

Investeringsstrategier for livsforsikring

*Under antagelsen om verdiutvikling som en geometrisk brownsk
bevegelse med og uten hopp*

Henrik Johannes Bjurstrøm Jahren

Veileder: Professor Svein-Arne Persson

Selvstendig arbeid innen masterstudiet i økonomi og administrasjon,
hovedprofil finansiell økonomi

NORGES HANDELSHØYSKOLE

Denne utredningen er gjennomført som et ledd i masterstudiet i økonomisk-administrative fag ved Norges Handelshøyskole og godkjent som sådan. Godkjenningen innebærer ikke at høyskolen inntår for de metoder som er anvendt, de resultater som er fremkommet eller de konklusjoner som er trukket i arbeidet.

Sammendrag

Denne masterutredningen ser nærmere på de mest brukte porteføljestrategiene til livsforsikringsselskap (Fixed Mix, Buy and Hold, Constant Proportion Portfolio Insurance og Option Based Portfolio Insurance). Prisprosessen som ligger til grunn for verdiutviklingen av den risikable aktivaklassen¹ er geometrisk brownsk bevegelse, med og uten hopp.

Resultatene viser at en modell med geometrisk brownsk bevegelse med hopp gir en fordeling som ligner på faktisk aksjeavkastning observert i tidsserier. Modellen gir positiv kurtose og negativ skjevfordeling sammenlignet med normalfordelingen. Siden begge prisprosessene hadde lik forventet avkastning og volatilitet, var ikke forskjellene i avkastningen til de ulike investeringsstrategiene store.

De to prisprosessene ga ulike Value at Risk-estimat, noe som viste seg å være signifikant over mange simuleringer. En modell som inkluderer negative hopp, ga lavere estimat for risikoen i porteføljen. Dette betyr at man kan øke andelen i risikable aktiva og ha like høye risikoestimat sammenliknet med en modell som gir normalfordelt daglig avkastning. Forklaringen er mest sannsynlig at den empiriske volatiliteten ble høyere i simuleringen uten hopp

¹ I denne utredningen er den risikable aktivaklassen aksjer.

Forord

Denne oppgaven er skrevet i løpet av en fin tid hos Risikostyring og allokering i KLP. Livsforsikring var en bransje jeg kunne lite om da jeg startet arbeidet med utredningen. Problemstillingene bransjen står overfor er mange og omfattende. Det har derfor vært en utfordring å avgrense oppgaven, og samtidig å lage en utredning med basis i reelle problemstillinger bransjen må forholde seg til og kan ha nytte av. Prosessen har vært tidkrevende, lærerik og spennende. Simuleringsmodellen brukt i oppgaven er laget i Excel og kodet i VBA, mens MATLAB er brukt til å analysere resultatene.

Først vil jeg takke min veileder ved Norges Handelshøyskole Svein-Arne Persson for veiledning og gode råd.

Jeg ønsker å rette en spesiell takk til Anne Kristine Skappel og andre ved KLP som har bidratt med konstruktive innspill.

Avslutningsvis vil jeg takke mine foreldre for støtte gjennom studietiden.

Dersom noen andre skulle ønske å gjøre en lignende studie, eller har spørsmål til utredningen min er de hjertelig velkommen til å ta kontakt.

Oslo, juni 2010

Henrik Johannes Bjurstrøm Jahren

Innholdsfortegnelse

Innhold

Sammendrag	2
Forord	3
1 Innledning	6
1.1 Bakgrunn for oppgaven.	6
1.2 Presentasjon av problemstillingen.....	8
1.3 Avgrensning av oppgaven.	9
2 Reguleringen av kapitalforvaltningen i livsforsikringsselskaper	10
2.1 Ytelsesbasert tjenstepensjon og innskuddspensjon.....	10
2.2 Garantert minsteavkastning	12
2.3 Overskuddsdeling	13
2.4 Bufferkapital.....	15
2.4.1 Tilleggsavsetninger.....	16
2.4.2 Kursreguleringsfond (kollektivporteføljen).....	16
2.4.3 Egenkapital.....	16
2.4.4 Ansvarlig lån	17
2.5 Flytterett	17
3 Finansdepartementets begrunnelse for regulering av livsforsikring	18
3.1 Representasjonshypotesen og tilfredsstillende soliditet	19
3.2 Skattefordeler	20
3.3 Effektiv konkurranse, kundevern og flytterett.....	20
4 Utfordringen til livsforsikringsselskap vs. pensjonskasser	21
4.1 Strategisk og taktisk forvaltning.....	22
5 Teori	24
5.1 Investeringsstrategier.....	24
5.1.1 Fixed Mix (FM).....	26
5.1.2 Buy and Hold (BaH).....	27
5.1.3 Constant Proportion Portfolio Insurance (CPPI)	29
5.1.4 Option based portfolio insurance (OBPI)	31
5.1.5 Kort oppsummering.....	33

5.2	Poisson-begivenhet.....	34
5.3	Value at Risk (VaR)	34
6	Teoretisk rammeverk.....	36
6.1	Valg av modell	36
6.2	Brudd på kriteriene i en Black & Scholes verden	38
6.3	Kalibrering av modellen	40
6.3.1	Kalibrering av diffusjonsprosessen	42
6.3.2	Kalibrering av hopp-prosessen	43
6.3.3	Antagelser gjort i simuleringene av de ulike strategiene.....	44
6.4	Alternative modeller.....	47
7	Simuleringer og resultater	49
7.1	Diffusjonsprosess uten hopp.....	50
7.1.1	Avkastning.....	52
7.1.2	Aksjeeksponering	53
7.1.3	Value at Risk (VaR)	54
7.2	Diffusjonsprosess med hopp.....	55
7.2.1	Avkastning.....	57
7.2.2	Aksjeeksponering	57
7.2.3	Value at Risk (VaR)	58
7.3	Porteføljesikringsstrategiene testet mot finansavkastning i 2008.....	59
7.4	Videre testing av Value at Risk estimatene	60
8	Oppsummering av resultatene:	62
8.1	Svakheter ved analysen	63
8.2	Videre arbeid	64
9	Appendiks.....	66
9.1	Sammenligning av simulering i egen modell med Prigent og Bertand	66
9.2	10 000 simulerte prisbaner uten hopp (avsnitt 7.1)	68
9.3	10 000 simulerte prisbaner med hopp (avsnitt 7.2)	69
9.4	Value at Risk (VaR) estimat.....	70
9.5	Litteraturliste	73

1 Innledning

1.1 Bakgrunn for oppgaven.

Alle arbeidstakere er, etter lov om obligatorisk tjenestepensjon (25.12.2005 nr. 124), medlemmer av en pensjonsordning. Kravet om tjenestepensjon kan innfris ved at arbeidsgiverne etablerer en egen pensjonskasse. Alternativt kan de inngå en avtale om pensjonsforsikring med et livsforsikringsselskap. Arbeidsgiver er pålagt å betale minst to prosent av lønn utover 1 G for den enkelte arbeidstaker – noe som gjør livsforsikringsselskap og pensjonskasser til store institusjonelle kapitalforvaltere. Pensjonskapitalen med og uten investeringsvalg hadde pr. 31.12.2009 en markedsverdi på rundt 665 milliarder norske kroner (Finansnæringens hovedorganisasjon, 2009). Til sammenlikning var verdien på Statens Pensjonsfond Utland på 2 640 milliarder norske kroner (Norges Bank, 2009).

Med så store beløp i forvaltning er det svært interessant å se nærmere på investeringsstrategier livsforsikringsselskapene legger til grunn for sine valg. Dette er strategier som også er relevante i annen porteføljeforvaltningssammenheng. Målet med denne oppgaven har vært å utrede og sammenligne investeringsstrategier/sikringsstrategier for livselskap ved hjelp av simuleringmodeller som er utviklet fra grunnen av.

De mest brukte investeringsstrategiene for livselskap og pensjonskasser er Buy and Hold og CPPI strategier. I en BaH-strategi beholder investoren aktivaklassesammensetningen fra inngangsallokeringen² - uavhengig av prisutviklingen. I en CPPI-strategi økes investeringen i risikabelt aktivum ettersom porteføljens totalverdi øker og vice versa. Dette er en dynamisk strategi som krever kontinuerlige endringer i risikofritt og risikabelt aktivum. Begge strategiene kan brukes under ulike antagelser om verdiutviklingen på risikable aktiva. En av de mest kjente antagelsene om verdiutvikling innen finansteori er geometrisk brownsk bevegelse.

Når verdiutviklingen på risikable aktiva simuleres med en geometrisk brownsk bevegelse gir dette normalfordelt avkastning, med nøytral kurtose og uten skjevfordeling. Ved å beregne den logaritmiske avkastningen på risikable aktiva, som for eksempel aksjer, vil man i

²Inngangsallokeringen er aktivaklassesammensetningen på starttidspunktet.

virkeligheten observere positiv kurtose (dvs. tykkere haler) og en negativ skjevfordeling.

Sammenlignet med normalfordelingen vil man da observere:

- Flere ekstremverdier i forhold til forventet avkastning.
- Flere negative observasjoner enn forventet under normalfordelingen.

Antagelsene om normalitet er med andre ord en forenkling av hva man observerer i markedet, men gjør det lett å bygge modeller som gir et godt nok bilde av virkeligheten. Dermed unngår modellen å bli så komplisert at oversikten og enkelheten reduseres. Hvordan påvirker en slik forenkling av virkeligheten investeringsvalgene og sikringsstrategiene til et livselskap sammenlignet med en modell som gir tykkere haler og høyere kurtose?

Motivasjonen med utredningen er å avdekke/kartlegge om en modell som søker å fange opp virkelighetens negative skjevfordeling og den positive kurtosen vil gi en annen optimal investeringsstrategi for et livselskap enn en modell som gir normalfordelt avkastning. Spesielt er det spennende å se på om risikoen endres. I denne masterutredningen har jeg valgt å bruke en utvidet geometrisk brownsk bevegelse, som inkluderer hopp. Den utvidete modellen gir skjevfordelt data og tykkere haler. Det vil være naturlig å tro at en modell som gir negativ skjevfordeling, positiv kurtose og inkluderer ikke-diversifiserbare negative hopp vil gi andre Value at Risk estimat³ og sikringsstrategier.

Simuleringsmodellene tester ut fire investeringsstrategier/sikringsstrategier (Fixed Mix, Buy and Hold, Constant Proportion Portfolio Insurance og Option Based Portfolio Insurance) med to ulike stokastiske prosesser for aktivaavkastning (geometrisk brownsk bevegelse med og uten Poissonfordelte hopp). Utover de to strategiene som er presentert tidligere er Fixed Mix en porteføljestrategi der vektingen mellom de ulike aktivaklassene holdes konstant. Det vil si at aktivaklassene må rebalanseres ettersom verdien endres. Ved en OBPI-strategi sikres nedsiden i porteføljen ved at en andel investeres risikofritt (gjerne pengemarked), mens resterende beløp blir investert i en kjøpsopsjon på risikabelt aktiva. Alternativt kan det investeres i risikable aktiva, som sikres med en salgsoption. Statens pensjonsfond utland (SPU) forvaltes med en Fixed Mix-strategi, men har en annen investeringshorisont og betalingsforpliktelse sammenlignet med andre pensjonskasser og livselskap. De ulike strategiene vil bli grundigere beskrevet i del 5.

³ Value at Risk (VaR) er et mål på nedsiderisikoen ved en portefølje.

De fire investeringsstrategiene som benyttes i denne utredningen er av de mest anvendte innen porteføljeforvaltningslitteratur. Avhengig av investeringsstrategiene vil man få lineære, konvekse og konkave avkastningsprofiler, noe som gjør det naturlig å benytte alle fire strategiene i simuleringsmodellen. Antagelsen om at verdiutviklingen i risikable aktiva følger en geometrisk brownsk bevegelse er meget populær i finanst teori, og brukes blant annet til å prise opsjoner risikofritt (Black & Scholes-formelen). Det har derfor vært naturlig å bruke denne som en hovedplattform i utredningen. Ved å legge til hopp i denne verdiutviklingen får man skjevfordelt data og høyere kurtose, noe som var en naturlig forlengelse av utredningen og forholdsvis lett å implementere i simuleringsmodellen.

1.2 Presentasjon av problemstillingen.

I en modellert prisprosess som følger en geometrisk brownsk bevegelse er verdiutviklingen kontinuerlig. I historiske data observeres det at aksjer i virkeligheten kan gjøre "hopp" i prisprosessen, og at verdiutviklingen dermed ikke er kontinuerlig. Ved å inkludere hopp i den modellerte prisprosessen vil de daglige logaritmiske avkastningene bli skjevfordelt og få positiv kurtose. Hoppet i modellen er modellert som en Poissonfordelt begivenhet, der størrelsen på hoppet, om det inntreffer, vil være en tilfeldig trukket normalfordelt variabel.

Problemstilling: Hvordan evner Fixed Mix, Buy and Hold, Constant Proportion Portfolio Insurance og Option Based Portfolio Insurance evne til å beskytte nedsiden, men samtidig være med på oppsiden?

Hypotese: En modell som gir negativ skjevfordeling og positiv kurtose i daglig logaritmiske avkastninger vil ikke endre Value at Risk estimatene i livselskapene nevneverdig i forhold til estimatene fra en modell basert på normalfordeling.

Hensikten med denne utredningen er todelt: For det første å analysere de vanligste porteføljestrategiene et livsforsikrings selskap kan velge. Her legges det vekt på forventet avkastning og evnen til å oppfylle en garantert minsteavkastning. For det andre å se om den stokastiske prosessen som ligger til grunn for aktivaavkastningen vil påvirke valg av investeringsstrategi eller aktivaklassesammensetning. Ved en slik analyse vektlegges VaR-estimatene for de ulike strategiene simuleringen gir.

Det finnes litteratur på porteføljestrategier og sammenligning av disse under antagelsen om kontinuerlige prisprosesser. Jeg har ikke funnet arbeid gjort på sammenligning av ulike porteføljesikringsstrategier med tilhørende risikomål, med og uten antagelsen om brudd på kontinuerlig prisutvikling. I motsetning til andre arbeid/utredninger skrevet om investeringsstrategier for livselskap og pensjonskasser, vurderer jeg ikke resultatene i forhold til en nyttefunksjon for avkastning og risiko. En slik nyttefunksjon gjør det mulig å rangere en strategi fremfor en annen. Nyttefunksjoner kan imidlertid gi urealistisk vektning mellom ulike aktivaklasser, og dermed et resultat med liten mening i forhold til de problemstillingene pensjonskasser og livselskap i virkeligheten står overfor.

1.3 Avgrensning av oppgaven.

Det må tas hensyn til en rekke faktorer for å lage en realistisk modell. Det antas for eksempel at livselskapet investeringsvalg kun er to aktivaklasser, aksjer og pengemarked. I virkeligheten kan livselskap investere i mange risikable aktivaklasser med ulik volatilitet og forventet avkastning, som for eksempel eiendom, aksjer innland/utland, obligasjoner, utlån osv. Dette er en vanlig antagelse i porteføljeforvaltningsteori.

For ikke å gjøre oppgaven – og ikke minst modellen som skal lages – for omfattende, avgrensner jeg simuleringen til ett år om gangen. Det betyr at jeg ikke vil forholde meg til fordelingen av midlene ved årsskiftet. Fordeling av overskudd vil variere fra selskap til selskap og er avhengig av ledelsens og eierens ønsker.

Selv under disse forenklede antagelsene vil funnene være interessante. Livsforsikringsselskap og pensjonskasser forvalter faktisk over en ettårig horisont og modellen vil gi inntrykk av de ulike strategienes evne til å begrense nedsiden og samtidig ta del i oppsiden.

2 Reguleringen av kapitalforvaltningen i livsforsikringselskaper

Forsikringselskapets hovedoppgave er å fordele risiko mellom forsikringstakere og i noen grad overføre risiko fra kundene til seg selv. Forsikringsvirksomhetsloven setter rammer for hvordan forsikringselskapet kan opptre som finansinstitusjon og kapitalforvalter. Det er med andre ord en sammenheng mellom selskapets kapitalforvaltning, evne til å påta seg risiko og mulighet til å tilby rimelige forsikringsprodukter. Markedsbasert forsikring har ett fellestrekk; det er et tidsintervall fra forsikringspremien innbetales til forpliktelsen innfris. Dette tidsintervallet medfører at forsikringselskapene blir betydelige aktører på aksjemarkedet og i markedet for kredittformidling (Gallefoss, 1999).

For å forstå livsforsikringselskapenes investeringsvalg, må man kjenne hovedtrekkene i lovreguleringen av livsforsikring. Disse bestemmelsene utgjør et rammeverk for selskapenes forvaltning, og påvirker livsforsikringselskapets incentiv til å påta seg risiko. Livsforsikring består av ulike produkter med tilhørende reguleringer. Jeg velger å konsentrere meg om det mest sentrale regelverket for lovreguleringen av kapitalforvaltningen til kollektive ytelsesordninger. Siden disse ordningene utgjør ca 77 prosent ($\frac{513 \text{ milliarder}}{665 \text{ milliarder}}$) av livsforsikringselskapenes forvaltning (Finansnæringens hovedorganisasjon, 2009) og er de det mest interessante i denne sammenhengen.

2.1 Ytelsesbasert tjenstepensjon og innskuddspensjon

Pensjonsordninger kan deles inn i hovedkategorier: innskuddspensjon eller ytelsespensjon (Finansforbundet.no, 2006).

Ytelsesbasert tjenstepensjon er en spareavtale med forsikringselementer som også kan organiseres som egen pensjonskasse. Denne innebærer en forhåndsavtalt pensjonsytelse mellom livsforsikringselskapet og kunden (normalt arbeidsgiver), som igjen har flere ansatte. Livsforsikringselskapet forplikter seg til å utbetale pensjon til medlemmene når de går av med pensjon (ev uførepensjon, ektefelle- og barnpensjon). Størrelsen på utbetalingene settes som en prosentsats i forhold til de ansattes lønn/pensjonsgrunnlag (for eksempel 66 prosent inkludert antatt folketrygd). For denne forsikringen mottar livsforsikringselskapet en premie, som vil variere fra år til år. Risikoen livselskapet sitter med er at avkastningen ikke dekker garantert rente, at de forsikrede ikke lever/dør i henhold til tariffene, at administrasjonskostnadene blir høyere enn antatt, osv.

Innskuddspensjon er en spareordning der innskuddene er faste og forhåndsdefinert, basert på en proSENTSATS av pensjonsgrunnlaget (for eksempel 1 prosent). Størrelsen på pensjonsutbetalingene avhenger av innbetalingene og avkastningen disse har oppnådd. Her sitter kunden med avkastningsrisikoen. Fordelen med en innskuddspensjonsordning for arbeidsgiver er at forpliktelsen begrenses til de årlige innbetalingene. Ulempen er for de ansatte/medlemmene er at de overtar avkastningsrisikoen.

Dersom pensjonsordningen tilfredsstillter myndighetenes krav, vil kunden (arbeidsgiver) få inntektsfradrag for premiene som er innbetalt til ordningen. Denne skattefordelen vil jeg komme inn på i forbindelse med Finansdepartementets begrunnelse for regulering av livsforsikring.

2.2 Garantert minsteavkastning

Livsforsikringsselskapene må garantere en årlig avkastning på premiereservene til kunden. Premiereserven i ytelsesordninger er innbetalte pensjonspremier pluss garantert avkastning. Tidligere inngåtte kontrakter har høyere garantert rente enn dagens. Historisk sett har den garanterte avkastningen ved nytegning av pensjonsordninger vært 4 prosent fra midten av 1960-tallet, 3 prosent fra 1.1.1994 og 2.75 prosent fra 1.1.2006.

Figur 1. Historisk avkastning⁴ for livselskapene.

År	Gjensidige NOR	KLP	Norske Liv	Sparebank 1	Storebrand	Vesta Liv	Vital Liv	Nordea
1997	9.30%	8.80%	8.80%	0.00%	10.50%	9.30%	9.00%	0.00%
1998	1.20%	3.90%	2.20%	0.00%	3.50%	2.10%	5.40%	2.16%
1999	14.30%	19.00%	10.30%	14.90%	15.70%	15.50%	15.90%	12.77%
2000	4.00%	3.00%	6.30%	4.10%	3.12%	2.50%	4.21%	4.32%
2001	-0.20%	-0.30%	4.40%	2.63%	1.51%	2.40%	1.25%	3.30%
2002	1.89%	3.00%	1.89%	-3.64%	1.91%	1.89%	1.17%	-0.45%
2003	n/a	8.15%	n/a	8.51%	8.82%	n/a	10.30%	8.08%
2004	n/a	6.87%	n/a	7.35%	7.17%	n/a	7.10%	5.87%
2005	n/a	7.96%	n/a	9.17%	7.52%	n/a	8.32%	9.99%
2006	n/a	7.59%	n/a	8.25%	8.28%	n/a	8.09%	8.27%
2007	n/a	6.72%	n/a	6.44%	7.26%	n/a	9.53%	8.92%
2008	n/a	-3.04%	n/a	-4.96%	-0.24%	n/a	0.00%	-2.12%
2009	n/a	7.76%	n/a	9.58%	4.14%	n/a	4.74%	6.30%

Kilde: Finansnæringsens hovedorganisasjon, 2010.

I tider med lav rente og lav finansavkastning kan kravet om årlig avkastning by på store utfordringer, noe livsforsikringsselskapenes avkastning for spesielt 2001 og 2008 viser med all tydelighet.

Hvis livsforsikringsselskapet får et underskudd i renteresultatet, må dette dekkes inn ved hjelp av kundefid bufferkapital i form av kursreguleringsfond og tilleggsavsetninger inntil ett års garantert rente. Dersom avkastningen og bufferkapitalen ikke er tilstrekkelig til å dekke rentegarantien må selskapets egenkapital dekke resten. Det årlige avkastningskravet gjør at selskapene tilpasser seg mer kortsiktig enn den lange tidshorisonen til betalingsforpliktelsene i pensjonsordningen, som ved nytegning normalt er 30-40 år frem i tid skulle tilsi. Jeg vil

⁴ Avkastningstallene som er brukt er "Kapitalavkastning II". Kapitalavkastning II er bokført avkastning + urealiserte verdiendringer som føres til kursreguleringsfond. Dette er det vanligste avkastningstallet når livselskap sammenlignes.

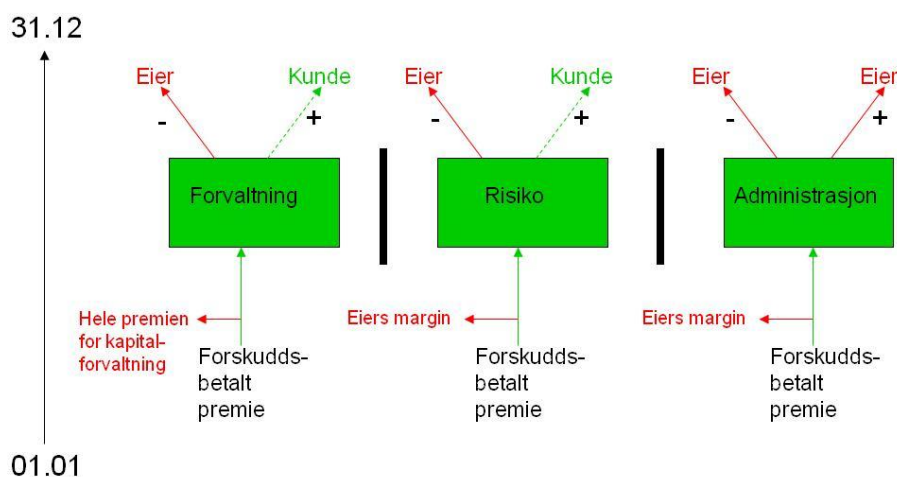
komme nærmere inn på konsekvensen av dette i del fire, som omhandler utfordringene til livselskap.

