approach. *Quantitative Finance, 10*(4), 359–374.

Dixit, A.K., & Pindyck, R.S. (1994). *Investment under uncertainty*. Princeton: Princeton University Press.

Hull, J.C. (2012). *Options, futures, and other derivatives*. Boston: Prentice Hall.

Jaillet, P. mfl. (2004). Valuation of commodity-based swing options. *Management Science, 50*(7), 909–921.

Kaldestad, Y., & Møller, B. (2016). *Verdivurdering*. Bergen: Fagbokforlaget.

Lempa, J. (2014). Mathematics of Swing Options: A Survey. *Quantitative Energy Finance*, (Redigert av Fred Espen Benth, Valery A. Kholodnyi og Peter Laurence), New York: Springer, 115–133.

Longstaff, F.A., & Schwartz, E.S. (2001). Valuing American options by simulation: a simple least-squares approach. *Review of Financial Studies, 14*(1), 113–147.

Meinshausen, N., & Hambly, B.M. (2004). Monte Carlo methods for the valuation of multiple-exercise options. *Mathematical Finance, 14*(4), 557–583.

Merton, R.C. (1973). Theory of rational option pricing. *The Bell Journal of Economics and Management Science, 4*(1), 141–183.

Stewart, I. (2012). *In Pursuit of the Unknown: 17 Equations That Changed the World*. New York: Basic Books.

Wilhelm, M., & Winter, C. (2008). Finite element valuation of swing options. *Journal of Computational Finance, 11*(3), 107.