

NORGES HANDELSHØYSKOLE

Bergen, våren 2008

Masteroppgave i hovedprofil: **Finansiell økonomi**

Veileder: **Professor Frode Sættem**

- PRIVATE EQUITY -

Optimal allokering for institusjonell investor

Av

Mats Aaberg

Sindre Tennfjord

Dette selvstendige arbeidet er gjennomført som ledd i masterstudiet i økonomi og administrasjon ved Norges Handelshøyskole og godkjent som sådan. Godkjenningen innebærer ikke at Høyskolen inntår for de metoder som er anvendt, de resultater som er fremkommet eller de konklusjoner som er trukket i arbeidet.

SAMMENDRAG

I denne oppgaven har vi sett på hva som er den mest hensiktsmessige måten å måle avkastning, risiko og korrelasjon på for å komme frem til en optimal allokering i Private Equity i en tradisjonell balansert portefølje bestående av aksjer og obligasjoner. Våre resultater er basert på historiske tall, og vi har ikke forsøkt å gjennomføre en optimering med tanke på fremtidige perioder. Resultatene kan derfor tolkes som den eksponeringen i Private Equity som *har* vært optimal. Vi har valgt å gjennomføre analysen med tanke på en generell institusjonell investor, og har tatt utgangspunkt i PE – fond som den mest naturlige inngangsveien en slik type investor har.

I denne sammenheng har vi vurdert det vi kan kalle tradisjonelle måter å estimere avkastning, risiko og korrelasjon på. For avkastning er det vanlig å måle denne i form av internrenten (IRR) og/eller PME (for relativ prestasjon), men, som vi skal vise, er det knyttet såpass mange problemer til disse kalkuleringene at de ikke passer inn i den analysen vi skal gjennomføre. Når det gjelder risiko måles denne blant annet som standardavviket til kvartalsvise verdsettelsener av PE – fondene. Siden disse verdsettelsene er basert mye på subjektivitet og bokførte verdier, vil risikoen virke lavere enn den faktisk er. Det samme kan sies om korrelasjon.

Siden de tradisjonelle metodene for å estimere parameterne som inngår i en optimering ikke viser seg å være tilfredsstillende, har vi valgt å ta utgangspunkt i en relativ ny klasse innefor Private Equity som går under fellesnavnet Listed Private Equity. Dette er kort sagt PE – selskap notert på børs, og har da den store fordelene med at de prises i markedet og er mye mer likvide enn vanlige PE – fond. Dermed er det mye lettere å estimere avkastning, risiko og korrelasjon i forhold til andre aktivaklasser, og dette legger grunnlaget for vår optimering.

Under selve optimeringen bruker vi tre forskjellige LPE – indekser fra et sveitsiskbasert firma kalt LPX GmbH som proxy for PE – klassen, samt to aksjeindekser (MSCI World og MSCI Norway) og en obligasjonsindeks (Lehman Global Aggregate Index).

FORORD

Denne utredningen er laget som siste ledd i masterutdanningen ved NHH og avslutter dermed et 2-årig studieprogram som har gitt oss et stort faglig utbytte. Hensikten med en slik utredning er å gjøre bruk av kunnskap man har opparbeidet seg gjennom studiene og å lære mer underveis. Utfordringene man møter i en slik utredning er ofte svært lærerike fordi man i langt større grad enn i vanlig undervisning må finne løsninger på egen hånd. Slik sett tror vi dette er en svært nyttig forberedelse på de arbeidsoppgaver man kan tenkes å få i yrkeslivet. En fordel med utredningen er allikevel at man selv får velge tema. Vi har begge fordypning i finans og stor interesse for kapitalforvaltning og da spesielt Private Equity. Selv etter nesten seks måneders arbeid knyttet til en og samme problemstilling har ingen av oss angret et øyeblikk på det valget vi tok da vi bestemte oss for utredningens tema.

Helt på egen hånd har vi ikke vært, og vi ønsker å rette en stor takk til vår veileder, professor Frode Sættem for raske og gode tilbakemeldinger. For hjelp til innsamling av deler av datasettet takker vi Daniel Rygg ved Argentum. Ved Private Equity Intelligence i London takker vi Marlyn Dhalari til tross for at hennes bidrag ikke ble benyttet i endelig utgave av utredningen.

Til slutt er det bare for oss å håpe at du som leser finner utredningen informativ og oversiktlig.

.....
Mats Aaberg

Sindre Tennfjord

Bergen 20.06.08

INNHOLDSFORTEGNELSE

SAMMENDRAG	1
FORORD	2
INNHOLDSFORTEGNELSE	3
1 – INTRODUKSJON	5
2 – GENERELT OM PRIVATE EQUITY OG INSTITUSJONELLE INVESTORER	7
2.1 DEFINISJON AV PRIVATE EQUITY	7
2.2 HOVEDOMRÅDER OG UNDERGRUPPER INNEN PRIVATE EQUITY.....	8
2.3 INVESTERING OG ORGANISERING.....	11
2.4 KONTROLL OG ØKONOMISKE ASPEKTER VED LIMITED PARTNERSHIPS	13
2.5 HISTORIE, UTVIKLING OG DAGENS SITUASJON – FAKTA OG STATISTIKK	16
3 – PRIVATE EQUITY I ET PORTEFØLJEPERSPEKTIV	20
3.1 MODERNE PORTEFØLJETEORI	20
3.2 GRUNNER TIL Å TA MED PRIVATE EQUITY I EN PORTEFØLJE.....	25
4 - HVORDAN MÅLE AVKASTNING, RISIKO OG KORRELASJON I PE – FOND	27
4.1 METODER FOR AVKASTNINGSMÅLING	27
4.1.1 <i>J – kurve effekten</i>	28
4.1.2 <i>Internrenten (IRR)</i>	29
4.1.3 <i>Public Market Equivalent (PME)</i>	33
4.2 RISIKO	34
4.3 KORRELASJON	37
4.4 PROBLEMER MED PRIVATE EQUITY I ET MODERNE PORTEFØLJEPERSPEKTIV	39
4.5 LISTED PRIVATE EQUITY	42
4.5.1 <i>Hva er listed private equity?</i>	42
4.5.2 <i>Fordeler med listed private equity</i>	43
4.5.3 <i>Svakheter ved listed private equity</i>	44
4.5.4 <i>Listed private equity og Moderne porteføljeteori</i>	47
4.5.5 <i>Presentasjon av ulike indekser for listed private equity</i>	49
5 – EKSISTERENDE LITTERATUR	51
5.1 AVKASTNING OG RISIKO	51
5.2 DIVERSIFIKASJON OG ALLOKERING	57
5.3 LISTED PRIVATE EQUITY (LPE)	61
6 – DATAGRUNNLAG OG METODE	64
6.1 DATAGRUNNLAG	65
6.1.1 <i>LPX GmbH. Indeksene LPX 50, LPX Buyout og LPX Venture</i>	65
6.1.2 <i>MSCI World</i>	68
6.1.3 <i>MSCI Norway</i>	68
6.1.4 <i>Lehman Global Aggregate Index</i>	68
6.1.5 <i>Risikofri rente</i>	69
6.2 METODE	69
6.2.1 <i>Avkastning, risiko og korrelasjon</i>	69
6.2.2 <i>Optimale vektorer i en portefølje</i>	70
7 – ANALYSE OG RESULTATER	72
7.1 OPTIMAL ALLOKERING. US DOLLAR.....	72
7.2 OPTIMAL ALLOKERING. NORSKE KRONER (NOK).....	74
7.4 MULIGE SVAKHETER OG UTBEDRINGER VED ANALYSEN	75
8 – KONKLUSJONER OG VIDERE STUDIER	77
REFERANSER	78

APPENDIKS 1 – PORTFOLIO ANALYSIS IN MATRIX NOTATION (FORMELARK)	84
APPENDIKS 2 - RESULTATER	90
APPENDIKS 3 – TEST FOR IKKE-NORMALITET	102
APPENDIKS 4 – TEST FOR IKKE AUTOKORRELASJON	104

1 – Introduksjon

Private Equity reiser kapital som aldri før og har de senere årene blitt en betydelig aktivaklasse. Det som driver dette jaget er i hovedsak investorer som søker diversifikasjon mot turbulenser i aksjemarkedet (for eksempel Asia krisen i 1997, Russland krisen i 1998, IT – boblen i 2000 og angrepet på World Trade Center i 2001) og investorer som vil øke forventet porteføljeavkastning (Schweizer 2008). Det som ligger til grunn for dette er troen på at private equity som aktivklasse har relativt lav risiko, men ofte produserer svært høye avkastningstall. Dette skaper et svært fordelaktig risk/return forhold. Videre er det antatt at private equity i tillegg har lav korrelasjon med tradisjonelle aktiva som aksjer og obligasjoner, noe som igjen fører attraktive diversifikasjonsgevinster på porteføljenivå (Huss 2005). Den ekstraordinære porteføljeavkastningen til for eksempel Yale Endowment (og andre) som har rykte på seg for å holde relativt store andeler private equity og andre alternative investeringer skaper en viss støtte for dette.

Veksten i PE – markedet de siste par ti-årene også tatt med seg en økt interesse fra det akademiske miljøet, spesielt fra slutten av 1990 – tallet, da databaser som Thomson Venture Economics gjorde det lettere å foreta relevante studier. Disse studiene er preget av mye heterogenitet på grunn av forskjeller i datagrunnlag og utgangspunkt; noen finner støtte for antagelsene overfor, andre finner at avkastningen er på linje med aksjemarkedet, noen finner at PE presterer dårligere. Det store problemet med å si noe bastant om denne saken er i hovedsak fondenes private natur (som jo er selve definisjonen på aktivaklassen). I tillegg til å være lite transparent, skaper også illikviditeten og den lange tidshorizonten problemer med å finne ”riktig” mål på avkastning, risiko og samvariasjon med andre aktivaklasser.

I denne oppgaven har vi som mål å estimere nettopp slike mål for å komme frem til en optimal allokering i PE i en tradisjonell balansert portefølje bestående av aksjer og obligasjoner. *Problemstillingen vår blir derfor todelt hvor den første delen går på en vurdering av ulike målemetoder som kan brukes for å estimere avkastning, risiko og korrelasjon, mens den andre delen blir bruken av de målene vi kommer frem til i en optimering.*

I denne sammenheng har det dukket opp en ny sub-gruppe eller klasse innenfor PE – markedet som kan være en løsning på mange av disse problemene; nemlig listed private equity. Dette er i hovedsak noterte selskaper som har den største andelen av inntekten sin fra

investeringer, utlån eller tjenester til private foretak (Idzorek 2007). Dette fjerner mye av problemet med illikviditet og PE – selskapet må i tillegg opptre mye mer transparent siden det er gjenstand for de lokale børser sine krav til informasjons- og nyhetsformidling. Den store fordelene i et akademisk perspektiv, derimot, er at det nå knyttes markedspriser til PE – klassen, og ved hjelp av nylige oppstartede LPE – indekser kan dette øke kunnskapene om forhold som avkastning, risiko og korrelasjon.

Oppgaven er i hovedsak myntet på en generell institusjonell investor (pensjonskasser, forsikringsselskap o.l), og av denne grunn har vi fokusert mest på PE – fond (kontra direkte investeringer), da vi mener dette er den mest vanlige investeringsformen for slike.

For å begrense analysen noe har vi valgt ikke å se på diversifisering og allokering *innefor* PE – markedet (altså å analysere om man kan oppnå diversifiseringsgevinster ved å investere i forskjellige stilarter, geografisk inndeling etc.). Vi har heller ikke prøvd å estimere optimal allokering for fremtidige perioder; dette er en analyse av historiske avkastningstall og hva optimal allokering har vært.

Oppbyggingen av oppgaven er som følger: i del 2 vil vi presentere private equity bransjen og forklare blant annet hva det er, hvordan investeringene blir gjort, økonomiske aspekter, samt fakta og statistikk om historiske trender og dagens situasjon. I del 3 setter vi private equity inn et porteføljeperspektiv som et første steg på veien mot den senere analysen av optimal allokering. Her vil vi presentere moderne porteføljeteori og komme med ulike grunner til hvorfor private equity kan ha en rolle å spille i for eksempel en institusjonell investors portefølje. Under del 4 diskuterer vi det vi kan kalle del 1 av problemstillingen; altså hvordan man best kan måle avkastning, risiko og korrelasjon for å få gode estimerte parametere som input i optimeringen. Herunder vil vi også diskutere eventuelle problemstillinger knyttet til private equity og rammeverket innefor moderne porteføljeteori, samt en presentasjon og diskusjon av listed private equity (LPE). I del 5 tar vi for oss relevant litteratur på området, før vi i del 6 presenterer datagrunnlaget og metodikken brukt i analysedelen; som kommer i del 7. Del 8 konkluderer og diskuterer videre analyser.

2 – Generelt om private equity og institusjonelle investorer

Vi vil i det følgende ta for oss begrepet Private Equity og forklare hva det er, hvordan man organiserer investeringen i denne aktivaklassen, økonomiske aspekter, litt om den historiske utviklingen

2.1 Definisjon av Private Equity

Private Equity (PE) blir som oftest kategorisert under paraplyen ”alternative investeringer”, sammen med aktivaklassene hedgefond, eiendom, shipping, strukturerte produkter og råvarer for å nevne noen.

Figur 2.1: En oversikt over alternative investeringer



(Kilde: EVCA – Why and how to invest in Private Equity 2007)

Ser vi spesielt på PE, definerer the European Commission (2006) denne aktivaklassen slik:

”Private equity is the provision of capital and management expertise to companies in order to create value and subsequently, with a clear view to an exit, generate capital gains after a medium to long holding period. In Europe the terms "venture capital" and "private equity" or "risk capital" are often used interchangeably.”

Det mest sentrale ved denne definisjonen er: *forsyning av kapital og ekspertise til selskaper for å skape verdier og med en klar exit – strategi generere kapitalavkastning*. Dette gir en god oppsummering på hovedforskjellene mellom aksjeinvesteringer på børs og PE – investeringer (som man i hovedsak kan kalle investeringer i all aksjekapital som ikke er notert på børser, eller som vil bli tatt av børs etter oppkjøp, enten det gjelder private eller offentlige selskaper).

Disse hovedforskjellene går på hvordan **kapitalen** blir reist, hvordan **eierskapet** blir utøvd og hvilken plan man har for å generere **avkastning**, hvor de to sistnevnte henger sammen. For mens eierskapet i børsnoterte aksjer ofte har et meget spredt og passivt eierskap, der avkastning blir generert i form av dividender og kursoppgang, og kapital blir hentet på det offentlige markedet, er situasjonen en ganske annen for PE. I PE blir kapitalen stort sett hentet inn fra private investorer, eierskapet er mye mer konsentrert (begrenset til Limited Partners og delvis General Partners; mer om dette senere i oppgaven) og det blir utøvd det som kalles *aktivt eierskap*.

Aktivt eierskap ligger helt sentralt når det gjelder hvordan PE – investeringer generer avkastning, og grunnet dette krever også mange PE – investorer en stor andel/posisjon i det selskapet de investerer i, nettopp for aktivt å kunne styre selskapet i den retningen de mener vil gi størst verdiutvikling. Det er også derfor man i slike investeringer ikke bare forsyner selskapene med kapital, men også ekspertise i henhold til den jobben som må til for å skape denne verdiutviklingen. Eksempler på aktivt eierskap kan være: produktivitetsforbedringer, konsolidering, strategisk refokusering og optimering av finansiell struktur (www.orklafinans.no).