I de siste årene er det blitt mulig å tilby en garantert avkastning over en femårig horisont. Denne endringen har gjort det mulig for livsforsikringselskapene å ta høyere risiko til en lavere premie. Det er Finanstilsynet som setter den maksimale grunnlagsrenten (forskrift av 30/6-2006 nr 869 § 2-3 til forsvl.), som nå er på 2,75 prosent for nye livsforsikringskontrakter. Hvert enkelte selskap har ansvaret for å benytte en forsvarlig beregningsrente, men det er lite sannsynlig at noen aktører vil tilby lavere rente enn den maksimale grunnlagsrenten på grunn av konkurransesituasjonen.

2.3 Overskuddsdeling

Figur 2: Overskuddsdeling ved kollektivporteføljen

Premiebetalende kontrakter (kollektivporteføljen)



Kilde: Kredittilsynet, 2007.

1. januar 2008 trådte endret forsikringslov i kraft. Tidligere kunne livselskapet ta inntil 35 prosent av overskuddet utover garantert minsteavkastning (inkludert eventuell skatt). Dette er nå endret. Overskuddet av forvaltningen tilfaller, i motsetning til før, i sin helhet kunden (forsvl. §9-9). Ledelsen/styret kan bestemme om overskuddet skal føres tilbake til premiefond eller velge å øke bufferkapitalen, men det er like fullt kundens midler. Premiefondet brukes til å dekke fremtidige premiebetalinger. For kunder med trang økonomi, for eksempel kommuner, kan dette være viktig. Alternativet er å øke bufferkapitalen. Dette gjøres ved å overføre midlene til tilleggsavsetninger, eller la gevinsten står urealisert i

kursreguleringsfondet. Tilleggsavsetninger og kursreguleringsfond kan brukes til å dekke fremtidige renteunderskudd, og gjør det dermed mulig for livselskapet å ta høyere risiko på vegne av kunden.

Livsforsikringsselskap har etter 1.1.2008 et regnskapsmessig resultat som inndeles i rente-, risiko- og administrasjonsresultat.

Renteresultatet er skilt mellom kundenes oppsparte midler og forsikringsselskapets egne midler. I balansen kalles dette henholdsvis kollektiv- og selskapsporteføljen. Renteresultatet er avkastningen på kollektivporteføljen fratrukket garantert rente (KLP.no, 2008). Som figuren viser går overskuddet av forvaltningen tilbake til kunden, mens eier må dekke tap større enn det som kan dekkes fra bufferkapitalen.

Risikoresultatet sier noe om forutsetningene for overlevelsesrisiko, dødsrisiko og uførerisiko som ble gjort i selskapets premietariff. Dersom utbetalingene knyttet til disse risikoene var lavere enn budsjettert, tilfaller overskuddet kunden. Kunden har da betalt en for høy premie i forhold til risikoen i ordningen. Selskapet kan sette av overskuddet i et risikoutjevningfond. Dette kan kun benyttes til å dekke eventuelt underskudd og fondets størrelse kan maksimalt utgjøre 150 prosent av årets risikopremie.

Administrasjonsresultatet er beregnet på grunnlag av selskapets faktiske kostnader ved å forvalte premieinnbetalingene til garantert minsteavkastning. Dersom livsforsikringsselskapet klarer dette lavere enn budsjettert i premietariffen, tilfaller overskuddet selskapet.



Figur 3. Fordeling av forvaltningsresultat – Garantert rente 3 %, forvaltningspremie 1 %.

Som det går fram av figur 2 og 3, sitter livsforsikringsselskapet med egenkapitalrisikoen og kundene med en opsjon på avkastningen utover den garanterte avkastningen livsforsikringsselskapet oppnår. Dette er et viktig moment for livselskapenes valg av investeringsstrategi.

2.4 Bufferkapital

Ved en ytelsesbasert pensjonsordning har kundene porteføljer som kan være inndelt med ulike risikoprofiler. Ønsker kundene en portefølje med større risiko kan dette medføre høyere rentegarantipremie. Dette avhenger blant annet av risikoprofil og buffersituasjon. Økt risiko betyr økt andel i aktivaklasser med høyere risiko (som for eksempel mer aksjer/eiendom osv), og dermed en høyere forventet avkastning. Samtidig øker volatiliteten. Dersom økningen i forventet avkastning (risikopremien) knyttet til aksjer kompenseres for den økte risikoen, kan kunden være tjent med å ha en høyere risiko i porteføljen. Over tid vil kunden i så fall kunne få en lavere premie. Avkastningen kan bli høyere og premieinnbetalingene dermed lavere som følge av et positivt renteresultat. Garantert minsteavkastning og overskuddsdeling drøftes nærmere senere i oppgaven.

Om livsforsikringsselskapene ikke skulle klare å forvalte premiereserven til den garanterte minsteavkastningen, er bufferkapitalen det første de kan trekke på. Bufferkapitalen, som består av tilleggsavsetninger og kursreserver, må ikke forvaltes til garantert minimumsrente. Bufferkapitalen er derfor av betydning for livsforsikringsselskapets evne til å bære risiko. Selskapets evne til å bære risiko må også sees i sammenheng med nivået på den avkastningen

som garanteres på kundemidlene. Når selskapet styrer mot med stor sannsynlighet å kunne dekke rentegarantien uten å trekke på egenkapitalen, gir lavere gjennomsnittlig garantert rente en større handlefrihet i kapitalforvaltningen. Jo høyere den garanterte renten er, desto mer bufferkapital er nødvendig for å opprettholde den finansielle handlefriheten uten å øke sannsynligheten for å trekke på egenkapitalen. Gitt like store kundebuffer, og lik risiko fra kapitalforvaltningen, gir en lavere garantert rente mindre risiko for egenkapitalen og på denne måten en bedre soliditetssituasjon.

2.4.1 Tilleggsavsetninger

Tilleggsavsetninger er et tilbakeholdt overskudd/utjevningfond for å kunne øke risikoen. De kan kun benyttes til dekke manglende avsetning fra 0 prosent og opp til den garanterte minsteavkastningen. Tilleggsavsetninger følger kundeforholdet. Det betyr at kunder i kollektivporteføljen kan ha forskjellige størrelse på tilleggsavsetningen, men likevel holde samme risikoprofil på forvaltningen.⁵

2.4.2 Kursreguleringsfond (kollektivporteføljen)

Kursreguleringsfond er differansen mellom virkelig verdi og bokført verdi på aktiva som hører inn under finansielle omløpsmidler på balansen. Dette er med andre ord en urealisert gevinst som kan brukes til å dekke inn den garanterte minsteavkastningen. Selskapene kan også ha skjulte reserver i form av merverdier i "Holdt til forfall" /anleggs- og utlånsporteføljer som ikke kommer frem av regnskapstallene. Slike merverdier vil gi grunnlag for en høyere avkastning som kan benyttes til møte garantien til kunden i årene fremover.

2.4.3 Egenkapital

Et livsforsikringselskap kan inneha ulike selskapsformer. Den innskutte egenkapitalen kan dermed bestå av ulike typer egenkapitalinstrumenter, som for eksempel aksjer, grunnfondskapital, egenkapitalbevis, egenkapitaltilskudd osv. I tillegg til innskutt egenkapital vil selskapets tilbakeholdte resultater inngå i egenkapitalen (opptjent egenkapital).

Egenkapital inngår som kjernekapital selskapets ansvarlige kapital. Livsforsikringselskapene er underlagt regler som sikrer at kjernekapitalen og ansvarlig kapital skal være på et minstenivå i forhold til risikoen i selskapets finansielle investeringer, kapitaldekningsregelverket (Basel) og forsikringsmessige forpliktelser (Solvens).

⁵ Ulik buffer og lik forvaltning vil gi ulik pris på rentegarantien som også er individuell.

2.4.4 **Ansvarlig lån**

Ansvarlig lån er lån med lavest prioritet og kan inngå i selskapets ansvarlige kapital gitt visse avkortningsregler. Det skilles mellom tidsbegrensede og evigvarende ansvarlige lån.

Tidsbegrensede ansvarlige lån kan maksimalt utgjøre 50 prosent av kjernekapitalen, evigvarende lån kan utgjøre 100 prosent. Summen av disse to lånene kan likevel ikke utgjøre Summen av disse to lånene kan likevel ikke utgjøre mer enn 100 prosent av kjernekapitalen.

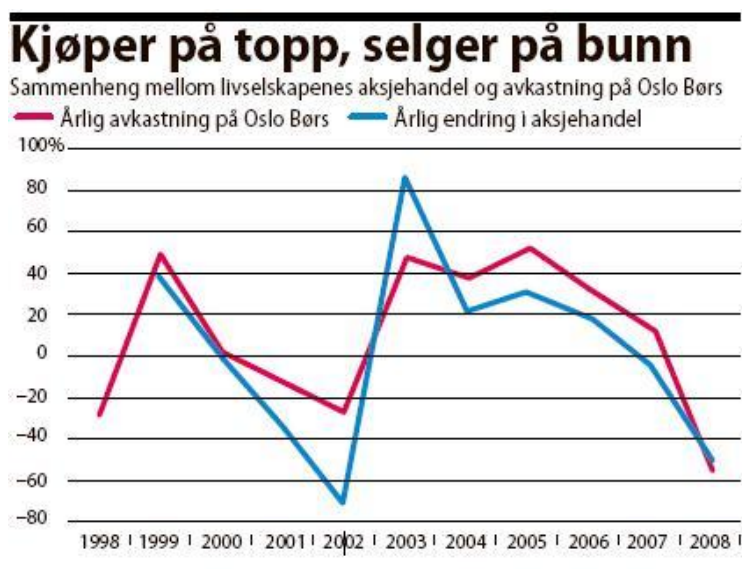
2.5 **Flytterett**

Kundene har en lovfestet rett til å overføre alle oppsamlede midler til én livsforsikring og på individuell/kollektiv pensjonsforsikring til ny pensjonsinnretning (forsvl. §11-1). Kundene får overført verdien på flyttetidspunktet, inkludert verdien av opparbeidet overskudd (tilleggsavsetninger og kursreserver). Flytteretten, kombinert med årlig garantert avkastning, gjør forsikringsmarkedets prestasjoner mer transparente og gir kundene mulighet til å reagere om prestasjonene ikke er tilfredsstillende.

3 Finansdepartementets begrunnelse for regulering av livsforsikring

I en perfekt markedsøkonomi koordinerer markedet seg selv og sørger for effektiv fordeling av ressurser gjennom tilbud og etterspørsel. Dersom markedet ikke sørger for dette på egenhånd, må myndighetene regulere markedet slik at det fremmer konkurranse, sikrer rettslig bindende kontrakter osv. Myndighetene vil imidlertid regulere minst mulig, siden det er vanskelig å skaffe seg nødvendig informasjon til å gjennomføre treffsikre tiltak – noe om kan føre til utilsiktede og ugunstige tilpasninger. Skal markedet reguleres, må fordelene av overgå ulempene.

Figur 4: Sammenhengen mellom avkastning og endring livselskapenes aksjeandel



Kilde: Moe, 2008

Reguleringen av livsforsikring har vært gjenstand for diskusjon i media. Kritikken går blant annet ut på at livsforsikringselskap, som forvalter store midler på børsen, har en prosyklisk⁶ adferd og heller ikke tjener kundens langsiktige interesser. Siden livselskapene er forpliktet til å gi en årlig rentegaranti, er de nødt til å sikre at de kan oppfylle forpliktelsen på årlig basis og ikke bare ved kontraktens utløp. Den årlige rentegarantien gjør at selskapene i stor grad reduserer risikoen når aksjemarkedet faller for å sikre at de ikke må dekke rentegarantien ved egenkapital.⁷ Tilsvarende kjøper de seg opp i et stigende marked, når risikobærende evne

⁶ Med prosyklisk menes at handlingsmønsteret forsterker syklen økonomien er inne i.

⁷ Dette er valg livselskapene tar.

øker, noe som kommer tydelig frem i figuren ovenfor. Livsforsikringsselskap følger med andre ord en strategi der de tilpasser risikoen til risikobærende evne, noe som ofte fører til at de kjøper aksjer når markedet blir dyrt, og selger når det blir billig. Dette er gir en dårlig timing på handlene, spesielt hvis en tror på mean reversion.⁸ Siden nytegnede pensjonsytelser først skal utbetales om 30-40 år, mener kritikerne at kundene er bedre tjent med et regelverk som gir incentiver til å forvalte med et lengre tidsperspektiv. De påpeker at livsforsikring med dagens regelverk har utviklet seg til ugunst for kundene.

Av kritiske røster har blant annet investor Jens Ulltveit-Moe uttalt seg negativt til reguleringen av livsforsikring og tilpasningene dette har medført. Jens Ulltveit-Moe mente at Finansdepartementet regulerer livselskapene uklokt og faktisk skader kundene som reguleringen var ment å beskytte. *”Livselskapenes funksjon skulle jo nettopp være langsiktig sparing for våre pensjoner, så både den lave aksjeandelen og samt at de kjøper på topp og selger på bunnen gjør dem til dårlige spareobjekter.”* (Ulltveit-Moe, 2008). Statssekretær i Finansdepartementet, Ole Morten Geving, på kritikken og påpekte at virkeligheten var mer nyansert enn Ulltveit-Moe vil ha den til. Geving argumenterte for at livsforsikringsselskap har hatt en kortsiktig strategi med for høy risikoeksponering i oppgangstider, og at en viktig årsak til at livselskap og pensjonskasser i løpet av 2008 måtte redusere aksjeholdningen, var at de hadde tatt for høy risiko i forhold til bufferkapitalen (Geving, 2008). Ole Morten Geving argumentasjon reiser spørsmål om det finnes investeringsstrategier som vil lede til høyere avkastning enn den livselskapene har valgt. Andre synspunkter Geving har på forvaltning av livsforsikring vil bli nærmere gjennomgått i de neste punktene, som omhandler Finansdepartementets hovedargumenter for regulering av livsforsikring.

3.1 Representasjonshypotesen og tilfredsstillende soliditet

Livsforsikringsselskap har i utstrakt grad en rekke små uprofesjonelle kreditorer (forsikringskunder), som verken har kapasitet eller evne til å vurdere selskapets forvaltning/risiko. Det er heller ikke rimelig å satse på at kundene vil klare å koordinere seg slik at de ivaretar sine interesser.

Grunnlagsrenten er en måte å regulere sparingen i pensjonsordninger slik at det til enhver tid innbetales nok midler for at lovede pensjonsutbetalinger kan innfris. Soliditetsreguleringen,

⁸ “Mean reversion”- Til tross for prisbevegelser over og under gjennomsnittsverdien vil aksjeprisen over tid bevege seg mot gjennomsnittlig verdi. Perioder med høy avkastning etterfølges av perioder med lav avkastning.

sammen med den grunnlagsrenten, skal begrense risikoen selskapene påtar seg på vegne av kunden og sikre at selskapene med stor sannsynlighet kan oppfylle forsikringsforpliktelsene. Dette er i følge statssekretær Ole Morten Geving ikke en minimumsavkastning, men en maksimumsavkastning. På denne måten løser myndighetene koordineringsproblematikken og ivaretar de mange profesjonelle investorenes interesser, også kalt representasjonshypotesen.

Virkeligheten er riktignok mer nyansert; Flere av livselskapenes enkeltkunder er ganske store og bruker gjerne konsulenter når de setter ut pensjonsordninger på anbud. Dermed blir det foretatt en meget grundig gjennomgang av tjenesten som forsikringsselskapet tilbyr før avtalen inngås.

3.2 Skattefordeler

Pensjonsforsikring og pensjonssparing har skattefordeler sammenlignet med andre finansielle investeringsformer. Disse skattefordelene gjør at myndighetene stiller produktkrav av fordelingspolitiske hensyn (Finansdepartementet, 2000). Det kreves blant annet et krav om at premiene (prisen på rentegarantien) skal settes rimelig i forhold til risikoen selskapet overtar. I tillegg er det satt krav til at forsikringsvilkårene skal være betryggende. Med dette menes at det skal være mulig å endre vilkår eller premier dersom det oppstår vesentlige avvik i kostnads- eller risikoelementene som utgjorde premieberegningen (Finansdepartementet, 2000).

3.3 Effektiv konkurranse, kundevern og flytterett

Ny tegnede forsikringskontrakter har som nevnt et langt tidsperspektiv, gjerne 30 - 40 år. Derfor er det viktig med lovverk som sikrer kunden både innskuddene og opparbeidet overskudd ved flytting av kundeforholdet. Statssekretær Ole Morten Geving påpekte i sitt svar til Ulltveit-Moe at hensikten med dette er at selskapene må gjøre midlene tilgjengelige for flytting. Først da blir flyttemuligheten reell og reguleringen konkurransefremmende. Flyttemuligheten bidrar også til å sørge for at kapitalavkastningen og kostnadsnivået er utsatt for konkurranse. Dette forsterkes ved at myndighetene har satt en maksimalpris på kostnaden ved å flytte kundeforholdet.

4 **Utfordringen til livsforsikringselskap vs. pensjonskasser**

Pensjonskasser er opprettet og forvaltet av egen bedrift. Det finnes med andre ord ikke noe skille mellom kunde og sponsor (eier) av pensjonskassen som kan være kilde til interessekonflikter. Det er som regel forskjell på kapitalintensive og arbeidsintensive bedrifter/bransjer. For en kapitalintensiv bedrift vil en økt regning for å dekke et renteunderskudd vanligvis utgjøre en liten del av balansen. Derimot vil en slik regning kunne påføre en arbeidsintensiv bedrift problemer. Dette er avveininger hver enkelt pensjonskasse må foreta når investeringsstrategien utformes.

Med kapitalsterke sponsorer (eiere), som er villige til å skyte ansvarlig kapital ved behov, vil pensjonskassen kunne ta høyere risiko og få høyere avkastning og dermed lavere pensjonspremier. En optimal strategi, med samme kunde og eier, bør basere seg på å minimere premier og egenkapitaltilskudd over en lengre horisont. Store utlegg for å kunne følge en strategi med høy allokering i aksjer, kan på lengre sikt være mer lønnsomt, siden summen av innbetalinger kan bli lavere. I en pensjonskasse oppstår det en annen interessekonflikt. Medlemmene (de ansatte) er først og fremst opptatt av at lovede ytelser blir utbetalt. Da kan en strategi med høy investeringsrisiko være negativt for de ansatte. Et stort underskudd i kassen kan føre til at sponsor (arbeidsgiver) ikke vil eller kan videreføre ordningen. Sponsor har en opsjon på å legge ned kassen. Denne opsjonen gjør at de ansatte kan se seg tjent med en mer forsiktig investeringsstrategi.

For livsforsikringselskapene gir et høyt avkastningskrav lav risikovillighet, siden mye av risikoen for ikke å oppfylle rentegarantien i forvaltningen må bæres av egenkapitalen. Dette krever en strategi for å opparbeide bufferkapital og øke soliditeten. Selskapene kan likevel ikke være for defensive i allokeringen, siden kundene kan flytte til konkurrenter med bedre avkastning.

Med dette bakteppet kan Finansdepartementets regulering av finansinstitusjoner, spesielt den garanterte renten, ha ført til en utilsiktet tilpasning: I frykt for å ta store sjanser og gå på tap, har alle livsforsikringselskapene valgt en ganske lik investeringsprofil - en linje som ikke nødvendigvis er optimal.

Hvis investeringsstrategien skulle bli optimal, kan man spørre seg om hva som er målfunksjonen:

- Er det å minimere kostnadene for kunden på lang sikt?
- Er det å maksimere avkastningen på kort sikt?
- Er det en avveining mellom flere hensyn og hvordan skal disse i så fall vektet?

I tillegg til flytteretten må livsforsikringsselskapet velge om overskuddet utover garantert minsteavkastning skal overføres til tilleggsavsetninger eller premiefond.

- Økt premiefond vil gi kundene et lavere premiekrav ettersom premiefondet kan benyttes til å dekke fremtidig premie.
- Økt bufferkapital (tilleggsavsetninger) vil øke risikoevnen og forventet fremtidig avkastning, eller redusere rentegarantipremien. Prisen på rentegaranti påvirkes sterkt av nivået på de kundeide bufferne (tilleggsavsetningene og kursreguleringsfondet).

I motsetning til pensjonskasser har forsikringsselskapenes kundeportefølje ulike preferanser. Den optimale løsningen er ikke gitt. Livsforsikringsselskapet må også ta hensyn til konkurrentenes valg. Hvis ledelsen beslutter seg for at en stor del av overskuddet skal gå til oppbygging av kundebuffer, risikerer man at noen av kundene blir misfornøyde. Enkelte kunder kan for eksempel ønske kostnadene lavest mulig på kort sikt, mens andre kunder har andre økonomiske rammer og dermed andre preferanser. Disse hensynene slipper pensjonskassene å ta stilling til, de har bare én sponsor/eier som skal tilfredstilles.

4.1 **Strategisk og taktisk forvaltning**

Aktivaallokering kan deles inn i strategisk- og taktisk forvaltning. Strategisk aktivaallokering er den langsiktige fordelingen mellom de ulike aktivaklassene - aktivaklassesammensetningen. Dette er allokeringsstrategier som ligger fast over en lengre periode. Den strategiske allokeringen kan komplimenteres med en taktisk allokering. Taktisk allokering er aktive risikable posisjoner tatt som avviker fra den strategiske allokeringen. Hensikten er å skape meravkastning, det vil si høyere avkastning enn den strategiske allokeringen oppnår, med så lite ekstra risiko som mulig. Siden strategisk aktivallokering reflekterer et langsiktig markedssyn, er den sjeldnere gjenstand for revurdering. Taktisk forvaltning muliggjør bruk av kortsiktig markedsinformasjon og feilprisede instrumenter for å skape meravkastning. Dyktige forvaltere vil også kunne skape meravkastning ved å time handlene som ikke strategisk forvaltning tar hensyn til (Nyholm, 2008). Taktisk

aktivallokering kan være mellom aktivaklasser, eller forvaltning i enkeltpapirer (aktiv forvaltning).

I en studie gjort av Ibbotson og Kaplan (Ibbotson og Kaplan, 2000) på amerikanske pensjonsfond forklarer den strategiske aktivaallokeringen 90 prosent av variasjonen i avkastningen. Studien konkluderer med at brorparten av risikoen til pensjonsfond kan knyttes til den strategiske aktivaallokeringen. Likevel forklarer ikke strategisk aktivaallokering mer enn 40 prosent av forskjellene i avkastning mellom de ulike pensjonsfondene. Ifølge denne studien har taktisk aktivaallokering større påvirkning.

5 Teori

Teorien som presenteres er ikke ment som et komplett oppslagsverk, men en kort sammenfatning av sentrale emner og begrep. Jeg forutsetter at leseren er kjent med standard finanst teori og tilhørende notasjon. Der det er essensielt for oppgaven at leseren kjenner til teorien, for eksempel om porteføljestrategier, vil jeg gå noe grundigere til verks.

