

SNF-arbeidsnotat nr. 06/11

**Verdsetting av langsiktige
infrastrukturprosjekter**

av

Kåre P. Hagen

SNF Prosjekt nr. 2437
Prinsipiell vurdering av mernytte av store infrastrukturtiltak

Prosjektet er finansiert av Kystverket

SAMFUNNS- OG NÆRINGSLIVSFORSKNING AS
BERGEN, MARS 2011
ISSN 0803-4028

© Dette eksemplar er fremstilt etter avtale
med KOPINOR, Stenergate 1, 0050 Oslo.
Ytterligere eksemplarfremstilling uten avtale
og i strid med åndsverkloven er straffbart
og kan medføre erstatningsansvar.

INNHold

Forord

1. Innledning	1
2. Diskonteringsrenter og avkastningskrav	4
2.1 Kapitalverdimodellen (CAMP-modellen) som utgangspunkt for prising av samfunnsøkonomisk risiko.....	4
2.2 Diskonteringsrenter for langsiktige prosjekter.....	8
2.2.1 En konsumbasert diskonteringsrente	10
2.2.2 Rentebaserte diskonteringsrenter.....	13
3. Nytte-kostnadsanalyse av prosjekter med usikker avkastning.....	17
3.1 Utledning av diskonteringsrenter justert for prosjektspesifikk usikkerhet basert på nyttemaksimerende atferd.....	17
4. Oppsummering om valg av diskonteringsrente.....	23
5. Restverdier	24
5.1 Prinsipielt om økonomisk depresiering og restverdier.....	24
5.2 Vurdering av samferdselsetatenes praksis når det gjelder verdiansettelse Og bruk av restverdier i nytte-kostnadsanalysen	26
6. Oppsummering om valg av analysehorisont og restverdiproblemet.....	28
6.1 Noen spesifikke problemstillinger	28
Appendiks	30

Verdsetting av langsiktige infrastrukturprosjekter

Av Kåre P. Hagen¹

Forord

Oppdragsgiver for dette notatet har vært Nasjonal Transportplans (NTP) prosjektgruppe for samfunnsøkonomiske metoder. Notatet drøfter behandling av usikkerhet og tidsaspektet i samfunnsøkonomiske investeringsanalyser av prosjekter med langsiktige konsekvenser. Spesielt vil størrelsen på diskonteringsrenten ha stor betydning for lønnsomheten av langsiktige infrastrukturinvesteringer. Notatet drøfter alternative tilnærminger til diskonteringsrentespørsmålet, og viser at dersom investeringens alternativavkastning eller nytte er mer usikker jo lengre ute i tid de ligger, vil en kunne få en fallende kurve for diskonteringsrenten over tid. I forhold til dagens praksis med en tidsinvariant diskonteringsrente bestående av den sikre renten pluss et risikotillegg, vil de alternative tilnærmingene innebære at det blir lagt relativt større vekt på økonomiske konsekvenser som ligger langt ut i tid. For øvrig må det pekes på at for langsikte prosjekter også vil kunne være betydelig usikkerhet knyttet til fremtidig nytte og kostnader både for det aktuelle prosjektet og for nullalternativet. Hensikten med dette notatet har imidlertid vært å undersøke hvordan usikkerhet om fremtidig avkastning og alternativkostnader påvirker valg av diskonteringsrente.

Det vil trenge ytterligere utredninger om modellgrunnlag for bestemmelse av optimale diskonteringsrenter for langsiktige prosjekter for å kunne gi en endelig anbefaling om valg av teorimodell. Det kan i den sammenheng vises til at Regjeringen har satt ned et ekspertutvalg som har som del av sitt mandat å vurdere det teoretiske rammeverket for fastsettelse av samfunnsøkonomisk optimal diskonteringsrente.

¹ Forfatteren vil takke Karl Pedersen, NHH, for nyttige kommentarer og innspill til denne utredningen

Verdsetting av langsiktige infrastrukturprosjekter

1. Innledning

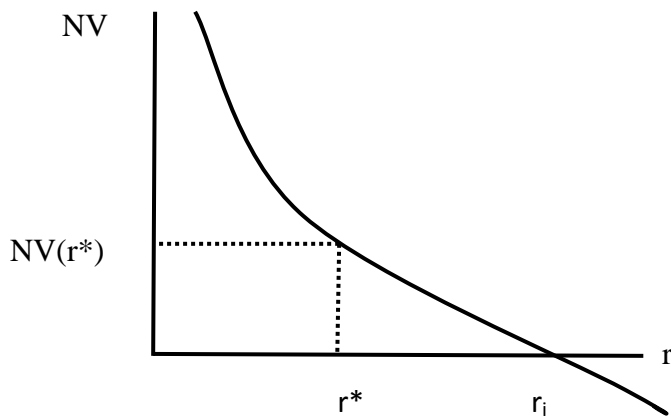
Verdsetting av økonomiske størrelser som inntreffer på ulike tidspunkt, og valg mellom beslutninger som har konsekvenser som strekker seg langt ut i tid, er viktige problemstillinger både i privatlivet og i det økonomiske liv. En viktig problemstilling innenfor privatsfæren er hvor mye inntekt en skal overføre til den yrkespassive fasen av livet gjennom sparing i den yrkesaktive. I valget mellom konsum nå eller konsum senere vil folk flest - alt annet likt - foretrekke det første alternativet. Tiden har derfor i seg selv en pris. I den sammenheng står diskonteringsbegrepet sentralt. Diskonteringsfaktoren er en omregningsfaktor som gjør det mulig å uttrykke økonomiske størrelser tilgjengelig på ulike tidspunkter i samme verdienhet. Mer presist gjør diskontering det mulig å sammenligne økonomiske virkninger som oppstår på ulike tidspunkt. Dette skjer ved å regne fremtidige verdier om i kontant-ekvivalenter vurdert i pengeverdien på et bestemt tidspunkt. Vanligvis velges dagens verdi som verdienhet. Den blir da kalt nåverdi.

Med et velfungerende kapitalmarked vil alternativet til å binde opp kapital i et prosjekt være å investere beløpet i kapitalmarkedet. Den renten som en kunne ha oppnådd i det eksterne markedet (eller lånerenten om prosjektet er finansiert med lån), blir dermed den finansielle alternativkostnaden for å binde kapital i et investeringsprosjekt. Prosjektet er da lønnsomt om kapitalavkastningen i prosjektet (internrenten) er høyere enn den finansielle alternativkostnaden. Dette er ensbetydende med at nåverdien kalkulert med alternativavkastningen som diskonteringsrente er positiv. Når prosjektets inntekter og kostnader uttrykkes i fast kroneverdi, må også alternativavkastningen være i fast kroneverdi. Det betyr at diskonteringsrenten må være en realrente, dvs nominell rente fratrukket inflasjonraten.

Sammenhengen mellom nåverdi, diskonteringsrente og avkastningskrav er vist i nedenstående figur. Anta at vi har en investering der nåverdien NV_0 er gitt ved

$$NV_0 = -I_0 + \frac{v_1 - c_1}{1+r} + \dots + \frac{v_T - c_T}{(1+r)^T}$$

I_0 er initial investering, $v_t - c_t$ er prosjektoverskuddet i periode t , der v_t er nytte og c_t er kostnad, T er prosjekthorisonten, og r er diskonteringsrenten. Den diskonteringsrenten som gir nåverdi lik null, er prosjektets internrente. Den uttrykker den gjennomsnittlige kapitalavkastningen i prosjektet. Nåverdien er normalt en fallende funksjon av diskonteringsrenten. Dersom diskonteringsrenten settes lik alternativavkastningen, som er den avkastning som investert kapital kunne ha oppnådd i beste alternative plassering, vil en nåverdi større eller lik null vise at kapitalen oppnår en avkastning i prosjektet som er minst like høy som alternativavkastningen. Dette er illustrert i nedenstående figur. Her $NV(r^*)$ nåverdien kalkulert med diskonteringsrenten r^* , og r_i er prosjektets internrente. Vi ser at $NV(r^*) \geq 0$ impliserer $r_i \geq r^*$.



Maksimering av nåverdi som investeringskriterium kan i et perfekt kapitalmarked begrunnes ut fra arbitrasjebetraktninger. I et perfekt marked uten usikkerhet vil markedsverdien, V_t , på et bestemt tidspunkt t , av en investering med en gitt kontantstrøm være gitt ved nåverdien av kontantstrømmen på tidspunkt t kalkulert med markedrenten som diskonteringsrente. Om markedsverdien var forskjellig fra nåverdien, ville det gi muligheter for såkalte arbitrasjegevinster. En arbitrasjegevinst er en gevinst som kan realiseres kostnads- og risikofritt. Hvis for eksempel markedsverdien av et investeringsobjekt er lavere enn nåverdien av dets cash flow, $V_t < NV_t$, vil en gjøre en gevinst ved å kjøpe objektet til markedsverdi og finansiere kjøpet med et lån til markedrenten (= diskonteringsrenten). Om $V_t > NV_t$, vil en gjøre en gevinst ved å selge objektet og investere salgsbeløpet i finansmarkedet med en avkastning lik markedrenten. Mer generelt vil det foreligge potensielle arbitrasjegevinster dersom samme objekt verdsettes til forskjellig pris i markedet².

² I økonomisk teori blir dette gjerne kalt loven om en pris som er en nødvendig betingelse for markedslikevekt.

Dersom $V_t < NV_t$, ville for eksempel verdien for kjøper være høyere enn verdien for selger. Fravær av arbitrasjegevinster vil derfor være en nødvendig betingelse for likevekt i finansmarkedet.

Vi skal her se på lønnsomhetsvurdering av langsiktige offentlige prosjekter under usikkerhet både med hensyn til prosjektenes samfunnsnytte og -kostnader og under usikkerhet knyttet til de langsiktige makroøkonomiske rammebetingelsene for prosjektene. I det private kapitalmarkedet vil en velge det prosjektet som maksimerer nåverdien korrigert for prosjektets risiko. I den utstrekning en vil legge samme type vurdering til grunn for valg mellom offentlige prosjekter, blir det et spørsmål om det offentlige ut fra et samfunns-perspektiv bør korrigere for risiko på samme måte som markedsaktørene når det gjelder private investeringer. Forskjellsbehandling av private og offentlige investeringer som ikke kan begrunnes med forskjeller mht til relevant risiko eller andre former for eksterne virkninger, vil føre til overinvestering i offentlig sektor som kan gå på bekostning av private investeringer med høyere avkastning, eller at private investeringer fortrenge offentlige prosjekter med høyere samfunnsøkonomisk lønnsomhet.