En annen sentral faktor i PE – investeringer og avkastning er en klar *exit – strategi*, da det er en vellykket exit som realiserer den avkastningen som (etter planen) er generert gjennom aktivt eierskap. De mest vanlig exit – strategiene er gjennom børsnotering (IPO), gjennom salg (til for eksempel ledelsen i det aktuelle selskapet) eller gjennom fusjon med andre selskap (der porteføljeselskapet blir integrert for å skape synergieffekter etc.) (www.nvca.org).

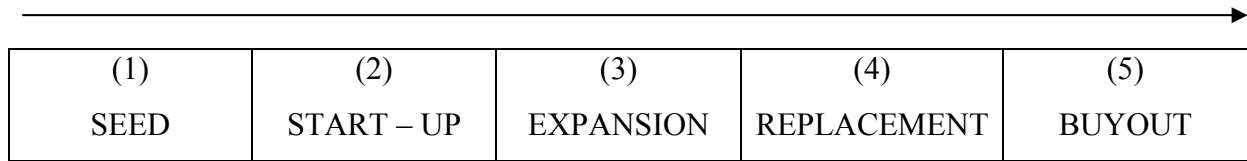
2.2 Hovedområder og undergrupper innen Private Equity

Når man snakker om Private Equity uttrykkes dette ofte som en enhetlig aktivaklasse, men i realiteten finnes det flere undergrupper. Det er vanlig å skille mellom to hovedområder:

(1) Venture Capital og (2) Buyout. Hovedskille mellom disse to går på PE – fondets investeringsstrategi og porteføljeselskapenes modenhet. Dette er vist i figur 2.2.

Figur 2.2: Undergrupper i PE

Selskapets modenhet



(1) – (4) Venture Capital (VC)

(Kilde: EVCA – Why and how to invest in Private Equity 2007)

Venture Capital (VC) fokuserer hovedsaklig på umodne entreprenørielle selskap, og tilbyr kapital til selskap rett før eller rett etter oppstart. Mye av dette segmentet er teknologi – relatert, slik som IKT, helse og elektronikk. Investorene er vanligvis svært delaktig i strategi, ansettelse av nøkkelpersonell, forhandlinger med større selskap etc. I tillegg finnes det PE – fond knyttet til ekspansjon i dette segmentet; altså investeringer i selskap som trenger kapital og ekspertise for å vokse videre. Dette er typisk selskap som går break – even eller med overskudd, men som mangler kapital til for eksempel å utvikle nye produkter, sette opp utenlandske kontorer eller øke kapasitet (European Commission 2006)

Segmentet VC består av følgende undergrupper (EVCA 2007)

- (1) **SEED.** Kapital blir anskaffet med tanke på forskning og utvikling av et konsept før selskapet har nådd oppstartsfasen.
- (2) **START – UP.** Selskapet er i oppstartsfasen eller rett etter oppstart. Kapital trengs for produktutvikling og markedsføring. Selskapet har ikke solgt noen produkter enda og genererer da heller ikke noen profitt.
- (3) **EXPANSION.** Kapital trengs for å vokse og ekspandere. Selskapet går break – even eller med overskudd. Kapitalen kan bli brukt til å øke arbeidskapital, produksjonskapasitet etc.
- (4) **REPLACEMENT.** Kjøp av aksjer fra en annen investor eller for å redusere gearing via refinansiering av gjeld.

Buyout (BO) fokuserer typisk på kjøp av en signifikant andel eller majoritetskontroll av et modent selskap (private eller offentlige) med eksisterende forretningsplaner og som har holdt det gående på egen inntekt i mange år. Verdiskapningen skjer vanligvis gjennom en eller flere av følgende strategier: ekspansjon, konsolidering, restrukturering (både operasjonell og

finansiell) og salg, samt utskilling av konsernaktiviteter som datterselskap og divisjoner (EVCA 2007). På bakgrunn av dette vil det i BO – fond være en mye større grad av aktiv involvering fra GP sin side for å styre selskapet i riktig retning (altså aktivt eierskap), til forskjell fra VC der det aktive eierskapet er mer moderat (Woodward 2004).

Det finnes flere former av buyout (men ingen tydelige grenser) der de vanligste er ”management buy – out eller MBO” (kjøp sammen med eksisterende ledelse) og ”management buy – in eller MBI (kjøp sammen med ny ledelse). I dette segmentet bruker man ofte også det som kalles ”leveraged buy – outs eller LBO”, hvor en stor del av investeringen i det aktuelle selskapet blir lånefinansiert. Her bruker man vanligvis eiendelene til selskapet som sikkerhet og kontantstrømmen til å betale ned gjelden (EnnisKnupp 2004).

Investeringsmulighetene for BO – fond oppstår blant annet når tidligere familieeide selskap skal selges, når store selskap vil kvitte seg med datterselskap, ved å ta børsnoterte selskap av børs, privatisering av offentlige selskap etc. De fleste BO – fond fokuserer ikke på spesielle industrier, ergo stiller de fleste fond likt når det gjelder utnyttelse av disse mulighetene (European Commission 2006).

Woodward (2004) gir en god oppsummering på forskjellene mellom VC og BO:

Figur 2.3: Forskjeller mellom VC og BO

	Venture	Buyouts
Porteføljeselskapets fase	Tidlig	Modent
Selskapets inntekter	Ingen / små (break – even)	Bærende
Antall fond investorer	Mange	En
Involvering (ledelse og GP)	Moderat	Tung
Antall kontanttilførsler fra investorer	4 – 7	1
Bruk av gjeld	Aldri	Som regel alltid
Kilde for kvartalsvis verdsettelse	Ved finansieringsrundene	Internt
Sannsynlighet for fiasko	50 %	Sjelden

Det finnes også en tredje gruppe innenfor PE som kalles *Mezzanine fond*. Disse fondene investerer i underordnet gjeld, også kalt mezzanine gjeld. Dette er gjeld som ligger i grenselandet mellom aksjer og obligasjoner, og søker egenkapitalappresiering i form av konverteringsrettigheter som warrants og opsjoner (www.venturechoice.com)

I tillegg har vi en fjerde gruppe som ligner noe på mezzanine fond, nemlig investeringer i kriserammert gjeld. Spesialister innen denne investeringsformen kjøper forskjellige klasser gjeld i selskap som er nær konkurs, og søker avkastning i form av innsprøytning av kapital og restrukturering av selskapet. Ved å kjøpe slik gjeld blir investorene betydelige kreditorer, noe som gir dem nok makt til kontroll av selskapet. Grunnen til at denne investeringsformen er kategorisert under PE er på grunn av at investorene ofte ettergir gjeldsforpliktelsene de har i bytte mot aksjer (EnnisKnupp 2004).

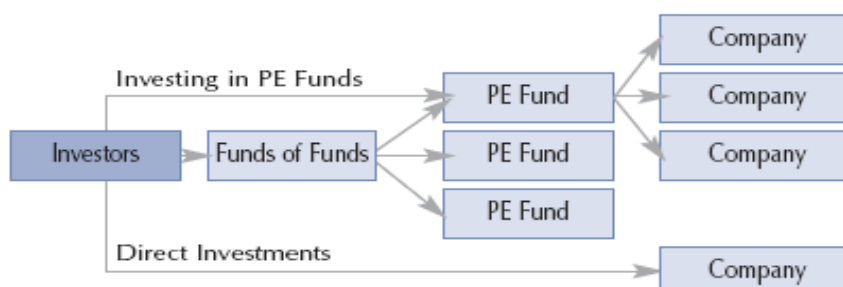
I denne oppgaven vil vi konsentrere oss mest om VC og BO, og dermed vil ikke den tredje og fjerde gruppen (Mezzanine og kriserammert gjeld) være et spesielt fokus i det følgende.

2.3 Investering og organisering

Det finnes i hovedsak tre ulike måter for en institusjonell investor å komme inn i PE – markedet på. Disse tre måtene er (se figur 2.4):

- (1) Direkte investering
- (2) Investering i PE - fond
- (3) Investering i fond – i – fond (FiF)

Figur 2.4: Investeringsmuligheter i PE

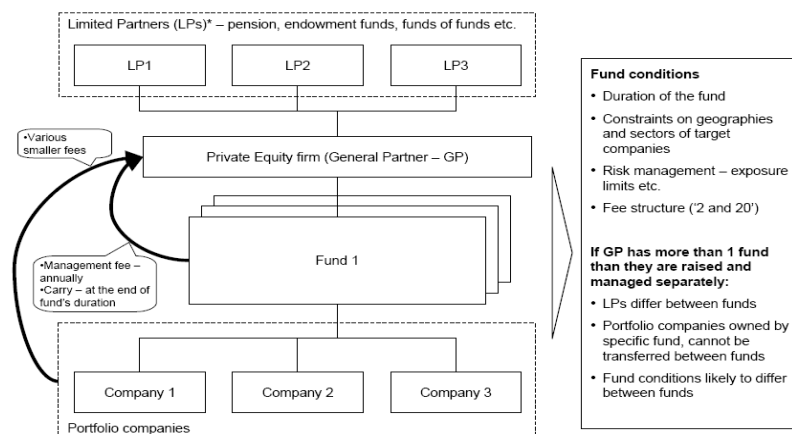


(Kilde: EVCA – Why and how to invest in Private Equity 2007)

(1) En direkte investering betyr at investoren kutter alle mellommenn og investerer direkte i det eller de selskapene som de mener kan generere positiv avkastning. Eksempler på dette kan være et selskap i startfasen som har behov for kapital og ekspertise for å utvikle produkt eller etablere seg, et selskap som behøver kapital for å vokse, eller et modent selskap som sliter med lønnsomhet og dermed har behov for restrukturering. I utgangspunktet kan hvem som helst foreta slike investeringer, men på grunn av de store ressursene som trengs i form av analyse, kapital, ekspertise, oppfølging etc, vil det i de fleste tilfeller være store institusjonelle investorer med egne private equity program eller partnere i PE – fond som gjennomfører direkte investeringer. Det er derimot ikke et ukjent fenomen at private formuende personer (såkalte ”Angel Investors” eller ”Business Angels”) bidrar med kapital til venture selskap i bytte mot aksjer eller konvertibel gjeld. Disse bruker også å organisere seg som ”Angel Groups” eller ”Angel Network” for å slå sammen kapital og ekspertise (<http://www.bvca.co.uk>)

(2) Den mest vanlige formen for PE – investeringer derimot, er investeringer gjennom en mellommann, og det vi kaller **PE – fond**. Disse fondene er som oftest organisert som ”limited partnerships”, hvor investorene (pensjonsfond, forsikringsselskap, banker, privatpersoner, legater etc) opptrer som limited partners (LP), mens selve investeringene blir gjort av et PE – selskap, såkalte general partners (GP). GPene spesialiserer seg i å finne, strukturere og lede egenkapitalinvesteringer i private selskaper på vegne av investorene i fondet (EnnisKnupp 2004). I bytte for denne jobben får GP en årlig management fee og carried interest ved slutten av fondets levetid (mer om dette senere).

Figur 2.5: Typisk organisering av et limited partnership



(Kilde: McKinsey; Private Equity – Changing the corporate landscape; gjesteforelesning i Foretakets finansiering, NHH, 2006)

En typisk prosedyre for denne investeringsformen er at et PE – selskap setter opp et limited partnership der selskapet opptrer som GP. De setter så i gang med å finne investorer til fondet (LPer) der de sender ut prospekter til mulige kandidater. Disse kandidatene binder seg så til å bidra med et visst minimumsbeløp, der de låner penger til fondet når interessante investeringsmuligheter skulle komme (kalt forpliktet kapital). Fondets levetid er normalt satt til 10 år. Når nok investorer har gått med på å bidra med kapital (fondet har nådd sin target-fund-size) lukkes fondet. Etter dette tidspunktet er det altså ikke mulig for nye eller eksisterende investorer å bidra med mer kapital. GP har altså en fastsatt grense for hvor mye man kan investere, og setter dermed også et tak på hvor mange, og hvilke selskaper man kan investere i. Når investeringsmuligheter oppstår, trekker GP så midler fra forpliktet kapital.

Gjennom de første tre til fem årene blir fondets kapital investert, og deretter styres porteføljeselskapene i den retningen som GP mener vil gi den største verdiutviklingen, for så gradvis å bli likvidert gjennom en av flere exit – strategier (børsnotering, salg, fusjon etc). Etter hvert som investeringene blir likvidert vil investorenes utlån tilbakebetales først, før en eventuell profitt utover dette deles mellom LP og GP i henhold til avtalte retningslinjer (<http://www.bvca.co.uk/>).

(3) Den siste av de vanlige veiene inn i PE – markedet er gjennom investeringer i **fond – i – fond (FiF)**. Dette er egentlig bare en videreføring av PE – fond, da FiF istedenfor å investere i selskaper investerer i andre PE – fond. Disse fondene spesialiserer seg dermed i å finne og investere i de beste PE – fondene kontra gode investeringsmuligheter blant private selskap. Dette tilbyr investorene en mye bredere diversifisering, men også dobbelt opp med kostnader. Dette kommer av at de i tillegg til å måtte betale honorarer og carried interest til de ulike PE – fondene som FiF investerer i, også må betale fee og carried interest til selve FiF. Man betaler dermed, logisk nok, for økt diversifiseringen og mindre risiko.

2.4 Kontroll og økonomiske aspekter ved limited partnerships

I følge Prowse (1998) er fremgangen til strukturformen limited partnership i PE – investeringer et lite paradoks. Grunnen til dette er at et typisk PE – fond er en svært langsiktig investering med en levetid på rundt 10 år, og at de i denne perioden er illikvid, samt at investorene har liten eller ingen kontroll over hvordan pengene deres blir brukt. I tillegg til dette er PE – markedet en bransje med ekstremt mye asymmetrisk informasjon. Prowse

skriver videre at det finnes to slike problemer knyttet til asymmetrisk informasjon: *adverse selection* og *moral hazard*. Det førstnevnte oppstår når GP skal velge selskaper å investere i; der ledelsen har mye mer informasjon på hvordan situasjonen i det aktuelle selskapet faktisk er, og dermed heller vil utheve de positive sidene enn å legge for mye vekt på de negative. Moral hazard oppstår på det operasjonelle nivået, der lederne har mange muligheter de kan ta som vil være positive for dem selv, men som kanskje ikke er positive for investorene. For å løse disse problemene trengs en solid gjennomgang av selskapet både i forkant av et eventuelt oppkjøp, men også kontroll i etterkant, en jobb som kan være en svært krevende jobb for investorene.

Løsningen på dette kan være å delegerer denne arbeids – intensive jobben til en mellommann (opprette et limited partnership), der GP tar seg av utvelgelse, strukturering, investering, kontroll, likvidering etc. Kontrollmekanikker som kan implementeres for å forene interessene mellom ledelse og investorene er for eksempel: ledelsen eier aksjer i selskapet, kontrakter som forhindrer ledelsen i å ta for stor risiko, GP er representert i styre, allokering av stemmerettigheter, løpende rapportering etc. På denne måten kan man redusere asymmetrien mellom porteføljeselskapet og PE – fondet. I følge Prowse (1998) vil suksessen til løsningen med å opprette et limited partnership også være avhengig av hvordan informasjonsasymmetrien mellom LP og GP kan løses (altså mellom investor og fondet), og det er her at blant annet de økonomiske insitamentene kommer inn.

I et limited partnership er det som regel satt opp en del selvregulerende insitament for å redusere problemene med den nevnte asymmetrien. Disse går i hovedsak på (1) prestasjon og (2) direkte kontroll. Vi vil i det følgende bare ta for oss det som går på prestasjon, da det er denne kontrollmekanismen som blir sett på som den viktigste.