5.1 Investeringsstrategier

Det finnes ulike strategier ved investering i risikable aktivaklasser. Porteføljesikringsstrategier egner seg for investorer som ønsker nedsidebeskyttelse, men som samtidig vil være med på oppsiden. Enhver strategi som minimerer risiko på et lavere nivå av porteføljens verdi og tar større risiko ved høy porteføljev verdi, er en porteføljesikringsstrategi (Black & Perold, 1992).

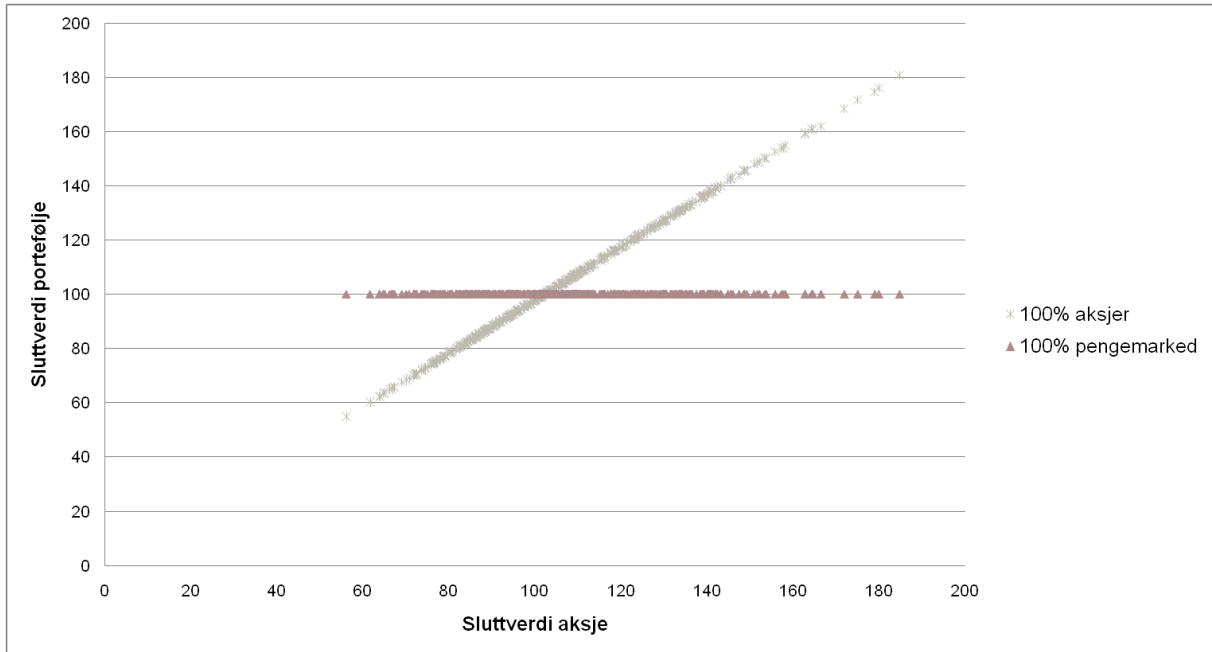
Det risikable investeringsobjektet, S_t , kan være en indeks, for eksempel S&P 500, som reflekterer en bred portefølje og ingen ekstrem eksponering mot noen enkeltaksjer (Hanson & Westman, 2004). Prisutviklingen på denne indeksen simuleres ved en stokastisk differensiallikning. Nærmere beskrivelse av prisprosessen kommer under del 6.1, om beskrivelse av modellen.

Det risikofrie aktivumet har en deterministisk prisutvikling som gjør at porteføljinvestoren er sikret et beløp på tidspunkt $t = T$. For alle strategier vil verdiendringen i det risikofrie aktivumet være:

$$dP_t = P_t r dt$$

For alle strategiene forutsettes det at investeringen i det risikofrie aktivumet har en avkastning som tilfredsstill er den garanterte renten. Dette er en vanlig antagelse i tilgjengelig porteføljeteori. I tider med dårlig finansavkastning, som under finanskrisen, er dette en utfordring. Det har ikke vært mulig å plassere i pengemarked, tilnærmet risikofri plassering, og på den måten møte avkastningskravet. Et argument som taler for at livselskap kan forvalte risikofritt til den garanterte renten er livselskapets årlige pris på rentegarantien. Prisen på denne garantien må være minst like stor som opsjonens egenverdi. Det vil si minst like stor som differansen på den garanterte rente og markedsrenten. Dersom den garanterte renten er 4 prosent og markedsrenten er 3 prosent, vil livselskapet fakturere minst 1 prosent av premiereservene for rentegarantien og på denne måten kunne forvalte kollektivporteføljen til den garanterte renten (Kirkebø, Hoddevik, Koch-Hagen, 2006).

Ved presentasjonen av de ulike porteføljesikringsstrategiene forutsetter jeg at det kun er mulig å investere i to aktiva; pengemarked og aksjer. Det finnes to ekstremverdier av allokeringen mellom disse aktivaene. Den ene er minimum risiko, som medfører 100 prosent vekting i pengemarked. Den andre er eksponering mot maksimal risiko ved å vekte 100 prosent i aksjer (Perold & Sharpe, 1995). Porteføljens verdi basert på aksjeutviklingen ser slik ut:



Figur 5: Avkastning minimum- og maksimum risiko strategier

Ved full eksponering i aksjer vil porteføljens verdi tilsvare aksjenes verdi. Dersom porteføljen har hele verdien eksponert i pengemarked, vil porteføljens verdi være konstant og uavhengig av aksjeverdien.

$$W_i + W_p = 1$$

Summen av andelene i de to aktivaklassene vil alltid være 1, og shortsalg (negative porteføljevækt) er ikke tillatt.

$$V_t = W_i * S_t + W_p * P_t$$

Porteføljens totalverdi på tidspunkt t er summen av verdien i indeks og pengemarked.

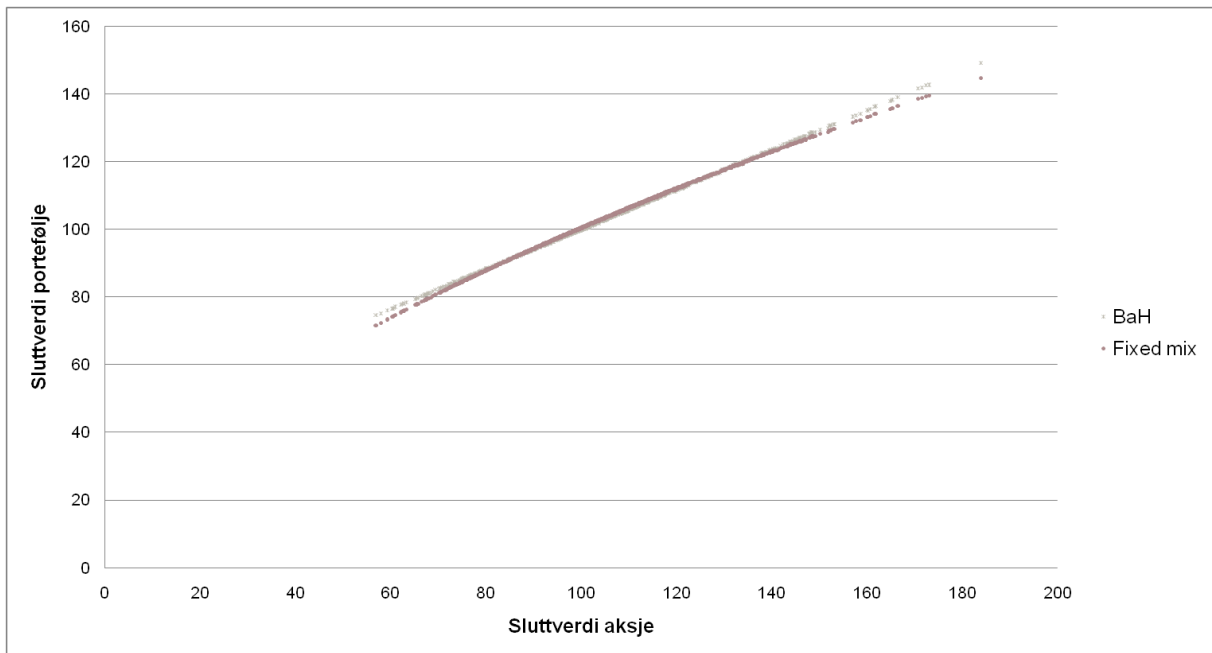
Porteføljeteori og flere resonnement er hentet fra artikkelen "Dynamic strategies for Asset Allocation" (Perold & Sharpe, 1995).

5.1.1 Fixed Mix (FM)

I Mertons arbeid (Merton, 1969) utledet han en optimal porteføljestrategi gitt at det risikable aktivumet fulgte en geometrisk brownsk bevegelse, risikofritt aktivum ga en konstant risikofri rente og porteføljen ble kontinuerlig rebalansert uten transaksjonskostnader. Under disse forutsetningene ville en investor med konstant relativ risikoaversjon⁹ holde en fast allokering av risikabelt og risikofritt aktiva uavhengig av investeringshorisonten.

En Fixed Mix-strategi holder en eksponering mot det risikable aktivumet som er proporsjonal med porteføljens størrelse. Konsekvensen av å holde vektingen mellom risikable og risikofrie aktiva konstant, er å selge seg ned i andel av aksjer når de øker i verdi. Tilsvarende må man kjøpe seg opp i et fallende marked. Strategien gjør at man ”kjøper billig og selger dyrt”, noe som forutsetter at eieren har risikobærende evne til å holde risikoen konstant til tross for markedsfall. Dette er med andre ord en dynamisk strategi som krever jevnlig rebalansering. Investoren har ingen nulltoleranse for risiko. Det vil si at det alltid vil være en andel investert i risikabelt aktiva uavhengig av porteføljens totalverdi. I et ”mean-reverting” aksjemarked er dette en god strategi fordi den utnytter aksjeoppgang ved å sikre gevinst ved salg, og oppkjøp når aksjene er rimelige. Statens pensjonsfond utland er for oss nordmenn det mest kjente fondet som følger en slik strategi. Dette fondet er til sammenligning med pensjonskasser/livselskap ikke underlagt soliditetskrav eller krav til årlig avkastning.

⁹ Konstantrelativ risikoaversjon innebærer at den valgte aksjeandelen vil være uavhengig av formuesnivå (fattige og rike vil velge samme aksjeandel).



Figur 6: Avkastning i en 60/40 Fixed Mix-strategi mot en 60/40 Buy and Hold strategi i aksjer/pengemarked

Figur 6 illustrerer verdien på 60/40 Buy and Hold og 60/40 Fixed Mix-strategi.

Totalavkastningen til en Fixed Mix-strategi er konkav - enhver strategi som innebærer salg ved økende aksjepris, og kjøp ved synkende, vil gi en konkav avkastning. Fixed Mix-strategien vil gjøre det godt i volatile markeder som holder seg rundt forventet avkastning der den utnytter reverseringen i aksjeprisene. Strategien har ingen minsteavkastning siden man vil reallokere til den risikable aktivaklassen ved markedsfall.

Andel av porteføljens verdi investert i indeks er gitt ved konstant k og verdi investert i indeks:

$$\text{Verdi investert i indeks} = V_t * k * S_t$$

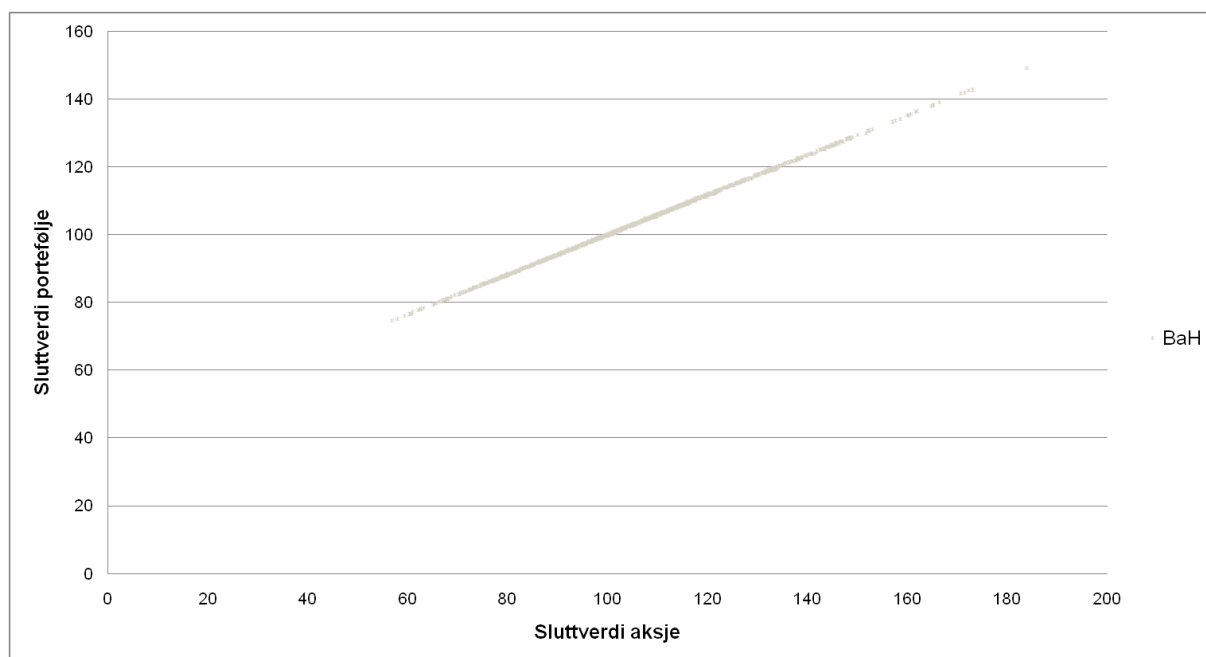
Andel av porteføljens verdi investert i pengemarked er gitt ved:

$$\text{Verdi investert i pengemarked} = V_t * (1 - k) * P_t$$

5.1.2 Buy and Hold (BaH)

Dette er en strategi der man, slik det går fram av navnet, kjøper og beholder aktivaene fra inngangallokeringen. Etter dette rebalanseres ikke porteføljen. Porteføljensammensetningen endres avhengig av verdiutviklingen på aktivaklassen. I strategiens natur ligger det en antagelse om at finansmarkedene på lang sikt gir god avkastning, til tross for perioder med

høy volatilitet/og eller tap i markedene. I forlengelse av dette investeres det med utgangspunkt i at investoren ikke klarer å ”time” handlene, det vil si selge dyrt og kjøpe billig.¹⁰ Lave transaksjonskostnader forbundet med meglerhonorar, bid/ask spread osv. gjør dette til en kostnadseffektiv strategi. Når strategien iverksettes bestemmes det hvor mye som skal være allokert i de to aktivaene.



Figur 7: Avkastning for en 60/40 i aksje/pengemarked BaH-strategi.

Helningen på linjen i figur 7 er 0,6 - med en endring i risikabelt aktivum på 1 vil porteføljens verdi øke med 0,6. Minsteverdien til porteføljen er 40. Er investeringen i pengemarked for porteføljeverdier under dette, har investoren nulltoleranse for risiko. Det innebærer at porteføljen kun er eksponert mot pengemarked for lave sluttverdier av aksjen. Oppsiden har derimot ingen begrensning. Ulempen med en slik investeringsstrategi er at livsforsikringsselskapene, gitt forvaltningsrammene, løper en større risiko for ikke å klare avkastningskravet (sammenlignet med en strategi der man tar ned aksjeeksponeringen i fallende aksjemarked). Dersom man lar porteføljen drifte uten noen form for rebalansering, kan aksjeandelen bli veldig høy. Skulle finansavkastningen i det risikable aktivumet bli veldig lav, for eksempel påløpe seg et tap på 30 prosent, tar det tid før denne strategien ”henter seg

¹⁰ Selv om investoren tror på et effisient marked vil man ikke velge å sitte passivt på enkeltpapirer.

Indeksforvaltning rebalanserer hele tiden i forhold til endringen i markedskapitaliseringen til papirene i indeksen.

inn” igjen. Totalavkastningen til denne strategien er en lineær funksjon av det risikable aktivumet. Der BaH-strategier er sammenlignet med Fixed Mix-strategier, vil BaH dominere dersom det er lite reversering og et trendene marked. Det er dermed ikke gitt hvilken strategi som er best av disse to.

5.1.3 Constant Proportion Portfolio Insurance (CPPI)

Constant Proportion Portfolio Insurance er en dynamisk porteføljestrategi som sikrer porteføljen mot et nedre gulv. Ved simuleringene gjort i denne oppgaven har jeg fulgt definisjonen av CPPI fra artikkelen ”Dynamic strategies for Asset Allocation” (Perold & Sharpe, 1995).

Porteføljen har en verdi V_0 ved tidspunkt $t = 0$. Betalingsforpliktelsen, L_T , tilsvarer verdien av det nedre gulvet g_t til porteføljen. Dette medfører at betalingsforpliktelsen og det nedre gulvet følger samme verdiutvikling:

$$g_0 = NPV(g_T) = NPV(L_T) = L_T * e^{-rT}$$

Porteføljens verdi, V_t , på tidspunkt $t = T$, skal med andre ord ikke være lavere enn gulvet g .

$$V_T \geq g_T$$

Gulvet (g_t) må på tidspunkt 0 være mindre enn totalporteføljens verdi V_0 .

$$V_0 > g_0$$

For å sikre at porteføljen er garantert å møte betalingsforpliktelsen i løpet av ett år, må man sørge for å ha midler tilgjengelig som tilsvarer nåverdien av betalingsforpliktelsen. Det resterende beløpet er en ”pute”, og det minste beløpet som kan forvaltes fritt.

$$V_t - L_t = C_t \text{ (pute/cushion)}$$

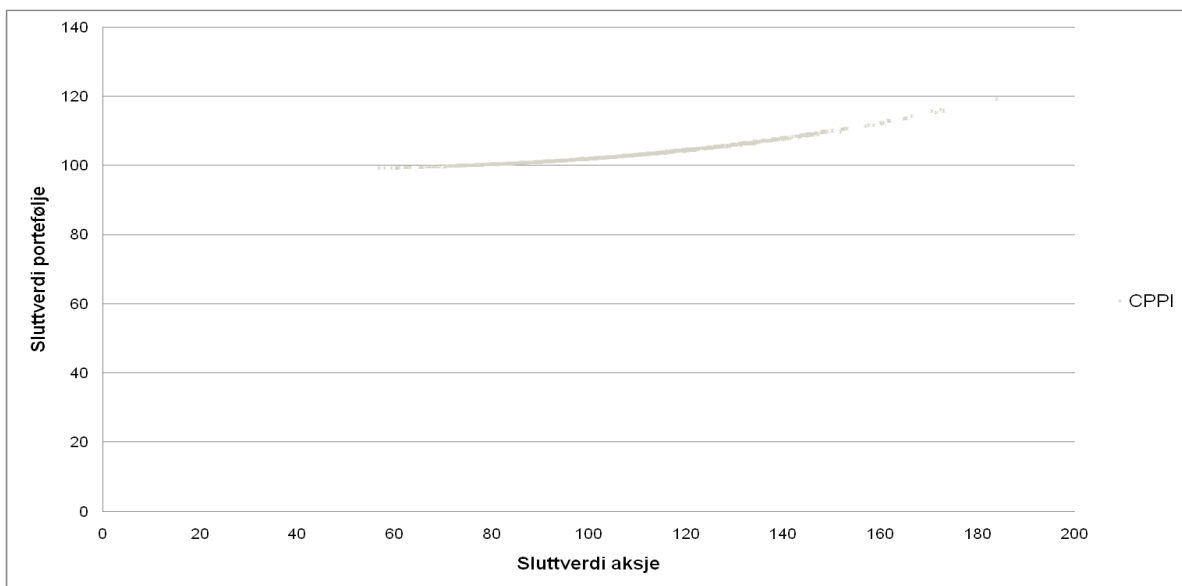
Den prosentvise eksponeringen e i det risikable aktivumet avhenger av hvor aggressivt porteføljen forvaltes. Eksponering i risikabelt aktivum er puten multiplisert med en multipl, en konstant faktor m . Faktoren er av størrelsesorden 1 og oppover. En CPPI med en multipl på 1 er en Buy and Hold strategi.

$$e = \frac{m (V_t - g_t)}{V_t}$$

Ved høyere m vil eksponeringen være høyere i det risikable aktivumet og dermed mer aggressiv. På $t = 0$ er alle parameterne gitt, og det er dermed mulig å løse for vektning W_i i indeks. Verdien på porteføljen vil på ethvert tidspunkt være avhengig av forrige periodes andel investert i indeksen og avkastningen den har oppnådd.

$$V_t = W_i i_{t-1} * S_{t-1} * (1 + r_i) + W_p p_{t-1} * P_{t-1} * (1 + r_f)$$

Når $V_t \uparrow$, øker P_t og dermed kan andelen i indeks, W_i , øke. På denne måten har man låst porteføljen mot å falle under det nedre gulvet. Dersom hele porteføljen investeres risikofritt i pengemarkedet kalles dette ”cash lock”.



Figur 8. Avkastningsprofil CPPI-strategi

Dette er en strategi som øker aksjeandelen i stigende marked og selger ut i synkende. Det gir en konveks avkastningsprofil. Porteføljen må rebalanseres ettersom V_t stiger eller synker i verdi. Porteføljen risikerer å havne under gulvet på $t = T$ dersom det risikable aktivumet faller $\frac{1}{m}$ prosent mellom to rebalanseringer. Strategien gjør det godt (relativt til Fixed Mix og Buy and Hold) i markeder med høy eller lav (negativ) finansavkastning. En viktig grunn til dette er at strategien vil få en langt høyere gjennomsnittelig aksjeeksponering enn andre strategier som må starte med en lav aksjeandel for å gi samme VaR-estimat, som for eksempel BaH eller Fixed Mix. Strategien gjør det ikke så godt i volatile markeder, da den ”kjøper dyrt og selger billig”. I tillegg løper det store transaksjonskostnader i forbindelse med rebalansering.