Finansmarkedet håndterer prosjektrisiko ved et tillegg i avkastningskravet. Det vil da bestå av en risikofri komponent gitt ved den risikofrie realrenten pluss et risikotillegg som skal kompensere for kostnaden knyttet til den risikoen som prosjektet påfører eierne. Ettersom finansmarkedene priser risiko i form av et risikotillegg til den risikofrie renten, kan det for sammenligningens skyld være hensiktsmessig å foreta risikojusteringen i kapital-avkastningskravet også i samfunnsøkonomiske lønnsomhetskalkyler. På denne måten kan en benytte markedets prising av risiko som et utgangspunkt for vurdering av det samfunnsøkonomiske avkastningskravet for prosjekter med sammenlignbar risikoprofil. Det gjelder da å identifisere en investering i markedet som har samme risikoprofil som den investeringen som gjøres til gjenstand for en samfunnsøkonomisk lønnsomhetskalkyle, og så legge markedets prising av risiko til grunn i den utstrekning den reflekterer samfunnets krav til kompensasjon for risiko. En mulig motforestilling mot denne fremgangsmåten kan være at samfunnets investeringsportefølje er betydelig mer omfattende enn den som handles over børsen, og at samfunnet av den grunn kan være bedre i stand til å absorbere prosjektspesifikk risiko. Dette reiser spørsmål om hvor representativ finansmarkedets prising av risiko er for samfunnsøkonomiske risikopremier.

Generelt gjelder det at det vil normalt være hensiktsmessig å støtte seg til markedspriser i samfunnsøkonomiske lønnsomhetsanalyser i den utstrekning slike priser er tilgjengelig. Det må imidlertid vurderes i hvert tilfelle om markedsprisene fanger opp samfunnsøkonomiske nytte- og kostnadsvirkninger på en adekvat måte. Et viktig spørsmål i den sammenheng er om kostnaden for det offentlige ved å bære risiko er den samme som kostnadene for private investorer. Et mye omdiskutert synspunkt i den sammenheng er at risikoen knyttet til en offentlig investering bæres av allmennheten i ulike sammenhenger. Det kan være som skattebetalere, offentlig ansatte eller som mottakere av offentlige tjenester. Synspunktet går da ut på at når risikoen spres på mange individer, blir risikokostnaden for den enkelte liten, og hvis det er tilstrekkelig mange, blir den samfunnsøkonomiske risikoen neglisjerbar³. Vi skal i det følgende se nærmere på disse problemstillingene for spesielt for langsiktige prosjekter.

2. Diskonteringsrenter og avkastningskrav

2.1 Kapitalverdimodellen (CAPM-modellen) som utgangspunkt for prising av samfunnsøkonomisk risiko

For individer med risikoaversjon innebærer risikobæring en ulempe eller nyttemessig tap. For at en skal være villig til å bære risiko, betyr det at en må ha en kompensasjon for risikoeksponeringen. I en investeringsanalyse kan en ta høyde for risiko ved å regne usikre fremtidige inntekter og kostnader om i sikkerhetsekvivalente inntekter og kostnader. Differansen mellom forventet beløp og sikkerhetsekvivalent beløp blir da definert som en risikopremie. Det betyr at for en usikker nettoinntekt blir forventet nettoinntekt justert ned med risikopremien, mens for en usikker kostnad blir forventet kostnad justert opp med risikopremien for å komme fram til sikkerhetsekvivalente størrelser. I investeringsanalysen blir så de sikkerhetsekvivalente størrelsene diskontert med den risikofrie renten som da blir avkastningskravet. Risikoen er da ivaretatt ved nedskrivning av forventet netto inntekt og oppskrivning av forventet netto kostnad.

³ Arrow, K. J. & R.C. Lind: "Uncertainty and the Evaluation of Public Investment Decisions", *The American Economic Review*, vol. 60, No 3 (1970), s 364-378.

Alternativt kan en operere med forventningsverdier når det gjelder inntekter og kostnader og så risikojustere avkastningskravet. Det innebærer da at risikojusteringen skjer ved et risikotillegg i diskonteringsrenten for netto inntekter og et risikofradrag i diskonteringsrenten for fremtidige netto kostnader. Dermed blir den risikojusterte nåverdien av en forventet inntekt nedskalert og den risikojusterte nåverdien av en forventet netto kostnad oppskalert.

Prinsipielt spiller det ingen rolle om en justerer netto prosjektoverskudd eller avkastningskravet for risiko siden den ene metoden kan utledes fra den andre. I aksjemarkedet prises risikoen gjennom avkastningskravet i form av et tillegg til den risikofrie renten. Generelt er det hensiktsmessig å utlede samfunnsøkonomiske kalkylepriser ved å korrigere markedsprisene i private markeder i den utstrekning sammenlignbare markeder finnes. Dette generelle argumentet gir støtte til at risiko i nytte-kostnad analyser blir håndtert ved en risikojustering av avkastningskravet. Det gjelder da å finne objekter i finansmarkedet med en risikoprofil som er sammenlignbar med den samfunnsøkonomiske risikoen for det aktuelle prosjektet.

CAPM-modellen (kapitalverdimodellen)⁴ er en porteføljemodell for prisdannelsen i aksjemarkedet. Portefølje-tilnærmingen tilsier at en kan ikke se på en aksjes avkastningsrisiko isolert, men på aksjens bidrag til porteføljens samlede risiko. Forventning-varians effektive porteføljer har en sammensetning som minimerer variansen for gitt forventning, og vise versa. Det kan da vises at når porteføljen er optimalt diversifisert, vil en aksjes bidrag til porteføljerisikoen være gitt ved kovariansen mellom aksjeavkastningen og avkastningen på totalporteføljen som defineres som porteføljen bestående av alle aksjer som handles i markedet (markedsporteføljen). Dette blir kalt aksjens systematiske risiko. Den usystematiske risikoen blir eliminert i en optimalt diversifisert portefølje. Gitt at investor vurderer aksjens lønnsomhet i henhold til dens bidrag til porteføljens forventede avkastning og varians (eller standardavviket til avkastningen) blir avkastningskravet bestemt ved den risikofrie renten pluss en risikokompensasjon som består av aksjens bidrag til markedsporteføljens risiko multiplisert med markedets risikopremie, som er gitt ved markedets krav til meravkastning utover den risikofrie renten for å bære risikoen knyttet til markedsporteføljen.

⁴ Sharpe, William F. (1963). "A Simplified Model for Portfolio Analysis". *Management Science* 9 (2): 277–93.
Mossin, Jan (1966). "Equilibrium in a Capital Asset Market", *Econometrica*, 34, 1966, pp. 768–783.

Finansdepartementets anbefaling for prising av risiko i samfunnsøkonomiske investeringskalkyler er basert på kapitalverdimodellen ved at den bygger på en analogi med prising av risiko i aksjemarkedet. I den samfunnsøkonomiske betraktningen vil nasjonalformuen være motstykket til markedsporteføljen mens nasjonalinntekten representerer avkastningen på samfunnets totalportefølje. Risikoprisingen består da i å finne et markedsobjekt med en risikoprofil for avkastning før skatt på totalkapitalen⁵ og en levetid som svarer til den aktuelle investeringen, og så beregne risikotillegget på grunnlag av markedets risikopremie.

Denne analogien med aksjemarkedet som grunnlag for prising av samfunnsøkonomisk risiko på offentlige investeringer er imidlertid litt problematisk av flere grunner. For det første er det vanskelig å tenke seg en overordnet forvaltning av samfunnets nasjonalformue som sikrer at sammensetningen som totalt sett er effektiv i forventning-varians forstand. For eksempel vil en optimal aksjeportefølje forutsette kontinuerlig rebalansering etter hvert som avkastningsforholdene i markedet endrer seg. Dette kan en vanskelig tenke seg for nasjonalformuen, og særlig ikke når det gjelder irreversible infrastrukturinvesteringer. En optimal aksjeportefølje kan dessuten innebære negative aksjeposter som i praksis betyr lån av aksjer (såkalt shortselling), som er vanskelig å forestille seg for realaktiva. For det andre er avkastningen fra viktige nasjonale kapitalobjekter, som for eksempel miljøkapital og andre former for fellesressurser, ikke direkte gjenstand for prising i aksjemarkedet. Dette reiser spørsmål om den risikoen som prises i aksjemarkedet er representativ for risikoen knyttet til nasjonalformuen. For det tredje er det et spørsmål om kostnaden ved å bære risiko for dem som er aktive på børsen, er representativ for risikokostnadene for dem som bærer risiko knyttet til langsiktige offentlige prosjekter. Stakeholdere i offentlig virksomhet er først og fremst skattebetalere på finansieringssiden, og brukere av tjenestene på inntektssiden. Skattebetalerne kan ikke velge seg bort fra å bidra på finansieringssiden og brukerne kan bare i varierende grad velge seg bort fra en offentlig tjeneste som de anser ikke holder kvalitetsmessig mål. Risiko knyttet til tjenestekvalitet og kostnader på offentlige enerettsområder kan heller ikke den enkelte bruker substituere seg bort fra. Følgelig får en heller ikke en optimal allokering av risikoen over tid, da markedsmulighetene for omfordeling av slik risiko er begrenset.

⁵ Aksjemarkedet priser risikoen knyttet til egenkapitalavkastningen etter selskapsskatt. Den samfunnsøkonomiske risikoen er imidlertid avkastningen på totalkapitalen før selskapsskatt og dette må det korrigeres for.