Kanskje det viktigste insitamentet for en GP til å holde avtalen med investorene og å maksimere verdiskapningen går på *omdømme*. Siden et limited partnership har en begrenset levetid (rundt 10 år) og det faktum at det kreves store ressurser i form av tid og kapital for å sette opp nye fond, er det en stor fordel hvis GPen allerede har et kjent navn i bransjen¹. På

¹ (Prowse 1998). For å investere kontinuerlig i nye selskaper må GP sette opp nye limited partnership med én gang investeringsperioden i et eksisterende er avsluttet (normalt én gang hvert tredje eller femte år).

denne måten trenger ikke investorene å bruke så mye tid på gjøre seg kjent med selskapet (de kan være mer sikkert på at kapitalen de stiller blir brukt på en god måte hvis GP har et godt navn og en god track record), og dermed trenger ikke GP å bruke vesentlig tid på presentasjoner og relasjonsbygging. En god track record er viktig på det grunnlag at det gir investorene informasjon om tidligere fond og at GP vil bruke ressurser på å opprettholde denne. Dette blir ekstra viktig når vi vet at GPer med god (dårlig) track record som oftest er de som vil levere god (dårlig) avkastning også i fremtiden. Det er med andre ord stor grad av konsistens ("persistence") i denne aktivaklassen, i motsetning til for eksempel aksjefond (Kaplan & Schoar 2003).

Et annet viktig insitament er strukturen på honorarene. I PE – bransjen er det vanlig at GP mottar en årlig *management fee*, samt det som kalles *carried interest* etter at fondet er likvidert.

Årlig management fee skal dekke de løpende kostnadene, og ligger typisk mellom 1 og 3 % over fondets levetid. Gjennom investeringsperioden blir honorarene vanligvis beregnet på basis av forpliktet kapital (kontra investert kapital). Dette blir gjort for å unngå at GP går for volum i stedet for kvalitet i begynnelsen av investeringsperioden (WatsonWyatt 2007). Etter at investeringsperioden er ferdig regnes honorarene vanligvis på basis av investert kapital. De siste årene har det også blitt mer vanlig med en avtagende honorarstruktur. For eksempel årlige honorarer på 2 % de første fem årene (på basis av forpliktet kapital), der disse honorarene faller med 25 basispunkter årlig de neste fem årene frem mot likvidering (på basis av investert kapital) (Metrick & Yasuda 2007).²

Når det gjelder carried interest er nok dette det viktigste økonomiske insitamentet for GP, da denne som oftest er den største kilden til inntekt. Carried interest sikrer GP en andel av partnerskapets profitt, som oftest 20 %, der denne blir regnet ut på basis av enten forpliktet kapital eller investeringskapital (Metrick & Yasuda 2007). I tillegg til dette finnes bruker mange også noe som heter hurdle rate som skal forsikre at GP bare blir kompensert for overytelse. Denne er vanligvis basert på IRR eller multipler (WatsonWyatt 2007). Carried interest fungerer slik at LP mottar alt av provenyet ved exit (realisering av investeringen) helt

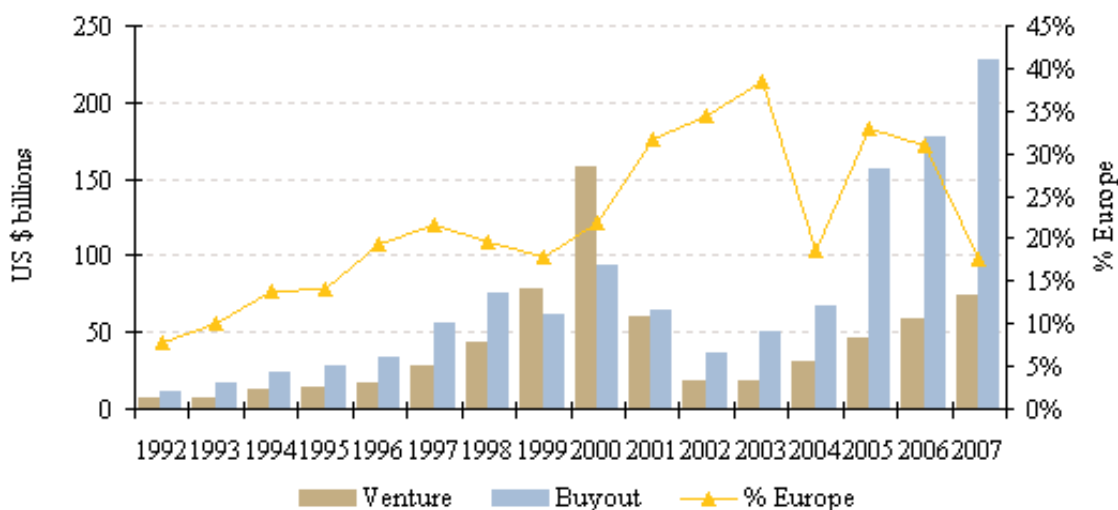
² (Metrick & Yasuda 2007). Andre typer strukturer er (1) en konstant årlig rate over hele fondets levetid. (2) Fast årlig rate de første fem årene (investeringsperioden), deretter fallende årlig rate (begge med basis i forpliktet kapital). (3) Konstant årlig rate, men skifter fra forpliktet kapital til investert kapital etter investeringsperiode.

til de har fått dekket sin forpliktet- eller investert kapital, deretter mottar GP en prosentandel (typisk 20 %) av det overskudd som måtte være igjen etter dette. Hvis det i avtalen også finnes en hurdle rate skal LP motta alt av sin forpliktet- eller investert kapital pluss en prosentvis avkastning, typisk 5 – 10 %, før GP får sin del av overskuddet.

2.5 Historie, utvikling og dagens situasjon – fakta og statistikk

Private Equity er en relativt ung aktivaklasse, der røttene kan spores tilbake minst 50 år. Det var derimot ikke før på slutten av 1970 – tallet at PE, på grunn av regulatoriske og lovmessige endringer i amerikanske pensjonsfond, ble akseptert som en institusjonell aktivaklasse (McGovern 2006). Frem til dette tidspunktet hadde PE – investeringer stort sett vært forbeholdt rike familier, industrielle selskap og finansielle institusjoner (EnnisKnupp 2004). I de siste par ti – årene derimot har PE som aktivaklasse opplevd en enorm vekst, spesielt siden begynnelsen av 1990 – tallet (se figur 2.6). Dette kommer som en følge av de nevnte regulatoriske og lovmessige endringene, men i tillegg må det nevnes at fremveksten av limited partnership siden introduksjonen i 1970 – årene har bidratt i vesentlig grad til denne veksten (Prowse 1998).

Figur 2.6: Private Equity kapitalreising 1992 – 2007 (VC og BO)



(Kilde: EnnisKnupp – Private Equity Year In Review 2007)

På verdensbasis forvalter nå PE – fond omtrent \$1 trillion, hvor buyout – fond står for over 2/3 av denne kapitalen (Metrick & Yasuda 2007). I forhold til det totale (investerbare)

kapitalmarkedet er dette derimot relativt lite. Vi ser av figur 2.7 at Private Equity (kalt Private Capital i figuren) bare står for 0,8 % av dagens totale marked, hvor de tradisjonelle aktivaklassene, aksjer og obligasjoner, dominerer. I forhold til eiendom, som også blir kategorisert som en alternativ investering, er PE også en relativt liten aktivaklasse (0,8 % versus 6,2 %).

Figur 2.7: Totalt investerbart marked 2008



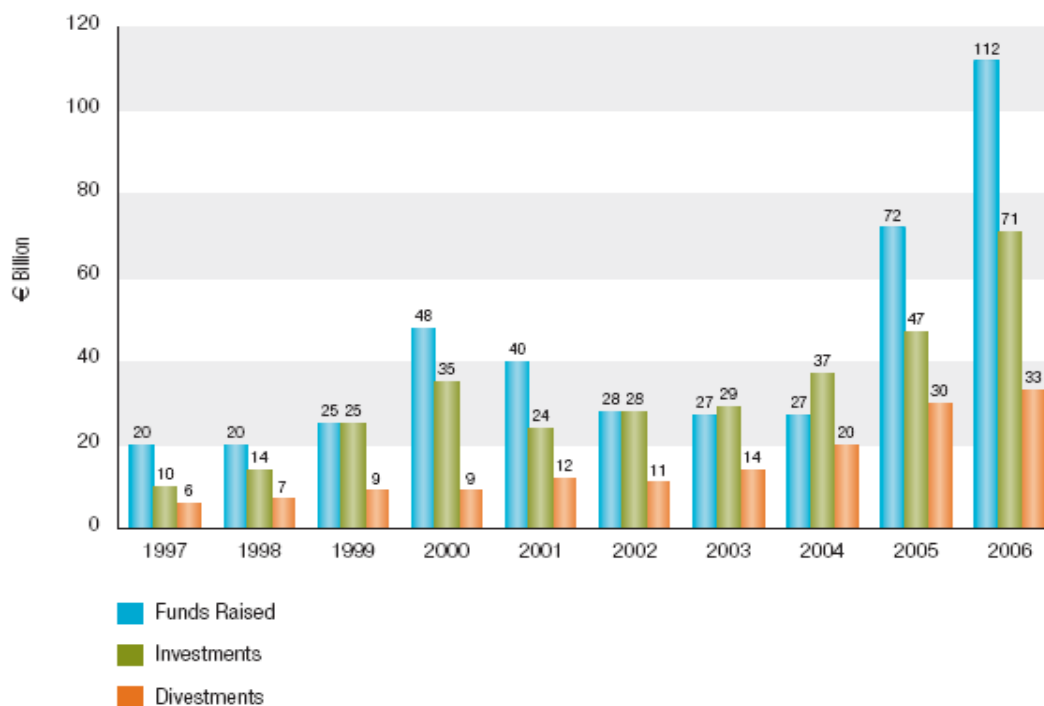
(Kilde: EnnisKnupp – Capital Markets Modelling Assumptions 2008)

Vi vil i det følgende se mer på dagens situasjon, og da med spesiell vekt på det europeiske PE – markedet. Tallene er basert på ”2006 European Private Equity Activity Survey”, som ble gjennomført av Thomson Financial og PricewaterhouseCoopers på vegne av EVCA (den europeiske venture – kapitalforeningen).

Figur 2.8 viser at **kapitalreisingen** de siste ti årene har steget ganske jevnt bortsett fra en liten nedgangsperiode på begynnelsen av dette århundret. Som en naturlig følge av dette har også **investeringene** vokst i tilsvarende takt. Ser vi på kapitalreisingen spesielt, ble det i 2006 tilført €112 milliarder, en oppgang på 56 % prosent i forhold til 2005, og en foreløpig toppnotering hva kapitalreising gjelder. Dette har sin grunn i den signifikante økningen på størrelsen av fondene som ble opprettet dette året. Investeringer fikk også sin foreløpige toppnotering i 2006, med en oppgang på 51 %, til €71 milliarder, mens **avvikling** var

bortimot tilsvarende som året før. Foreløpige tall fra 2007 viser en liten nedgang i både kapitalreising og investeringer (PEREP_Analytics 2007).

Figur 2.8: Fond reist, investeringer og avvikling (1997 – 2006)

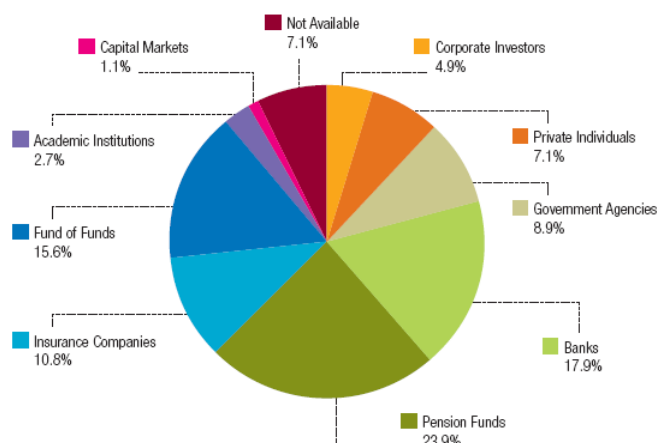


(Kilde: European Private Equity Activity Survey 2006)

Mesteparten av den kapitalen som blir reist i Europa går til forvaltere lokalisert i Storbritannia (67 %), etterfulgt av Frankrike, Sverige, Tyskland og Nederland. Sverige hadde den største veksten i kapital reist fra 2005 til 2006 på 390 %. Det er også disse landene som dominerer når det gjelder hvor denne kapitalen blir investert.

Ser vi videre på hvor denne kapitalen kommer fra, altså hvem det er som investerer i PE, ser vi av figur 2.9 at pensjonsfond, forsikringsselskap, fond – i – fond og banker dominerer. Dette bekrefter at det først og fremst er institusjonelle investorer som gjør investeringer i PE, selv om privatpersoner er representert med 7 % i denne sammenheng. Til sammen utgjorde slike store institusjonelle investorer omtrent 70 % av den europeiske kapitalreisingen i 2006.

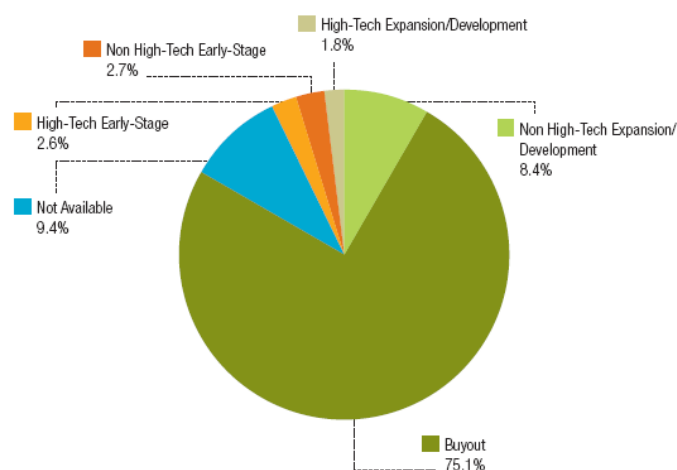
Figur 2.9: Kapitaltilgang fra type investorer (2002 – 2006).



(Kilde: European Private Equity Activity Survey 2006)

På spørsmål om hvilken fase og prosentandel PE – fondene trodde kapitalen de hadde reist ville gå til svarte et overveldende flertall buyout (75,1 %) (se figur 2.10). Dette var en nedgang fra 2005 (80,4 %) i prosentpoeng, men derimot en oppgang i milliarder euro (fra €57,7 mrd i 2005 til €83,3 mrd i 2006). Dette viste seg også igjen i de faktiske investeringene, hvor buyout stod for 70,7 % i 2006.