5.1.4 Option based portfolio insurance (OBPI)

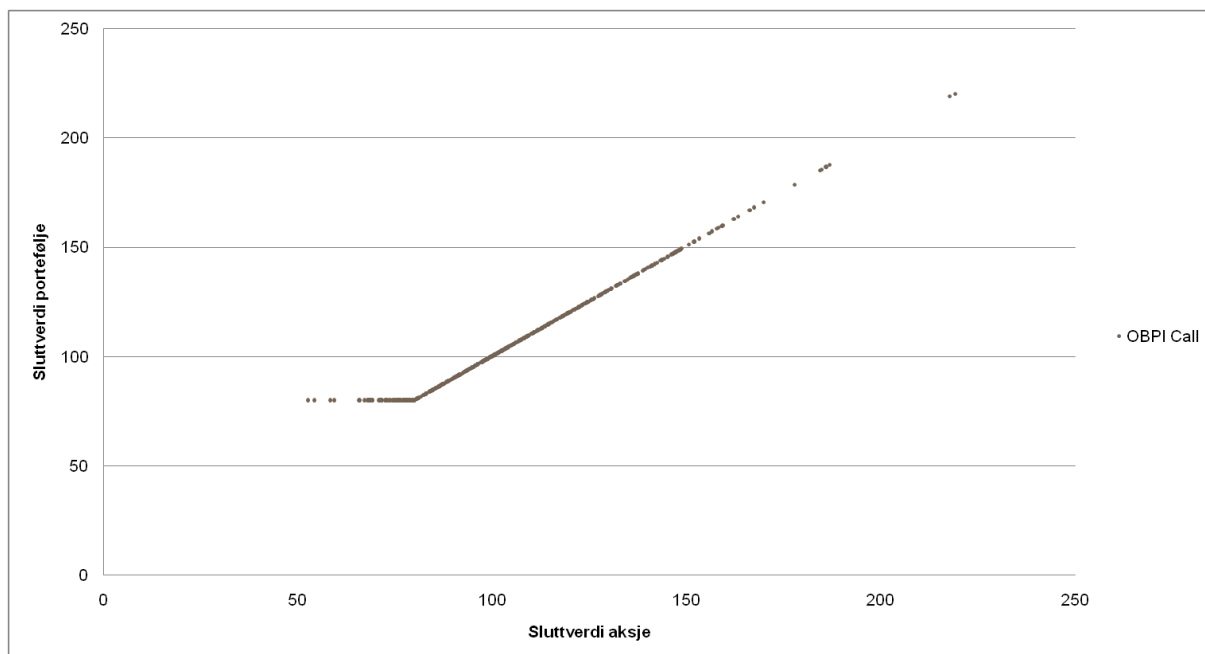
$$\text{Midler investert i pengemarked} = L_T * e^{-rT}$$

På samme måte som en CPPI-strategi går Option Based Portfolio Insurance ut på å sikre investoren mot lav avkastning (et nedre gulv). Som for CPPI-strategien, antar man at en investor på tidspunkt $t = 0$, har en portefølje med verdi V_0 og betalingsforpliktelse L_T om et år. Denne forpliktelsen tilsvare det nedre gulvet og kan neddiskonteres med risikofri rente. Nåverdien av dette investeres i sin helhet risikofritt i pengemarkedet. På denne måten er investoren garantert å forvalte porteføljen til en garantert minsteavkastning.

Differansen mellom $V_0 - L_0$, puten C_0 , kan brukes til å kjøpe kjøpsopsjoner med kontraktspris K . Andel investert i kjøpsopsjonen vil være:

$$\text{Prosent i kjøpsopsjon} = \frac{(V_0 - L_0)}{BS_{call}(S, K, r, \sigma, t, T)}$$

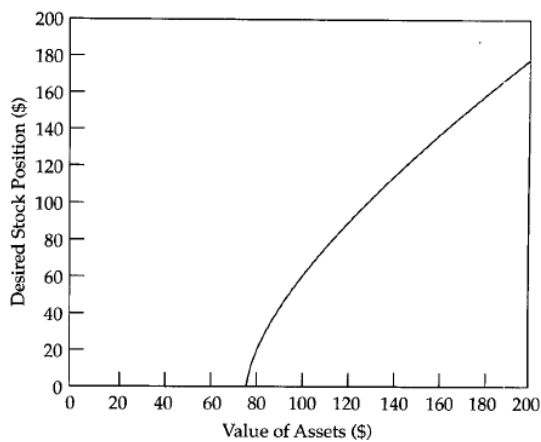
Opsjonens verdi er en Black & Scholes kjøpsopsjon.



Figur 9: Avkastningsprofil Option Based Portfolio Insurance

Figuren illustrer avkastningen til porteføljen med kontraktspris = 80. Porteføljeværdien kan ikke bli lavere enn $V_T \geq 80$. Ved aksjeværdier over 80 vil opsjonen kunne benyttes og gi

avkastning. OBPI strategi er en strategi som ”indirekte” selger aksjer i et synkende marked og kjøper i et stigende. Indirekte gir dette en konveks avkastningskurve.



Figur 10: Ønsket eksponering mot risikabelt aktiva, ett år til opsjonens forfall.

Figur 10 er utledet av en omfattende opsjonsprisindeformel (Black & Scholes, 1973). Eksponeringen mot det risikable aktivumet, og grunnlaget for utøvelsen av strategien, er avhengig av gjenværende tid før opsjonen utløper. Er aksjeprisen lavere eller lik ”gulvet”, innebærer dette at hele porteføljen vil bli investert i pengemarked – og motsatt dersom aksjeprisen er høyere enn ”gulvet”. Av figur 10 er det verdt å merke seg at helningen er brattere enn 1. For enhver økning i porteføljens verdi (og dermed buffer) øker ønsket eksponering i aksjer (multipl) med mer enn 1. Denne helningen er avtakende og vil konvergere mot 1 når $V_t - L_t$, ”bufferen”, blir tilstrekkelig stor.

For enhver positiv buffer vil eksponeringen mot risikabelt aktiva øke når opsjonen går mot forfall. Dette står i sterk kontrast til CPPI-strategier som ikke har et tidsavhengig element i seg. For investorer med lang investeringshorisont, som for eksempel alle livsforsikringsselskap og pensjonskasser, er dette en ulempe ved opsjoner. Eksponeringen mot risikabelt aktiva varierer fra 0 prosent til 100 prosent rett før forfallstid og endres rett etter at nye opsjoner kjøpes. Dersom opsjonen er ”in the money”, vil alt bli investert i det risikable aktivumet. Og motsatt om opsjonen skulle være ”out of the money”. Investors risikovillighet og verdiene i porteføljen forblir uendret. Dette skulle tale for en konstant eksponering uavhengig av tid, noe denne strategien ikke gir.

For ethvert tidspunkt $t = [0, T]$ vil porteføljen ha følgende verdi:

$$V_t^{OBPI} = K * e^{-r(T-t)} + BS_{call}(S, K, r, \sigma, t, T)$$

$$V_t^{OBPI} \geq K * e^{-r(T-t)}.$$

For alle tidspunkt t før forfall vil porteføljen alltid ha en verdi over sitt deterministiske nivå.

Av put call pariteten kan man også kjøpe q andel i risikabelt aktivum med tilhørende salgsoption. Andel q regnes ved å løse følgende to ligninger:

$$q * [S_0 + BS_{put}(S, K, r, \sigma, t, T)] = V_0 \quad (1)$$

$$\frac{V_0}{BS_{put}(S, K, r, \sigma, t, T) + S_0} * K = g_T \quad (2)$$

Dette er en likning som kan løses i for eksempel Excel.

En tenkelig løsning på problemet med endring i eksponering over tid er å utforme en rullende OBPI-strategi, som alltid flytter forfallstidspunktet på opsjonene ett år fremover. I tillegg bør gulvet settes ved forfallstidspunktet med konstant proporsjon i forhold til risikofritt aktivum. Dette er ikke noe annet enn en Fixed Mix-strategi (Perold & Sharpe, 1995).

5.1.5 Kort oppsummering

Aksjeavkastning rundt forventning	: Fixed Mix > CPPI
Høy eller lav (negativ) aksjeavkastning	: Fixed Mix < CPPI
Volatile markeder	: Fixed Mix > CPPI
Volatile markeder	: BaH < Fixed Mix
Trendende markeder	: Fixed Mix < CPPI
Trendende markeder	: Buy and Hold > Fixed Mix

Det finnes mange forskjellige investeringsstrategier, men Fixed Mix, Constant Proportion Portfolio Insurance og Buy and Hold er i dag blant de mest brukte blant finansielle investorer. Opsjoner benyttes normalt i kombinasjon med en av de andre strategiene. Ulike strategier egner seg best i ulike markedscenarier. I tillegg har strategiene ulike egenskaper som

verdsettes forskjellig, avhengig av investorens preferanser. Det finnes med andre ord ingen fasit på hvilken strategi som fungerer best uavhengig av markedscenario.

Strategier med konveks avkastningsprofil representerer et kjøp av en porteføljesikring, siden strategien har et nedre gulv. Tilsvarende representerer strategier med konkav avkastningsprofil et salg av en porteføljesikring. Konvekse og konkave avkastningsprofiler er speilbilder av hverandre, og en strategi som kombinerer dem vil gi en lineær avkastningsprofil tilsvarende en Buy and Hold strategi.

5.2 Poisson-begivenhet

Poissonfordelingen er en diskret sannsynlighetsfordeling som beskriver sannsynligheten for at en begivenhet skal inntreffe, kalt suksess (Keller, 2005). Eksempler på Poissonfordelte begivenheter kan være:

1. Antall biler som kommer på en bensinstasjon i løpet av en time.
2. Antall feilproduserte plagg i en haug med klær.

Fire kriterier for en Poissonbegivenhet:

1. Antall suksesser for ethvert tidsintervall er uavhengig av antall suksesser i ethvert annet tidsintervall.
2. Sannsynligheten for suksess i et gitt intervall er like stor for alle intervall av samme størrelse.
3. Sannsynligheten for suksess i et intervall er proporsjonal med størrelsen på intervallet.
4. Sannsynligheten for mer enn én suksess i et intervall går mot null etter hvert som størrelsen på intervallet blir mindre.

5.3 Value at Risk (VaR)

Value at Risk er et mål på nedsiderisikoen til en portefølje (Jorion, 2002). VaR er det største vi kan forvente å tape over en periode ved et gitt sannsynlighetsnivå. Et eksempel kan være et Value at Risk estimat på én dags horisont er \$50 millioner på et 99 prosent konfidensnivå. Det blir dermed en 1 prosent sannsynlighet for at et større tap inntreffer. Det vil si 1 prosent sannsynlighet for at porteføljen har en lavere sluttverdi enn \$50 millioner. VaR sier ingenting om størrelsen på tapet, bare at det er 1 prosent risiko for å ha en sluttverdi lavere enn punkttestimatet. VaR er et viktig verktøy når livselskap skal velge langsiktig allokeringsstrategi. En av årsakene til dette er, som tidligere nevnt, at mesteparten av risikoen i forvaltningen belastes egenkapitalen. Livselskapene er dermed nødt til å velge en strategi

som med høy sannsynlighet ikke vil påføre dem et renteunderskudd og et tap på egenkapitalen.

Informasjonen er transparent, objektiv, intuitiv og gjør det lett å sammenligne estimatene til ulike bedrifter. VaR er en god måte å måle, kontrollere og vurdere risikoen på. Den gir en felles plattform for å sammenligne risiko i ulike markeder. På denne måten kan livselskapene aktivt styre sin risiko og gi ulike deler av institusjonen innskrenkninger på risikoen de kan ta. Dermed vil ledelsen kunne kontrollere at selskapets totale risiko holder seg innenfor risikobærende evne. Likevel fanger estimatet dårlig opp ekstremrisiko og kan gi en falsk trygghet. Den gir heller ikke et bilde av hvor mye man taper når tapene overstiger VaR-estimatene.

VaR kan måles på ulike måter. For porteføljer uten lineær avkastningsprofil, som CPPI og OBPI, er den beste løsningen å simulere mange scenarioer. Deretter sorterer man avkastningen og plukker ut det ønskede VaR-nivået. 1 percentilen ved 1000 simuleringer vil være den tiende dårligste avkastningen, denne observasjonen vil gi et VaR-estimat på 99 prosent.

Ved en portefølje som følger en ren diffusjonsprosess vil VaR-målet bli:

$$S_0 - S_0 * (\alpha\sigma\sqrt{\Delta t} - \mu\Delta t)$$

Der α er det ensidige konfidensintervallet, for eksempel ved 95 prosent = 1,645, μ er forventet avkastning og σ er standardavviket.

Value at Risk er kritisert for å gi falsk trygghet. Kritikere av VaR mener at estimatet har gitt incentiver til å ta for høy risiko med lav hendelsessannsynlighet. De mener også at estimatet dårlig fanger opp ekstremrisiko noe som har ført til at finsansinstitusjoner har tatt for høy og lånefinansiert risiko. Kritikerne av VaR-estimat har også pekt på at risikomålet har økt fokuset på å holde risikoen under kontroll, eller redusere den. Dette har gått på bekostning fokuset på hva som må gjøres dersom tapene inntreffer (David Einhorn & Aron Brown, 2008).

6 Teoretisk rammeverk

6.1 Valg av modell

Aksjens prisprosess antas å følge en geometrisk brownsk bevegelse (også kalt Gauss-Wiener prosess/diffusjonsprosess). I denne oppgaven har jeg valgt å ta utgangspunkt i en modell beskrevet i ”Note on a jump extension of geometric Brownian motion” av Fred Espen Benth (Bent, 2006). Notatet utreder en stokastisk prisprosess med hopp, og hvordan man kan regne prisen på opsjoner som inkluderer hopp i prisprosessen.

$$d\ln S_t = r_t dt + \gamma dt + \sigma dB_t$$

I notatet er renten, $r_t dt$, antatt å være stokastisk. Jeg vil bruke en deterministisk rente i denne utredningen. Dette gjør jeg for å sette renteutviklingen lik antagelsene gjort i det risikofrie aktivumet. γ er i notatet til Fred Espen Benth en justeringsfaktor som i diffusjonsprosessen uten hopp er aksjens risikopremie. Driften¹¹ til prisprosessen er dermed gitt ved $r_t dt + \gamma dt = \mu dt$. dB_t er den brownske bevegelsen, som er standard normalfordelt.

For at dB_t skal følge en Wiener-prosess, må følgende to kriterier være oppfylt:

Kriterium 1: Endringen dB_t over en liten periode dt er

$$dB_t = \varepsilon \sqrt{dt}$$

Hvor ε er standard normalfordelt $\varepsilon \sim N(0, 1)$

Kriterium 2: Verdiene for dB_t for ethvert intervall av tid, dt , er uavhengige (Hull, 2008).

Kriterium 1 og 2 gjør at prisprosessen følger en random-walk prosess. Det vil si at neste periodes avkastning er uavhengig av foregående perioders avkastning. I prosessen vil inkrementene¹² være stasjonære og uavhengige. Driften og volatiliteten i diffusjonsprosessen er konstant og gir simuleringen en kontinuerlig prisprosess. Ved Monte Carlo-simulering av en slik prisprosess vil man observere normalfordelt daglig logaritmisk avkastning, med nøytral kurtose og ingen skjevfordeling.

¹¹ “**Drift** - vary or move from a fixed point or course”, i dette tilfellet vil det være forventet avkastning til aksjen.

¹² Et inkrement er en liten økning av en størrelse.

Hoppene er inkludert på følgende måte:

$$d\ln S_t^j = \mu dt + \sigma dB_t + X dN_t$$

Det siste leddet, $X dN_t$, er en Poissonfordelt hopp-prosess, der X er en Gauss-Wiener prosess, som måler størrelsen på hoppet. B_t og X er to uavhengige Gauss-Wiener prosesser, med ulik forventning og standardavvik. dN_t er en Poissonfordelt prosess med en intensitet λ . For å forenkle kalibreringen av modellen antas X å være normalfordelt med forventet størrelse μ_j på hoppet og volatilitet σ_j .

$$X \sim N(\mu_j, \sigma_j)$$

Dette vil bli drøftet nærmere i kalibreringen av modellen.

For simulering av modellen brukes tilnærming nummer to i notatet av Fred Espen Benth;

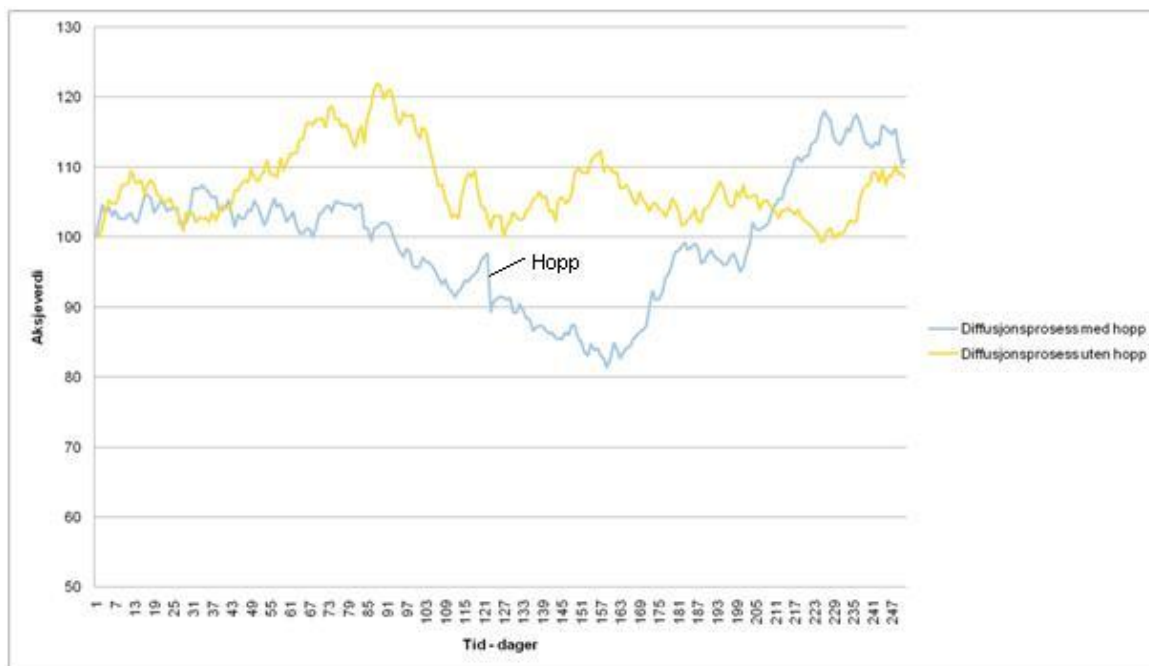
- 1) Hoppene vil forekomme sjelden, og høyst én gang i løpet av en dag.
- 2) Dersom hoppet inntreffer, vil dN_t få verdien 1, ellers er den 0.

Det siste leddet, $X dN_t$, vil gi prisprosessen et ikke-kontinuerlig skift om Poissonbegivenheten skulle inntreffe. Poissonbegivenheten deler samme egenskaper som den brownske bevegelsen: Inkrementene er stasjonære og uavhengige. For enhver $t > s$ vil inkrementene $N_t - N_s$ være sti-uavhengige av prosessen frem til s og har samme egenskaper som N_{t-s} (Tankov & Voltchkova, 2006).

Ved bruk av Itô's hjelpesetning vil indeksens verdi på tidspunkt T være:

$$S_T^i = S_0^j \exp\left(\int_0^T \mu dt + \sigma B_T + \sum_{i=0}^{N_T} X_i\right)$$

Her vil aksjeprisen være påvirket av summen av alle de uavhengige normalfordelte hoppene dersom Poisson-begivenheten inntreffer. Forventet antall hopp er $\lambda * T$.



Figur 11. Diffusjonsprosess med og uten hopp.

Figur 11 illustrerer to ulike simuleringer, en med hopp og en uten. Driften i diffusjonsprosessen er den samme, dette er kun for å illustrere hvordan en simulert prisbane med eller uten hopp kan se ut. Fordelen med modellen i notatet til Espen Benth er at logaritmiske avkastninger modelleres direkte. Dette gjør det lett å estimere hopp ut fra observerte tidsserier.

6.2 Brudd på kriteriene i en Black & Scholes verden

Ved å legge inn hopp i prisprosessen, beveger man seg vekk fra antagelsen om konstant volatilitet. Black & Scholes rammeverket beskriver en teoretisk markedsmodell med en entydig pris. Ved å inkludere hopp i prisprosessen er det ikke lenger mulig å prise opsjoner risikofritt eller konstruere en replikerende portefølje.

I en modell der det risikable aktivumet følger en kontinuerlig prisprosess, som i en ren diffusjonsmodell, er prisprosessen en geometrisk brownsk bevegelse med liten sannsynlighet for store prisbevegelser over en kort tidsperiode. For å unngå dette må man anta en kunstig høy volatilitet i simuleringen. I slike modeller vil opsjoner som er "ute av pengene" være priset mye lavere enn hva som observeres. Dette fenomenet kalles volatilitetssmilet. Implisitt volatilitet observert i markedet er høyere for opsjoner som er "ute av pengene" ved en Black & Scholes prising av opsjonen. Dersom prisprosessene tillegges hopp, vil det, selv ved kort tid til forfall, være en mulighet for at hoppet vil bevege opsjonen inn i "pengene". Derfor vil

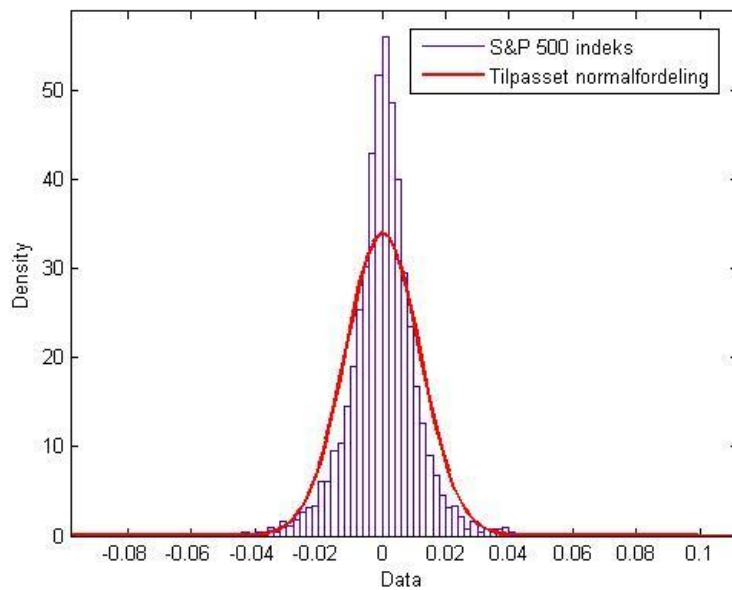
en modell med hopp i prisprosessen gi et bedre bilde av virkeligheten (Tankov & Voltchkova, 2006).

Med utgangspunkt i porteføljesikring vil modeller med daglig avkastning som er uavhengig og normalfordelt generelt lede til et komplett marked¹³, eller gjøres komplett ved å legge inn ett eller to instrumenter, for eksempel stokastiske volatilitetsmodeller. I et slikt marked vil enhver avkastning fra opsjoner kunne replikeres, noe som gjør opsjoner overflødige, og samtidig setter spørsmålsteget ved handelen av opsjoner. En forklaring på dette kan lett gis dersom en tillater diskontinuerlig prisprosess. På grunn av prishopp i virkelige markeder er perfekt sikring umulig, og opsjoner gjør det mulig å beskytte seg mot risiko som ikke kan sikres ved bruk av underliggende aktivum (Tankov & Voltchkova, 2006).

Konsekvensen av å simulere prisprosesser uten hopp kan illustreres slik: En porteføljeforvalter benytter CPPI som porteføljesikringsstrategi. Prisprosesser med hopp tar hensyn til muligheten for store prisbevegelser over et kort tidsintervall. Sannsynligheten for en slik prisbevegelse er null i en ren diffusjonsprosess. Dermed utelukker en ren diffusjonsprosess sannsynligheten for dropp-risiko. Dropp-risiko er risikoen for at porteføljens verdi skal gå under gulvet mellom to rebalanseringer. Dette innebærer at det er mulig under kontinuerlig rebalansering, om man utelukker hopp i simuleringen, å konstruere en portefølje med meget høy multippel (les: stor eksponering i risikabelt aktiva). Denne porteføljen vil dermed gi et høyt oppsidepotensial og samtidig ha null dropp-risiko. Dette er ikke reelt. I virkeligheten er det alltid en viss sannsynlighet for at underliggende får et plutselig fall i verdien. Hvis eksponeringen i risikable aktiva er veldig høy, er det dermed en risiko for at porteføljeverdien faller under gulvet. Hvis det skjer et stort negativt hopp, vil ikke strategien kunne forvalte porteføljen til den garanterte avkastningen.