Den viktigste innvendingen mot kapitalverdimodellen som rettesnor for offentlig prosjektvurdering under usikkerhet er at den i utgangspunktet er en statisk markedsmodell, og det kan være tvilsomt hvilken relevans den kan ha lønnsomhetsvurdering av spesielt langsiktige prosjekter. I praksis blir det vanligvis benyttet en konstant risikojustert diskonteringsrente over hele analyseperioden – såkalt geometrisk eller eksponentiell diskontering. Dette forutsetter en bestemt tidsutvikling for risikoen som reflekteres ved de fremtidige sikkerhetsekvivalente størrelser som prosjektet genererer. For å se det kan vi anta at vi har et usikkert prosjektoverskudd på tidspunkt 1 med forventet verdi \bar{X}_1 og sikkerhetsekvivalent verdi $X_1^* < \bar{X}_1$. Vi antar videre at den risikofrie renten er r og den risikojusterte renten $r' > r$. Risikojustert nåverdi basert på diskontering av forventningsverdier med risikojustert rente eller sikkerhetsekvivalente verdier med risikofri rente må gi samme resultat, siden den ene kan utledes fra den andre. Det betyr her at $\frac{\bar{X}_1}{(1+r')} = \frac{X_1^*}{(1+r)}$. Dette

impliserer $\frac{X_1^*}{\bar{X}_1} = \frac{1+r}{1+r'}$. En konstant risikojustert rente over tid impliserer dermed

$\frac{X_t^*}{\bar{X}_t} = \left(\frac{1+r}{1+r'}\right)^t = \left(\frac{X_1^*}{\bar{X}_1}\right)^t$ for alle perioder t innenfor prosjekthorisonen. En konstant

risikojustert diskonteringsrente over tid (geometrisk diskontering) forutsetter dermed en bestemt tidsprofil for risikoen knyttet til de årlige prosjektoverskuddene ved at forholdet mellom sikkerhetsekvivalent og forventet inntekt må falle geometrisk over tid med den tidsinvariante raten $(1+r)/(1+r') < 1$. Denne restriksjonen vil normalt ikke være tilfredsstillt i praksis. Om noen av prosjektoverskuddene er negative, vil vi dessuten måtte ha $r' < r$ og

$$\frac{X_t^*}{\bar{X}_t} > 1.$$

Ut fra den foranstående diskusjon er det nærliggende å konkludere at verdsetting av finansielle objekter basert kapitalverdimodellen kan være en brukbar analogi når det gjelder beregning av samfunnsøkonomisk lønnsomhet for offentlige prosjekter med en geometrisk tidsutvikling av risikoen med den reservasjon i tillegg som vedrører representativiteten av børsformuens risikoprofil i samfunnsøkonomisk sammenheng og børsaktørenes risikoaversjon i forhold til dem som bærer risikoen ved offentlige prosjekter. Anvendelse på flerperiodiske prosjekter vil kreve et tidsavhengig risikotillegg i avkastningskravet. Kapitalverdimodellen

som benchmark for samfunnsøkonomisk lønnsomhet vil trolig være mer problematisk jo mer langsiktige prosjektene er; spesielt hvis det legges en konstant risikojustert diskonteringsrente til grunn. Prinsipielt er dette en motforestilling som gjelder geometrisk (eller eksponentiell) diskontering med gitt diskonteringsrente mer generelt anvendt på langsiktige prosjekter.

2.2 Diskonteringsrenter for langsiktige prosjekter

Den kanskje viktigste innvendingen mot å legge børldata til grunn for fastsetting av samfunnsøkonomiske diskonteringsrenter for økonomiske størrelser som ligger mer en 30 år frem i tid, er at mange av de verdipapirene som handles på børsen har en levetid på maksimalt 30 år. Aksjemarkedet gir derfor lite informasjon om risikojusterte diskonteringsrenter for økonomiske størrelser når prosjekthorisonen er vesentlig lengre enn dette. Det kan derfor i slike tilfelle være hensiktsmessig med mer direkte tilnærminger til diskonteringsrenten.

Det er to typer av usikkerhet knyttet til samfunnsøkonomisk prosjektvurdering. Den ene er usikkerhet knyttet til prosjektets lønnsomhet isolert sett. Den andre typen er usikkerhet knyttet til de makroøkonomiske betingelsene som prosjektets realiseres under. Den makroøkonomiske usikkerheten vil normalt være størst for langsiktige prosjekter. Prosjektets bidrag til samfunnsøkonomisk verdiskaping vil imidlertid avhenge av samspillet mellom den prosjektspesifikke og makroøkonomiske risikoen.

Når det gjelder betydningen av usikkerhet, ser vi i første omgang på hvilken betydning usikkerhet omkring de fremtidige makroøkonomiske rammebetingelsene har for den langsiktige alternativavkastningen for offentlige investeringer. Det gjelder da i første omgang å beregne en effektiv (sikkerhetsekvivalent) rente for offentlige investeringer der usikkerheten knytter seg til prosjektets rammebetingelser, men ikke til selve prosjektusikkerheten pr se. Dette er analogt med kapitalverditilnærmingen der den makroøkonomiske usikkerheten antas representert ved usikkerheten knyttet til avkastningen på markedsporteføljen. Denne usikkerheten vedrører alternativavkastningen men ikke prosjektoverskuddene som forutsettes gitt ved forventet verdi. Dernest vil vi se på samspillet mellom den makroøkonomiske og den prosjektspesifikke risikoen og hvilken betydning dette samspillet har for samfunnsøkonomiske avkastningskrav.

Prinsipielt er det to tilnæringsmåter til alternativavkastningsproblemet. Den ene er konsumbasert og viser hvor stor avkastning som konsumentens side må ha i form av merkonsum for å være villig til å avstå fra konsum i dag til fordel for investeringer i langsiktige prosjekter der en betydelig del av avkastningen ligger langt frem i tid. Alternativet til det konsumbaserte avkastningskravet er en rente- eller produksjonsbasert tilnærming. I stedet for å binde midler i en langsiktig investering kunne midlene i stedet ha blitt plassert finansielt og markedrenten ville da være den avkastning som investeringen måtte matche for å være lønnsom⁶. I et velfungerende kapitalmarked ville markedrenten i likevekt være lik kapitalens marginale nettoavkastning i produksjonen; noe som kan forsvare betegnelsen en produksjonsbasert diskonteringsrente.

Som påpekt, har mange infrastrukturinvesteringer en levetid som er betydelig lengre enn de fleste verdipapirene som omsettes på børsen. Det gjelder for eksempel innenfor samferdselssektoren der broer og tunneler har antatte levetider på mer enn 40 år, jernbanelinjer som har antatt levetid på opp mot 80 år, og investeringer i seilingsleder og installasjoner langs kysten som kan ha levetider på opp mot 50-60 år. Innenfor energisektoren vil investeringer i vannkraft og kjernekraft ha levetider på rundt 60 år, mens miljøvirkninger og virkninger for biologisk mangfold kan ha en varighet på flere hundre år. Til tross for lang levetid har det vært vanlig å basere nytte-kostnad analyser innenfor disse områdene på en analysehorisont på 25 år med en konstant diskonteringsrente og en sjablongmessig stipulering av restverdi. Innenfor de fleste av disse områdene eksisterer det ikke andrehånds markeder for investert kapital. Restverdiansettelser basert på nedskrivning av historiske kostnader kan ikke forsvares ut fra et alternativkostnadsprinsipp ettersom investeringene i mange tilfelle er omtrent helt irreversible slik at investeringskostnadene ikke kan gjenvinnes (såkalte sunk cost). Selv om de henger samme, skal vi se på diskonteringsrenteproblemet og restverdi-problemet hver for seg. Det vil i det følgende være analytisk bekvemt å basere analysene på kontinuerlig tid.

⁵Kapitalverdimodellen kan ses som en variant av en rentebasert tilnærming. Hvis prosjektets nåverdi er negativ kalkulert med en risikojustert diskonteringsrente lik avkastningskravet til et børsnotert selskap med tilsvarende risikoprofil, ville det være samfunnsøkonomisk lønnsomt å investere midlene i dette selskapet i stedet.

2.2.1 En konsumbasert diskonteringsrente

Vi antar at vi har en stasjonær og homogen befolkning med identiske preferanser slik at vi kan beskrive alle økonomiske størrelser ved situasjonen for en representativ konsument. Vi tenker oss at det investeres et "lite" beløp b i dag som vi benevner tidspunkt 0. Denne investeringen gir en avkastning på r_t % fra tidspunkt 0 frem til tidspunkt t . Konsumet på tidspunkt 0 og t er hhv c_0 og c_t . Nyten av konsum på tidspunkt t , c_t , er gitt ved $u(c_t)$ for alle t . Nyten av denne konsumprofilen er gitt ved

$$W = u(c_0) + e^{-\delta t} u(c_t)$$

der δ er en konstant tidspreferanserate for diskontering av nytte. (Den må imidlertid ikke forveksles med diskonteringsrente for konsumstørrelser på ulike tidspunkt).

Vi har da at investeringen b fører til konsumendringene $dc_0 = -b$ og $dc_t = be^{r_t t}$ der r_t er avkastningen frem til tidspunkt t . Denne investeringen vil være lønnsom dersom følgende betingelse er oppfylt:

$$(i) \quad -u'(c_0)b + e^{-\delta t} u'(c_t)be^{r_t t} \geq 0$$

Investeringen er "break even" når betingelsen (i) er oppfylt som likhet. Forutsetningen om at investeringen er "liten" innebærer at grensenytten av konsum ikke endres verken på investeringstidspunktet eller på "høstningstidspunktet".

Avkastningskravet er den avkastningen som gjør investeringen "break even". Det er tilfellet når betingelse (i) er oppfylt som likhet. Vi kaller effektiv "break even"-avkastning pr tidsenhet for r^* . Den er gitt ved

$$(ii) \quad e^{-r^* t} = \frac{u'(c_t)}{u'(c_0)} e^{-\delta t}$$

Ved å ta logaritmen på begge sider av likhetstegnet får vi

$$(iii) \quad r^* = \delta - \frac{1}{t} \ln \left[\frac{u'(c_t)}{u'(c_0)} \right]$$

Betingelse (iii) sier at avkastningskravet pr tidsenhet er gitt ved tidspreferanseraten fratrukket gjennomsnittlig %-vis endring i grensenytten. Med konsumvekst og fallende grensenytte av konsum blir dette leddet positivt.

Et empirisk meningsfylt avkastningskrav krever at betingelse (iii) kan relateres til observerbare forhold vedrørende de intertemporale preferansene og markedsmulighetene. For dette formålet postulerer vi at grensenyttedefunksjonen har formen $u'(c) = c^{-\gamma}$, $\gamma > 0$ som tilfredsstillt kravet om fallende grensenytte av konsum. En viktig egenskap ved denne funksjonsformen er at elastisiteten til grensenytten er konstant og lik $-\gamma$. Dette ses fra utledningen av grensenytteelastisiteten $\frac{du'}{dc} \frac{c}{u'} = \frac{-\gamma c^{-\gamma-1}}{c^{-\gamma}} c = -\gamma < 0$.