Figur 2.10: Forventet allokering av kapital reist i 2006

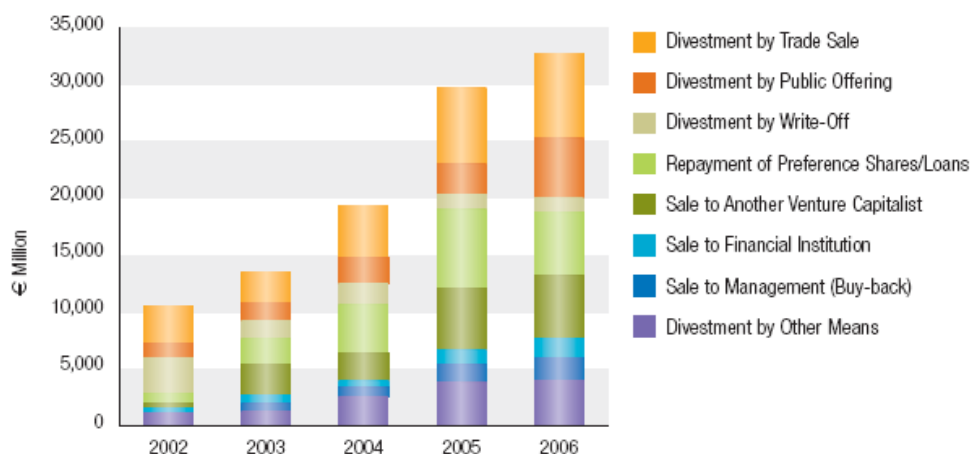


(Kilde: European Private Equity Activity Survey 2006)

Når det gjelder avvikling og exit – strategier holdt nivået i 2006 seg på nesten samme nivå som året før, dog en liten oppgang. Den største exit – veien var gjennom salg (22,7 %), tett

fulgt av rekapitalisering (17,1 %), sekundær buyout (17 %) og børsnotering (16 %). Se figur 2.11.

2.11: Årlig avvikling og exit - strategier



(Kilde: European Private Equity Activity Survey 2006)

3 – Private equity i et porteføljeperspektiv

Alternative investeringer som private equity, eiendom, hedge fond og råvarer har fått en økt interesse blant institusjonelle investorer de siste årene hvis vi ser på disse investeringene i et porteføljeperspektiv. Som et eksempel på den økte interessen kan det nevnes at den gjennomsnittlige andelen av alternative investeringer i ulike legater i U.S.A. økte fra 3 % i 1996 til 12 % i 2005, og at legater med mer enn 1 milliarder USD har en allokering på rundt 36 % (Schweizer 2008). Disse tallene viser viktigheten alternative investeringer har fått.

I dette avsnittet vil vi se nærmere på PE i et porteføljeperspektiv. Vi starter med å gå gjennom hovedtrekkene i moderne porteføljeteori før vi trekker PE inn i bildet og forklarer hvorfor investorer kan ha nytte av å inkludere denne aktivaklassen (og alternative investeringer generelt) i porteføljen.

3.1 Moderne porteføljeteori

Harry Markowitz (1952) la grunnlaget for det vi i dag kaller moderne porteføljeteori (MPT). Han viste at porteføljeseleksjon reduseres til en analyse av avkastning, risiko (målt ved standardavvik) og korrelasjon for individuelle aktiva, og at disse faktorene oppsummeres i

den *effisiente fronten* av porteføljer, der investor bør velge porteføljer som ligger på denne fronten.

Kjernen i dette forteller at ved å kombinere ulike aktiva (der vi har oppgitt forventet avkastning, standardavvik og korrelasjon) på forskjellige måter vil vi komme opp med et univers av aktuelle porteføljer med tilhørende forventet avkastning og risiko. Noen av disse porteføljene vil optimere forholdet mellom forventet avkastning og risiko (risk/reward forholdet), og disse vil igjen utgjøre det vi kaller for *minimum – varians fronten*.

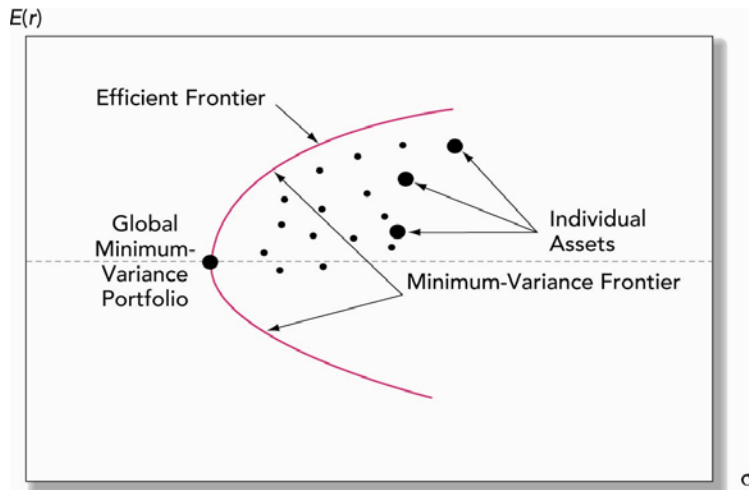
Denne fronten forteller hvilke porteføljer som minimerer risiko for en gitt forventet avkastning (se figur 3.1), nemlig de porteføljene som ligger på minimum-variens fronten. Legg merke til at alle individuelle aktiva ligger innefor fronten. Dette forteller oss at å investere i en risikabel portefølje som kun inneholder ett aktiva ikke er effisient, da vi kunne ha diversifisert investeringen og oppnådd både høyere forventet avkastning og/eller lavere risiko, altså et bedre risk/reward forhold. Dette gjelder også for porteføljer som ligger innefor fronten, og vi kan vise dette matematisk ved følgende formler for en portefølje med to aktiva (formlene kan utvides til å gjelde flere aktiva, men vi viser ikke dette her da dette kun er for illustrasjonens skyld):

$$1) E(r_p) = w_A E(r_A) + (1 - w_A) E(r_B)$$

$$2) \sigma_p^2 = w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \sigma_A \sigma_B \rho_{AB}$$

Vi ser at porteføljens forventede avkastning er et vektet gjennomsnitt av de aktuelle aktivas forventede avkastning ($E(r)$) med vekter (w) lik andelen i porteføljen. Porteføljens risiko derimot, er ikke et vektet snitt. Porteføljerisikoen (σ_p) er summen av den vektete variansen til alle aktiva i porteføljen, samt kovariansen ($\rho_{AB} \times \sigma_A \times \sigma_B$) mellom disse aktivaene. Gitt at korrelasjonen mellom disse to aktivaene ikke er lik 1 (perfekt positiv korrelasjon), vil porteføljerisikoen gå ned. En investor kan altså redusere porteføljerisikoen ved å inkludere aktiva som ikke er perfekt korrelert. Man vil da bedre risk/reward forholdet og komme nærmere den effisiente fronten. MPT kvantifiserer altså godene som diversifisering gir og demonstrerer mulighetene for å bedre forholdet mellom forventet avkastning og risiko i porteføljer ved å kombinere aktiva (Schmidt 2004).

Figur 3.1: Minimum-variens front



(Kilde: Bodie/Kane/Marcus – Investments 6th edition)

(NB! Dette er kun en illustrasjon; ikke resultater fra vår analyse)

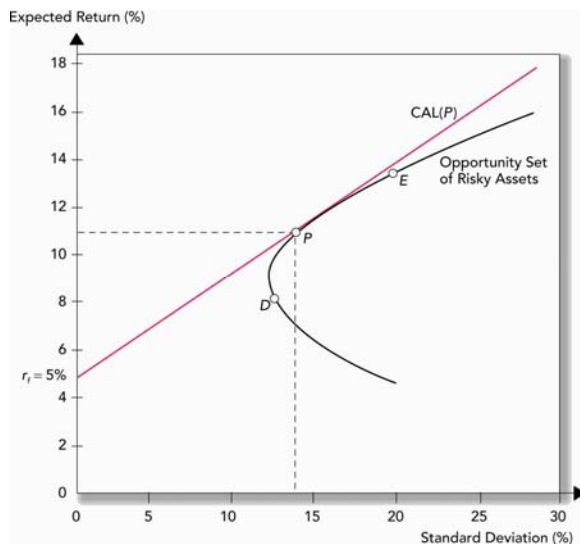
Vi ser også av figuren at alle porteføljene som ligger fra den globale minimum-variens porteføljen og oppover har høyere forventet avkastning for et gitt risikonivå enn andre porteføljer. Dette blir kalt den *effisiente fronten*, og Markowitz sin teori sier at en investor skal velge fra porteføljene som ligger her. Dette er intuitivt da vi ser at alle porteføljene som ligger under den effisiente fronten har en tilsvarende portefølje liggende direkte over med samme risiko, men høyere forventet avkastning (Bodie et al. 2005).

MPT ble senere utvidet med enda en faktor; *den risikofrie investeringen*. Dette gjør det mulig å skalere opp eller ned risikoen ved å låne eller plassere i det risikofrie aktivum.

Konsekvensen av introduksjonen av et risikofritt aktivum gjør at porteføljekonstruksjonen blir en to-steps prosess der stegene er uavhengig av hverandre. Dette blir kalt *Tobin's separation theorem* (www.riskglossary.com).

Det første steget er å finne den optimale risikable porteføljen (P), altså den kapitalallokeringslinje (CAL) som tangerer den effisiente fronten. Vi ser at denne porteføljen må være den optimale siden ingen andre porteføljer vil gi like høy forventet avkastning gitt risikonivå. Kapitalallokeringslinjen er lineær med skjæringspunkt i r_f (renten på den risikofrie investeringen) og stigningstall lik Sharpe – forholdet $(E(r_p) - r_f) / \sigma_p$. Optimal portefølje kan dermed finnes ved maksimere helningen til CAL, eller med andre ord, finne vektene i de ulike aktivaene som resulterer i det høyeste reward-to-variability forholdet. Dette gir en linje fra risikofritt aktivum til porteføljene på den effisiente fronten (se figur 3.2).

Figur 3.2: Kapitalallokeringslinjen (CAL) og den effisiente fronten

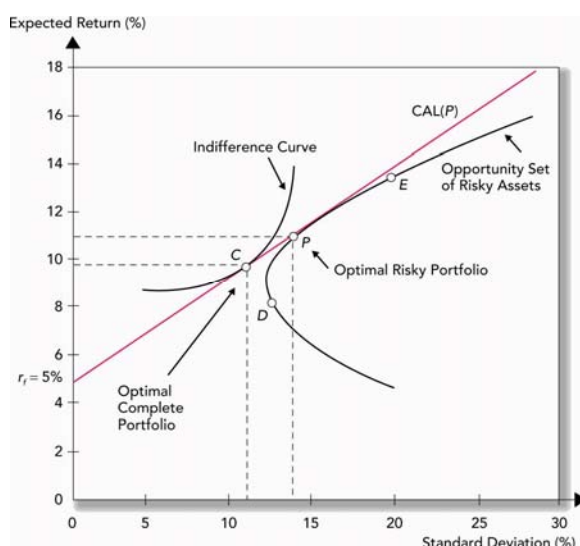


(Kilde: Bodie/Kane/Marcus – Investments 6th edition)

(NB! Dette er kun en illustrasjon; ikke resultater fra vår analyse)

I utgangspunktet er den risikable porteføljen (P) den optimale portefølje for *alle* investorer uavhengig av risikoaversjon. Det er først i steg to at individuell risikoaversjon får noe å si, når investoren skal velge hvilket punkt på CAL han eller hun ønsker å ligge. En mer risikoavers investor vil velge å investere mer i det risikofrie aktivum og mindre i den optimale risikable porteføljen, mens en mindre risikoavers investor vil gjøre det motsatte (se figur 3.3).

Figur 3.3: Optimal- og komplett portefølje



(Kilde: Bodie/Kane/Marcus – Investments 6th edition)

(NB! Dette er kun en illustrasjon; ikke resultater fra vår analyse)

Vi ser av figuren over at den optimale komplette porteføljen (C) er avhengig av investors risikoaversjon og kan finnes ved bruk av en nyttefunksjon og indifferenskurver. På en annen side vil både den risikoaverse og den mindre risikoaverse investor bruke portefølje P som sin optimale risikable investering (Bodie et al. 2005). Man tar altså utgangspunkt i den optimale risikable porteføljen (P), og skalerer risikoen opp eller ned i henhold til sin grad av risikoaversjon ved enten å investere eller plassere risikofritt for å komme til den komplette porteføljen (C).

I praksis derimot vil forskjellig informasjon knyttet til de ulike aktiva som inngår i analysen kunne endre den effisiente fronten for forskjellige investorer og dermed også den optimale risikable porteføljen. Det samme gjelder diverse restriksjoner på porteføljen slik som krav om dividende-yield, skatt, ingen short-salg eller andre preferanser. Ergo er det ikke sikkert at to ellers like investorer, men med forskjellige restriksjoner, vil ha ta utgangspunkt i den samme optimale portefølje.

En annen sentral del av MPT er *kapitalverdimodellen (CAPM)*, en modell som tar sterke forutsetninger, men som gir en rekke interessante konklusjoner. For det første kan det vises at den optimale risikable porteføljen (P) vil være markedsporteføljen (M); altså vil alle investorer holde en portefølje (P) av risikable aktiva som replikerer representasjonen av aktiva i markedsporteføljen (M). For det andre kan det vises at ikke bare vil markedsporteføljen ligge på den effisiente fronten, den vil også være den porteføljen som tangerer den effisiente fronten med CAL. Som et resultat av dette vil Capital Market Line (CML) – linjen fra risikofri rente til markedsporteføljen – være den beste mulige CAL. Med andre ord; alle investorer vil holde M som sin optimale risikable portefølje, og skalere opp eller ned med risikofritt i henhold til sin grad av risikoaversjon (Bodie et al. 2005).

Hvis vi knytter resultatene fra CAPM opp mot PE ser vi at siden alle investorer vil holde en risikabel portefølje som replikerer markedsporteføljen, må den optimale allokeringen i PE gjenspeile den vekten PE har i markedsporteføljen. Vi så under avsnittet som tok for seg dagens situasjon i PE – markedet overfor, at PE står for ca 0,8 % av dagens totale investerbare marked. Hvis vi tolker dette som en representativ markedsportefølje, vil en allokering på 0,8 % til PE i investors portefølje vil være det optimale hvis alle forutsetninger under MPT holder. Siden mye av MPT er bygd på strenge (og urealistiske?) forutsetninger kan vi nok

tolke dette tallet mer som en benchmark allokering enn noe annet. Investorene holder derimot i gjennomsnitt 0,8 % i porteføljen sin i PE, noen mer, andre mindre.

Det finnes en del advarsler med hensyn på bruken av MPT, blant annet spørsmålet om forventet avkastning basert på historiske tall er et pålitelig mål. Siden optimering for fremtidige perioder ikke er en del av vår problemstilling vil vi holde oss til bare å nevne dette.

3.2 Grunner til å ta med Private Equity i en portefølje

Som vi har sett har PE – investeringer (og alternative investeringer generelt) opplevd en voldsom vekst de siste par årene, og dermed også fått en økt betydning i et porteføljeperspektiv. Fortsatt er institusjonelle investorer som pensjonskasser og forsikringsselskap de største bidragsyterne til denne veksten. I følge Schweizer (2008) er det to faktorer som driver denne tilstrømmingen til alternative investeringer, der begge er relatert til MPT rammeverket.

Den første faktoren er at investorene søker diversifikasjon for å unngå en gjentakelse av de store tapene som mange opplevde under tidligere kriser i aksje- og obligasjonsmarkedet (Asia krisen i 1997, krisen i Russland i 1998, IKT – boblen i 2000, terroristangrepet på World Trade Center i 2001 etc). Det er trodd at alternative investeringer er praktisk under slike volatile markedstider, da avkastningsdriverne ikke er de samme som for aksjer og obligasjoner.

Den andre grunnen Schweizer lister opp går også på diversifikasjon, men er knyttet til avkastningspotensialet i alternative investeringer. Han argumenterer for at den potensielle positive diversifikasjonsgevinsten man får med alternative investeringer ikke reduserer forventet avkastning på porteføljenivå, og dermed øker risikojustert avkastning. Han nevner som eksempel at de beste universitetslegatene (Harvard, Princeton og Yale) har reportert realiserte avkastningstall i størrelsesorden 10 – 25 % de siste tre årene, noe som indikerer at alternative investeringer også kan øke forventet avkastning på porteføljenivå.