Et siste argument som taler for simuleringer som ikke gir normalfordelte data, med nøytral kurtose og ingen skjevfordeling, er hva som faktisk observeres i markedet.

¹³ Ett komplett marked er et marked hvor den komplette mengden av mulige veddemål om fremtidig tilstand kan bli konstruert med eksisterende aktiva.



Figur. 12 Fordeling av daglig logaritmisk avkastning fra 3/1-1990 – 31/12-2009

Figuren viser fordelingen over den daglige logaritmiske avkastningen til S&P 500 fra 3/1-1990 til 31/12-2009 sammenlignet med normalfordelingen. Helt umiddelbart kan man se at avkastningen ikke er normalfordelt, men har en mye høyere kurtose. Kurtosen utover normalfordelingen er i denne tidsperioden 9,18. I tillegg har dataserien en marginal skjevfordeling på minus 0,19.

Hensikten med utredningen er ikke å prise opsjoner risikofritt i et komplett marked, men å se på risiko og konsekvensen av å ta hensyn til hopp i de ulike strategiene. Å bevege seg ut av Black & Scholes rammeverket vil dermed ikke komplisere unødvendig eller gi et tap av generalitet.

6.3 Kalibrering av modellen

Det er ingen lukket form løsning på kalibrering av de ulike parameterne. En måte å tilpasse de ulike parameterne på er å ta utgangspunkt i en dataserie med daglig logaritmisk avkastning. I denne utredningen har jeg basert meg på dataserien som er vist i figur 12, S&P 500 fra 3/1-1990 til 31/13-2009. Utfordringen har vært å skille mellom hva som skal inngå i den rene diffusjonsprosessen og hva som skal defineres som hopp. Jeg har valgt å definere et ikke-diversifiserbart hopp i prisprosessen som:

$$\mu_j < -3 * \sigma_i$$

”Alle daglige avkastninger mindre enn tre negative standardavvik til datasettet”.

Her kunne man valgt andre verdier, som for eksempel 2,5 eller fire standardavvik. Hensikten med definisjonen er å avdekke verdier som inntreffer sjelden og er av en viss størrelse. Ved å sette grensen på tre negative standardavvik trekker jeg ut verdier, som under antagelsen om normalfordeling skal inntreffe med 0,2 prosent sannsynlighet. Prosessen med å skille ut hoppene starter med å trekke ut alle verdier som defineres som hopp og interpolere tallmaterialet. Ved interpolering blir hullene der observasjonene er trukket ut et gjennomsnitt av foregående og neste observasjon. Etter å ha trukket ut hoppene og interpolert tallmaterialet tilstrekkelig antall ganger, har jeg nå to datasett: ¹⁴

- 1) Ett sett med daglig logaritmisk avkastning, der alle observasjonene er større enn tre negative standardavvik – parametere til simuleringen gjort i diffusjonsprosessen.
- 2) Ett sett med daglig logaritmisk avkastning, der alle observasjonene er mindre enn tre negative standardavvik – parametere til simuleringen ved den hoppfordelte prosessen.

Fra tidligere ble prisprosessen satt som:

$$d\ln S_t^j = \mu dt + \sigma dB_t + X dN_t$$

μdt = Gjennomsnittsverdien til datasett (1)

σdB_t = Standardavviket til datasett (1), med en wiener-prosess $B_t \sim N(0,1)$

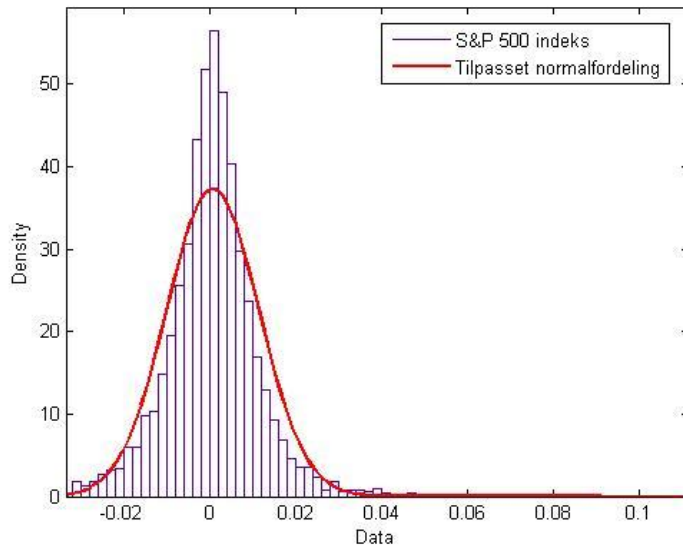
$X = \mu_j, \sigma_j$ er gjennomsnittsverdien og standardavviket til datasett (2), med en wiener-prosess

$X \sim N(\mu_j, \sigma_j)$

Intensiteten i dN_t er $\lambda = \frac{\text{Antall observerte hopp}}{\text{Totalt antall observasjoner}}$

¹⁴ Metoden ble valgt etter samtale med Fred Espen Benth.

6.3.1 Kalibrering av diffusjonsprosessen

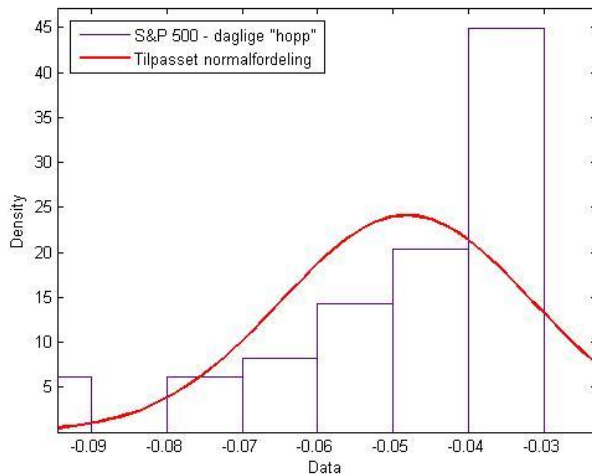


Figur. 13 Fordeling av daglig logaritmisk avkastning justert for hopp og interpolert fra 3/1-1990 – 31/12-2009 (datasett 1).

Fordelingen til figur 13 har, sammenlignet med figur 12, en overskuddskurtose på 6,56 og en positiv skjevfordeling på 0,88. Datasettet gir følgende parametere til i diffusjonsprosessen: $\mu dt = 18,63$ prosent og $\sigma = 16,9$ prosent.

Driften i prosessen er høyere og volatiliteten lavere enn hva man kunne forventet. Dette er i og for seg logisk, ved å legge til hopp-prosessen vil man redusere forventet avkastning og øke volatiliteten.

6.3.2 Kalibrering av hopp-prosessen



Figur. 14 Fordeling av daglig logaritmisk avkastning mindre enn tre negative standardavvik fra 3/1-1990 – 31/12-2009 (datasett 2).

Som det går frem av fordelingen, bryter denne med antagelsen om normalfordeling. For å følge forenklingen gjort i notatet vil jeg imidlertid anta at hoppene er normalfordelt, $X \sim N(\mu_j, \sigma_j)$. Datasettet gir følgende parametere til i hopp-prosessen:

$$\mu_j = -4,82\% \text{ og } \sigma_j = 1,65 \%$$

Totalt 49 observasjoner av 5042 er mindre enn tre standardavvik. Dette gir:

$$\lambda = \frac{49}{5042} = 0,0097.$$

Dermed blir forventet antall hopp pr år $250 * 0,0097 = 2,43$.

Dette gir forventet avkastning:

$$250 * 0,0097 * -4,82 \% + 18,63 \% = 6,91 \%,$$

og forventet volatilitet på:

$$16,9 \% + 1,65 \% * 250 * 0,00972 = 20,92 \%$$

Til sammenligning er det historiske gjennomsnittet i tidsperioden 7,01 prosent.

Forskjellen blir ikke stor om tilsvarende beregninger gjøres for S&P 500 fra 1950 frem til 31.12.2009:

$$\mu dt = 17,49 \%, \sigma = 13,75 \%, \mu_j = -3,93 \%, \sigma_j = 2,16 \% \text{ og } \lambda = \frac{147}{15148} = 0,0097$$

Det er verdt å merke seg at hele dataserien for S&P 500 ikke gir endring i lambdaen.

Her er det også mulig å gjøre andre antagelser. Siden hoppene ser ut til å bryte antagelsen om normalfordeling, kunne man valgt en uniform fordeling på hoppene.

6.3.3 Antagelser gjort i simuleringene av de ulike strategiene

6.3.3.1 Ingen dividendeutbetalinger

For simuleringene av de forskjellige porteføljesikringsstrategiene antas det at underliggende ikke utbetaler dividende. Indeksen består av aksjer som utbetaler dividende av ulike størrelser på ulike tidspunkt. Den vil det mildt sagt være en utfordring å beregne. For å motta dividenden må indeksen replikeres, det vil si eie alle de ulike aksjene som inngår i indeksen. Utbetaling av dividende påvirker også kjøpsopsjonen, som under antagelsen om en dividenderate blir billigere.

6.3.3.2 Ingen transaksjonskostnader

I tillegg kan porteføljen rebalanseres uten transaksjonskostnader.¹⁵ Dette har konsekvenser, spesielt for CPPI- og Fixed Mix-strategiene, som i teorien skal rebalanseres hyppig, helst kontinuerlig. Det er store transaksjonskostnader forbundet med rebalansering, spesielt med tanke på meglerhonorar og bid/ask spread, noe som vil slå negativt ut på sluttverdien i scenarioer hvor porteføljestrategiene krever stadige rebalanseringer. En strategi som ikke krever jevnlig rebalansering, for eksempel en plassering i risikofritt og resten i en kjøpsopsjon (OBPI-strategi), vil spare betydelige beløp på transaksjonskostnader

6.3.3.3 Daglig rebalansering av porteføljen

Dette leder inn på neste antagelse som ligger til grunn: Porteføljen rebalanseres daglig. På grunn av transaksjonskostnadene er det lite sannsynlig at et livselskap gjør dette i virkeligheten. Derfor vil selskapene ha definert i investeringsstrategien hvor store prosentvise

¹⁵ Rebalansering betyr å endre aktivaklassesammensetningen. I dette tilfellet å endre forholdet mellom pengemarked og indeks.

avvik den faktiske porteføljen kan ha i forhold til referanseporteføljen før eventuell rebalansering. Et eksempel kan være en CPPI-strategi der referanseporteføljen tilsier en høyere aksjeandel.¹⁶ Ved kontinuerlig rebalansering skal porteføljen øke aksjeandelen. Dersom referanseporteføljen i løpet av kort tid går tilbake til det opprinnelige utgangspunktet, vil dette kreve salg av aksjer. En slik rebalansering er kostbar. Aksjene ble kjøpt dyrt og solgt billig, i tillegg kommer transaksjonskostnader ved begge handlene. En porteføljeforvalter vil i et slikt scenario ikke være tjent med så hyppige rebalanseringer. Det er mulig å inkludere med maksimal avvik i forhold til en referanseportefølje i modellen, men dette er ikke hensiktsmessig. Grensene varierer hos de ulike selskapene og er heller ikke endelig. De avhenger av buffersituasjonen og risikoviljen til ledelsen og styret.

6.3.3.4 Ikke tillatt med belåning eller begrensning på vekting i aktivaklassene

Det er ikke tillatt med belåning; det vil si at porteføljets inngangsallokering ikke kan ha større verdi enn kollektivporteføljen. For at CPPI-strategien skal være konveks ved veldig høye verdier for underliggende, innebærer dette at strategien låner noe risikofritt. Utover dette er det ikke mulig under å belåne porteføljen i noen av porteføljesikringsstrategiene. Det er heller ikke satt noen begrensning på maksimal eksponering i risikable aktiva. Livselskap vil som regel ha maks/min vekter på ulike aktivaklasser for å sikre at forvaltningen er tilstrekkelig diversifisert og ikke tar for høy risiko i en enkelt aktivaklasse. Dette vil variere mellom de ulike livselskapene, og er ikke like interessant fra et teoretisk perspektiv med to aktivaklasser. Som nevnt under overskuddsdeling (avsnitt 2.3) vil kunden sitte igjen med overskuddet. Derfor er det i virkeligheten begrenset hvor høy risiko ledelsen i livselskapene ønsker å ta. En høy eksponering i aksjer kan bli for risikabelt, uavhengig av porteføljesikringsstrategien som brukes. Livselskap er tjent med en strategi som gjør det godt i normalscenarioer og er dermed villig til å gi fra seg muligheten til de aller høyeste sluttverdiene.

6.3.3.5 Prising av opsjoner med Black & Scholes formel

Porteføljeverdier under Option Based Portfolio Insurance vil til enhver tid være:

$$V_t^{OBPI} = K * e^{-r(T-t)} + BS_{call}(S, K, r, \sigma, t, T)$$

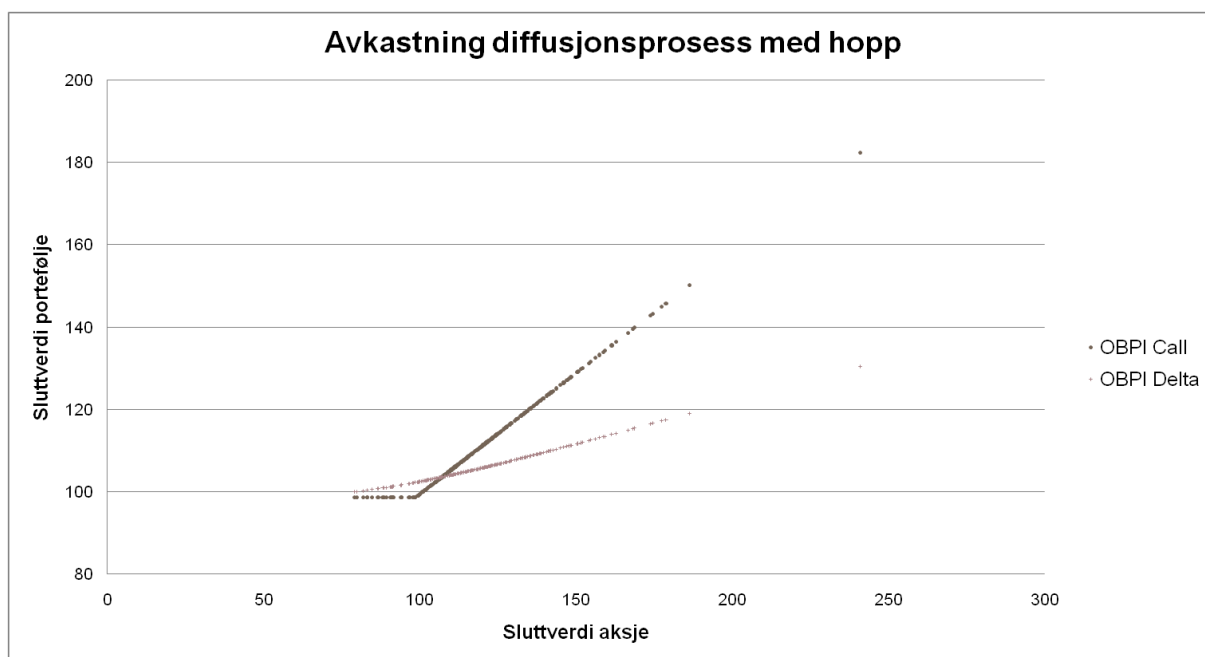
Her endres verdien av kjøpsopsjonen når den nærmer seg forfall. Ved beregningen av denne verdien bruker jeg vanlig Black & Scholes prising med den historiske volatiliteten til underliggende. Den fanger ikke opp variasjonen i implisitt volatilitet for kontraktspriser

¹⁶ Referanseporteføljen har en aktivaklassesammensetning som er teoretisk korrekt.

”langt ute av pengene”. Prisdifferansen er likevel såpass liten at det ikke vil ha stor betydning for resultatene.

6.3.3.6 Samme aksjeeksponering i inngangsallokeringen

For at de ulike strategiene skal ha et fornuftig sammenligningsgrunnlag bør de allokeres med lik aksjeeksponering ved starttidspunktet. Dette innebærer at deltaen i OBPI-strategien bør være lik aksjeandelen til de andre strategiene i inngangsallokeringen.¹⁷ Her blir inngangsallokeringen i CPPI-strategien toneangivende for aktivaklassesammensetningen ved Fixed Mix og Buy and Hold-strategien. OBPI-strategien, som er beskrevet tidligere i oppgaven har en høyere delta enn de andre strategiene. Strategiens avkastningsprofil er også lineær, enten er opsjonen i pengene, eller ikke. En måte å få redusert deltaen til opsjonen er å forlenge opsjonens utøvelsestid, med samme kontraktspris som tidligere. På denne måten vil tidselementet gi en konveks avkastning, samtidig som opsjonen blir dyrere. Med en dyrere opsjon får man kjøpt en mindre andel av den, og dermed får en lavere delta. Dette er en ligning som lett løses i Excel, der man ønsker å få aksjeeksponeringen på starttidspunktet lik den som er gitt ved de andre strategiene ved å endre forfallstidspunktet til opsjonen.



Figur 15. Tradisjonell OBPI vs deltajustert OBPI

¹⁷ Delta er andelen aksjer som repliserer avkastningen til opsjonen.

Figuren 15 illustrer forskjellen på en simulering av en klassisk OBPI mot en deltajustert OBPI-strategi. Det gjenværende tidssegmentet i opsjonen gir en konveks avkastningsprofil. Det kan stilles spørsmål ved om det er mulig å finne derivater med ønsket løpetid for å få riktig delta ved inngangsallokeringen. En europeisk kjøpsopsjon har heller ikke mulighet til å bli innløst før forfall. Konsekvensen er at det blir vanskelig for livselskapet å skaffe til veie midler for en eventuell flytting av kunden, samt fordele overskudd til premiefond eller øke bufferkapitalen. Dette er med andre ord en alternativ og lite realistisk OBPI-strategi, som allikevel er et fint tilskudd når de ulike porteføljestrategiene skal sammenlignes.

6.4 **Alternative modeller**

Ved risikostyring og valg av porteføljesikringsstrategier bør investoren velge en simuleringsmodell som fanger opp de statistiske karakteristikkene til den finansielle tidsserien. En kvantitativ analyse, som man får i en simuleringsmodell, gir ingen endelig løsning, men bør integreres med en erfaringsbasert vurdering, som også inkluderer stresstesting. Forskjellige finansielle tidsserier kan være beskrevet bedre av ulike stokastiske prisprosesser. Derfor bør den generelle tilnærmingen ved valg av simuleringsmodell være å kartlegge tidsserien til aktivaklassen. Historisk utvikling er ingen garanti for fremtidige scenarioer, men kan likevel gi en pekepinn på om en kan forvente ”mean reversion”, tykkere haler, eller ikke (Brigo, Dalessandro, Neugebauer, Triki, 2007). Når flere stokastiske prisprosesser har egenskaper som passer tidsserien, kan man analysere resultatene til de ulike modellene. På denne måten reduserer man modell-risiko. Her følger et utvalg av ulike prisprosesser og tilhørende egenskaper:

Standard prosesser:

Arithmetic Brownian Motion (ABM, returns)

Geometric Brownian Motion (jumps).

Prosesser som gir tykkere haler:

GBM with lognormal jumps (levels)

ABM with normal jumps (returns)

GARCH (returns)

Variance Gamma (returns)

Mean reverting prosesser:

Vasicek,

CIR (levels if interest rates, spreads or returns in general),

Exponential Vasicek (levels).

Mean reverting prosesser med tykkere haler:

Vasicek with jumps (levels if interest rates or spreads or returns in general)

Exponential Vasicek with jumps (levels)

Nærmere beskrivelse av de ulike modellene kan leses blant annet i “A Stochastic Processes Toolkit for Risk Management” (Brigo, Dalessandro, Neugebauer, Triki, 2007).

7 Simuleringer og resultater

Ved simulering av de ulike strategiene er det satt følgende parametere:

- Totalverdi av porteføljen $V_0 = 100$.
- Kundens innbetalte midler, premiereservene, på $t = 0$ er 95,57.
- Pute, C_0 , på $100 - 95,57 = 4,43$.¹⁸
- Betalingsforpliktelsen, og porteføljens nedre gulv g_t på $t = T$, er $95,67 * e^{0,03} = 98,58$. Dette er også kontraktsprisen (K) på de opsjonsbaserte strategiene.
- Inngangsallokeringen i aksjer for Fixed Mix, BaH, CPPI (med multippel 3) og deltajustert OBPI er ved starttidspunktet satt til 13 prosent.
- CPPI strategien simuleres med tre ulike størrelser på multiplene:
Multippel = 2, gir 8,67 prosent ved inngangsallokering i aksjeandel.
Multippel = 3, gir 13 prosent ved inngangsallokering i aksjeandel.
Multippel = 4, gir 17,33 prosent ved inngangsallokering i aksjeandel.
- Den deltajusterte opsjonsbaserte strategien har forfall om 1575,6 dager, det vil si ca 6,3 år.¹⁹

Gulvet er justert slik at CPPI-strategien med en multippel på 3 skal ha ønsket aksjeeksponering i begynnelsen, satt til 13 prosent. Dette gir et realistisk bilde av en mulig inngangsallokering for et livselskap.

Bevis på at modellen som jeg har benyttet i denne oppgaven simulerer riktige verdier, kan man finne i kontrollberegningen i appendiks 9.1.

¹⁸ Puten består av tilleggsavsetninger og kursreserver (bufferkapital), som ikke skal forvaltes til garantert rente.

Dette gir simuleringen en bufferkapital på $\frac{4,43}{95,57} = 4,64$ prosent av premiereservene.

¹⁹ Deltajusteringen er gjort ved å øke forfallstidspunktet og dermed kjøpe en dyrere opsjon, som igjen gir lavere aksjeeksponering i utgangsallokeringen. Se avsnitt 6.3.3.6 for nærmere forklaring.