Elastisiteten til grensenytten viser hvor mange prosent grensenytten endrer seg når konsumet endrer seg med 1%. Med fallende grensenytte er den negativ.

Med denne grensenyttedefunksjonen har vi

$$(iv) \quad \ln \left[\frac{u'(c_t)}{u'(c_0)} \right] = \ln \left[\frac{c_t}{c_0} \right]^{-\gamma} = -\gamma \ln \left[\frac{c_t}{c_0} \right]$$

Vi definerer gjennomsnittlig vekstrate i konsumet fra tidspunkt 0 til t som

$$g_t \equiv \frac{1}{t} \ln [c_t / c_0].$$

Innsatt i (iii) får vi

$$(v) \quad r_t^* = \delta + \gamma g_t, \text{ der } \gamma \text{ er tallverdien av elastisiteten til grensenytten}^7.$$

Avkastningskravet består av to ledd

1. Det ene er den rene tidspreferansen. Den er gitt ved diskonteringsrenten for nytte som reflekterer preferanse for tidlig nytte. Dette trekker i retning av preferanse for konsum i dag fremfor å spare med henblikk på fremtidig konsum.

⁷ Betingelse (v) er den klassiske Ramsey-regelen for optimal sparing. Se F. P. Ramsey, 1928, "A Mathematical Theory of Saving, *Economic Journal*, 38, 543-559.

2. Det andre leddet er produktet av tallverdien av grensenytteelastisiteten og gjennomsnittlig konsumvekst frem til tidspunkt t . Parameteren γ måler %-vis økning i grensenytten når konsumet reduseres med 1%. Multiplisert med %-vis konsumendring viser dette %-vis reduksjon i grensenytte som følge av konsumendringen fra tidspunkt 0 til horisonten t .

Et lønnsomt prosjekt må gi en avkastning som både dekker det prosentvise nyttetapet ved å utsette realisering av nytte, (δ) , pluss (minus) den prosentvise gjennomsnittlige reduksjonen (økningen) i grense nytten fra investeringstidspunktet til høstningstidspunktet.

Dette siste leddet i avkastningskravet gitt ved (v) bidrar til å utjevne den optimale konsumprofilen over tid. En høyere diskonteringsrente betyr at det blir lagt relativt større vekt på konsum i dag fremfor konsum senere. Når diskonteringsrenten er høy, vil et prosjekt være lønnsomt bare i det tilfelle at det gir en relativt høy avkastning i senere perioder. Leddet γg_t kan vi derfor tolke som en velstands- eller formueseffekt. Jo høyere konsumveksten er, desto mer velstående vil fremtidige konsumenter bli relativt til konsumentene på investeringstidspunktet. På grunn av fallende grensenytte bidrar dette til et skjerpet avkastningskrav for dem som avstår ressurser i dag for økt konsum i fremtiden. Omvendt vil en forventet konsumnedgang i fremtiden trekke i retning av lavere diskonteringsrente og slakkere avkastningskrav. Et økende fall i konsumet over tid vil føre til en fallende diskonteringsrente over tid.

Høy verdi på grensenytteelastisiteten vil isolert sett føre til konsumutjevning ved at velstandseffekten får større innvirkning på diskonteringsrenten både ved positiv og negativ konsumvekst. Vi kan derfor tolke grensenytteelastisiteten som et mål på aversjon mot intertemporal inntektsulikhet ved at en høyere verdi på dette aversjonsmålet vil trekke i retning av en jevnere fordeling av konsumet over tid.

Internasjonale empiriske konsumstudier har anslått tallverdien av grensenytteelastisiteten til å ligge mellom 1 og 2. Med en tidspreferanserate på 0,5%, grensenytteelastisitet midt i intervallet på 1,5, og en gjennomsnittlig konsumvekst på 1,5%, får vi da en (reell) diskonteringsrente på 2,75%. Med en konsumvekst på 2% får vi med de samme forutsetninger 3,5%. Grensenytteelastisitet lik 2 og konsumvekst på 2 gir et avkastningskrav på 4,5%.

I et langsiktig perspektiv vil konsumveksten være usikker, og det er rimelig å anta at usikkerheten om fremtidig konsum øker med tidshorisontens lengde. Vi lar x_t stå for den usikre konsumveksten fra tidspunkt 0 til t . Den antas å være normalfordelt med forventet gjennomsnittlig konsumvekst g_t og varians lik $\text{Var}(x_t)$. Som vist i et appendiks, blir avkastningskravet for en investering med tidshorisont t og usikker konsumvekst lik

$$(vi) \quad r_t^* = \delta + \gamma g_t - 0,5\gamma(1 + \gamma) \frac{\text{Var}(x_t)}{t}$$

Vi ser fra (vi) at usikkerhet mht fremtidig konsumvekst bidrar til å redusere diskonteringsrenten. Dersom risikoen gitt ved variansen til konsumveksten øker over tid, vil avkastningskravet falle med lengden på tidshorisonten. Via effekten på avkastningskravet fører eksistensen av usikkerhet mht på den fremtidige økonomiske situasjonen til økt sparing. Dette blir kalt for forsiktighetsmotivert sparing (precautionary saving).

Analyser basert på amerikanske konsumdata for perioden 1889- 1978 har anslått standardavviket til konsumet per capita til 3,6% per år. Det gir en gjennomsnittlig varians på 0,0013 per år. Med parameterverdiene $\delta = 0,5\%$, $g = 1,5\%$ og standardavvik på 4% får vi et fradrag i diskonteringsrenten på 0,48% på grunn av usikkerhet. Dette gir

$$r_t^* = \delta + \gamma g_t - 0,5\gamma(1 + \gamma) \frac{\text{Var}(x_t)}{t} = 0,5 + 3,0 - 0,48 = 3,03\%.$$

Usikkerheten fører med andre ord til en reduksjon i diskonteringsrenten med ca 0,5 prosentpoeng. Om den rene tidspreferanseraten δ settes lik 0, blir diskonteringsrenten liggende i overkant av 2,5%.⁸

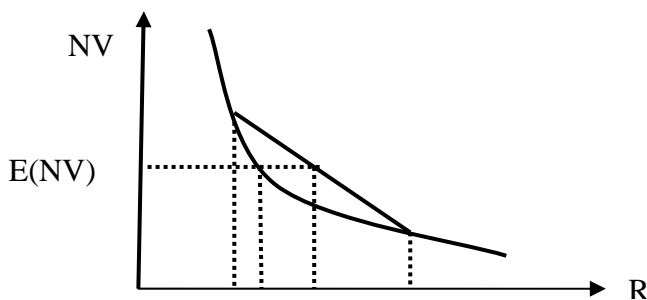
2.2.2 Rentebaserte diskonteringsrenter

Denne tilnærmingen tar utgangspunkt i diskonteringsrenten som finansiell alternativkostnad og har dermed samme utgangspunkt som kapitalverdimodellen. Når det gjelder

⁸ Flere fremtredende økonomer har påpekt at det i et langsiktig perspektiv over flere generasjoner er vanskelig å forsvare fra en moralsk synsvinkel at nytte for dagens befolkning skal tillegges større vekt enn nytte for befolkningen som kommer etter oss.

betydningen av usikkerhet, ser vi i første omgang på hvilken betydning usikkerhet omkring de finansielle alternativavkastningen har for alternativkostnaden for offentlige investeringer. Dette er analogt med CAPM-tilnærmingen der den makroøkonomiske usikkerheten antas representert ved usikkerheten knyttet til avkastningen på markedsporteføljen. Denne usikkerheten vedrører med andre ord alternativavkastningen men ikke prosjektoverskuddene som forutsettes gitt ved forventet verdi.

Viktig i denne sammenheng er det å notere seg at diskonteringsfaktoren er en fallende og konveks funksjon av diskonteringsrenten. Det følger da av konveksiteten at effektiv diskonteringsrente er lavere enn forventet rente. Dette anskueliggjøres i nedenstående figur.



På figuren kan renten anta to verdier, r_1 og r_2 , med forventningsverdi lik $E(r)$. Forventet nåverdi er på figuren angitt som $E(NV)$. Vi ser at den effektive renten som vil gi samme nåverdi, er gitt ved r_E som er lavere enn forventet rente. Det går også frem av figuren at forskjellen mellom forventet rente og effektiv rente er større jo større spredningen er mht til mulige renteutfall er. Dette kan også vises ved et numerisk eksempel. Anta at renten i det ene tilfellet kan være 3% eller 6% med lik sannsynlighet og i det andre tilfellet 1% eller 8% med lik sannsynlighet.

Når renten antar to verdier r_1 og r_2 med sannsynlighetene p_1 og p_2 , er effektiv rente r_E med en tidshorison lik t , gitt ved $e^{-tr_E} = p_1 e^{-tr_1} + p_2 e^{-tr_2}$ og r_E finnes ved å ta logaritmen til uttrykket på begge sider av likhetstegnet. Det gir $r_E = \frac{1}{t} \ln[p_1 e^{-tr_1} + p_2 e^{-tr_2}]$ Anvendt på dette eksemplet finner vi at effektiv rente etter ett år er gitt ved $r_E = -\ln(0,5e^{-0,03} + 0,5e^{-0,06})$ som gir 0,0449 som er litt lavere enn forventet rente 0,0450. Tilsvarende finner vi for rentescenariot 1% og 8% med lik sannsynlighet at effektiv rente r_E blir 0,0444, som viser at den effektive renten reduseres med spredningen av rentesatsene.