Hvis vi ser nærmere på disse to faktorene (diversifikasjon og avkastningspotensial) og knytter de opp mot PE, mener mange at PE – investeringer generelt sett har liten volatilitet, og at de i tillegg leverer høy avkastning. Dette resulterer i et meget fordelaktig risk/reward forhold, og kan forklare mye av den økte interessen for PE. På toppen av dette er det også trodd at

korrelasjonen mellom PE og tradisjonelle aksjer er lav, noe som fører til attraktive diversifikasjonsgevinster på porteføljenivå (Huss 2005).

Konsentrerer vi oss om avkastning, finner det i utgangspunktet mange grunner til at PE *kan* gi en større avkastning i forhold til aksjer (WatsonWyatt 2007):

- **Skalering.** PE selskap bruker ofte mye gjeld for å finansiere oppkjøp, noe som gjør de mer risikable enn offentlig selskap. På basis av dette sier teori at forventet avkastning skal være høyere.
- **Lang tidshorisont.** Det er sagt at private selskap ikke er gjenstand for like mye ”gransking” fra aksjeeiere som offentlige selskap, og er dermed fri til å forsøke å nå langsiktige mål (kontra kortsiktede gevinster).
- **Justering av interesser.** De fleste PE – eide selskap er styrt av en ledelse som får belønning for å maksimere eierens avkastning. Det samme nivået på insitamenter er ikke alltid tilstede i offentlige selskap.
- **Aktivt eierskap.** PE – eiere har muligheten til aktivt å prege selskapets strategi, ledelsesteam etc, noe som i mindre grad er mulig i offentlige selskap.

Alle disse poengene er velbegrunnet, og PE – selskap greier sannsynligvis å skape *brutto* meravkastning i forhold til noterte aksjer på et aggregert nivå. Et annet spørsmål er om investorene (LP) får fordel av denne meravkastningen etter at GP har fått alle sine honorarer (hovedsaklig management fee og carried interest), altså *netto* meravkastning. Det er også sådd tvil om diversifiseringsgevinsten er så stor som mange vil ha den til – underforstått at korrelasjonen er høyere enn først antatt – da det tross alt er egenkapital man handler i PE så vel som noterte aksjer. I tillegg er det også sannsynlig at risikoen / volatiliteten er høyere enn først antatt på bakgrunn av hvordan man måler denne.

Dette vil dermed få implikasjoner for vår oppgave da det er i hovedsak dette vi forsøker å besvare, for så å komme frem til en optimal allokering til PE for en institusjonell investor basert på MPT rammeverket diskutert overfor. Vi vil diskutere dette mer under de to neste avsnittene som omhandler hvordan man bør måle avkastning, risiko og korrelasjon, problemer som inntreffer ved bruk av MPT på grunn av diverse særegenheter ved PE (samt en mulig løsning på disse problemene) og til slutt, hva eksisterende litteratur på området sier.

4 - Hvordan måle avkastning, risiko og korrelasjon i PE – fond

For å komme frem til en optimal allokering i PE i en tradisjonell portefølje bestående av aksjer og obligasjoner basert på det rammeverket vi presenterte overfor (MPT), er det først og fremst tre faktorer vi må ha en formening om: forventet avkastning, risiko (målt ved standardavvik) og korrelasjonen mellom PE og de andre aktivaklassene i porteføljen. I utgangspunktet kan disse faktorene finnes ved hjelp av tidsserieanalyse. Dette er ikke noe problem for aksjer (hjemlig og utenlandsk), ei heller obligasjoner (corporate, government etc), men når det kommer til PE oppstår det en del problemer som gjør at det tradisjonelle rammeverket bryter sammen. Dette er knyttet både til de spesifikke forutsetningene som omfatter MPT og utfordringene som oppstår ved PE – data (Hatch & Wainwright 2003).

Vi vil i dette avsnittet diskutere ulike metoder som blir brukt i dag for å måle avkastning, volatilitet og korrelasjon i PE – fond. Som beskrevet tidligere finnes det i hovedsak tre ulike måter å komme seg inn i PE – markedet på; direkte investeringer, PE – fond, og fond – i – fond (FiF). Siden vi skal finne optimal allokering til en institusjonell investor baserer vi oss avkastning- og risikoforhold ved *PE – fond* (kontra direkte investeringer og FiF), da dette er mer i linje med perspektivet en institusjonell investor som vil opptre som LP har (Diller & Kaserer 2004). Deretter vil vi presentere noen problemer knyttet til metodene å måle avkastning, risiko og korrelasjon på med hensyn på moderne porteføljeteori og vår problemstilling, samt en mulig løsning for å komme frem til en optimal allokering.

4.1 Metoder for avkastningsmåling

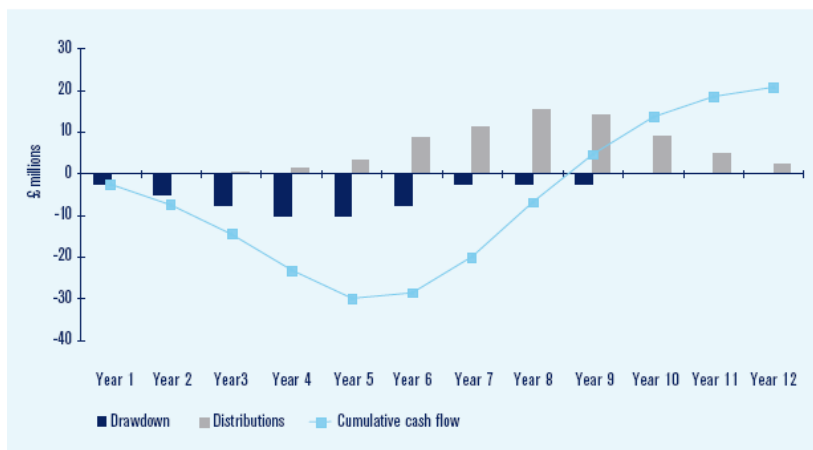
En stor utfordring i PE – investeringer er mangelen på ett enkelt og akseptert benchmark å måle avkastningen mot (WatsonWyatt 2007). Siden PE – fond generelt sett er langsiktige, illikvide og de sjelden handles på annenhåndsmarkeder finnes det ingen kontinuerlig markedspriser. Som en konsekvens av dette finnes det i utgangspunktet bare to ”sikre” observerbare punkter av transaksjonspriser i PE – investeringen; når LP betaler inn forpliktet kapital og når fondet blir likvidert. I mellomtiden finnes det ingen serier av historiske avkastningstall. Disse forholdene gjør estimeringen av prestasjon i et PE – fond problematisk, men det finnes flere ulike metoder som prøver å løse disse problemene (Diller & Kaserer 2004). Vi vil i det følgende gå gjennom noen av de mest vanlige målingene av avkastning.

4.1.1 J – kurve effekten

Før vi går gjennom de tradisjonelle metodene som brukes for å måle avkastning, kan det være interessant å se på hvordan avkastningen til en *typisk* investering i PE – fond ser ut. Denne er representert av det man kaller j – kurve effekten (se figur 4.1), og har sitt navn fra den grafiske fremstillingen av fondets midlertidige avkastning over fondets levetid (ca. 10 år).

Denne effekten oppstår som en følge av at avkastningen normalt er negativ de første årene, mens det først er de siste par årene i fondets levetid – når selskapene modner og, ved hjelp av GP, stiger i verdi – at avkastningen snur. Grunnen til den negativ avkastningen de første årene er at investeringene normalt verdsettes til kostpris (uten verdiappresiering), mens man uansett må betale management fee, oppstartskostnader og lignende. I tillegg vil noen underpresterende investeringer identifiseres tidlig, med den konsekvens at de skrives ned. Dette gjør at kontantstrømmen for LP blir negativ, og dermed også avkastningen.

Figur 4.1: J – kurve effekten



(Kilde: WatsonWyatt – Private Equity Explained)

Effekten reverseres når innsatsen til GP i form av aktivt eierskap øker verdien av selskapene i fondet og dermed økte urealiserte gevinster (dette kan derimot ta tid). I de siste par årene av fondets levetid vil disse urealiserte gevinstene bli realisert ved salg (enten helt eller delvis) av selskapene til høyre enn kostpris, noe som sørger for at kontantstrømmen til investorene blir positiv.

4.1.2 Internrenten (IRR)

Som nevnt overfor finnes det flere ulike metoder som forsøker å overkomme problemene med illikviditet, ikke – eksisterende/lite brukt annenhåndsmarked etc, når man skal måle avkastning. I denne sammenheng er det ofte argumentert for at man bør bruke et verdivektet avkastningsmål i PE – fond, og av den grunn har den anbefalte standarden i bransjen blitt *internrentemetoden (IRR)*, som tar utgangspunkt i de historiske kontantstrømmene mellom partene i PE – fondet, for så å finne et mål på avkastningen³. IRR er definert som den diskonteringsrate som gjør nåverdien av alle kontantstrømmer lik null, og kan uttrykkes matematisk som:

$$\sum_{t=0}^T CF_t(1 + IRR)^{-t} = 0 \quad \text{hvor } T = \text{fondets levetid}; CF_t = \text{kontantstrøm på tidspunkt } t$$

Rasjonale bak at man bør bruke et verdivektet avkastningsmål (IRR) i stedet for et tidsvektet avkastningsmål ligger i graden av innflytelse GP har på distribusjonen av kontantstrømmene over fondets levetid. En verdivektet avkastning er sterkt påvirket av kontantstrømmenes tidsstruktur som kalkuleringen er basert på, mens en tidsvektet avkastning er definert som å være uavhengig av denne tidsstrukturen. Hvis vi for eksempel ser på et typisk aksjefond (open – end) så vil ikke manageren av dette fondet ha kontroll over tidsmønsteret på kontantstrømmene, og prestasjonen bør dermed være basert på et tidsvektet avkastningsmål. Kobler vi dette opp mot en manager (GP) av et PE – fond (closed – end), kan det argumenteres for at denne har mer innflytelse/kontroll over kontantstrømmene (kan hente forpliktet kapital når det oppstår investeringsmuligheter, distribuere kontanter ved realisering av investeringer osv.), ergo bør prestasjonsmålingen være basert på et verdivektet avkastningsmål (Diller & Kaserer 2004).

IRR – metoden tar altså utgangspunkt i alle inn- og utbetalinger mellom LP og fondet og beregner netto avkastning for investor basert på disse tallene (som er fratrukket management fee, andre faste kostnader, carried interest etc). En ulempe ved IRR (CF) som prestasjonsvurdering er at for å få et forventningsrett estimat må fondet være *helt* likvidert. Dette reduserer antall fond som kan analyseres og går dermed utover validiteten på estimatene av avkastningen. En annen IRR – måling enn den beskrevet overfor tar konsekvensen av at

³ Denne metoden er anbefalt av blant annet European Private Equity and Venture Capital Association (EVCA) og den amerikanske National Venture Capital Association (NVCA).

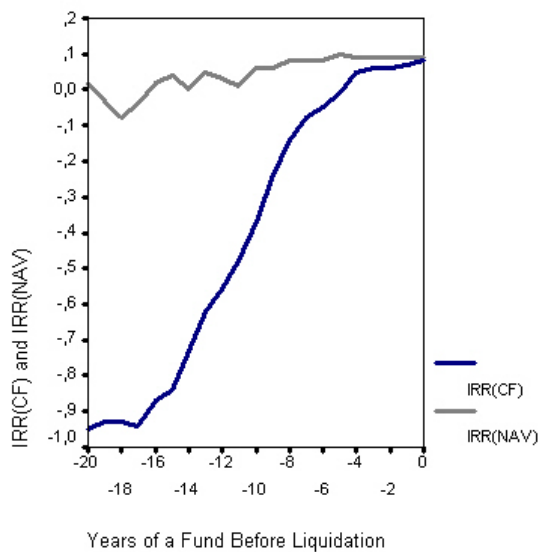
mange fond ikke er helt likvidert, og baserer utregningen av avkastning på midlertidige verdsettelse av ikke – realiserte investeringer i fondet, såkalt Net Asset Value (NAV) eller residualverdi. IRR (NAV) kan dermed regnes ut ved å inkludere residualverdien i siste kontantstrømlødd, hvor denne residualverdien representerer et estimat på hvilke verdier som enda ikke er realisert i fondet. Man betrakter dermed NAV som en siste kontantinnstrøming til investorene. På en annen side er det knyttet mange ikke – neglisjerbare problemer til denne måten å regne ut avkastningen på. Det største problemet er knyttet til verdsettelsen av residualverdiene, hvor det er høy grad av subjektivitet fra partnerne i fondet som bestemmer verdien av NAV. I denne sammenheng er det viktig å presisere at IRR (NAV) kun er et estimat på endelig avkastning, og er dermed ikke forventningsrett som IRR (CF). Grunnen til at det oppstår skjevhet i dette anslaget er nettopp på grunn av vurderingen av NAV, som i tillegg til å være subjektiv også er underlagt en rekke regnskapsregler som kan forvrengte estimatet⁴.

Et annet problem med IRR (NAV) er knyttet til den nevnte j – kurve effekten. Siden mye kapital de første årene blir brukt til å betale management fee og oppstartskostnader uten en tilsvarende utvikling i verdien av selskapene i fondet (som er verdsatt til kostpris), blir avkastningen påvirket urettmessig mye i negativ retning i de første årene (ref. diskusjonen overfor). Jo senere GP starter med investeringene, jo større blir denne negative innvirkningen av slike oppstartskostnader (Burgel 2000).

Til tross for disse problemene kan IRR (NAV) være interessant for å sammenligne utviklingen mellom fond eller for PE – bransjen generelt. Kaserer & Diller (2004) viser også at IRR (NAV) er et godt estimat på den endelige IRR (CF), selv om det kan ta mange år før man får en skikkelig indikasjon på hva den endelige IRR (CF) blir (se figur 4.2).

⁴ Se Ljungqvist & Richardson (2003) for en nærmere diskusjon

Figur 4.2: Utvikling i IRR (NAV) og IRR (CF) over tid



Kilde: Diller & Kaserer (2004)

Siden IRR (CF) beregnes av faktiske ex – post tall og man unngår anslag av usikre verdier som NAV i utregningen, er IRR (CF) i utgangspunktet det eneste forventningsrette estimatet på avkastning. I tillegg har metoden den store fordelen med at den gir en enkel intuitiv fortolkning; IRR er det utbytte en investor får av den kapitalen som for øyeblikket er investert (Ick 2005). Dermed er dette det mest interessante målet i et akademisk perspektiv, men denne metoden er heller ikke uproblematisk. Flere problemer kan nevnes i denne sammenheng, både når det gjelder tekniske aspekter ved selve utregningen og, mest av alt, bruken av denne metoden med hensyn på PE – investeringer:

- For at denne metoden skal fungere må vi ha den *eksakte timingen av investeringer og kontantstrømmer*. Å skaffe tilgang til slike data er vanskelig, siden datakilder som VentureXpert fra Thomson i utgangspunktet kun har data på et aggregert nivå.
- *Ignorerer risiko*. Man kan dermed ikke sammenligne PE med andre aktivaklasser.
- Det ble argumentert overfor at utregning av avkastning i PE – fond burde være basert på en verdivektet metode. Det kan derimot argumenteres mot dette siden det er et kjent faktum at IRR ikke er et avkastningsmål. Et fond kan for eksempel ha en høyere IRR enn et annet fond, men samtidig lavere netto nåverdi (NNV) til en gitt diskonteringsrente. Dette kommer av at man ved *kalkulering av IRR implisitt antar at kontantstrømmene kan reinvesteres til den samme IRR*. Det er klart at dette ikke er en god antagelse (Diller & Kaserer 2004). Den korrekte reinvesteringsrenten bør være lik

alternativkostnaden ved å investere i PE – fondet. Når NNV er større enn null vil IRR være høyere enn alternativkostnaden, og dermed vil den implisitte reinvesteringssraten være for høy (og omvendt i motsatt tilfelle). En bedre antagelse er at kontantstrømmene kan reinvesteres i aksjemarkedet (noe vil skal se mer på under en alternativ metode kalt Public Market Equivalent nedenfor).