7.1 Diffusjonsprosess uten hopp

Ved simulering av diffusjonsprosess uten hopp er endringen i aksjeindeksen gitt ved:

$$d\ln S_t = \mu dt + \sigma dB_t$$

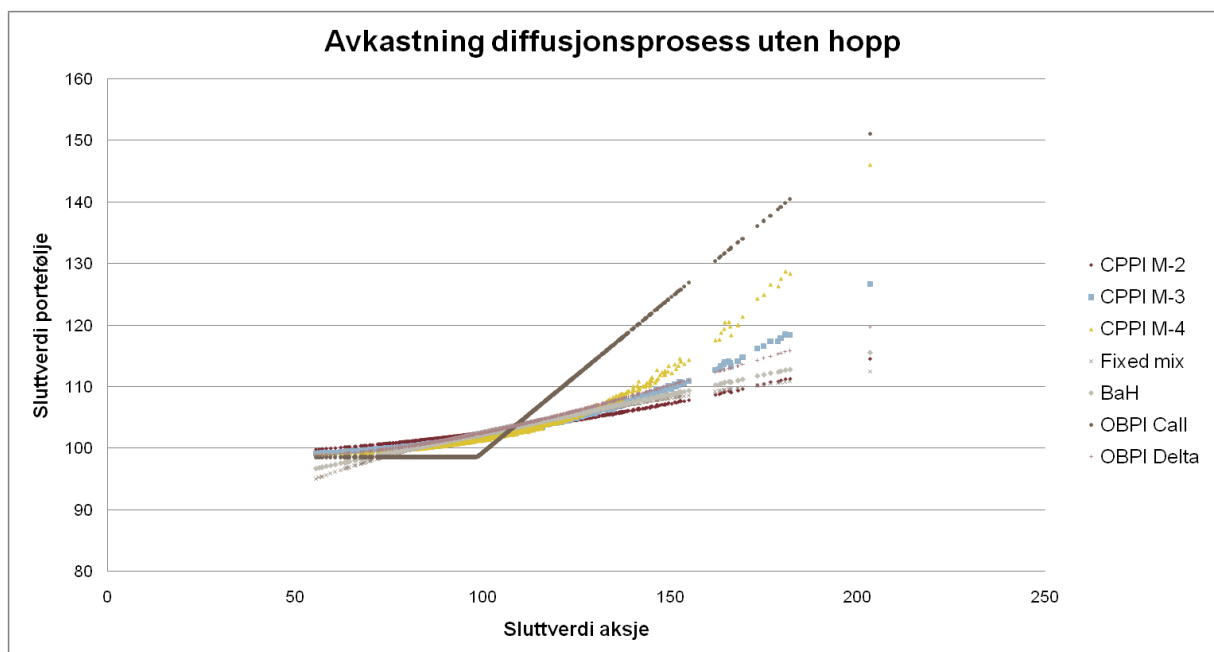
Her er driften i diffusjonsprosessen satt tilsvarende forventet avkastning under hopp-prosessen:

$$\mu dt = 6,91 \text{ prosent.}$$

Mens volatiliteten i diffusjonsprosessen er satt lik forventet volatilitet under hopp-prosessen:

$$\sigma dB_t = 20,92 \text{ prosent.}$$

Det er simulert 10 000 scenarioer, hvor hvert enkelt scenario har en prisutvikling over 250 dager (se appendiks 9.2 for oversikt). Dette har gitt følgende sluttverdier for de ulike strategiene:

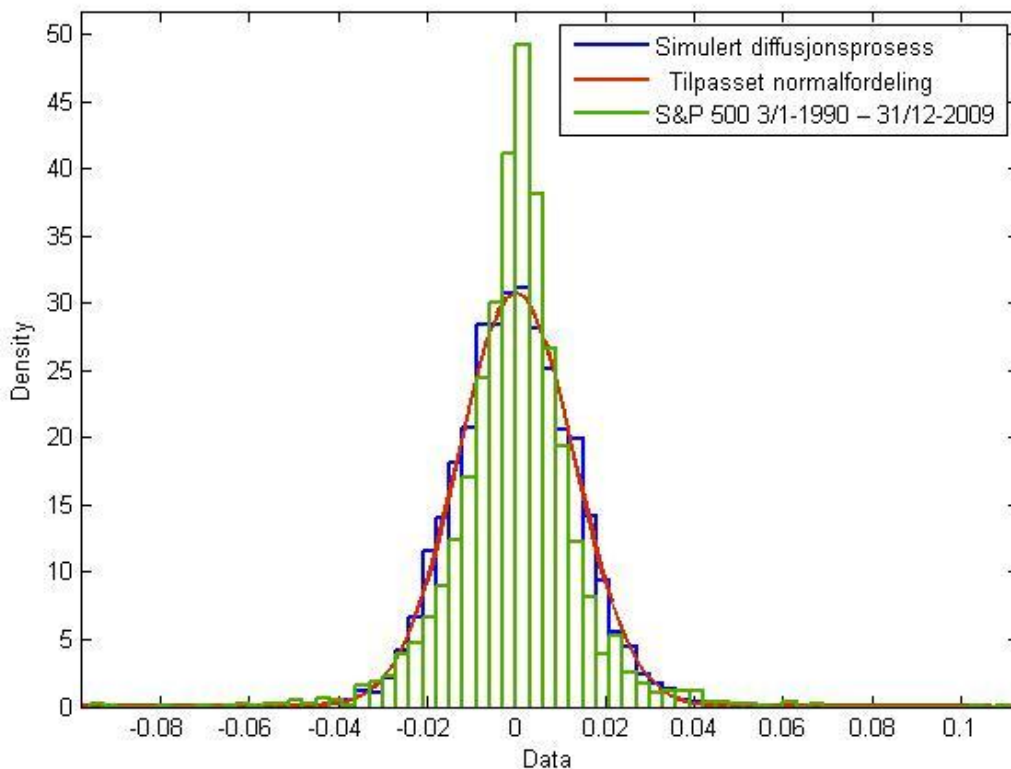


Figur 16. Strategiernes avkastning som funksjon av underliggende (ren diffusjonsprosess)

Figuren viser at ingen av strategiene dominerer for alle sluttverdiene av underliggende. Der opsjonen er i pengene gir en ren opsjonsbasert strategi en lineær avkastningskurve og sluttverdier som er høyere enn de andre strategiene. I avsnitt 6.3.3.6 diskuteres inngangsallokeringen i aksjer. Ved den opsjonsbaserte strategien, der hele bufferkapitalen er

investert i en kjøpsopsjon med kontraktspris $K = G_T$, har porteføljen en delta på 31 prosent. Derfor synes OBPI-strategien å gjøre det bedre for mange av verdiene til underliggende. At strategien har en såpass mye høyere aksjeeksponering ved inngangsallokeringen enn de andre strategiene, vil bli drøftet under Value at Risk (avsnitt 7.1.3). Selv om OBPI-strategien ved første øyekast ser best ut, er det ikke gitt at strategien er den mest optimale for et livselskap.

Fixed Mix-strategien har en svakt konkav avkastningsprofil og sluttverdier under gulvet på 98,58. BaH-strategien er som forventet lineær og har også sluttverdier under gulvet. Den slake helningen på BaH-strategien kommer av den lave eksponeringen i aksjer. Det er også verdt å merke seg at en høyere multiplum i CPPI-strategien gir en mer konveks avkastningskurve.



Figur 17. Daglig avkastning fra simulering sammenlignet med daglig historisk avkastning

Av figuren fremgår det at daglig avkastning i simulering er så å si normalfordelt. De daglige logaritmiske avkastningene har en kurtose på $-0,0027$ og en skjevfordeling på $0,003$. Dette er som forventet, siden diffusjonsprosessen er standard normalfordelt.

7.1.1 Avkastning

	Indeks	CPPI M-2	CPPI M-3	CPPI M-4	Fixed Mix	BaH	OBPI Call	OBPI Delta
Gj. Snitt	7.13%	3.17%	3.25%	3.33%	3.26%	3.25%	5.27%	3.74%
Rangering	1	8	7	4	5	6	2	3
Median	4.91%	2.79%	2.43%	1.96%	3.21%	2.96%	1.80%	3.12%
Standardavvik	22.54%	2.01%	3.26%	4.79%	2.79%	2.87%	8.80%	3.17%
Varians	5.08%	0.04%	0.11%	0.23%	0.08%	0.08%	0.77%	0.10%
Maksverdi	236.98	119.97	142.13	183.16	114.78	119.70	168.07	125.88
Minverdi	49.40	99.53	98.99	98.75	93.62	95.94	98.58	98.73
Kurtose	0.76	3.54	10.87	29.64	0.04	0.75	2.96	2.20
Skjevfordeling	0.65	1.39	2.37	3.81	0.09	0.65	1.62	1.22

Figur 18. Avkastning med tilhørende beregninger – ren diffusjonsprosess.

Som det går fram av tabellen gir en opsjonsbasert strategi høyest gjennomsnittlig avkastning med 5,27 prosent. På andreplass følger den deltajusterte opsjonsbaserte strategien med 3,74 prosent. En CPPI med en multippel på 3 eller mer gir høyere eller samme forventet avkastning som Fixed Mix og BaH-strategiene. Medianen til samtlige av CPPI-strategiene er lavere enn Fixed Mix og BaH, dette er prisen man må betale for en konveks avkastningsprofil. Medianen er synkende for økt multippel i CPPI-strategien, noe som er logisk da strategien innebærer større risiko og er enda mer konveks. For medianverdiene taper OBPI sammenlignet med de øvrige strategiene. Grunnen til dette er at opsjonen i mange av tilfellene er verdiløs og ”out of the money”. Dermed er det bare den risikofrie investeringen som har gitt avkastning.

Alle strategiene har en vesentlig reduksjon i volatiliteten, sammenlignet med investering kun i aksjer. Dette skyldes av at samtlige strategier har lav eksponering i det i risikable aktivumet. Desto høyere multippel CPPI strategiene operer med, desto større volatilitet i sluttverdiene. Den opsjonsbaserte strategien har en volatilitet som er 2,7 ganger høyere enn CPPI-strategien med en multippel på tre.

Ved simuleringen hadde indeksen minimums og maksimums sluttverdi på henholdsvis 49,4 og 236,98. Ingen enkeltscenarier under CPPI-strategiene fikk en verdi som gikk under gulvet på 98,58. Ingen scenarier hadde såkalt ”cash-lock”, der hele porteføljen investeres risikofritt i pengemarked. Det betyr at dropp-risikoen har vært null i denne simuleringen – underliggende har ikke hatt et stort nok prisfall mellom to rebalanseringer til at garantert avkastning ikke oppnås. Av de ulike strategiene har CPPI-strategien med en multippel på 4 høyest sluttverdi, på 183,16. Den opsjonsbaserte strategien har også en høy maksimal sluttverdi (168,07), noe som er logisk da opsjonen er godt inne pengene. Dette er imidlertid

ikke særlig interessante observasjoner, siden livselskap ønsker en strategi som i færrest mulig scenarioer belaster egenkapitalen og derfor ikke vil betale for en potensiell oppside. I tillegg er dette en av 10 000 observasjoner, og sier ingenting om hvor ofte noen av strategiene gir så høye sluttverdier.

Det som derimot er interessant for investoren er fordelingen på avkastningene. Indeksen har gitt en avkastning på 7,13 prosent, den har en positiv kurtose på 0,76 og en skjevfordeling på 0,65. Hensikten med en porteføljesikringsstrategi er å begrense nedsiden, samt få med seg mest mulig av oppsiden. En lavere forventet avkastning for de ulike porteføljestrategiene er kostnaden ved å begrense nedsiden. Man kan likevel se at strategiene har gitt ønsket effekt: CPPI-strategiene har en høyere positiv skjevfordeling og kurtose enn de øvrige strategiene, og den øker med økt multippel. Den positive skjevfordelingen innebærer at strategiene gir flere positive sluttverdier enn hva normalfordelingen skulle tilsi. Høyere kurtose betyr at avkastningen observeres oftere rundt forventet verdi, men også flere ekstremverdier. Begge de opsjonsbaserte strategiene gir også positiv skjevfordeling og kurtose. BaH-strategiene gir naturlig nok samme skjevfordeling og kurtose som indeksen.

7.1.2 Aksjeeksponering

	Indeks	CPPI M-2	CPPI M-3	CPPI M-4	Fixed Mix	BaH	OBPI Call	OBPI Delta
Utgangsallokering		8.67%	13.00%	17.33%	13.00%	13.00%	30.79%	13.00%
Gj. eksponering	n/a	8.79%	13.24%	17.65%	13.00%	13.08%	30.97%	13.04%
Maksverdi	n/a	21.35%	48.12%	91.39%	13.00%	19.45%	49.18%	17.13%
MinVerdi	n/a	3.46%	3.40%	3.12%	13.00%	8.42%	2.54%	5.21%

Figur 19. Statistikk aksjeeksponering per simulering

Det er interessant å merke seg at ingen av strategiene får spesielt mye høyere gjennomsnittlig aksjeeksponering enn inngangsallokeringen. Jo høyere multippel CPPI-strategien har, desto høyere er den maksimale eksponeringen. Den opsjonsbaserte strategien, som starter med en høyere inngangsallokering, får også en høyere gjennomsnittlig aksjeeksponering enn de øvrige strategiene. Det er også interessant å merke seg BaH-strategien og CPPI strategien med en multippel på tre: Begge har lik inngangsallokering i risikabelt aktiva, mens maksimal gjennomsnittlig eksponering for et år er i CPPI-strategien 48,12 prosent mot 19,45 prosent i BaH. I et synkende marked er minste eksponering i aksjer 3,4 prosent mot 8,42 prosent i BaH-strategien. Dette er en fin illustrasjon av hvordan CPPI-strategien tar høyere risiko i gode tider, og hvordan risikoen reduseres i et aksjemarked med negativ avkastning.

7.1.3 Value at Risk (VaR)

VaR	Indeks	CPPI M-2	CPPI M-3	CPPI M-4	Fixed Mix	BaH	OBPI Call	OBPI Delta
98%	69.11	100.41	99.67	99.20	97.79	98.43	98.58	99.51
99%	64.28	100.17	99.46	99.05	96.88	97.82	98.58	99.24

Figur 20. Value at Risk, gulvet er satt til 98,58²⁰

Figuren viser sluttverdier, punkttestimat, for porteføljen på 98 prosent og 99 prosent konfidensnivå. En god porteføljesikringsstrategi unngår å ta av egenkapitalen for å dekke renteunderskudd ved VaR-mål på høye konfidensnivå. Som nevnt tidligere kan egenkapitalen benyttes til å dekke renteunderskudd. I så fall må porteføljens sluttverdi være lavere enn porteføljens nedre gulv ved tidspunkt T, 98,58.

Som det går frem av figur 20 begrenser samtlige av CPPI-strategiene nedsiden, og holder seg godt over grensen for å måtte trekke på egenkapitalen. Dette klarer ikke Fixed Mix eller BaH, verken på et 98 prosent eller 99 prosent VaR-estimat. Den opsjonsbaserte strategien vil heller ikke gå under porteføljens nedre gulv på 98,58, under begge VaR-estimatene. Dette følger av at store deler av porteføljen er allokert i risikofritt aktivum, nettopp for å forvalte til denne verdien. VaR estimatene på 98 prosent og 99 prosent tyder på at opsjonselementet i strategien er verdiløst ved forfallstidspunktet. Dette er OBPI-strategiens største svakhet. Ved simuleringen ga de 3780 laveste observasjonene til opsjonsbasert porteføljesikring samme verdi som gulvet i porteføljen. Det betyr at strategien i denne simuleringen har 37,80 prosent sannsynlighet for å tape hele bufferkapitalen på et år. Denne risikoen er så høy at det er lite sannsynlig at et livselskap er villig til å investere hele bufferkapitalen i en opsjon med løpetid på et år. Den deltajusterte opsjonsbaserte strategien klarer seg vesentlig bedre; problemet er at opsjonens forfall er langt frem i tid.

I denne simuleringen kan det virke som om det er mulig for CPPI-strategiene å operere med en enda høyere multippel, eller reduksjon i andelen aksjer ved Fixed Mix og BaH-strategiene for at de skal ha samme risiko.

²⁰ Value at Risk er beregnet ved å plukke ut observasjon nummer 100 og 200 sortert fra laveste til høyeste verdi.

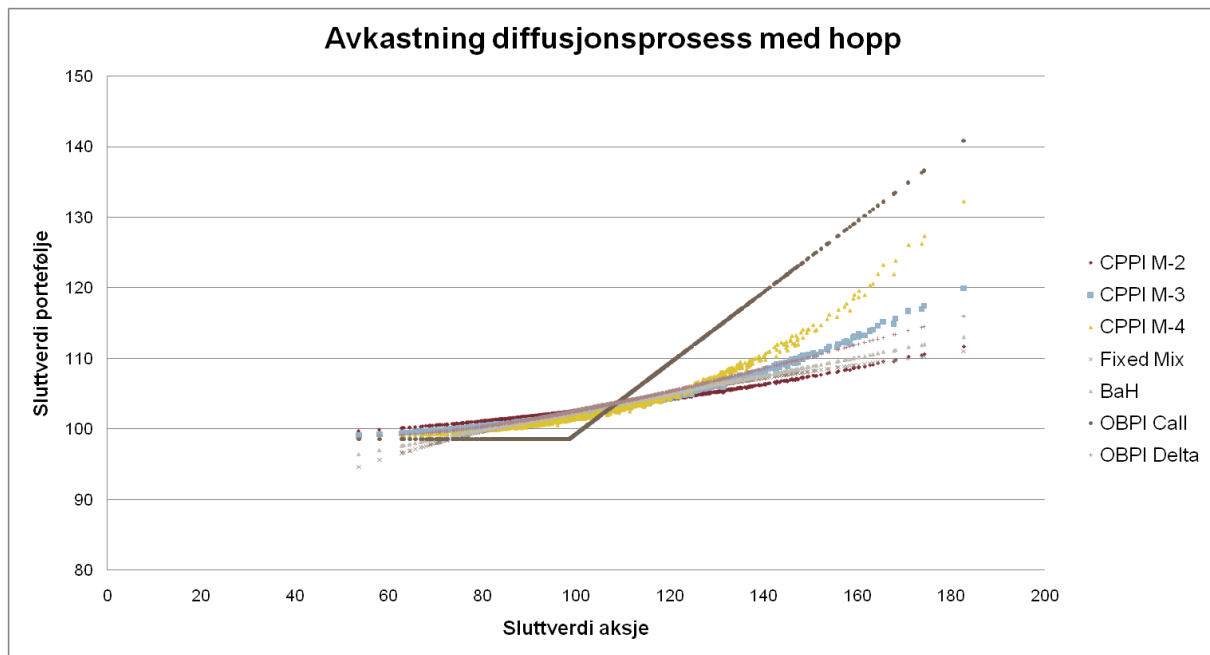
7.2 Diffusjonsprosess med hopp

Ved simulering av diffusjonsprosess uten hopp er endringen i aksjeindeksen gitt ved:

$$d\ln S_t^j = \mu dt + \sigma dB_t + X dN_t$$

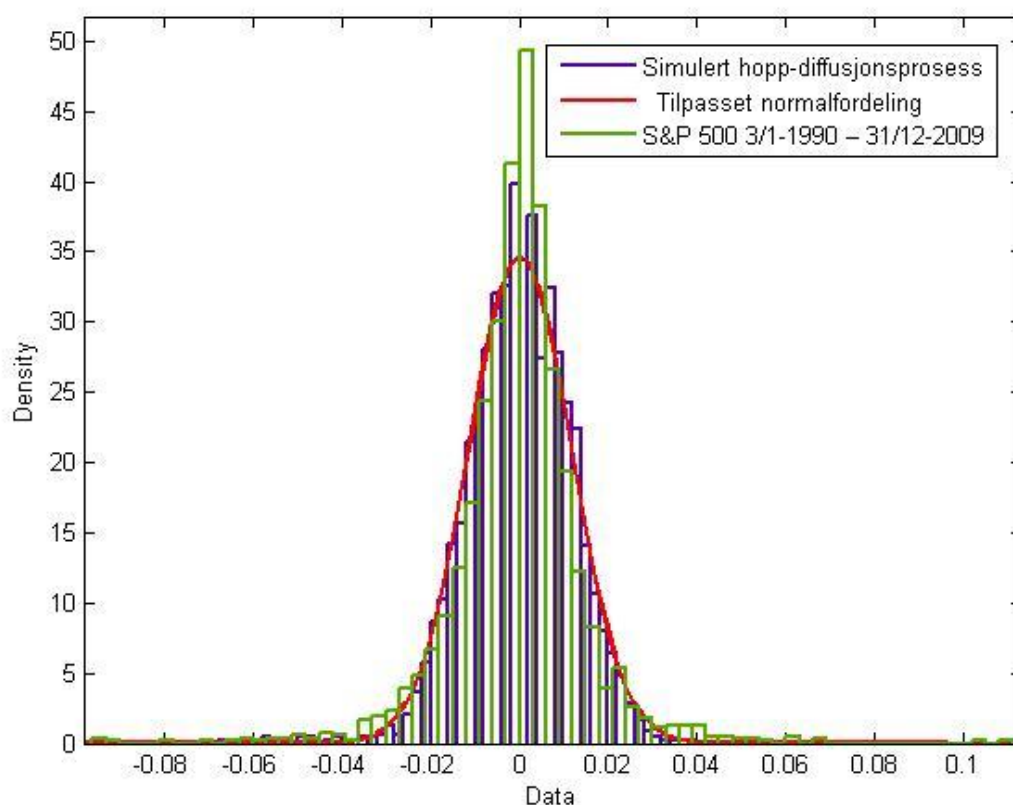
Hopp-diffusjonsprosessen har samme forventet avkastning som under den rene diffusjonsprosessen; 6,91 prosent. Tilsvarende er forventet volatilitet satt lik i diffusjonsprosessen med og uten hopp; 20,92 prosent. Forskjellen er at diffusjonsprosessen har høyere drift $\mu dt = 18,63$ prosent, med et standardavvik på 16,9 prosent. Forventet avkastning reduseres og standardavviket øker når hopp-prosessen tillegges, med $\mu_j = -4,82$ %, $\sigma_j = 1,65$ % og en lambda på 0,0097.

Det er simulert 10 000 scenarioer, hvor hvert enkelt scenario har en prisutvikling over 250 dager (se appendiks 9.3 for oversikt). Dette har gitt følgende sluttverdier for de ulike strategiene:



Figur 21. Strategienes avkastning som funksjon av underliggende (hoppdiffusjonsprosess)

Sammenlignet med figur 16 er det lite som skiller avkastningskurvene for de to ulike simuleringmodellene. Heller ikke her er det noen strategier som dominerer for alle sluttverdier av underliggende. Ved første øyekast ser det ut til at det er færre observasjoner under gulvet for BaH- og Fixed Mix-strategiene.



Figur 22. Daglig avkastning fra simulering sammenlignet med daglig historisk avkastning

I simuleringene til indeksen har de daglige logaritmiske avkastningene en kurtose på 3,76 og en skjevfordeling på -0,77. Til sammenligning hadde S&P-500 fra 3.1.1990-31.12.2009 en kurtose på 9,18 og skjevfordeling på -0,19. Det hadde vært ønskelig å observere avkastning fra modellen som ligner den faktiske fordelingen enda bedre. Likevel har modellen gitt en fordeling som ligner mer på den historiske avkastningen sammenlignet med en kontinuerlig simuleringssprosess.

7.2.1 Avkastning

	Indeks	CPPI M-2	CPPI M-3	CPPI M-4	Fixed Mix	BaH	OBPI Call	OBPI Delta
Gj. snitt	7.16%	3.22%	3.34%	3.46%	3.31%	3.32%	4.98%	3.69%
Rangering	1	8	5	4	7	6	2	3
Median	5.62%	2.93%	2.68%	2.30%	3.31%	3.12%	2.17%	3.22%
Standardavvik	20.35%	1.83%	2.93%	4.25%	2.54%	2.61%	7.91%	2.84%
Varians	4.14%	0.03%	0.09%	0.18%	0.06%	0.07%	0.63%	0.08%
Maksverdi	211.09	116.30	132.48	161.74	113.09	116.71	155.07	121.15
Minverdi	45.81	99.31	98.82	98.64	92.68	95.36	98.58	98.67
Kurtose	0.37	2.07	6.18	15.35	0.00	0.36	1.99	1.36
Skjevfordeling	0.47	1.08	1.83	2.84	-0.02	0.47	1.41	1.00

Figur 23. Avkastning med tilhørende beregninger – hoppdiffusjonsprosess.