Denne egenskapen får større utslag jo lengre analysehorisonten er. Nedenfor ser vi på samme eksemplet i et 100-årsperspektiv

Tabell I

År	Rentescenario I		Rentescenario II		Rentescenario III	
	3% eller 6%		1% eller 8%		4,5%	
10	0,0438	64,53	0,0390	67,70	0,045	64,17
20	0,0428	42,49	0,0336	51,07	0,045	49,66
30	0,0417	28,62	0,0293	41,52	0,045	25,92
40	0,0407	19,85	0,0259	35,49	0,045	16,53
50	0,0398	13,67	0,0223	32,79	0,045	10,54
60	0,0390	9,63	0,0213	27,86	0,045	6,72
70	0,0382	6,90	0,0198	25,01	0,045	4,29
80	0,0376	4,94	0,0186	22,58	0,045	2,73
90	0,0371	3,55	0,0177	20,33	0,045	1,74
100	0,0364	2,63	0,0169	18,91	0,045	1,66

Første kolonne i hvert rentescenario viser tidsutviklingen for den effektive diskonteringsrenten, mens andre kolonne viser nåverdien av 100 kroner for ulik lengde på tidshorisonten. Vi ser at den effektive diskonteringsrenten er en fallende funksjon av analysehorisonten, og innen hvert scenario går den asymptotisk mot det laveste rentealternativet. Grunnen til det er at fra et visst tidspunkt av har diskonteringsfaktoren svarende til høyere renter blitt nær på nullet ut slik at en står igjen med nåverdien for det laveste rentealternativet. På svært lang sikt blir dermed den effektive renten tilnærmet lik det laveste rentealternativet.⁹

Eksemplet ovenfor er litt spesielt ved at den finansielle alternativavkastningen ikke bare er usikker, men i hvert rentescenario er usikkerheten den samme over tid. I hvert

⁹ Se Weitzman, M (1998), "Why the Far Distant Should be Discounted at its Lowest Possible Rate", *Journal of Environmental Economics and Management*, 36, 201 – 208.

scenario er det initialt usikkert om en får et høyt renteutfall. Men når en først har fått f.eks et lavt renteutfall, så forventes renten i hvert scenario å være lav for all fremtid. Dette kan oppfattes som om at rentene er perfekt korrelerte over tid. Hvis imidlertid høye renter i en periode i stedet hadde blitt etterfulgt av lavere renter i den påfølgende perioden eller vise versa, ville ikke renteusikkerhet hatt så stor betydning for effektiv rente og verdsetting. Usikkerheten får størst betydning hvis lave renter i en periode tenderer til å bli etterfulgt av lave renter i etterfølgende perioder, og omvendt. Dette innebærer med andre ord at det må være en viss persistens i renteutviklingen. Perfekt autokorrelasjon vil være en ekstrem variant av dette. Dette kan illustreres ved hjelp av en autoregressiv modell for renteutviklingen.

Vi antar at renten på tidspunkt t er gitt ved en første-ordens autoregressiv modell av formen

$$(vii) \quad r_t = c + a_t, \text{ der } a_t = pa_{t-1} + h_t$$

I (vii) er h identisk og uavhengig normalfordelt over tid med forventning lik null og varians lik σ_h^2 , og forventningsverdien til prosessen, c , er normalfordelt med forventning \bar{c} og varians σ_c^2 . Jo høyere σ_c^2 er, desto høyere er usikkerheten vedrørende forventningsverdien til renten. Jo nærmere p er 1 i tallverdi, desto mer persistent er den stokastiske renteutviklingen.

Det kan vises¹⁰ at den effektive renten r_t^e på tidspunkt 0 for diskontering av verdier som realiseres på tidspunkt t er gitt ved

$$(viii) \quad r_t^e = \bar{c} - t\sigma_c^2 - \sigma_h^2 f(p, t)$$

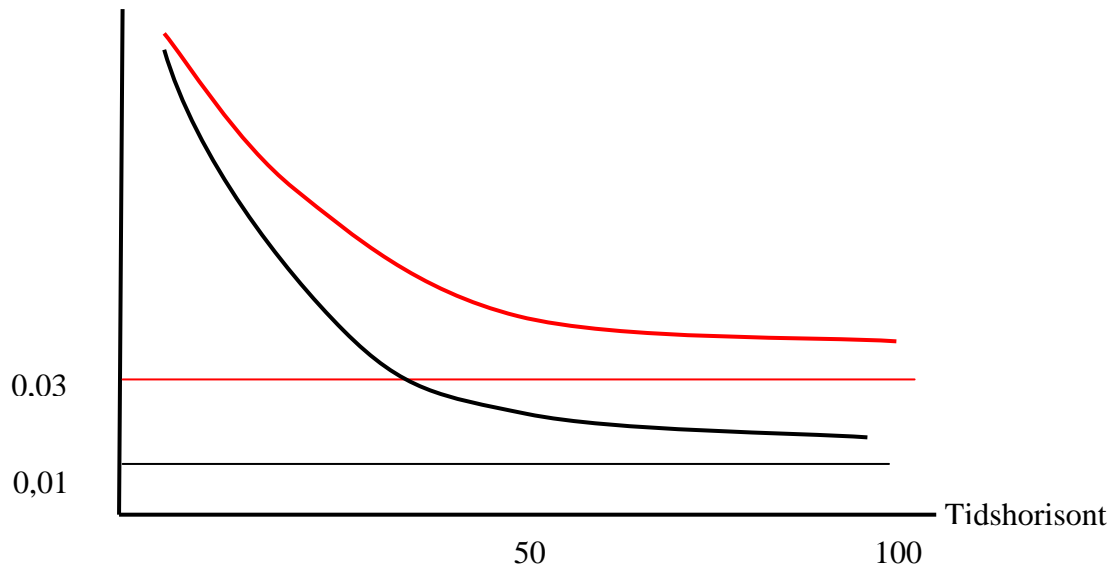
I (vii) er $f(p, t)$ en stigende funksjon i p og t . Vi ser at den effektive renten faller med usikkerheten målt ved variansene til c og h , (som vist i eksemplet ovenfor) og også med persistensen i renteutviklingen målt ved p .

I figuren nedenfor skisserer vi tidsutviklingen av den effektive renten i de to scenariene med renteusikkerhet der rentene i det ene scenarioet er 3% og 6% med lik sannsynlighet og i det andre scenarioet 1% og 8% med samme sannsynlighet. Forventet rente

¹⁰ Se Newell, R. og W. Pizer, "Discounting the Benefits of Climate Change Mitigation: How Much Do Uncertain Rates Increase Valuations?" *Journal of Environmental Economics and Management*, 2003, 46, 52-71.

er dermed 4,5% i begge scenarioet. Den røde kurven viser den effektive renten i scenarioet med minst usikkerhet.

Som en foreløpig konklusjon kan vi si at både ved konsumtilnærmingen og rentetilnærmingen til diskonteringsrenteproblemet fører vedvarende og økende usikkerhet med hensyn til henholdsvis konsumutviklingen eller utviklingen i finansielle alternativkostnader over tid til effektive diskonteringsrenter som faller med tidshorisontens lengde.



3. Nytte-kostnadsanalyse av prosjekter med usikker avkastning¹¹

3.1 Utleddning av diskonteringsrenter justert for prosjektspesifikk usikkerhet basert på nyttemaksimerende atferd

Dersom konsum benyttes som verdienhet (numeraire), vil den konsumbaserte renten være den relevante diskonteringsrenten. Vi antar at regnet pr capita, krever et investeringsprosjekt en investering lik b og gir i periode t et netto bidrag til konsum lik y_t pr krone investert. Nettobidraget y_t er generelt en stokastisk variabel som kan være korrelert med konsumet c_t på t . Nyten av dette investeringsprosjektet er gitt ved

¹¹Dette avsnittet bygger på Gollier, (2010), *Pricing of the future: The economics of discounting and sustainable development*. Upublisert manuskript.

$$(i) \quad W(b) = u(c_0 - b) + e^{-\delta t} E((c_t + by_t)), \text{ der } \delta \text{ er tidspreferansraten}$$

En marginal investeringen i dette prosjektet gir et positivt bidrag til økonomisk velferd pr capita hvis

$$-u'(c_0) + e^{-\delta t} E(u'(c_t) \cdot y_t) \geq 0 \text{ der } E(\cdot) \text{ står for forventningsverdien}$$

Denne lønnsomhetsbetingelsen kan omformes til

$$(ii) \quad NNV = -1 + e^{-\delta t} \frac{E(u'(c_t))}{u'(c_0)} \frac{E(u'(c_t)y_t)}{E(u'(c_t))} \geq 0 \text{ der NNV står for netto nåverdi.}$$

Vi kan notere oss at $e^{-\delta t} \frac{E(u'(c_t))}{u'(c_0)}$ er diskonteringsfaktoren under usikkerhet mht konsumet på tidspunkt t . (Se uttrykket (ii) i seksjon 3.1) Vi skriver denne diskonteringsfaktoren som $e^{-r_t t}$ der r_t er gjennomsnittlig diskonteringsrente for konsum på tidspunkt t . Vi kan da skrive lønnsomhetskriteriet som

$$NPV = -1 + e^{-r_t t} S_t \geq 0$$

$$\text{der } r_t = \delta - \frac{1}{t} \ln \frac{E(u'(c_t))}{u'(c_0)} \text{ og } S_t = \frac{E(u'(c_t)y_t)}{E(u'(c_t))}$$

Uttrykket for r_t for optimal diskonteringsrente for konsum når fremtidig konsum er usikkert. Uttrykket for S_t kan tolkes som investeringens sikkerhetsekvivalente netto bidrag til konsum pr capita på tidspunkt t .

Vi definerer den normaliserte grensenyttefunksjonen $h(c_t) \equiv \frac{u'(c_t)}{E(u'(c_t))}$ slik at $E(h(c_t)) = 1$.

Sikkerhetsekvivalenten kan da uttrykkes ved $S_t = Cov(y_t, h(c_t)) + E(y_t)$.

Vi kan merke oss at $h(c_t)$ er proporsjonal med grensenytten av konsum på tidspunkt t og er dermed en fallende funksjon av konsumet

Vi har da

$$(iii) \quad S_t \geq (<) E(y_t) \text{ for } Cov(y_t, h(c_t)) \geq (<) 0$$

Eller:

Den relevante prosjektrisikoen er gitt ved kovariansen mellom prosjektets bidrag til per capita konsumet på tidspunkt t og totalt konsum pr capita.

Prosjektets egenrisiko er antatt diversifisert bort i porteføljen til den representative konsumenten. I det tilfellet at prosjektoverskuddet er ukorrelert med pr capita konsumet, er sikkerhetsekvivalenten til prosjektoverskuddet lik forventet prosjektoverskudd. I offentlig økonomi blir dette resultatet referert til som Arrow & Linds teorem¹².