- Det antas at *risikoen for kontantstrømmene er lik* uansett om det er snakk om kapital – innstrømning eller utstrømning. I realiteten er det derimot (til dels betydelig) forskjell i risiko mellom inn- og utbetalinger i fondet. Man kan argumentere for at utstrømninger (investeringer) bør diskonteres med en lavere rente enn innstrømninger. Hvis dette er faktum vil IRR angi en for høy avkastning i forhold til den faktiske risikoprofilen av kontantstrømmene (Ljungqvist & Richardson 2003).
- Et teknisk problem knyttet til IRR kalkuleringen er hvis *kontantstrømmer skifter fortegn flere ganger over fondets løpetid*, noe som ofte skjer i realiteten (forpliktet kapital blir kalt når det oppstår investeringsmuligheter, investeringer blir realisert på forskjellige tidspunkt etc). Konsekvensen av dette er at vi kan få flere mulige IRR og dermed flere mulige estimat på avkastningen.
- Phalippou & Gottschalg (2007) viser at gjennomsnittlig IRR som et prestasjonsmål er et *skjevt ensidig estimat*, noe som forklarer hvorfor mange rapporterer høy avkastning i PE – markedet. Dette kommer av at IRR er per periode avkastning, mens det som interesserer investor er total avkastning (altså durasjon x IRR). Hvis durasjon og IRR er korrelert så vil aggregeringen av IRR være et skjevt estimat. De viser videre ved regresjonsanalyser at i enhver spesifisering er durasjon den mest signifikante og robuste forklaringsvariabel i modellen. Fond med lengre durasjon ser ut til å gi en dårligere avkastning, ergo er mange estimat i litteratur og media på gjennomsnittlig IRR for optimistiske.

Konsekvensene av alle disse problemene gjør at IRR fort blir et dårlig estimat på avkastning i PE – markedet. I tillegg vil IRR få problemer med å sammenligne avkastning på tvers av aktivaklasser. En alternativ metode kalt Public Market Equivalent (PME) forsøker å fjerne noen av disse problemene.

4.1.3 Public Market Equivalent (PME)

Det en PE – investor i utgangspunktet ønsker å se på er utgangsverdien av investeringen sett i forhold utgangsverdien av en tilsvarende risikabel investering for på denne måten å vurdere prestasjonen til fondet (Diller & Kaserer 2004). En enkel IRR – kalkulering kan brukes til å indikere om fondet har opplevd gevinst eller tap, eller eventuelt som et sammenligningsgrunnlag mellom ulike PE – fond, men kan ikke brukes til å vurdere prestasjon i forhold til andre aktivaklasser (Burgel 2000). En metode som da kan brukes er *excess IRR*, som er forskjellen mellom et fonds IRR og den avkastning som alternativt kunne vært oppnådd ved å investere i aksjemarkedet, altså $IRR_f - IRR_m$ (hvor IRR_f = avkastning i PE fondet og IRR_m = avkastning ved tilsvarende investering i markedet). Men de samme problemene diskutert overfor, spesielt reinvesterings- og kontantstrømsrisikoantagelsene, gjelder også her. I tillegg kan man heller ikke på en meningsfull måte sammenligne IRR til et PE – fond (som er verdivektet) opp mot avkastningen i aksjemarkedet eller på en aksjeindeks (som er tidsvektet).

For å løse disse problemene kan man bruke en metode som blir kalt *Public Market Equivalent (PME)*. Metoden sammenligner en investering i et PE – fond opp mot en investering i en aksjeindeks (som for eksempel S&P 500), hvor PME – verdien kan kalkuleres ved å ta summen av alle neddiskonterte kontantutstrømninger og se de i forhold til summen av alle neddiskonterte kontantinnstrømninger (etter honorarer). Diskonteringsfaktoren man bruker er den totale avkastningen i den aksjeindeksen man bruker som sammenligningsgrunnlag (Kaplan & Schoar 2003). Matematisk kan PME uttrykkes som:

$$PME_i = - \frac{\sum_{t=0}^T \left(CFO_{it} \cdot \prod_{n=0}^t (1 + r_{bn})^{-1} \right)}{\sum_{t=0}^T \left(CFI_{it} \cdot \prod_{n=0}^t (1 + r_{bn})^{-1} \right)}$$

På denne måten tar man hensyn til timingen av alle inn- og utstrømninger av kapital, samt at man nå går ut ifra at det (i det minste) er mulig for investorene å reinvestere kapitalen i referanseindeksen. Dette er de store fordelene med denne metoden kontra IRR.

Intuitivt kan man se på PME som å kjøpe andeler i aksjeindeksen når forpliktet kapital blir kalt inn av fondet (det har oppstått en investeringsmulighet) og selge andeler når utbytte blir betalt ut (for eksempel etter et salg av et selskap). Videre viser PME, i nåverdi, hvilket beløp

som er nødvendig å investere i referanseindeksen for enhver krone (eller annen myntenhet) investert i PE, for å gi en tilsvarende kontantstrøm slik den blir generert av fondet (Huss 2005). En PME – verdi på over 1 sammenlignet med for eksempel S&P 500 tilsier at fondet presterte bedre enn aksjeindeksen (etter alle honorarer), mens motsatt, en verdi lavere en 1, tilsier at aksjeindeksen gjorde det bedre enn fondet i kalkuleringsperioden.

PME konseptet finner en løsning for de fleste svakheter og problemer knyttet til IRR, men heller ikke denne metoden er fri for svakheter. De nevnte fordelene med PME, hensynet til timingen av kontantstrømmene og antagelsen om at man reinvesterer mellomliggende kontantstrømmer i referanseindeksen, gjør at metoden i utgangspunktet gir et fornuftig mål på avkastning og prestasjon (relativ aksjeindeks) i et fond fra LP sitt perspektiv. Den store svakheten kommer i form av håndteringen av risiko; den er nærmest ikke – eksisterende. Det sentrale her er at PME ikke fanger opp spørsmålet om systematisk risiko og beta. Man antar implisitt i vurderingen av PME – verdiene at PE – fondet har en beta lik 1. Hvis PE – avkastninger har en beta større (mindre) enn 1 vil PME overdrive (underdrive) den sanne risikojusterte avkastningen (Kaplan & Schoar 2003). En slik forenkling av risikohensynet gjør prestasjonsvurderingen vanskelig, og i et allokeringsspørsmål (som i denne oppgaven) er vurderingen av risiko spesielt viktig. I denne sammenheng kan det nevnes at Woodward (2004) viser at den sanne risikoen (både i VC og BO investeringer) er mye høyere enn det mange tror, både når det gjelder standardavvik og beta. Dette kommer som en konsekvens av *stale pricing* problemet. Mer om dette og andre risikoaspekter under.

4.2 Risiko

En diskusjon av prestasjon i PE – fond er ikke komplett uten at man har en formening om risiko. Vi vil i det følgende gå gjennom noen sentrale aspekter ved PE – investeringer som har viktige implikasjoner for risikovurderingen, noe som også vil slå ut i MPT rammeverket.

Hvis vi tar utgangspunkt i kapitalverdimodellen (CAPM)⁵ og moderne porteføljeteori, sier disse at total risiko kan separeres i systematisk og usystematisk risiko. Usystematisk risiko, som er knyttet til bedriftsspesifikke forhold, kan diversifiseres bort ved å holde en bred

⁵ CAPM: Forventet avkastning blir beregnet fra følgende formel: $E(r_i) = r_f + \beta_{im} (E(r_m) - r_f)$, hvor r_f = risikofri rente; $\beta = \text{Cov}(r_i, r_m) / \text{Var}(r_m)$; $E(r_m) - r_f$ = markedets risikopremie.

portefølje av aksjer (Statman 1987)⁶. Systematisk risiko derimot, er knyttet til økonomien som helhet og risikokilder som ikke kan diversifiseres bort. Som en følge av dette vil en investor kun betale en premie for den risiko som ikke kan diversifiseres bort, altså den systematiske risikoen. I dette rammeverket vil forskjeller i forventet avkastning være forklart av én faktor, beta, som gir et uttrykk for den systematiske risikoen.

Kobler vi dette opp mot PE så kan det sies at forutsetningen om at investor kun er villig til å betale for systematisk risiko målt ved beta blir problematisk av flere grunner. For det første så er det, på grunn av strukturen i PE – fond, bare mulig å måle korrekt avkastning over en 10 – års horisont. Dette gjør at vi står igjen med bare to uavhengige observasjoner av avkastningen i PE og markedet (ved inngang og realisering av fondet), noe som gjør estimering av beta upassende.

Ljungvist & Richardson (2003) har prøvd å unngå dette problemet ved å se på kryss – korrelasjon distinksjonen mellom VC og BO. De følger en tre – stegs prosedyre der de først identifiserer alle porteføljeselskapene som det aktuelle fondet holder. Deretter, gitt denne informasjonen, grupperer de porteføljeselskapene i en av 48 brede markedsgrupper opprettet av Fama & French (1997). For alle disse industriene har Fama & French estimert en egenkapital beta (i perioden 1989 – 1994). Gitt at giringen til PE – selskapet samsvarer med den aktuelle industrien, tilegner Ljungqvist & Richardson denne industribetaen til porteføljeselskapene. Til slutt kalkulerer de gjennomsnittlig EK – beta til fondet der de bruker kapitalutlegg som vekt. De finner beta lik 1,08 og 1,12 for henholdsvis BO og VC. Problemet med denne metoden er knyttet til *stale valuation* (som ble nevnt overfor) og databasene tallene er hentet fra. Woodward 2004 viser at på grunn av stale valuation er risikoen knyttet til BO og VC mye høyere enn forventet både når det gjelder i form av standardavvik og beta. Stale valuation betyr at når en GP skal estimere ”dagens” verdi av fondets investeringer så er ikke verdsettelsen bare basert på dagens informasjon, men også på tidligere informasjon som ikke er oppdatert (”stale information”). Dersom man regner ut risikojustert avkastning på bakgrunn av slike (vanligvis) kvartalsvise verdsettelser, kan PE fremstå som en mer attraktiv aktivaklasse enn det den virkelig er. Dette kommer av at mye av risikoen virker diversifiserbar. Woodward forsøker å korrigere dette med å inkludere laggede

⁶ Det er vist empirisk at en portefølje på rundt 30 aksjer er nok til å diversifisere bort det meste av den usystematiske risikoen for en ”lånende” investor. For en nærmere diskusjon se Statman, Meir – ”How many stocks make a diversified portfolio”, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* (1987)

avkastninger på referanseindeksen som uavhengige variabler i en standard regresjonsanalyse. Dette gjøres for å fange opp all korrelasjon mellom aksjemarked indeksen og de rapporterte avkastningstallene. Deretter summeres koeffisientene og hun får et anslag på risiko. Hun finner i den korrigerede analysen at beta for VC er 2, mens den for BO ligger på 0,9.

For det andre kan det være at investorer *er* villige til å betale en premie over systematisk risiko for å ta del i dette markedet. De fleste investorer vet at på grunn PE – markedets private, fragmenterte og illikvide natur, at de ikke fullt ut kan diversifisere bort den bedriftsspesifikke risikoen. Dermed vil alle PE – investeringer inneholder en blanding av systematisk og usystematisk risiko. Til tross for dette bare øker allokeringen og investeringene fra institusjonelle investorer, sannsynligvis som en følge av den antatt høye avkastningen. På bakgrunn av dette kan man si at investor er villig til å betale en premie over det systematisk risiko og beta skulle tilsi.

Ser vi på total risiko, bruker man som oftest standardavviket som et mål på dette:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{hvor } \sigma = \text{std.avvik, } x_i = \text{periodeavkastning, } \bar{x} = \text{gjennomsnittsavkastning}$$

Siden standardavvik er definert som det kvadrerte gjennomsnittlige avviket fra gjennomsnittsavkastningen, kan dette by på problemer siden vi kun får et forventningsrett mål på den endelige IRR når fondet er helt likvidert. Som en konsekvens av dette bruker mange å ta utgangspunkt i de kvartalsvise verdsettelsene av PE – fondet, og måle periodevis avkastning på basis av dette. Standardavviket til denne periodevise avkastningen blir dermed et mål på risiko (Hatch & Wainwright 2003)⁷. Et problem knyttet til denne måten å regne ut standardavviket på er at i henhold til teorien skal de underliggende avkastningstallene være normalfordelt, noe som ikke er sikkert. Vi vil ta en nærmere diskusjon på dette under avsnitt 4.5.4.

Både metodene brukt av Ljungvist & Richardson og Woodward for å måle systematisk risiko og metoden brukt for å måle total risiko, sliter imidlertid med det samme problemet: avkastning og risiko er regnet ut med basis i kvartalsvise rapporterte verdsettelses og

⁷ Det finnes også andre måter å regne standardavviket til PE på, for eksempel standardavviket til excess IRR; altså det gjennomsnittlige avviket i excess IRR fra gjennomsnittlig excess IRR. Vi vil ikke gå noe nærmere inn på dette eller andre metoder. For mer informasjon se for eksempel: Ick, Matthias – Performance Measurement and Appraisal of Private Equity Investments relative to Public Equity Markets (2005).

kontantstrømmer fra fondene selv. På bakgrunn av disse tallene kan man regne ut IRR (til og med helt forventningsrette IRR- tall hvis man har likviderte fond) men vi så overfor at dette ikke er et spesielt godt mål på avkastning i et allokeringsspørsmål.

På bakgrunn av dette gir det heller ingen mening å regne ut standardavviket til disse IRR – tallene, eller standardavviket til de kvartalsvise verdsettelsene. Dette kommer av at praktiseringen med selvrappoterende kontantstrømmer og verdsettelse kanskje inneholder skjevheter knyttet til selection bias (mer om dette under diskusjonen av korrelasjon under), samt at disse kvartalsvise verdsettelsene har potensial til og signifikant underrapportere den sanne risikoen. Dette kommer som en konsekvens av at verdiene som er basis for utregningen sjelden endres (i hvert fall ikke hyppig), kanskje bare etter nye runder med finansiering. I mellomtiden vil de være basert på bokførte verdier (som kostpris) og forrige periodes verdsettelse (kjent som stale valuation), til tross for stadige fluktasjoner i porteføljeselskapenes utsikter og markedet ellers (Hatch & Wainwright 2003). Hvis dagens verdsettelse er korrelert med forrige periodes verdsettelse vil man også få problemer med autokorrelasjon, noe som skaper estimeringsproblemer. I tillegg til dette er det viktig å presisere at standardavviket til *PE – klassen* ikke er det samme som standardavviket til et individuelt *PE – fond*, som inneholder store mengder idiosynkratisk risiko. Dermed kan det være problematisk å aggregere et gjennomsnittlig standardavvik med bakgrunn fra tall i databaser som Thomson Venture Economics, siden slike tall i utgangspunktet er mye mer konsentrert enn *PE – klassen* i sin helhet. Vi vil dermed få et (mye) høyere standardavvik enn det sanne målet på volatilitet (Idzorek 2007).