Sammenlignet med simuleringene gjort i avsnitt 7.1 er resultatene ganske like. Opsjonsbasert strategi gir fremdeles høyest avkastning. Høyere multippel i CPPI-strategien gir en høyere gjennomsnittlig avkastning, men lavere median. Det kan se ut som om alle strategiene har fått en noe høyere median. Men om dette er statistisk signifikant eller skyldes tilfeldighetene rundt simuleringen, er usikkert. Både maksimal- og minimum sluttverdi for indeksen er lavere enn antagelsen om prisprosess uten hopp. Dette kan også skyldes tilfeldigheter rundt to enkelte scenarier.

Fordelingene på avkastningene til de ulike strategiene har forandret seg noe. I simuleringen, der prisprosessen inkluderer negative hopp, har porteføljestrategiene fått lavere positiv kurtose og lavere positiv skjevfordeling.

7.2.2 Aksjeeksponering

	Indeks	CPPI M-2	CPPI M-3	CPPI M-4	Fixed Mix	BaH	OBPI Call	OBPI Delta
Utgangsallokering		8.67%	13.00%	17.33%	13.00%	13.00%	30.79%	13.00%
Gj. eksponering	n/a	8.86%	13.41%	18.00%	13.00%	13.12%	31.68%	13.12%
Maksverdi	n/a	18.76%	40.73%	75.97%	13.00%	18.26%	48.57%	16.74%
Minverdi	n/a	3.97%	4.06%	3.75%	13.00%	9.04%	2.59%	6.38%

Figur 24. Statistikk aksjeeksponering

Sammenlignet med inngangsallokeringen får alle strategiene, i likhet med i avsnitt 7.1.2, litt høyere gjennomsnittlig eksponering. Utover dette er det ingen nevneverdige forskjeller på de to ulike simuleringene. Som i avsnitt 7.1 tar CPPI-strategien med samme inngangsallokering som Fixed Mix og BaH-strategiene høyere risiko i gode tider, og samtidig lavere risiko i et synkende marked.

7.2.3 Value at Risk (VaR)

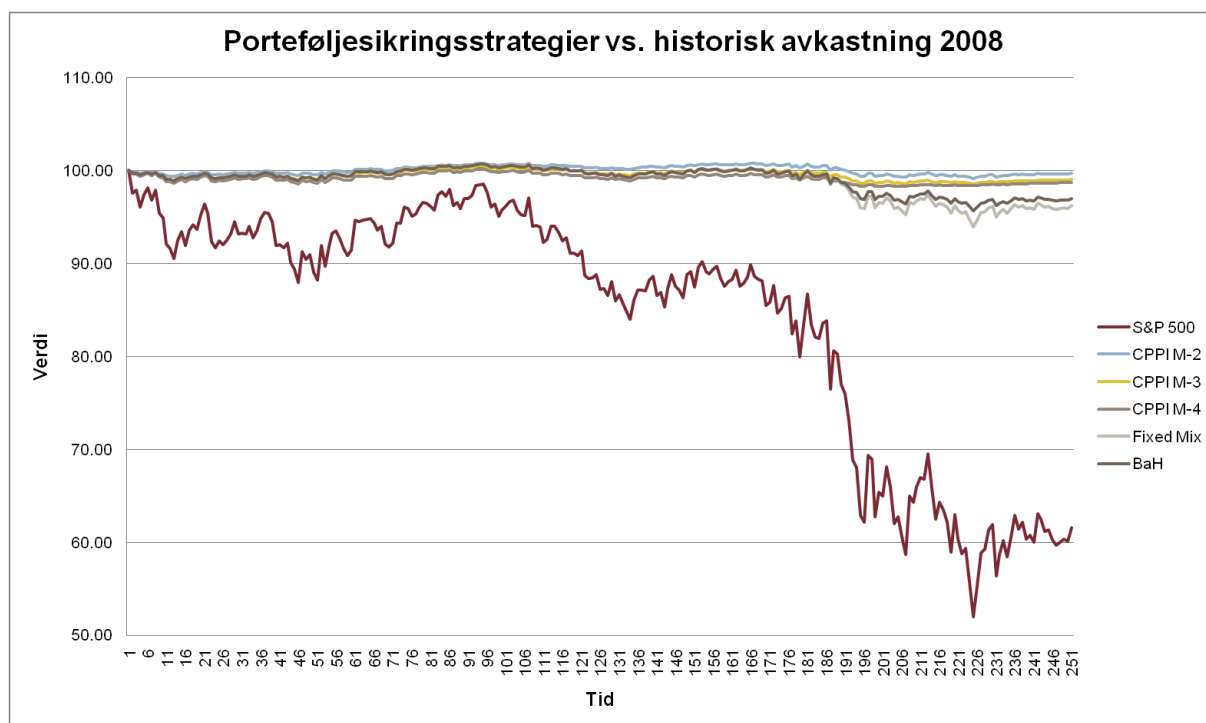
VaR	Indeks	CPPI M-2	CPPI M-3	CPPI M-4	Fixed Mix	BaH	OBPI Call	OBPI Delta
98%	70.51	100.55	99.83	99.35	98.06	98.69	98.58	99.60
99%	66.88	100.35	99.64	99.20	97.39	98.21	98.58	99.38

Figur 25. Value at Risk, gulvet er satt til 98,58 ²¹

Figuren viser sluttverdier, punkttestimat, for porteføljen på 98 prosent og 99 prosent konfidensnivå. I denne simuleringen vil ikke et VaR mål på 98 prosent for BaH-strategien belaste egenkapitalen for å dekke et renteunderskudd. Selv om OBPI-strategien har en høyere gjennomsnittlig avkastning, tar den fremdeles for høy risiko med bufferkapitalen. I 3597 av de laveste sluttverdiene til OBPI-strategien er opsjonen verdiløs. Dermed risikerer livselskapet med en sannsynlighet på 35,97 prosent å miste hele bufferkapitalen. Generelt kan det virke som samtlige av VaR-estimatene for diffusjonsprosessen med hopp er lavere enn den rene diffusjonsprosessen gjort i 7.1.3. Dette kan tyde på at en stokastisk prosess, som gir positiv kurtose og negativ skjevfordeling i daglige logaritmiske avkastninger, gjør VaR-estimatene noe lavere. Ved sammenligning av to simuleringer er det ikke mulig å konkludere med om dette skyldes rene tilfeldigheter, eller om forskjellen i forventningsverdien er statistisk signifikant.

²¹ Value at Risk er beregnet ved å plukke ut observasjon nummer 100 og 200 sortert fra laveste til høyeste verdi

7.3 Porteføljesikringsstrategiene testet mot finansavkastning i 2008



Figur 26. Porteføljestrategier mot S&P 500 fra 4/1-2008 til 30/12-2008

Som nevnt tidligere slet livselskapene i 2008 med å forvalte porteføljen til positiv finansavkastning for kundene. Figuren viser hvordan de ulike porteføljestrategiene ville gjort det i 2008. CPPI strategiene holder seg over Fixed Mix og BaH-strategiene.

Inngangsallokeringen i risikabelt aktiva er den samme som tidligere - 13 prosent for BaH, Fixed Mix og CPPI med multippel 3.

	S&P 500	CPPI M-2	CPPI M-3	CPPI M-4	Fixed Mix	BaH	OBPI Call	OBPI Delta
Verdi, t = 250	61.54	99.71	99.01	98.72	96.23	97.00	98.58	99.11
Rangering	8	1	3	4	7	6	5	2
Gj. aksjeeksponering	n/a	0.06	0.07	0.08	0.13	0.11	0.13	0.10

Figur 27. Sluttverdier for de ulike strategiene 30/12-2008

I et slikt scenario ville ikke Fixed Mix eller BaH-strategiene forvaltet porteføljen til den garanterte minsteavkastningen. Gulvet er som tidligere 98,58. Dermed vil både BaH og Fixed Mix-strategiene måtte ta av egenkapitalen for å dekke renteunderskuddet. Det er også interessant å se at CPPI-strategiene reduserer gjennomsnittlig aksjeandel fra inngangsallokeringen.

7.4 Videre testing av Value at Risk estimatene

Etter å ha studert porteføljesikringsstrategiene under ulike antagelser for den stokastiske prisprosessen, der begge har lik forventet avkastning og volatilitet, finner jeg lite som skiller de to prisprosessene. Diffusjonsprosessen med Poissonfordelte hopp gir negativ skjevfordeling og positiv kurtose sammenlignet med normalfordelingen. Likevel er ikke forskjellene i avkastning under de to ulike prosessene store. Dette er naturlig siden forventet avkastning og volatilitet er den samme ved begge prosessene. Det er likevel en observasjon som er interessant å se nærmere på: Forskjellen i Value at Risk-estimatene under de to prisprosessene.

For å kunne avdekke om forskjellen i forventningsverdiene er statistisk signifikant har jeg brukt en t-test av to utvalg med antatt like varianser. Skal testen kunne anvendes, er det nødvendig med et større antall observasjoner av risikomålene. Dette er løst på følgende måte: Modellen gjør 10 000 simuleringer av prisprosessens utvikling over 250 dager. Med en slik simulering er det mulig å beregne VaR-estimat på ønsket konfidensnivå. Denne modellen er kjørt 20 ganger for hver av de to stokastiske prisprosessene. Det vil si at det er beregnet totalt 40 VaR-estimat, 20 av hver prisprosess.²²

Beregning av t-verdier for en "t-test av to utvalg med antatt like varianser", har gitt følgende resultat:

	t-Stat	
	98% VaR	99% Var
Indeks	27.488	26.408
CPPI M-2	19.454	18.206
CPPI M-3	12.766	12.928
CPPI M-4	8.659	9.199
Fixed Mix	28.301	26.724
BaH	27.926	24.319
OBPI Call	0.000	0.000
OBPI Delta	27.268	25.713

Figur 28. t-verdier for t-test av to utvalg med antatt lik varians²³

Figuren viser t-verdiene til følgende test: Er forventningsverdien til et VaR estimat på 98 prosent den samme for populasjonene, diffusjonsprosess med hopp (μ_1) og diffusjonsprosess

²² Se appendiks 9.5 for VaR-estimatene til hver enkelt simulering av modellen.

²³ Les appendiks 9.5 for beregning av t-verdi.

uten hopp (μ_2). Eller er forventningsverdien større for VaR estimat gjort under antagelsen om hopp:

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1: \mu_1 - \mu_2 > 0$$

Forkastningsnivået på en ensidig t-test med 38 frihetsgrader og et signifikansnivå på fem prosent er 1,686. Ingen av VaR-estimatene, med unntak av OBPI-Call, kan beholde H_0 med hypotese om lik forventningsverdi for begge populasjonene. At man med OBPI-Call strategien ikke kan forkaste hypotesen om lik forventningsverdi er lite overraskende, da godt over 3000 av strategiens laveste sluttverdier for begge prisprosessene har en verdi lik gulvet 98,58.

Value At Risk	Indeks	CPPI M-2	CPPI M-3	CPPI M-4	Fixed mix	BaH	OBPI Call	OBPI Delta
Gjennomsnittverdi hopp-prosess, 98 %	71.427	100.538	99.786	99.284	98.215	98.729	98.580	99.658
Gjennomsnittverdi kontinuerlig-prosess, 98 %	68.143	100.362	99.630	99.170	97.614	98.308	98.580	99.449
Differanse	3.284	0.176	0.156	0.114	0.600	0.421	0.000	0.209
Value At Risk	Indeks	CPPI M-2	CPPI M-3	CPPI M-4	Fixed mix	BaH	OBPI Call	OBPI Delta
Gjennomsnittverdi hopp-prosess, 99 %	67.766	100.349	99.619	99.160	97.547	98.272	98.580	99.427
Gjennomsnittverdi kontinuerlig-prosess, 99 %	64.458	100.179	99.474	99.058	96.913	97.846	98.580	99.246
Differanse	3.308	0.171	0.145	0.102	0.634	0.426	0.000	0.181

Figur 29. Gjennomsnittsverdier for VaR estimat fra appendiks 9.4

Selv om differansen er liten mellom VaR-estimatene i verdiutviklingen med og uten hopp, er det interessant å merke seg at forskjellen er signifikant større. Dette kan tyde på at risikoen er overestimert i modeller som ikke fanger virkelighetens negative skjevfordeling og positive kurtose. Det er også verdt å merke seg at differansen er størst i gjennomsnittsverdien mellom VaR-estimatene i Fixed Mix og BaH-strategiene. Dette kan enten skyldes at modellen med hopp bidrar til en høyere kurtose, noe som gir flere observasjoner rundt forventet avkastning, eller at den empiriske volatiliteten er ulik for de to prisprosessene. Jeg drøfter dette nærmere under avsnittet om svakhet ved analysen, i avsnitt 8.2.

8 Oppsummering av resultatene:

Da jeg begynte å arbeide med denne utredningen, forventet jeg å utarbeide en modell som inkluderte store negative hopp som inntraff sjelden. Ved gjennomgang av historiske data til S&P 500-indeksen observerte jeg at det er svært få dager som har hatt stor negativ avkastning. Basert på min definisjon av hopp fikk hoppene en forventningsverdi på ca 5 prosent, som forventes å inntreffe ca 2,5 ganger i året. Mer interessant ble det derfor å observere at modellen simulerte daglig logaritmisk avkastning med negativ skjevfordeling og positiv kurtose, i tråd med hva man faktisk observerer.

Intuitivt trodde jeg at en simuleringsmodell med negative skift ville øke VaR-målene; med andre ord gi lavere sluttverdier for porteføljen. Resultatet viste seg å være motsatt: Simuleringsmodellen som inkluderte hopp ga lavere VaR-estimat. Forskjellene i VaR-estimat viste seg til og med å være statistisk signifikante. Dette kan tyde på at simuleringsmodeller som gir normalfordelt daglig avkastning overestimerer risikoen i porteføljen, dette kan være fordi en slik modell ikke fanger den høyere kurtosen som observeres i faktiske data.

Uansett valg av stokastisk prosess for aktivaavkastning har handlingsstrategier vist å ha en risikodempende effekt. Sluttverdiene til CPPI- og OBPI-strategiene fikk en positiv kurtose og skjevfordeling. Dermed har de klart å begrense nedsiden og samtidig tatt del i oppsiden. Simuleringene viser at investeringsstrategier med konveks avkastningsprofil må betale for dette ved en lavere median. Desto mer konveks avkastningsprofil, jo lavere median vil strategien få.

En OBPI-strategi, der hele bufferkapitalen investeres i en kjøpsopsjon, ga høyest gjennomsnittlig avkastning. Likevel er en slik strategi for risikabel. Simuleringen avdekket at den gir godt over 30 prosents sannsynlighet for å miste hele bufferkapitalen på et år. Denne risikoen er for høy for et livselskap, faktisk så høy at det er rart at den ikke nevnes oftere i litteratur om porteføljestrategier.

Det er også interessant å observere at en CPPI-strategi sørger for at porteføljen ikke forvaltes til under gulvet, eller ender i såkalt "Cash-lock". Det betyr at denne strategien er en effektiv måte å sikre nedsiden på, med hyppige rebalanseringer vil man alltid forvalte til garantert avkastning. Uavhengig av antagelsen om prisprosessen: CPPI-strategien er på 98

prosent og 99 prosent VaR-estimat klart best dersom investoren skal unngå å trekke på egenkapitalen.

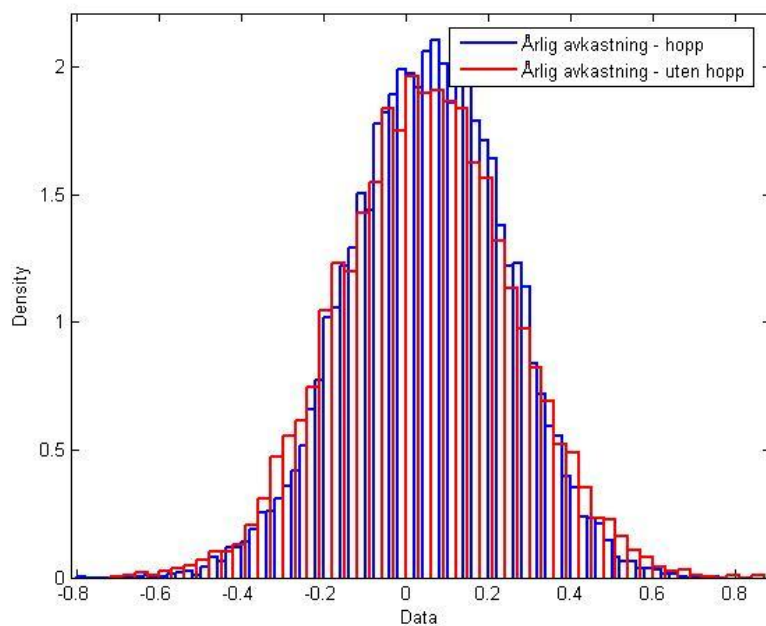
Basert på mine forenklete forutsetninger kan det tyde på at en prisprosess med hopp, som har samme forventete avkastning og volatilitet som en kontinuerlig diffusjonsprosess, vil gi signifikant forskjell i tilhørende Value at Risk-estimat. Dette tyder på at en modell som fanger virkelighetens høye kurtose og negative skjevfordeling kan operere med en høyere andel i aksjer uten at den tar en større risiko enn en modell som gir normalfordelt sannsynlighetstetthet på avkastningen.

8.1 Svakheter ved analysen

De statistiske egenskapene til aksjeavkastning har lenge vært av interesse for finansielle beslutningstakere og akademikere (Eraker, 2004). Spesielt har krakkene i aksjemarkedet i løpet av det 20. århundret vært forsøkt forklart med økonomiske modeller. Det er gjort forsøk på å lage modeller som simulerer større markedsbevegelser, såkalte tyngre haler, i avkastningsfordelingen. Litteraturen har hovedsaklig fokuset på to tilnærminger:

1. Modeller med varierende volatilitet (stokastiske volatilitetsmodeller).
2. Modeller som inkluderer diskontinuerlige skift i prisbevegelsen.

Ingen av modellene har vist seg å være empirisk optimale. I tidsserielitteratur har det vært vanskelig å forklare de store prisbevegelsene i forbindelse med krakket i oktober 1987. For stokastiske volatilitetsmodeller ligger utfordringen i at et prisfall på 22 prosent krever høy volatilitet i forkant og etterkant av krakket. Modeller som inkluderer hopp, slik jeg har brukt i denne oppgaven, kan ha parametere som tillater så store negative skift. Problemet er at hoppene er gitt ved en konstant intensitet, modellen fanger dermed ikke opp det faktum at hopp kommer i en serie over en kort periode, såkalt clustering. Modellen som er brukt i denne utredningen gir en fordeling av avkastningsdata som ligner mer på virkeligheten. Men den gir ikke realistiske enkeltscenarier med tanke på de negative prishoppene



Figur 30. Fordeling årlig avkastning

Normalt skulle en antagelse om normalfordelt avkastning føre til et mindre konservativt anslag for risiko sammenlignet med modeller som gir skjevfordeling og høyere kurtose i daglig avkastning. Derfor var resultatet i denne utredningen noe overraskende. I prisprosessen med hopp er ikke den årlige avkastningen skjevfordelt, den har heller ikke fått høyere kurtose. Dette er også litt uventet, siden den daglige avkastningen både er skjevfordelt og har høyere kurtose skulle man forvente å finne det samme for den årlige avkastningen. Simuleringen uten hopp har som forventet normalfordelt årlig avkastning.

Dermed kan det være nærliggende å tro at forskjellen i ulike Value at Risk-estimat for de to prosessene skyldes noe annet. Selv om begge modellene var kalibrert slik at de hadde samme forventet avkastning og volatilitet, er den empiriske volatiliteten i prisprosessen uten hopp litt over to prosent høyere (22,54 prosent mot 20,35 prosent). Dette kan være nok til å forklare den signifikante forskjellen i forventningsverdi og at forskjellen dermed ikke skyldes fordelingen på den daglige avkastningen.

8.2 Videre arbeid

En fortsettelse på dette arbeidet bør være å redusere modell-risiko i utredningens resultater. En naturlig forlengelse blir da å ta for seg andre modeller for aktivaavkastning som gir negativ skjevfordeling og høyere kurtose i daglig avkastning. Det vil være interessant å se om disse

gir lavere Value at Risk-estimat enn en modell som følger en vanlig geometrisk brownsk bevegelse. Hvis dette er tilfelle, kan det tyde på at resultatene i denne utredningen ikke skyldes høyere volatilitet i verdiutviklingen uten hopp. Neste skritt blir da å se hvor mye man kan øke inngangsallokeringen i risikabelt aktiva før begge simuleringsmodellene gir samme Value at Risk-estimat.

9 Appendiks

9.1 Sammenligning av simulering i egen modell med Prigent og Bertand

Figur 31 er laget ved 10 000 simuleringer gjort under de samme antagelsene som i "Portfolio insurance strategies: OBPI vs CPPI" (Bertrand & Prigent, 2002). Artikkelen og simuleringen viser avkastningen til CPPI og OBPI fra en geometrisk brownsk bevegelse uten hopp:

$$d\ln S_t = \mu dt + \sigma dB_t$$

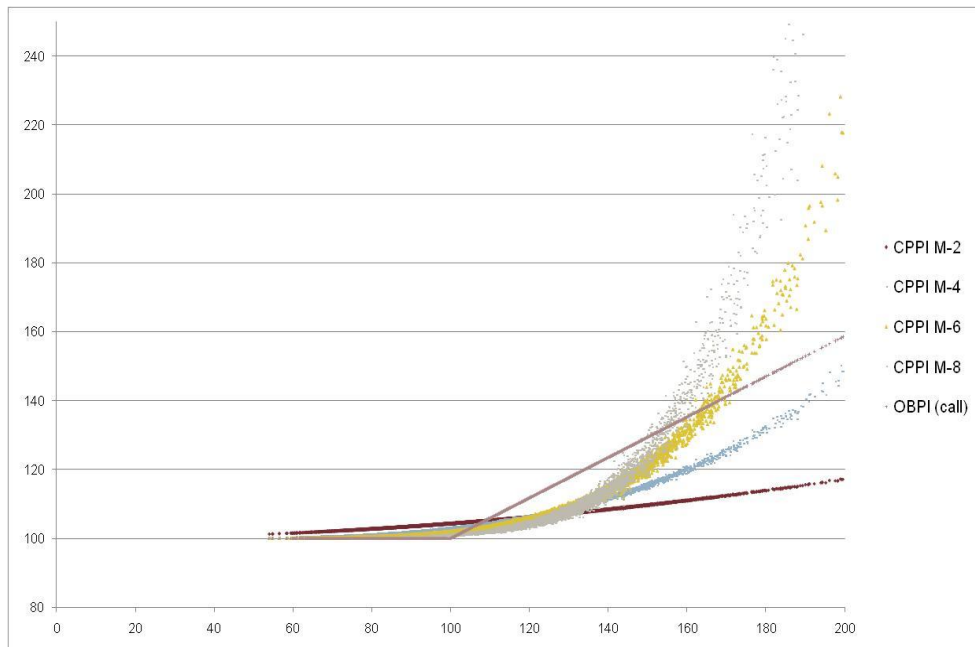
$$\mu dt = 10 \%$$

$$\sigma dB_t = 20 \%$$

$$r_f = 4 \%$$

$$g_T = K = V_0 = 100$$

Dersom en sammenligner figur 31 og 32 er avkastningen fra simuleringen temmelig lik avkastningsprofilen i artikkelen for de ulike multiplene i CPPI-strategien. Noe forskjell vil det være siden linjene i øverste graf er laget av mange simuleringer, mens Bertrand & Prigents avkastningsprofil er tegnet for hånd.