Videre er $S_t < (>) E(Y_t)$ for $Cov(y_t, c_t) > (<) 0$. Dette følger av at den normaliserte grensenyttefunksjonen $h(c_t)$ er en fallende funksjon av c_t . Dersom prosjektoverskuddet er negativt korrelert med pr capita-konsumet, vil det sikkerhetsekvivalente overskuddet være større enn forventet overskudd og prosjektet har da en sikringsfunksjon i forhold til verdiskapingen for øvrig. Om den denne korrelasjonen er positiv, bidrar prosjektet til økt samlet risikoeksponering som fører til en positiv risikopremie¹³ og lavere sikkerhetsekvivalent prosjektoverskudd¹⁴.

Eksempel: (Gollier 2010)

Anta at tidsutviklingen av $(\ln y_t, \ln c_t)$ følger banen for en geometrisk Brownsk bevegelse. Anta videre at $u'(c) = c^{-\gamma}$, der tallverdien av γ er målet på den relative risikoaversjonen (grensenytteelastisiteten). Vi tenker oss at vi har et prosjekt med en risikoprofil som er identisk med den makroøkonomiske risikoen knyttet til GDP per capita. Det betyr at når c_t øker med 1%, vil også y_t øke med 1%. I dette spesielle tilfellet kan det vises at risikotillegget i diskonteringsrenten blir $\gamma\sigma_c^2$. Som referert på side 12, er σ_c estimert på amerikanske data til 3,6%. For $\gamma = 2$ utgjør det prosjektrelaterte risikotillegget i diskonteringsrenten 0,26 prosentpoeng og 0,19 prosentpoeng for $\gamma = 1,5$. Vi tar utgangspunkt i formelen (iv) på side 13 for diskonteringsrenten under usikkerhet gitt ved

¹² Arrow & Lind (1970), op. cit.

¹³ Risikopremien er differansen mellom forventet overskudd og sikkerhetsekvivalent overskudd.

¹⁴ Dette er parallelt med betydningen av systematisk risiko i CAPM-modellen

$r_t^* = \delta + \gamma g - 0,5\gamma(1 + \gamma) \frac{\text{Var}(x_t)}{t}$ der $\text{Var}(x_t)$ er variansen til konsumveksten på tidspunkt t og

vi har brukt at $tg = \ln(E(c_t / c_0)) = \mu_t + 0,5\sigma^2$ der g er gjennomsnittlig konsumvekst pr år. Med parameterverdiene $\delta = 0,5\%$, $g = 1,5\%$, $\gamma = 2$, $\text{Var}(x_t) = 4\%$, blir avkastningskravet for et gjennomsnittsprosjekt $(0,5 + 3,0 - 0,48 + 0,26)\% = 3,26\%$.

Vi tar utgangspunkt i den risikjusterte diskonteringsrenten som følger av kapitalverdimodellen

$$(i) \bar{r} = r_f + \beta(r_M - r_f) = (1 - \beta)r_f + \beta r_M$$

I (i) er \bar{r} og r_f henholdsvis det risikjusterte avkastningskravet og den risikofrie renten, r_M er den usikre avkastningen på nasjonalformuen og β er prosjektets beta-verdi som viser samvariasjonen mellom prosjektets stokastiske avkastning og avkastningen på totalkapitalen. Avkastningen på en krone investert kan fra (i) anses som sammensatt av to komponenter der en komponent kan betraktes som om en andel $1 - \beta$ hadde blitt investert til en sikker avkastning r_f og en andel β hadde blitt investert i markedsporteføljen til en usikker avkastning r_M .

Vi antar at prosjektet er et irreversibelt infrastrukturprosjekt og at dets output pr krone investert kan dekomponeres som i (i). Siden den samfunnsøkonomiske lønnsomheten av en investering med utgangspunkt i nytte-kostnad analyse er gitt ved dens netto nåverdi, vil den relevante betaen i denne sammenhengen være bestemt ved samvariasjonen mellom nåverdien av investeringens netto samfunnsøkonomiske overskudd og nåverdien av den verdiskapingen nasjonalformuen totalt gir grunnlag for. Dette er i motsetning til kapitalverdimodellen der beta uttrykker samvariasjonen mellom avkastningsrater¹⁵.

Nåverdien av en krone generert på tidspunkt t er da gitt ved summen av nåverdien av hver komponent i (ii). Den prosjektspesifikk effektive diskonteringsrenten \bar{r} blir dermed bestemt ved dens beta-verdi som gitt i (ii).

¹⁵ Jf Weitzman, M. L, 2007, "A Review of the *Stern Review on the Economics of Climate Change*, *Journal of Economic Literature*, Vol XLV, No 3, 703-725.

$$(ii) \frac{1}{(1+\bar{r})^t} = \frac{1-\beta}{(1+r^f)^t} + \frac{\beta}{(1+r^e)^t}$$

Den prosjektspesifikke effektive renten blir dermed som i kapitalverdimodellen bestemt av den sikre renten, den gjennomsnittlige avkastningen på nasjonalformuen og investeringens beta-verdi. Forskjellen er imidlertid at beta-verdien uttrykker korrelasjon mellom prosjektets nåverdi og nasjonalformuens nåverdi, og ikke mellom diskonteringsrenter. Generelt vil en imidlertid vente at beta-verdien for et gitt prosjekt vil endres over prosjektets levetid. Men for enkelhets skyld antar vi at beta-verdiene er stasjonære.

For beta lik 1 er den prosjektspesifikke diskonteringsrenten lik r_M som er avkastningen på totalkapitalen i samfunnet, mens den ved beta lik null er lik den risikofrie renten. I sistnevnte tilfelle har prosjektet ingen innvirkning på risikoen knyttet til samlet verdiskaping i samfunnet gitt ved nåverdien av samfunnets totale investeringsportefølje.

For $\beta > 0$ vil den effektive diskonteringsrenten ligge mellom den risikofrie renten og renten inklusive risikopremien knyttet til avkastningen på totalporteføljen. Formelt er den effektive prosjektspesifikke diskonteringsfaktoren gitt ved en konveks kombinasjon mellom to diskonteringsfaktorer; en basert på den risikofrie renten og en basert på avkastningsraten til totalformuen. Vi ser at når t vokser, vil nåverdien av leddet med den høyeste diskonteringsrenten, r_M , gå raskere mot null enn leddet diskontert med den risikofrie renten. Det betyr at den effektive risikojusterte prosjektspesifikke renten \bar{r} nærmer seg den risikofrie r_f når tidshorisonen blir tilstrekkelig lang. Dette innebærer at den effektive prosjektspesifikke diskonteringsrenten vil være fallende over tid og gå asymptotisk mot den sikre renten.

Vi illustrerer dette ved et eksempel. Regneteknisk blir det enklest å gjøre dette med tidskontinuerlig forrentning. Nåverdien av en krone diskontert i kontinuerlig tid er nå gitt ved

$$(iii) \exp(-\bar{r}t) = (1-\beta)\exp(-r_f t) + \beta\exp(-r_M t), \text{ der } \exp(-r) \text{ er eksponentialfunksjonen } e^{-r}.$$

Den effektive prosjektspesifikke renten er da gitt ved

$$(iv) \bar{r}_t = -\frac{\ln\{(1-\beta)\exp(-r_f t) + \beta\exp(-r_M t)\}}{t}$$

Beta-verdien viser samvariasjonen mellom prosjektavkastningen og avkastningen på totalkapitalen regnet i nåverdier. Med utgangspunkt i børsporteføljen er r_M avkastning på egenkapitalen. Egenkapital-betaen for børsporteføljen er definisjonsmessig lik 1. Gjennomsnittlig effektiv egenkapitalandel av børsnoterte selskap setter vil til ca 0,5. Beta-verdien for avkastningen på totalkapitalen blir følgelig også 0,5. Videre antar vi at $r_f = 0,02$, og at reell samlet gjennomsnittlig avkastning på totalkapitalen er 0,06. Det impliserer en risikopremie på 4%¹⁶. Ut fra den tidsinvariante kapitalverdimodellen gir dette et avkastningskrav på om lag 4%. Det er imidlertid grunn til å anta at et gjennomsnittlig offentlig prosjekt er noe mindre risikofyllt enn et gjennomsnittsprosjekt på børsen. Vi setter derfor gjennomsnittlig beta-verdi for et offentlig prosjekt lik 0,4.

Når tidsperspektivet trekkes inn, er det diskonteringsfaktoren for prosjektet som må settes lik den diskonteringsfaktoren som markedet benytter i lønnsomhetsanalyser av prosjekter med tilsvarende risiko. Vi benytter derfor beta-verdier basert på avkastningen til totalporteføljen.

For ovennevnte eksempel finner da gjennomsnittlig diskonteringsrente fra formelen

$$\bar{r}_t = -\ln \frac{0,6e^{-r_f t} + 0,4e^{-r_M t}}{t}$$

Nedenfor er i tabell II er det beregnet gjennomsnittlige diskonteringsrenter for hvert 10 års intervall 100 år frem i tid når totalkapitalens avkastning r_M er lik henholdsvis 6% og 7,5%; noe som i henhold til kapitalverdimodellen tilsvarer en risikopremie på hhv 4% og 5,5% og risikojusterte avkastningskrav på hhv 4,2% og 3,6%. For de to rentebanene har vi beregnet nåverdien av 1 krone hvert 10. år og sammenlignet dette med nåverdier etter dagens praksis med eksponentiell diskontering og beregnet med en konstant diskonteringsrente på 4%. Vi har også sett på forholdet mellom nåverdiene ved en fallende rentekurve basert på en initialrente på 4% og nåverdiene med eksponentiell diskontering med 4% som diskonteringsrente.

Ved å sammenligne alternativ B med C, ser vi at forskjellene i nåverdier blir først betydelig for prosjekter med en analysehorisont som er lengre enn 20 år. Etter 30 år blir forskjellene mer enn 30%.

¹⁶ Se Veileder i Samfunnsøkonomiske Analyser, Finansdepartementet, 2005.