4.3 Korrelasjon

Det å forstå korrelasjonsaspektet mellom PE og andre aktivaklasser ligger sentralt i et allokeringsperspektiv. Generelt sett kan man si at jo lavere korrelasjonen mellom aktivaklassene i en portefølje er, jo lavere er porteføljerisikoen. På bakgrunn av dette vil man ”tjene” på og enten øke allokeringen eller eventuelt ta med PE i en portefølje hvis korrelasjonen mellom PE og de andre aktivaklassene (for eksempel aksjer og obligasjoner) er lav. Det man ”tjener” er et bedre risk/reward forhold, eller en bedre risikojustert avkastning.

Når det kommer til korrelasjonen mellom PE og de andre aktivaklassene er konseptet lett å forstå, mens estimeringen er mer kompleks. Grabenwarter & Weidig (2005) har tatt for seg en

del problemer som oppstår når man skal finne korrelasjonen mellom PE og tradisjonelle aktivaklasser som aksjer. For det første kommer spørsmålet om hvilken korrelasjon det er vi skal måle. Er det korrelasjonen mellom direkte investeringer og en indeks? Eller er det mellom en PE – indeks og en aksjeindeks? En korrelasjonsstudie basert på sistnevnte er ikke direkte sammenlignbar. Dette kommer av at en PE – investor i utgangspunktet ikke har muligheten til å investere i en PE – indeks (slik som man kan ved en aksjeindeks), bare en rekke forskjellige PE – fond. En konstruert PE – indeks er da med andre ord heller ikke representativ for en investor siden man i realiteten bare kan investere i en liten del av denne indeksen.

Dette er derimot ikke det eneste problemene ved korrelasjon. Grabenwarter & Weidig skriver videre at et annet problem er at avkastningen blir målt i form av IRR, altså en verdivektet avkastning (som beskrevet overfor), mens aksjer og tilhørende indekser bruker tidsvektet avkastning. Med dette som utgangspunkt blir det meningsløst å sammenligne eller regne ut korrelasjon på bakgrunn av tidsseriene. I tillegg vil man få problemer knyttet til for lavt estimert volatilitet på grunn av at endringene i NAV fra periode til periode er kunstig lave. Dette har sin grunn i det som ble beskrevet overfor, altså at oppdateringer i verdiestimatene ikke skjer veldig hyppig (ref. stale valuation problematikken) samt at det ligger en del regnskapsprinsipper bak vurderingene. På bakgrunn av dette vil utregninger av samvariasjonen mellom PE og andre aktivaklasser virke lav.

Et tredje problem er ikke knyttet spesielt til PE, men en generell skepsis til analyser av korrelasjon. Det er et kjent faktum at korrelasjon er tidsvarierende og stokastisk, noe som skaper hodebry i en allokeringssituasjon. I tillegg vil korrelasjonen mellom aktivaklasser normalt konvergere mot hverandre i en nedgangsperiode eller krakk.

Til slutt kan det nevnes at det finnes to måter å angripe spørsmålet om korrelasjon på: nemlig korrelasjonen mellom kontantstrømmer eller korrelasjon i avkastning. Den sistnevnte, korrelasjon basert på avkastning, blir som oftest målt ved IRR eller PME, men disse kan uttrykke en lav korrelasjon. Dette kommer som en følge av at GP normalt investerer forpliktet kapital de første fem årene i fondets levetid, mens han realiserer de siste fem årene. Avkastningen som følge av en investering i år 1 vil normalt være mindre korrelert med avkastningen for en investering i år 5, enn med avkastningen fra en investering samme år. Dette kan redusere korrelasjonen mellom PE og aksjemarkedet.

Kobler vi dette opp mot eksisterende litteratur finner mange en lav korrelasjon mellom PE og andre aktivaklasser (mer om noen av disse studiene under litteratordiskusjonen). Felles for disse er derimot at metodene, eller datamaterialet de bruker, ikke holder mål til å si noe bastant om korrelasjonen. De fleste bruker tall hentet fra databaser som for eksempel Thomson Venture Economics, som konstruerer tidsserier og indekser basert på rapporterte tall fra fondene om kontantinn- og utstrømninger, samt NAV av urealiserte investeringer. Et problem knyttet til dette er som nevnt at volatiliteten (når man inkluderer både realiserte og urealiserte verdier i form av NAV) blir kunstig lav og introduserer støy, som igjen fører til en kunstig lav korrelasjon. Grunnen er, som nevnt, at NAV som regel blir rapportert kvartalsvis og er heller ikke gjenstand for store revisjoner fra ett kvartal til et annet. Ser vi dette i forhold til aksjer, som fluktuerer daglig, vil fluktueringen i PE være begrenset til kvartal, og prisene vil heller ikke reflektere markedsynet, men i mange tilfeller bare historisk kost.

I tillegg vil man ved bruk av slike databaser være gjenstand for det som kalles selection bias, da tallene tidsseriene er konstruert av er selvrapportert. Man er da gjenstand for risikoen at dårlige investeringer ikke blir rapportert, bare de gode, noe som fører til skjevhet i estimatene på avkastning, risiko og korrelasjon. Kaplan & Schoar (2003: 6) skriver også angående dette at: *"It seems likely, however, that any bias would be one toward over-reporting by better-performing fund. If present, this would create an upward bias on our results on average returns"*. Og selv om Kaplan & Schoar ikke tror selection bias er med på å prege resultatene i analysen sin, ser vi at selection bias kan spille en svært uheldig rolle når det kommer til spørsmålet om optimal allokering til PE, grunnet de potensielle innvirkningene på avkastning-, risiko- og korrelasjonsestimat. I tillegg vil man også måtte ta risikoen ved at det oppstår survivorship bias, da bare fond som har overlevd perioden har mulighet til å rapportere kontantstrømmer. Denne formen for skjevhet er ikke et problem knyttet spesielt til PE derimot, da man kan finne dette i andre aktivaklasser også.

4.4 Problemer med Private Equity i et moderne porteføljeperspektiv

Som nevnt er det altså i hovedsak tre faktorer vi må ha en formening om for å anslå en optimal allokering til PE i en tradisjonell portefølje; forventet avkastning, risiko og korrelasjon. I utgangspunktet skal dette være greit å finne ved hjelp av tidsserie analyser, men når det kommer til PE, er det, som vi har sett, en del særegenheter ved disse investeringene

som gjør analysen mer kompleks, og nærmest umulig å måle med dagens metoder. I beste fall vil vi få et litt misvisende bilde på den optimale allokeringen under MPT – rammeverket. Hovedgrunnen til at standard porteføljeteori svikter når det kommer til PE er mangelen på et effisient og transparent marked (Weidig & Weber 2005). Som nevnt er investeringene som regel langsiktige og generelt illikvide, der investeringene i hovedsak blir gjort for ti år i gangen og mangelen på et velfungerende annenhåndsmarked gjør det vanskelig å få solgt andelene. Dette, og det faktum at investeringene i de forskjellige porteføljeselskapene ikke blir priset av et marked (siden PE per definisjon investerer i private selskap), gjør at PE – industrien ikke har noen serier av markedspriser som kan brukes til avkastningsmåling. Som en konsekvens av dette vil man heller ikke ha tilgang til en PE – indeks som bakgrunn for estimering av avkastning, risiko og korrelasjon i en allokeringsanalyse.

Det man derimot har tilgang til er kontantstrømmer mellom de forskjellige partene i fondet (LP, GP og fondsselskapene) og av den grunn har IRR blitt et standard avkastningsmål i bransjen, mens mange konstruerte PE – indekser er bygd på disse kontantstrømmene. Men, som vi har sett, er ikke IRR – metoden direkte sammenlignbar med andre (offentlige) aktivaklasser, da IRR er et verdivektet avkastningsmål, mens man for eksempel for aksjer bruker tidsvektede mål på avkastningen. Man kan altså ikke regne årlige avkastningstall for PE hvert år slik som ved aksjer og tidsvektet avkastning, siden man mangler markedspriser. I tillegg er IRR gjenstand for en rekke andre svakheter som for eksempel reinvesteringsantagelsen, at man trenger den eksakte timingen av investeringer og kontantstrømmer, antagelsen om at risikoen til både kontantinn- og utstrømningene er lik og flere (se avsnitt 4.1.2 for en nærmere diskusjon).

Mange har tatt konsekvensen av svakheten ved IRR og bruker PME som avkastningsmål. Dette avkastningsmålet eliminerer mange av problemene knyttet til IRR, men har én stor svakhet, nemlig den enkle tilnærmingen til risiko (se avsnitt 4.1.3). Totalt sett gjør dette at både IRR og PME er lite egnet som input i et allokeringsspørsmål.

Når det kommer til estimering av risiko faller også dette sammen siden risiko tradisjonelt blir målt som fluktuasjon i markedsprisen over tid; et mål som ikke kan bli kalkulert siden vi ikke har noen markedspriser (man regner ofte standardavviket til de kvartalsvise verdsettelsene av fondene i stedet for; se avsnitt 4.2) Man kan dermed heller ikke ha en meningsfylt diskusjon

rundt prestasjon og avkastning basert på IRR (eller PME) – tall, siden relativ prestasjon mellom PE og andre aktivaklasser er avhengig av risikohensynet like mye som avkastning. En ofte brukt løsning på problemene rundt estimering av avkastning, risiko og korrelasjon er bruk av konstruerte PE – indekser som er basert på innrapporterte tall fra fondene selv som en proxy til PE (som nevnt blant annet i avsnitt 4.3). Slike tidsserier og indekser blir laget av dataleverandører som Venture Economics og Cambridge Associates, og er basert på kontantstrømmer fra realiserte investeringer, samt NAV av urealiserte investeringer. Disse tallene blir så brukt til å verdsette fondene ved jevne mellomrom (kvartalsvis) og blir brukt som et substitutt for transaksjonsbaserte markedspriser. Man bruker så disse verdsettelsene som basis for utregning av avkastning, risiko og korrelasjon (Hatch & Wainwright 2003). Som vi har sett er heller ikke dette uten svakheter. De største svakhetene er knyttet til de subjektive og regnskapsbaserte verdsettelsene av de urealiserte verdiene⁸, samt selection bias, stale valuation og survivorship bias. Dette gjør at avkastningstallene kan bli unøyaktige og/eller overvurdert, samt at risikoen og korrelasjonen blir kunstig lav (grunnet de kvartalsvise verdsettelsene som ikke fluktuierer daglig slik som for eksempel aksjer, og som ikke reflekterer markedets syn) noe som gjør at PE kan se ut som en mer attraktiv aktivaklasse enn det den i utgangspunktet er. Vi vil også få mulige estimeringsproblemer knyttet til autokorrelasjon hvis dagens verdi er basert på, og korrelert med, den forrige periodes verdsettelse.

I tillegg til problemene rundt estimering av avkastning, risiko og korrelasjon diskutert overfor, passer ikke PE inn i MPT – rammeverket og dets forutsetninger på en mengde andre områder (Hatch & Wainwright 2003). Hovedforutsetningene i MPT er:

- 1) Investorer er begrenset til offentlig tilgjengelige verdipapir (som aksjer og obligasjoner).
- 2) Alle investorer opptrer som om aktivapriser er uforandret av deres egne handler i de aktuelle aktivaene.
- 3) Alle investorer har samme tidshorisont.

⁸ Nye retningslinjer ("The International Private Equity and Venture Capital Valuation Guidelines") for verdsettelse av PE – investeringer ble lansert i mars 2005 etter et samarbeid mellom Association Française des Investisseurs en Capital (AFIC), British Venture Capital Association (BVCA) og European Private Equity and Venture Capital Association (EVCA). Disse retningslinjene reflekterer behovet for større sammenlignbarhet på tvers av industrien, og behovet for å redusere de store forskjellene i verdsettelsesteknikker mellom fond, og er basert på det generelle prinsippet "fair value" for å være konsistent med IFRS og US GAAP. For nærmere informasjon se www.privateequityvaluation.com og regnskapsstandardene IFRS og US GAAP generelt.

- 4) Alle investorer har samme informasjon og fortolker denne informasjonen på samme måte.
- 5) Ingen skatter eller transaksjonskostnader
- 6) Alle investorer prøver å oppnå høyest mulig avkastning til minst mulig risiko.

Vi ser at PE bryter mange av disse forutsetningene. Blant annet vil den lange tidshorisonen (10 år) og illikviditeten bryte mot tidshorison forutsetningen, mens det faktisk er det i hovedsak bare er det PE – fondet som investerer i et selskap som har tilgang til det aktuelle selskapets finansielle informasjon, og at det bare er LPer som investerer i et fond som har tilgang til det fondets prestasjon, bryter med den fjerde forutsetningen om informasjon. Den store informasjonsasymmetrien som vi har sett finnes i PE – markedet bare forsterker bruddet med denne forutsetningen, selv om opprettelsen av limited partnerships har bidratt med å senke dette problemet (se avsnitt 1.4). Videre er det åpenbart at PE bryter mot den femte forutsetningen som gjelder skatter og transaksjonskostnader, da vi vet at transaksjonskostnadene ved kjøp og salg kan bli svært høye grunnet illikviditeten og det ikke – effisiente annenhåndsmarkedet. Dette kan også føre til at man bryter den andre forutsetningen siden det i tillegg til illikviditeten finnes få kjøpere og selgere, noe som kan føre til store endringer i aktivaprisene etter en handel (altså kan/vil ikke aktivaprisene være uavhengig av etter egne handler).

4.5 Listed Private Equity

Til tross for alle disse problemene med unøyaktige data og andre informasjonsasymmetrier som gjør at PE ikke passer inn i konvensjonelle modeller for allokering, har allokeringene hos institusjonelle investorer i PE bare økt. Spørsmålet som da fremkommer er: hva er optimal allokering? Vi vil forsøke å besvare dette spørsmålet ved å bruke ”listed private equity (LPE)” som proxy for PE – klassen, noe som viser seg å ha flere fordeler i forhold til de konstruerte indeksene diskutert overfor.

4.5.1 Hva er listed private equity?

Listed Private Equity (LPE) er en mulig løsning på problemene nevnt overfor som har fått økt fokus de siste årene. Det som menes med LPE er PE – selskap notert på børs, noe som har hatt en økende trend de siste årene på grunn av investorenes krav om økt likviditet og gjennomsiktighet, samt det faktum at børsnotering er en kilde til kapital (S&P Listed Private

Equity Index FAQ 2007) Slike selskap tar som regel form som offentlig listede investeringsselskap, investeringstruster, fond, FiF og lignende; altså børsnoterte selskap der hovedfokus er investeringer i private selskap (PE) og/eller at mesteparten av inntektsstrømmen kommer fra investering, utlån eller tjenester til private selskap (Idzorek 2007). Som eksempel kan det nevnes at store PE – selskap som Blackstone Group, Apollo Investments og KKR Financial Group alle har blitt børsnotert den siste tiden.

4.5.2 Fordeler med listed private equity

Bakgrunnen for at slike typer selskap har fått en økt interesse både i akademia og hos institusjonelle investorer de siste årene er de åpenbare fordelene knyttet til estimering av avkastning, risiko og korrelasjon. Vi har sett overfor at det største problemet med PE er mangelen på et effisient og transparent marked med det påfølgende problemet knyttet til mangelen på markedspriser. Den første, og kanskje mest åpenbare fordelene med og da bruke LPE er knyttet til nettopp dette: vi har nå tilgang til markedspriser siden PE – selskapene som er med i indeksene er investerbare, omsetningsbare og transparente, med daglige markedspriser og fluktasjoner.