Figur 31. Simulering av CPPI-strategier med ulike multiplere, samt OBPI

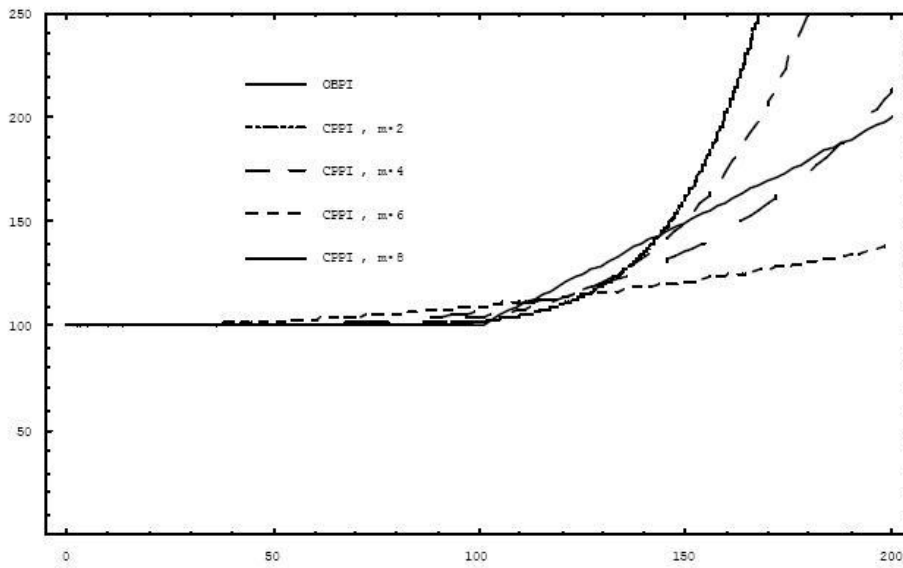
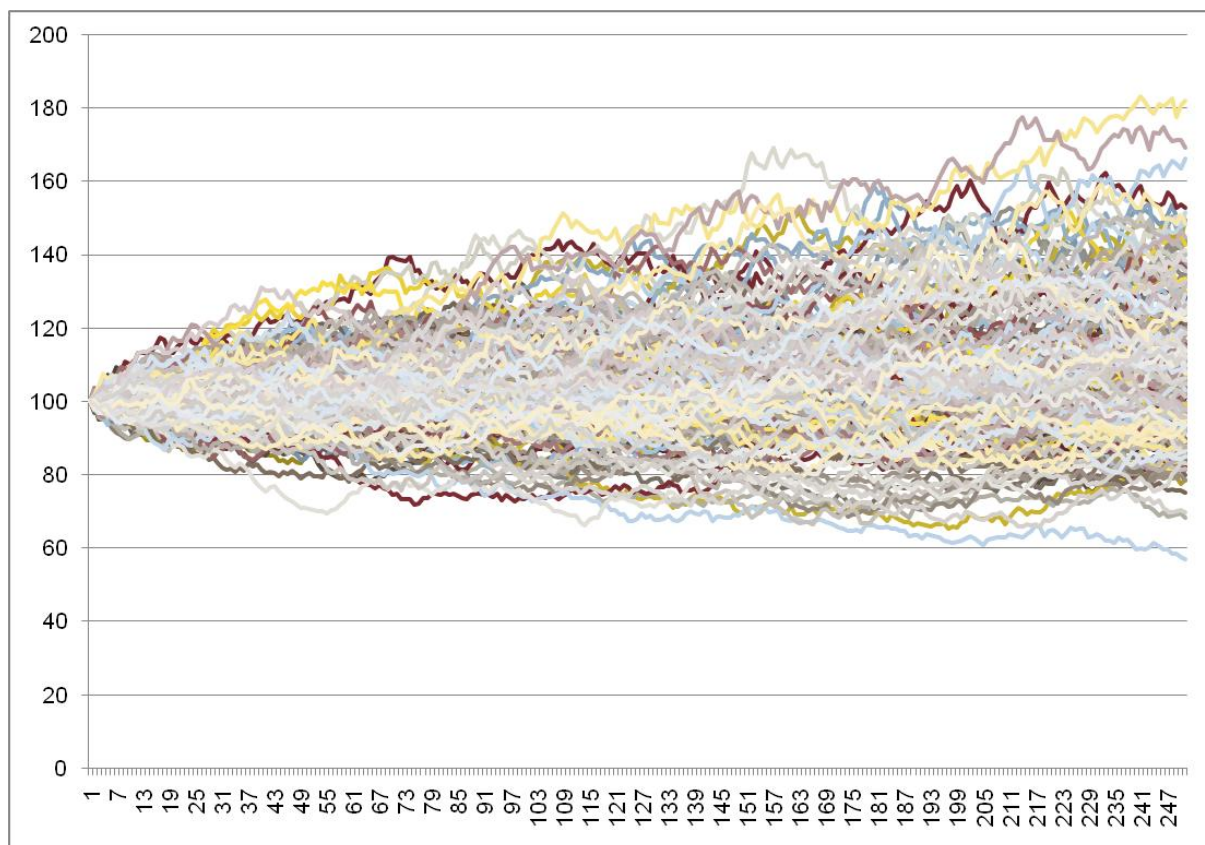


Figure 1 : CPPI and OBPI Payoffs as functions of S

Figur 32. Avkastning fra CPPI strategier med ulik multipl, samt OBPI (Bertrand & Prigent, 2002)

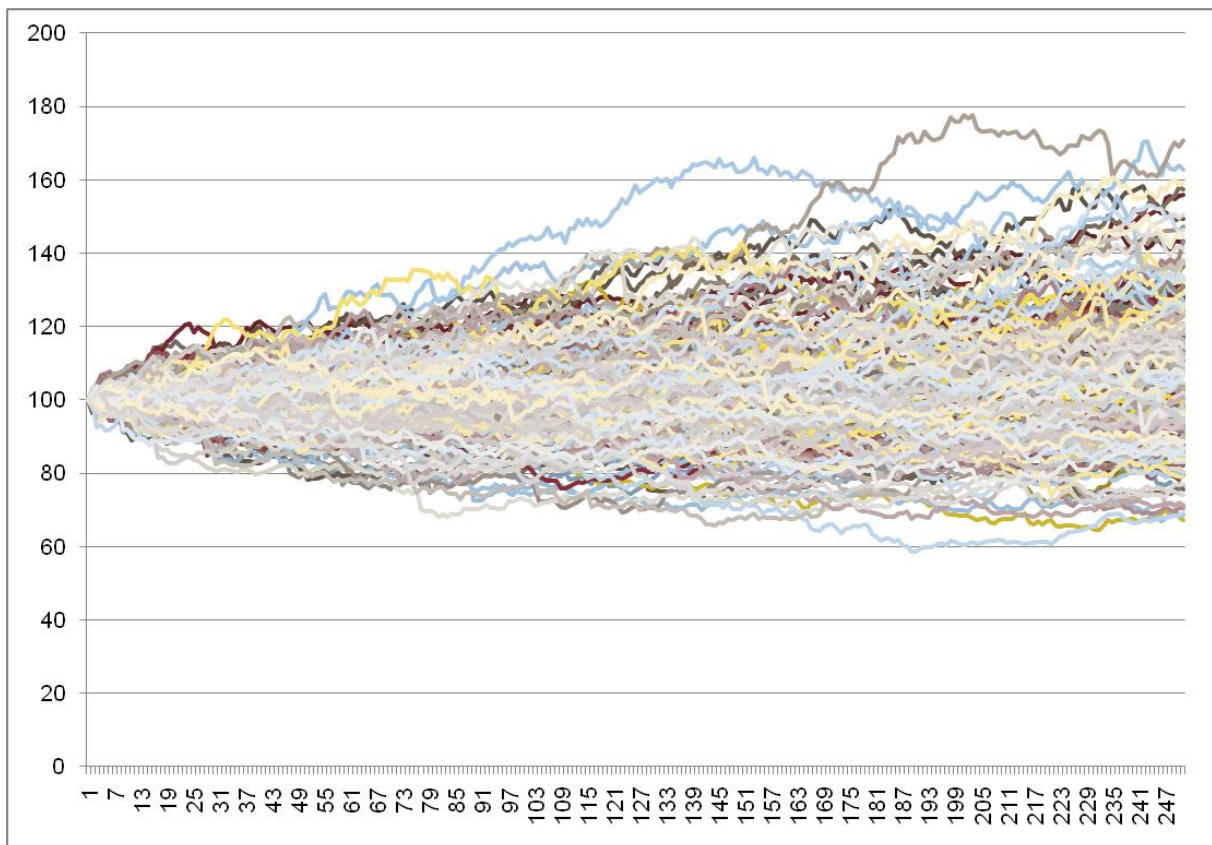
9.2 10 000 simulerte prisbaner uten hopp (avsnitt 7.1)



Figur 33. Simulerte diffusjonsprosesser uten hopp

Figuren viser hver enkelt prisbane gjort til resultatene i avsnitt 7.1. Den daglige avkastningen hadde en negativ skjevfordeling på $-0,77$ og en positiv kurtose på $3,76$ sammenlignet med normalfordelingen.

9.3 10 000 simulerte prisbaner med hopp (avsnitt 7.2)



Figur 34. Simulerte diffusjonsprosesser med hopp

Figuren viser hver enkelt prisbane gjort til resultatene i avsnitt 7.2. Den daglige avkastningen hadde en negativ skjevfordeling på $-0,77$ og en positiv kurtose på $3,76$ sammenlignet med normalfordelingen.

9.4 Value at Risk (VaR) estimat

Hopp-diffusjon, Value at Risk 98 %							
Indeks	CPPI M-2	CPPI M-3	CPPI M-4	Fixed Mix	BaH	OBPI Call	OBPI Delta
71.287	100.526	99.775	99.277	98.188	98.704	98.580	99.649
71.538	100.529	99.768	99.262	98.232	98.727	98.580	99.666
71.746	100.501	99.721	99.206	98.261	98.710	98.580	99.680
71.214	100.436	99.646	99.139	98.159	98.601	98.580	99.644
71.690	100.579	99.839	99.341	98.266	98.790	98.580	99.676
71.456	100.522	99.761	99.256	98.217	98.714	98.580	99.660
71.773	100.531	99.765	99.255	98.271	98.744	98.580	99.682
71.498	100.578	99.842	99.345	98.234	98.778	98.580	99.663
71.414	100.568	99.826	99.325	98.219	98.764	98.580	99.657
71.489	100.503	99.733	99.226	98.218	98.695	98.580	99.662
71.810	100.549	99.790	99.282	98.281	98.767	98.580	99.684
71.302	100.536	99.787	99.287	98.193	98.719	98.580	99.650
71.420	100.555	99.809	99.310	98.217	98.747	98.580	99.658
71.101	100.591	99.873	99.388	98.170	98.766	98.580	99.636
71.497	100.532	99.774	99.269	98.225	98.727	98.580	99.663
71.978	100.559	99.799	99.289	98.311	98.789	98.580	99.696
71.399	100.541	99.790	99.289	98.210	98.730	98.580	99.656
70.434	100.516	99.783	99.297	98.042	98.638	98.580	99.592
71.978	100.559	99.799	99.289	98.311	98.789	98.580	99.696
70.512	100.553	99.834	99.352	98.063	98.686	98.580	99.597

Kontinuerlig prisprosess, Value at Risk 98 %							
Indeks	CPPI M-2	CPPI M-3	CPPI M-4	Fixed Mix	BaH	OBPI Call	OBPI Delta
67.932	100.368	99.643	99.186	97.579	98.302	98.580	99.436
67.837	100.366	99.643	99.187	97.562	98.293	98.580	99.431
68.634	100.404	99.675	99.210	97.710	98.391	98.580	99.479
68.100	100.357	99.624	99.165	97.606	98.300	98.580	99.446
68.127	100.361	99.629	99.169	97.611	98.305	98.580	99.448
68.135	100.383	99.658	99.198	97.618	98.334	98.580	99.448
68.144	100.337	99.597	99.138	97.609	98.278	98.580	99.449
67.792	100.356	99.630	99.175	97.552	98.278	98.580	99.428
68.124	100.352	99.617	99.158	97.609	98.295	98.580	99.448
68.019	100.363	99.635	99.176	97.593	98.302	98.580	99.442
68.076	100.351	99.616	99.157	97.601	98.291	98.580	99.445
68.145	100.367	99.637	99.177	97.616	98.315	98.580	99.449
67.823	100.350	99.622	99.166	97.556	98.273	98.580	99.430
67.499	100.316	99.584	99.131	97.491	98.211	98.580	99.411
68.157	100.348	99.611	99.151	97.614	98.293	98.580	99.450
68.684	100.381	99.642	99.176	97.713	98.367	98.580	99.482
67.970	100.355	99.625	99.167	97.583	98.289	98.580	99.439
68.195	100.342	99.602	99.141	97.619	98.288	98.580	99.452
68.360	100.371	99.636	99.174	97.655	98.334	98.580	99.462
69.106	100.408	99.669	99.199	97.792	98.425	98.580	99.508

Hopp-diffusjon, Value at Risk 99 %							
Indeks	CPPI M-2	CPPI M-3	CPPI M-4	Fixed Mix	BaH	OBPI Call	OBPI Delta
67.587	100.376	99.661	99.209	97.521	98.290	98.580	99.416
67.949	100.326	99.582	99.119	97.574	98.256	98.580	99.437
68.396	100.340	99.590	99.121	97.655	98.303	98.580	99.464
67.761	100.366	99.643	99.187	97.549	98.290	98.580	99.426
68.391	100.424	99.708	99.248	97.672	98.399	98.580	99.464
67.659	100.365	99.643	99.185	97.532	98.284	98.580	99.420
68.505	100.385	99.648	99.180	97.684	98.363	98.580	99.471
66.936	100.285	99.552	99.101	97.386	98.142	98.580	99.379
67.777	100.364	99.639	99.181	97.552	98.289	98.580	99.427
67.538	100.357	99.634	99.178	97.508	98.266	98.580	99.413
67.674	100.320	99.580	99.119	97.525	98.233	98.580	99.421
68.057	100.391	99.669	99.207	97.607	98.340	98.580	99.444
68.000	100.357	99.625	99.165	97.589	98.294	98.580	99.440
67.397	100.378	99.669	99.219	97.488	98.280	98.580	99.405
68.298	100.348	99.603	99.136	97.640	98.306	98.580	99.458
67.984	100.334	99.591	99.126	97.582	98.269	98.580	99.439
67.321	100.303	99.566	99.111	97.458	98.188	98.580	99.401
67.229	100.286	99.543	99.084	97.439	98.165	98.580	99.395
67.984	100.334	99.591	99.126	97.582	98.269	98.580	99.439
66.883	100.349	99.643	99.198	97.391	98.213	98.580	99.376

Kontinuerlig prisprosess, Value at Risk 99 %							
Indeks	CPPI M-2	CPPI M-3	CPPI M-4	Fixed Mix	BaH	OBPI Call	OBPI Delta
63.966	100.144	99.441	99.031	96.814	97.770	98.580	99.221
64.271	100.170	99.468	99.053	96.877	97.823	98.580	99.236
64.983	100.211	99.504	99.081	97.017	97.920	98.580	99.272
64.635	100.198	99.495	99.076	96.950	97.882	98.580	99.254
64.764	100.204	99.500	99.079	96.975	97.898	98.580	99.261
64.318	100.185	99.484	99.069	96.889	97.845	98.580	99.238
64.370	100.179	99.476	99.060	96.897	97.841	98.580	99.241
64.028	100.167	99.468	99.055	96.831	97.804	98.580	99.224
64.647	100.193	99.488	99.069	96.951	97.876	98.580	99.255
64.078	100.138	99.432	99.022	96.833	97.769	98.580	99.226
64.563	100.153	99.439	99.024	96.925	97.819	98.580	99.251
63.997	100.150	99.447	99.037	96.821	97.780	98.580	99.222
64.980	100.203	99.494	99.071	97.014	97.910	98.580	99.272
64.324	100.183	99.483	99.067	96.889	97.843	98.580	99.239
64.506	100.197	99.496	99.078	96.926	97.872	98.580	99.248
64.698	100.192	99.487	99.068	96.960	97.878	98.580	99.258
64.327	100.151	99.442	99.028	96.882	97.803	98.580	99.239
64.541	100.171	99.463	99.045	96.926	97.842	98.580	99.250
64.883	100.215	99.512	99.089	97.000	97.920	98.580	99.267
64.280	100.167	99.463	99.049	96.877	97.819	98.580	99.236

T-verdiene beregnes på følgende måte:

VaR 98 %, CPPI M-2	
Hopp., X1	Kont., X2
100.526	100.368
100.529	100.366
100.501	100.404
100.436	100.357
100.579	100.361
100.522	100.383
100.531	100.337
100.578	100.356
100.568	100.352
100.503	100.363
100.549	100.351
100.536	100.367
100.555	100.350
100.591	100.316
100.532	100.348
100.559	100.381
100.541	100.355
100.516	100.342
100.559	100.371
100.553	100.408

Gjennomsnitt $X_1=100,54$

Gjennomsnitt $X_2=100,36$

$$S_1^2 = 0,001183$$

$$S_2^2 = 0,000462$$

$$S_p^2 = \frac{(20 - 1) * 0,001183 + (20 - 1) * 0,000462}{20 + 20 - 2} = 0,000822$$

$$t = \frac{100,54 - 100,36}{\sqrt{0,000462 * (\frac{1}{20} + \frac{1}{20})}} = 19,454$$

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1: \mu_1 - \mu_2 > 0$$

Forkastningsnivå på ensidig t-verdi med 5 prosent signifikansnivå og 38 frihetsgrader er 1,686. I dette tilfellet kan hypotesen om lik forventningsverdi forkastes.

9.5 Litteraturliste

Bent, Fred Espen. "Note on a jump extension of geometric Brownian motion". UiO. 2006,

Bertrand & Prigent. "Portfolio Insurance Strategies: OBPI versus CPPI." Working paper. 2002.

Black & Perold. "Theory of constant proportion portfolio insurance". Journal of Economic Dynamics and Control 16, 403-426. 1992.

Black & Scholes. "The pricing of options and corporate liabilities". 1973.

Brigo, Dalessandro, Neugebauer, Triki. "A Stochastic Processes Toolkit for Risk Management". 2007.

David Einhorn & Aaron Brown. "Private profits and socialized risk". Global Association of risk professionals. Juni/juli 2008.

Eraker, Bjørn. "Do stock prices and volatility jump? Reconciling evidence from spot and option prices". The journal of finance, Vol. LIX (59), nummer 3. June 2004.

Finansdepartementet. "NOU 2000: 9 - Konkurransesflater i finansnæringen". 2003
<http://www.regjeringen.no/nb/dep/fin/dok/nouer/2000/nou-2000-9/6.html?id=117288> (funnet 15. februar 2010).

Finansdepartementet. "NOU 2003: 11 - Konkurransen i kollektiv livsforsikring". 2003
<http://www.regjeringen.no/nb/dep/fin/dok/nouer/2003/nou-2003-11/14.html?id=453302>
(funnet 15. februar 2010).

Finansforbundet. "Innskuddspensjon eller foretakspensjon". 2006
http://www.finansforbundet.no/Dine_rettigheter/Pensjon/Innskuddspensjon_eller_foretakspensjon/ (funnet 30. april 2010).

Finansnæringens hovedorganisasjon. "Historisk avkastning". 2010.

<http://www.fnh.no/no/Hoved/Statistikk/Livsforsikring/Regnskap-og-balanse> (funnet 10. mai 2010).

Finansnæringens hovedorganisasjon. "Markedsandeler – endelige tall og regnskapsstatistikk 4. Kv. 2009". 2009.

<http://www.fnh.no/no/Hoved/Statistikk/Livsforsikring/Regnskap-og-balanse> (funnet 10. mai 2010).

Gallefoss. "Forsikring i Norge". 1999.

<http://www.ssb.no/emner/08/05/10/oa/9902/gallefos.pdf> (funnet 23. februar 2010).

Geving. "Feil om regulering av livselskaper". Finansdepartementet. 2008

http://www.regjeringen.no/nb/dep/fin/aktuelt/taler_artikler/taler_og_artikler_av_ovrig_politik_leder/taler-og-artikler-av-statssekretar-ole-m/2008/feil-om-regulering-av-livselskaper.html?id=538933 (funnet 24. januar 2010).

Hanson & Westman. "Optimal Consumption and Portfolio Control for Jump-Diffusion Stock Process with Log-Normal Jumps". 2004

<ftp://www.math.uic.edu/pub/Hanson/ACC02/acc02webcor.pdf> (funnet 15. februar 2010).

Hull, John C. "Options, futures and other derivatives". Prentice Hall. 2008.

Jorion, Philippe. "Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk - 2nd edition". McGraw-Hill. 2002.

Keller. "Statistics for management and economics- 7th edition". Thomson. 2005.

Ibbotson og Kaplan. "Does Asset Allocation Policy Explain, 40, 90 or 100 percent of performance." Financial Analyst Journal. Jan/Feb 2000.

Kirkebø, Hoddevik, Koch-Hagen. "Lang durasjon er unødvendig i et fremtidig norsk Solvency II-regime". Aktuarielt nummer 7. November – 2006.

KLP.no. "Årsrapport 2008 - KLP". KLP. 2008.

[http://www.klp.no/web/klpmm.nsf/lupgraphics/KLP_Aarsrapport_2008.pdf/\\$file/KLP_Aarsrapport_2008.pdf](http://www.klp.no/web/klpmm.nsf/lupgraphics/KLP_Aarsrapport_2008.pdf/$file/KLP_Aarsrapport_2008.pdf) (funnet 20. februar 2010).

Kredittilsynet. "Foredrag finanstillsynet: Oppdeling av forvaltningskapitalen og prinsippene for deling av overskudd". 2007

http://www.kredittilsynet.no/archive/stab_ppt/01/02/27092028.ppt (funnet 20. februar 2010).

Lovdata.no " Forskrift om minstekrav til kapitaldekning i forsikringsselskaper, pensjonskasser, innskuddspensjonsforetak og holdingsselskap i forsikringskonsern" 2006

<http://www.lovdata.no/for/sf/fd/td-20061222-1616-0.html> (funnet 25. februar 2010).

Markowitz, Harry M. "Portfolio Selection". *Journal of Finance* 7 (1): 77–91. 1952

<http://www.gacetafinanciera.com/TEORIARIESGO/MPS.pdf> (funnet 20. april 2010).

Merton, R. C. "Lifetime Portfolio Selection Under Uncertainty: The Continuous-Time Case". *Review of Economics and Statistics*, 51 (3), 247-257. 1969.

Norgesbank.no "SPU - Årsrapport 2009". 2009

<http://www.nbim.no/no/media-og-publikasjoner/Rapporter/2009/arsrapport-2009/> (funnet 25. mai 2010).

Nyholm, Ken. "Strategic asset allocation in fixed-income markets". Wiley. 2008.

Perold & Sharpe. "Dynamic strategies for asset allocation". *Financial Analyst Journal*. Januar – Februar 1995.

Tankov & Voltchkova. " Jump-diffusion models: a practitioner's guide". *Mathématiques à Jussieu / Chevaleret*. 2006

Ulltveit-Moe, Jens. "Pensjonistene – finanskrisens vinnere?". *Aftenposten – kronikk*. 5.12.2008