Tabell II

Tid	r = 7,5%		r = 6%		$r^e = 4\%$ (eksponensiell)	
	\bar{r}_t	Nåverdi: $\exp(-\bar{r}_t t)$	\bar{r}_t	Nåverdi: $\exp(-\bar{r}_t t)$	Nåverdi: $(\exp-0,04t)$	
	A		B		C	B/C
1	4,17%	0,9592	3,58%	0,9648	0,9608	1,004
10	3,85%	0,6850	3,42%	0,7103	0,6703	1,060
20	3,55%	0,4916	3,24%	0,5066	0,4493	1,128
30	3,30%	0,3716	3,09%	0,3957	0,3012	1,314
40	3,10%	0,2894	2,96%	0,3061	0,2019	1,516
50	2,94%	0,2300	2,85%	0,2405	0,1353	1,778
60	2,80%	0,1864	2,75%	0,1920	0,0907	2,117
70	2,70%	0,1511	2,67%	0,1543	0,0608	2,538
80	2,63%	0,1220	2,61%	0,1239	0,0408	3,037
90	2,56%	0,1000	2,55%	0,1008	0,0273	3,692
100	2,50%	0,0821	2,49%	0,0829	0,0183	4,530

4. Oppsummering om valg av diskonteringsrente

Dagens praksis for prising av risiko i nytte-kostnad analyser bygger på en analogi med prising av risiko i finansmarkedet. Det risikojusterte avkastningskravet bestemmes ut fra risikopremien for prosjekter med sammenlignbar risiko som omsettes i finansmarkedet og der markedsverdier og risikopremier utledes på grunnlag av kapitalverdimodellen. Like risikojusterte avkastningskrav i hver risikoklasse på tvers av sektorer og prosjekter blir ansett som en nødvendig betingelse for at lønnsomme offentlige investeringer skal bidra til størst mulig risikojustert avkastning på samfunnets investeringsportefølje. Dette synspunktet har vært styrende for gjeldende retningslinjer for nytte-kostnadsanalyse av offentlige prosjekter i Norge.

Det kan gjøres flere innvendinger mot kapitalverdimodellen som grunnlag for utledning av avkastningskrav for langsiktige investeringer. For det første er kapitalverdimodellen statisk og derfor dårlig egnet til å forklare verdiutvikling over tid. For det andre har mange av finansobjektene som handles i verdipapirmarkedene, forholdsvis kort løpetid i forhold til levetiden til mange langsiktige infrastrukturprosjekter og vil derfor ha dårlig utsagnskraft når det gjelder langsiktige avkastningskrav. Videre er tilpasningen i kapitalverdimodellen basert på maksimering av markedsverdier. En samfunnsøkonomisk lønnsomhetsanalyse tar derimot sikte på maksimering av netto nytte basert på nytte-kostnadsanalyse. En investering fører i den sammenheng til et økonomisk offer i form av tilbakeholdt konsum på investeringstidspunktet, mens avkastningen innkasseres i form av økte konsum senere. Som påpekt av Weitzman (2007, *op. cit.*), vil den relevante beta i dette tilfelle være en investerings-beta som viser korrelasjonen mellom diskonteringsfaktorer i motsetning til mellom diskonteringsrenter som tilfellet er i kapitalverdimodellen. I en slik sammenheng vil beta-verdien avhenge av hvordan diskonteringsfaktoren basert på den effektive diskonteringsrenten for prosjektet er relatert til henholdsvis diskonteringsfaktoren basert på den risikofri renten og diskonteringsfaktoren basert på kapitalavkastningsraten i totaløkonomien. Det følger da av egenskapene ved diskontering at den effektive (sikkerhetsekvivalente) diskonteringsrenten vil falle over tid. Dette står i kontrast til geometrisk (eksponensiell) diskontering over tid basert på en tidsuavhengig diskonteringsrente utledet på grunnlag av kapitalverdimodellen.

5. Restverdier

5.1 Prinsipielt om økonomisk depresiering og restverdier

Restverdier oppstår når analysehorisonten er kortere enn prosjektets økonomiske levetid. I de tilfelle investeringen har en markedsverdi i et andrehåndsmarked, vil denne være det naturlige uttrykk for restverdien. Markedsverdien utgjør i dette tilfellet den kapitalen som er bundet i prosjektet ved analysehorisonten, og som eventuelt kan frigjøres ved å legge det ned. I et perfekt andrehåndsmarked vil restverdien av prosjektet, slik eventuelle kjøpere vurderer det, være lik nåverdien av dets antatte fremtidige inntjening inntil det tidspunkt der fortsatt drift ikke lenger vil være lønnsom. Som regel vil det likevel være slik at verdien av virksomheten som "et going concern" er større enn dets "slakteverdi". Denne merverdien ved

fortsatt drift kan skyldes positiv komplementaritet mellom de ulike tjenestene som prosjektets ulike aktiva genererer.

Når det gjelder irreversible investeringer i offentlig infrastruktur, er andrehåndsmarkeder stort sett fraværende, slik at det ikke vil være mulig å gjenvinne investeringen i infrastrukturen ved realisasjon. Det vil derfor ikke være noe brukmarked å støtte seg til for anslag på restverdien på et bestemt tidspunkt. Investeringen har bare restverdi gjennom den tjenesteproduksjonen som infrastrukturen understøtter. Med dette som utgangspunkt må restverdien av et operativt prosjekt baseres på et fremadskuende vurderingsprinsipp. Dette betyr at restverdien vil være lik nåverdien av prosjektets fremtidige bidrag til netto nytte, korrigert for vedlikeholdsutgifter og nødvendige tilleggsinvesteringer for å opprettholde tjenestekvaliteten og funksjonaliteten til prosjektet.

Den logiske konsekvensen av dette er at restverdien må baseres på neddiskontert verdi av prosjektets netto ytelser innenfor dets økonomiske levetid. Av den grunn er ikke restverdiproblemet i seg selv en egen problemstilling, men er en integrert del av nytte-kostnad analysen. Problemet faller bort dersom analysehorisonten settes lik prosjektets økonomiske levetid. Det kan imidlertid herske betydelig usikkerhet omkring prosjektets økonomiske rammebetingelser og ytelser langt frem i tid. Men dette må i så fall reflekteres i estimatet på restverdien. Dette problemet løses ikke ved restverdier basert på en sjablongmessig nedskrivning av investeringen. Restverdiproblemer i et nytte-kostnad perspektiv aktualiseres først og fremst på grunn av behov for verdiansettelser ved eiendomsoverdragelser. For offentlige investeringer i infrastruktur har dette inntil nå ikke vært en aktuell problemstilling.

Det samfunnsøkonomiske verdifallet av en investering kan betraktes som en økonomisk depresiering av nåverdien av dens fremtidige netto nyttepotensial etter hvert som restlevetiden til prosjektet reduseres. Det akkumulerte verdifallet vil da være den korrekte nedskrivningen av investeringens samfunnsøkonomiske verdi ved analysehorisonten. Det vil som påpekt, kreve et estimat for nåverdien av prosjektets verdiskaping over hele levetiden, slik at en korrekt stipulert restverdi ikke vil representere noen enkel omgåelse av dette mer fundamentale verdiansettelsesproblemet.

I praksis blir det likevel benyttet enklere metoder for estimering av restverdier. I noen sammenhenger eksisterer det andrehåndsmarkeder, og da kan salgsverdien tjene som restverdi. Det vil for eksempel være tilfelle for politiets bilpark eller bussparken i et offentlig

transportselskap. Men dette vil ikke være tilfelle for et jernbanespor eller et veiprojekt. Her vil restverdien være fremtidig bruksverdi. I de nevnte tilfeller vil det for så vidt kunne etableres et andrehåndsmarked dersom eieren av infrastrukturen fritt kunne innkassere deler av bruksverdien gjennom bruksavgifter. Men den kommersielle verdien vil være lavere enn den samfunnsøkonomiske når den kommersielle eieren ikke kan innkassere hele trafikantoverskuddet. Her ser en at restverdien vil være avhengig av hvilke restriksjoner som legges på finansieringen og bruken av infrastrukturen.

Når det gjelder infrastruktur innenfor samferdsel vil det normalt være viktig å sikre at bruks- og trafikksikkerheten blir opprettholdt over hele prosjektets levetid. Her vil da den funksjonelle depresieringen som skyldes slit og elde motsvares av nødvendige supplerende investeringer for å opprettholde funksjonaliteten og sikkerheten. Det gjelder infrastruktur knyttet til vei- og togtrafikk, fly og sjøverts trafikk. Det vil på disse områdene være et krav om at den funksjonelle verdien av kapitalen skal være intakt over hele prosjektets økonomiske levetid. Depresieringen vil dermed bli bestemt av tidsutviklingen over restlevetiden av nåverdien av operatør- og trafikantoverskudd fratrukket nåverdien av driftsutgifter og nødvendige erstatningsinvesteringer.

5.2 Vurdering av samferdselsetatenes praksis når det gjelder verdiansettelse og bruk av restverdier i nytte-kostnadsanalysen

Det følger av foranstående at det er ingen økonomisk sammenheng mellom den initiale investeringen i transportinfrastruktur og prosjektets gjenværende restverdi på et vilkårlig tidspunkt. Det er særlig to forhold som er viktige i den sammenheng. Det ene er investeringens irreversibilitet som fører til at den isolert sett ikke vil ha noen restverdi i markedet. Det andre er den tette koblingen mellom infrastrukturen og selve transporttjenesten. Et jernbanespor er verdiløst uten skinnegående trafikk, og vise versa. En flyplass er tilnærmet verdiløs uten flytrafikk, osv. Vi kan se det slik at det er perfekt komplementaritet mellom infrastruktur og infrastrukturbaserte transporttjenester. Det gir derfor liten mening å verdsette infrastrukturen isolert. Det som gjør infrastrukturen verdifull, er de transporttjenestene som den gir opphav til. Investeringer i infrastruktur og tilhørende tjenesteproduksjon må derfor vurderes som en helhet. Når det gjelder for eksempel jernbane, er det ikke substitusjonsmuligheter på infrastrukturensiden. Når det gjelder trafikk-tjenestene er det derimot substitusjonsmuligheter på etterspørselssiden, f.eks i valget mellom jernbanereiser og

flyreiser. Denne muligheten for tjenestesubstitusjon har betydning for den relative verdsettingen av trafikkjenestene.

Dagens praksis er lineær nedskrivning av initialinvesteringen slik at dersom antatt levetid er T_L år og analysehorisonten T_H år, vil restverdien gitt som andel av den initiale investeringen på tidspunkt t være lik $(T_L - T_H)/T_L$. Hvis for eksempel $T_L = 40$ år, $T_H = 25$ år, vil stipulert restverdi av investeringen ved analysehorisonten etter dagens praksis være $3/8$. Men dersom investeringen virkelig er irreversibel (såkalt "sunk kost"), blir dette egentlig meningsløst siden infrastrukturen isolert sett ikke har noen egenverdi for samfunnet når de investerte kostnadene ikke kan gjenvinnes. Det som gir investeringsprosjektet verdi, er netto inntjening ved fortsatt drift som i dette tilfelle er 15 år. Restverdien etter 25 år vil da være nåverdien av den netto nytte som investeringen genererer over den gjenværende levetid. Å basere restverdien på en bestemt andel av investeringen løsrevet fra verdien av de fremtidige tjenestene blir derfor nokså meningsløst siden investeringen ikke har noen egenverdi. Hvis dette skulle være en riktig verdiansettelse, måtte det være slik at nåverdien av de gjenværende transporttjenestene var lik $3/8$ av prosjektinvesteringen. Men det ville i så fall være en ren tilfeldighet. Alternativverdien av infrastrukturen etter at investeringen er foretatt, er tilnærmet lik null¹⁷. Det impliserer at selv om investeringen var ulønnsom ex ante, kan fortsatt drift være lønnsom ex post.

Det følger av diskusjonen foran at det vil være kunstig med et skille mellom tidshorisonten for lønnsomhetsanalysen og levetiden til prosjektet. Bokføringsmessige avskrivninger av ikke gjenvinnbare investeringer ville bare kunne ha noe for seg hvis en hadde behov for å periodisere verdiskapingen fra prosjektet, for eksempel ut fra hensynet til skattemyndigheter og aksjonærer for private bedrifter. I en samfunnsøkonomisk lønnsomhetsanalyse er slike hensyn fraværende. Nåverdikalkyler forutsetter at nytte og kostnader så langt som mulig bør bygge på et kontantprinsipp, dvs at de tas inn i analysen på det tidspunkt de inntreffer. Det betyr spesielt at investeringen føres som en negativ post på utgiftstidspunktet og restverdien eventuelt på realisasjonstidspunktet. Hvis den ikke har noen realisasjonsverdi, men like fullt føres opp som en restverdi ved analysehorisonten, bør den være en "proxy" for netto nåverdi av investeringens gjenværende samfunnsøkonomiske verdiskaping.

¹⁷ Vi ser her bort fra at jernbaneskinnene kan ha en realisasjonsverdi og at jernbanetrasén kan benyttes til andre formål. Dersom traseen skal tilbakeføres til naturlig tilstand (greenfield) vil alternativverdien være negativ.

Når restverdi baseres på lineær nedskrivning av investeringen inntil analysetidspunktet, vil valg av analysetidspunkt i seg selv kunne influere på den kalkulerede lønnsomheten. Med utgangspunkt i eksemplet foran med en økonomisk levetid på 40 år og en analysehorisont på 25 år, kan vi anta initialinvesteringen er 4 mrd slik at årlig nedskrivning er 100 mill og nedskrevet verdi ved analysehorisonten 1,5 mrd. La oss anta at netto nytte det 25. året var 80 mill. Ved å redusere analysetidspunktet til utgangen av det 24. året ville prosjektet ha fremstått som mer lønnsomt. Dette innses ved at en hadde tapt netto nytte i det 25. året lik 80 mill., men til gjengjeld fått en økning i restverdien med 100 mill. Om prosjektet hadde produsert en netto nytte som var større enn 100 mill, ville netto nåverdi ha økt ved å forlenge analysehorisonten med ett år. Dette vil kunne ha betydning for prosjektenes kalkulerede lønnsomhet og for prioriteringen mellom gjensidig utelukkende prosjekter.

6. Oppsummering om valg av analysehorisont og restverdiproblemet

Vi antar at investeringen er irreversible slik at investeringskostnadene ikke kan, eller i begrenset grad kan, gjenvinnes ved realisering av prosjektets aktiva. Dersom analysehorisonten er kortere enn prosjektets økonomiske levetid, bør restverdien være basert på et estimat for nåverdien av prosjektets netto nytte frem til prosjekthorisonten. Det kan generelt virke kunstig å operere med en analyseperioden som er kortere enn levetiden. En grunn til at et slikt skille kan ha noe for seg, er at en har bedre informasjon om prosjektets nytte- og kostnadssiden i de første 25 år enn senere i prosjektlivsløpet. Det gjelder særlig for spesielt langsiktige prosjekter. En kan da gjøre alternative anslag for de viktigste lønnsomhetsparametrene over restlevetiden, og undersøke hvor følsom prosjektets lønnsomhet er mht til alternative antagelser for på denne måten å avdekke hvilke faktorer som er mest kritisk. Disse kan da gjøres til gjenstand for mer inngående prognoser.

6.1 Noen spesifikke problemstillinger

- Hva bør analyseperioden være for et prosjekt med flere elementer med ulik levetid?
 - Noen prosjekter kan være slik at de har flere elementer med forskjellig levetid (eksempelvis tunnel, veg og bro, jernbane). Analyseperioden bør prinsipalt være lik eller tilnærmet lik et felles multiplum av levetidene. Hvis analyseperioden er lik felles levetid, vil nytte-kostnad elementene være i form av en tidsserie av inntekts- og nyttekomponenter datert etter

kontantprinsippet. Hvis det er hensiktsmessig å operere med en restverdi, bør restlevetiden tilpasses slik at den utgjør et felles multiplum av levetiden for gjenstående suppleringsinvesteringer.

- Bør det være forskjell mellom levetid og analyseperiode?
 - Analyseperioden bør være sammenfallende med levetiden for prosjektet. Det gjelder i særlig grad for investeringer i infrastruktur innenfor samferdsel. Her vil det normalt være krav om at både funksjonsdyktighet og sikkerhet blir opprettholdt over hele prosjektets levetid. Usikkerheten om fremtidige kostnader og nytteelementer vil imidlertid kunne øke med tidshorizonten. Men dette problemet løses ikke ved en analysehorisont som er betydelig kortere enn levetiden, da dette fører til et restverdiproblem. Et velbegrunnet anslag for restverdien vil uansett kreve en nytte-kostnad betraktning for netto nåverdi av den gjenværende levetiden for prosjektet.

- Hvordan lage prognoser for prosjektets levetid (utover perioden på 25 år)?
 - Her gjelder det å identifisere de viktigste lønnsomhetsgenererende faktorer bak prosjektets lønnsomhet, og så foreta fremskrivninger av disse. Dette kan for eksempel gjøres i form av scenarioanalyser der forventet restverdi vil framkomme ved å postulere sannsynligheter for de ulike scenarioene. Usikkerhet om fremtiden kan også håndteres ved en sjablongmessig nedjustering av forventet fremtidig nytte og oppjustering av forventet fremtidig kostnad.

- Hvorfor er det bedre med anslag for fremtidig lønnsomhet basert på grove anslag over fremtidig nytte, fremfor sjablongmessig nedskrivning av investeringene?
 - Det som skaper samfunnsøkonomisk lønnsomhet knyttet til restlevetiden for et infrastrukturprosjekt, er at det eksisterer fremtidig behov og betalingsvillighet for tjenester som prosjektet genererer, og som dekker de driftsavhengige kostnader som er nødvendige for å ”serve” dette behovet. Dersom investeringen er fullstendig irreversibel slik at den ikke kan gjenvinnes, er investeringskostnaden ”sunk” og uten betydning for prosjektets lønnsomhet når det først er etablert. Initialinvesteringen har i slike tilfelle bare betydning for lønnsomheten av å investere i prosjektet (ex ante), men har ingen betydning for lønnsomheten av fortsatt drift (ex post). Lønnsomheten av fortsatt drift er det som bestemmer restverdien av prosjektet etter at det er etablert. Dette kan bare avgjøres på grunnlag av en fremadskuende betraktning av lønnsomheten over dets restlevetid.

Appendiks

Vi har

$$(i) \quad -u'(c_0) + e^{-\delta t} e^{rt} E[u'(c_t)] = 0$$

Ved omorganisering av leddene og etter å ha tatt logaritmen får vi

$$(ii) \quad r = \delta - \frac{1}{t} \ln \frac{E[u'(c_t)]}{u'(c_0)}$$

Videre har vi

$$(iii) \quad E[e^{-\gamma x}] = e^{-\gamma(\mu - 0,5\gamma\sigma^2)} \text{ for } x \text{ normalfordelt med forventning } \gamma \text{ og standardavvik } \sigma.$$

Med en relativ avkastning pr år lik x har vi at $c_t = c_0 e^{tx}$

Med $u'(c) = c^{-\gamma}$ har vi at

$$\frac{E[u'(c_t)]}{u'(c_0)} = \frac{c_0^{-\gamma} E[e^{-\gamma x_t}]}{c_0^{-\gamma}} = E[e^{-\gamma x_t}] = e^{-\gamma[\mu_t - 0,5\gamma\sigma_t^2]} \text{ slik at } \ln \frac{E[u'(c_t)]}{u'(c_0)} = -\gamma\mu_t + 0,5\gamma^2\sigma_t^2$$

Innsetting i (ii) gir

$$(iv) \quad r = \delta - \frac{1}{t} (\gamma\mu_t - 0,5\gamma^2\sigma_t^2)$$

La g_t stå for forventet total konsumvekst fra tidspunkt 0 frem til t .

$$\text{Vi har da } g_t = E[\ln(c_t/c_0)] = E[\ln e^{x_t}] = \mu_t + 0,5\sigma_t^2$$

Vi lar \bar{g}_t representere gjennomsnittlig forventet konsumvekst frem til t . Vi har da

$$\mu_t = t\bar{g}_t - 0,5\sigma_t^2 \text{ og ved innsetting i (iv) får vi}$$

$$(v) \quad \bar{r}_t = \delta + \gamma\bar{g}_t - \frac{1}{t} [0,5\gamma(1 + \gamma^2)\sigma_t^2]$$

I (v) er \bar{r}_t effektiv eller sikkerhetsekvivalent diskonteringsrente for konsum på tidspunkt t .