Dette gjør at estimeringen av **avkastning** blir mer presis enn ved bruk av IRR og PME, samt at man nå kan sammenligne avkastningen mellom PE og andre aktivaklasser. Vi så overfor at dette ikke var mulig/upassende siden IRR er et verdivektet avkastningsmål, mens andre aktivaklasser er basert på tidsvektede metoder. Det at vi nå kan beregne tidsvektede avkastningsmål for PE gjør at vi får et bedre sammenligningsgrunnlag med de andre aktivaklassene. I tillegg til dette vil man også forbigå de andre problemene knyttet til IRR og PME (se avsnitt 4.1.2 og 4.1.3).

Videre så vi overfor at vi heller ikke kunne få et godt estimat på **risiko** (målt ved standardavvik), siden dette per definisjon blir målt som fluktasjon i markedsprisen over tid. Siden vi nå har tilgang til markedspriser har vi også muligheten til å estimere risiko på en bedre måte enn ved tradisjonelle metoder, som for eksempel variasjon i kvartalsvise verdsettelse. Disse er stort sett basert på bokførte verdier, mens vi ved bruk av LPE tar utgangspunkt i markedspriser og dermed også markedssynet. Dette gjør at vi kan få en mer relevant diskusjon på relativ prestasjon i forhold til andre aktivaklasser.

I tillegg til bedre grunnlag for beregning av avkastning, risiko og relativ prestasjon vil vi også få et mye mer realistisk estimat på **korrelasjonen** mellom PE og aksjer og obligasjoner (samt andre aktivaklasser), som vi vet kan bli urettmessig lav ved bruk av kvartalsvise verdsettelses- og selvrapporterte tall (ref. diskusjon i avsnitt 4.3). Dette er viktig siden det er korrelasjonen som bestemmer diversifikasjonsgevinsten på porteføljenivå. Et dårlig/skjevt estimat på korrelasjonen kan dermed få uheldige konsekvenser for den endelige prestasjonen til en institusjonell investor som allokterer til PE.

I tillegg til bedre estimater på faktorene vi trenger i et allokeringsspørsmål finnes det flere andre fordeler ved LPE i forhold til en standard investering i PE – fond eller FiF. For det første er LPE mye mer *tilgjengelig*. Vi vet at investeringer i PE tradisjonelt har vært forbeholdt institusjonelle investorer og formuende personer/familier. Dette kommer av de store pengesummene som må til for å komme inn i PE – markedet. Med LPE kan også mindre investorer få tilgang til PE – klassen siden det ikke eksisterer noen minimumskrav knyttet til investeringene eller noen krav til utvelgelsen av investorer som skal få lov å være med i PE – fondet. For det andre er LPE mye mer *likvide* investeringer siden man kan kjøpe og selge daglig. Dette er ikke mulig i PE – fond siden man stort sett er låst inne i ti år (fondets levetid) og det er umulig/vanskelig å selge andelene i ikke – effisiente annenhåndsmarkeder. For det tredje vil LPE være mye mer *transparent* enn ikke – børsnoterte PE – selskap, siden LPE er gjenstand for strenge krav angående publikasjoner av nyheter og annen informasjon⁹. Til slutt vil man i utgangspunktet kvitte seg med det nevnte problemet angående *selection bias* som er knyttet til bruken av konstruerte og selvrapporterte PE – indekser (som Thomson Venture Economics). Angående det siste punktet om selection bias kan dette by på problemer også i LPE (mer om dette i avsnitt 4.5.3)

4.5.3 Svakheter ved listed private equity

Selv om de mange fordelene med LPE mer enn veier opp for ulempene er det viktig å presisere at denne formen for estimering av avkastning, risiko og korrelasjon heller ikke er problemfri:

For det første kan man kanskje ha grunnlag for å si at problemet knyttet til stale valuation (se avsnitt 4.2) rammer LPE dobbelt. Dette kommer av at stale pricing problematikken ikke bare

⁹ LPE er underlagt lokale rapporteringskrav ved det aktuelle landets børs.

er knyttet spesielt til PE, men også illikvide aksjer (man kan aldri være sikker på at den siste observerbare prisen er fra det tidspunktet markedet stengte eller dagen før, eller flere dager i forveien). Hvis LPE – aksjene kan kategoriseres som illikvide, og dermed kan sammenlignes med tradisjonelle illikvide aksjer, vil man stå overfor stale problematikken både som følge av at LPE – aksjen ikke blir handlet hver dag (stale pricing), og stale valuation i verdsettelsen av selskapene i selve fondet (på linje med et vanlig PE – fond). Forskjellen ligger i at stale informasjon blir prosessert i markedet når det gjelder LPE; så en viss forskjell mellom børs- og ikke – børsnoterte PE – selskaper finnes, men det skjuler ikke det faktum at problematikken rundt stale informasjon påvirker begge (Huss 2005). Konsekvensen av dette kan bli et skjevt estimat på den sanne risikoen, men hvor stor effekten er, er vanskelig å vite.

En annen faktor er knyttet til beta og systematisk risiko. Siden LPE blir handlet på aksjebørser, vil de kanskje ha en større korrelasjon med aksjemarkedets bevegelser enn unoterte PE – fond, og vil kanskje dermed ikke fange opp de egentlige driverne for den antatt høye avkastningen i PE – investeringer (som for eksempel illikviditeten). Et vesentlig spørsmål blir da om LPE virkelig har de samme karakteristika som vanlig PE? Hvis dette ikke er faktum kan man vanskelig forsvare bruken av LPE som en representativ proxy for hele PE – klassen i en allokeringssammenheng. Huss 2005 har undersøkt dette spørsmålet nærmere hvor han sammenligner unoterte PE – fond (tall hentet fra Private Equity Intelligence Ltd (Preqin)) med noterte PE – selskap (hvor han bruker indeksen LPX 50 TR som proxy for LPE). Konklusjonen hans, etter å ha kontrollert for mulige mangelfulle kontantstrømmer i tallene hentet fra Preqin og deretter regnet ut excess IRR og PME tall for disse, er at det ikke finnes signifikante forskjeller i (netto) prestasjonen mellom noterte og unoterte PE – fond, og at de er mer lik enn først antatt. Som en konsekvens av dette sier han videre at man, på bakgrunn av denne analysen, rimeligvis kan konkludere med at LPE og unoterte fond har omtrent de(n) samme karakteristika (ytelsen), og at man dermed kan bruke LPE i en studie av risiko og avkastning for PE – klassen. På en annen side kan vi ikke være helt sikre på denne konklusjonen heller, siden studier av likheten/forskjellen mellom noterte og unoterte PE – selskap er få¹⁰.

I tillegg har vi en rekke andre problemer som kan skape skjevheter i LPE – indeksene og dermed også den påfølgende avkastning-, risiko- og korrelasjonsestimeringen (vi presenterer

¹⁰ (Huss 2005): Se litteratordiskusjonen for en nærmere presentasjon av metodikken som ble brukt for å komme frem til disse resultatene.

noen aktuelle LPE – indekser i avsnitt 4.5.4). Disse skjevhetene er i hovedsak knyttet til likviditet og selection/survivorship bias. For det første er det ikke gitt at PE – instrumentene som er notert på aksjebørser er likvide; faktum er at de er mye mer illikvide enn tradisjonelle aksjer. I følge Zimmermann et al. (2005) kan seriekorrelasjonen i porteføljeavkastninger brukes som et statistisk mål på dette problemet¹¹. Forfatterne forklarer videre at en positiv autokorrelasjon i avkastningen vil lede til en nedside – skjevhet i risiko parametrene, eller med andre ord, den estimerte volatiliteten til en portefølje som inneholder illikvide aktiva er lavere enn den sanne volatiliteten. Konsekvensen av dette blir selvfølgelig at risikoen virker mindre enn den faktisk er, men videre vil også Sharpe – forholdet bli bedre (gitt at avkastning holdes fast) og dermed vil også allokeringen til den aktuelle aktivaklassen (PE) bli urettmessig høy.

For det andre vil også selection/survivorship bias kunne påvirke de estimerte parametrene. Dette kommer av at LPE er en relativ ny og ikke veldefinert aktivaklasse selv i en PE – sammenheng. Som en konsekvens av dette er noen av de tilgjengelige LPE – indeksene ”tilbakeført” fra det året de startet (som regel etter år 2000) og bakover i tid for å få en lengre tidsserie. Konsekvensen av dette blir at hvis utvelgelsesregelen som brukes, både for selskapene i dag og de som skal være med i den tilbakefylte historien, ikke er hensiktsmessig og konsekvent over hele tidsforløpet, vil man få problemer med selection bias og skjevt estimerte parametre. En annen form for skjevhet er knyttet til survivorship bias og det faktum at ikke alle selskapene i en indeks overlever hele tidsforløpet (grunnet konkurs, oppkjøp, endring av hovedområde – altså fokus bort fra PE, suspendert fra børs etc.). Hvis man ekskluderer slike selskap fra indeksen vil man generelt sett få en oppside – skjevhet i estimerte avkastningstall (Zimmermann et al. 2005).

Som en oppsummering har vi nå sett at det er knyttet mange problemer til de tradisjonelle og mest brukte metodene for å måle avkastning (IRR, PME), risiko (standardavvik til kvartalsvise verdsettelse) og korrelasjon (basert på konstruerte indekser). Som en konsekvens av dette vil vi ta utgangspunkt i LPE for og estimerer parametrene som inngår i allokeringanalysen. Det finnes selvfølgelig ulemper ved LPE også (som nettopp diskutert), men de store fordelene ved å ta utgangspunkt i LPE, som for eksempel tilgangen til et

¹¹ Dette er blant annet vist av Getmansky et al. (2003) for et sample av hedge fond. For en nærmere diskusjon av metodikken brukt i Zimmermann et al. (2005) se litteratordiskusjonen.

effisient og transparent marked med tilhørende markedspriser og mye større tilgjengelighet for investorer flest, gjør at fordelene mer enn veier opp for ulempene.

4.5.4 Listed private equity og Moderne porteføljeteori

Når vi nå har bestemt oss for å bruke LPE som en proxy for PE – klassen og bruker MPT – rammeverket for å bestemme optimal allokering, er det viktig å presisere at vi implisitt antar at LPE passer inn under forutsetningene som MPT er bygget på. Vi nevnte noen av disse under avsnitt 4.4. I forhold til det vi kan kalle de tradisjonelle metodene for å bestemme allokering (IRR som avkastningsmålet etc.), kan det se ut som LPE passer bedre i henhold til disse forutsetningene. Vi så overfor at PE først og fremst ikke passet inn under forutsetning tre (tidshorisont) og fire (informasjon), men vi har grunnlag for å si at disse problemene blir mindre når vi bruker LPE. Forutsetning tre ble brutt på grunn av den lange tidshorisonten og den generelle illikviditeten som finnes, men dette problemet blir langt mindre under LPE siden investorer kan kjøpe og selge på dagen (kontra å måtte vente i ti år), og selv om det fortsatt finnes illikviditet på LPE – aksjene, så er denne mindre enn en investering i PE – fond.

Når det gjelder forutsetning fire ble denne brutt på grunn av at det i hovedsak bare er det PE – fondet som investerer i et selskap som har tilgang til det aktuelle selskapets finansielle informasjon, og at det bare er LPer som investerer i et fond som har tilgang til det fondets prestasjon. Dette problemet forsvinner/blir mindre på grunn av de strenge kravene til nyhets- og informasjonsplikt som følger ved børsnotering, ergo blir LPE – klassen mye mer effisient enn tradisjonelle investeringer i PE.

I tillegg ser vi at LPE bedre ivaretar de fleste andre forutsetninger. For det første begrenser forutsetning én investor til offentlige tilgjengelige verdipapir (som aksjer og obligasjoner), men siden LPE er notert på børs, og er investerbar, omsetningsbar og transparente, vil ikke dette bryte denne forutsetningen (som tradisjonelle investeringer i PE gjør). For det andre kan investorene nå til en viss grad opptre som om aktivaprisene er uforandret av deres egne handler i de aktuelle aktivaene siden det i utgangspunktet finnes langt flere kjøpere og selgere, samt at illikviditeten har gått ned og prisene er bestemt av markedet. Dette fører til at prisene ikke vil svinge like mye for hver enkelt handel. Til slutt har man grunnlag for å si at transaksjonskostnadene ved LPE har blitt mindre enn ved direkte investeringer i PE, med

samme grunn som overfor; at illikviditeten har gått ned, det finnes flere kjøpere og selgere og man slipper å prøve å selge andelene på et ikke – effisient annenhåndsmarked. Men det er viktig å presisere at forutsetning fem fortsatt ikke er uproblematisk, da denne forutsetter *ingen* skatter og transaksjonskostnader. Problemet har derimot blitt mindre.

Selv om forutsetningene nevnt overfor i mye mindre grad blir problematisk under LPE, finnes det andre grunner til at Markowitz (1952) sitt rammeverk kanskje ikke vil holde. Scott & Horvath (1980) argumenterer for at hvis én av følgende betingelser inntreffer, så vil ikke mean – variance rammeverket levere effisiente resultater:

- (1) Distribusjonen av avkastningstallene er asymmetrisk
- (2) Investorens nyttefunksjon er av en høyere orden enn kvadratisk
- (3) Gjennomsnittet og variansen bestemmer ikke helt og holdent distribusjonen

Ved bruk av mean – variance rammeverket antar vi dermed implisitt at investors nyttefunksjon er kvadratisk eller at distribusjonen av avkastningstallene er multivariate normal (altså en generalisering av normaldistribusjonen). Konsekvensen av dette kan bli at hvis ikke avkastningstallene til LPE virkelig er normalfordelt, men at fordelingen også inneholder høyere moment som skewness (skjevhet) og kurtosis (”fet hale”), kan dette føre til en feilallokering i PE (enten i positiv eller negativ forstand). I denne sammenheng kan det nevnes at Schweizer (2008) finner høy grad av ikke – normalitet i de fleste alternative investeringer (se tabell). Cochrane (2004: 2) går så langt som å sammenligne investeringer i VC med opsjoner; *”they have a small chance of a huge payoff”*.

	JPM Gov. Bonds	S&P GSCI	CS/T Hedge Fund Index	IBOXX	NAREIT	S&P 500	CepreX U.S. Buyout	CepreX U.S. Venture Capital
Mean	0.0045	0.0101	0.0055	0.0057	0.0110	0.0086	0.0280	0.0201
Median	0.0050	0.0075	0.0039	0.0064	0.0156	0.0084	0.0175	0.0111
Maximum	0.0356	0.1579	0.0916	0.0498	0.0949	0.0978	0.4213	0.1823
Minimum	-0.0449	-0.1392	-0.0985	-0.0310	-0.1458	-0.1446	-0.1530	-0.1528
Std. Dev.	0.0142	0.0638	0.0250	0.0135	0.0412	0.0450	0.0879	0.0649
Skewness	-0.5176	0.0545	-0.0452	0.0346	-0.6505	-0.4786	1.8119	0.2269
Kurtosis	3.6741	2.5796	7.2968	3.3737	4.0580	3.4796	8.9188	3.5350
Jarque-Bera	6.49**	0.80	78.50***	0.61	11.95***	4.87*	204.70***	2.09

***, **, and * indicate statistical significance at the 1%, 5%, and 10% levels, respectively, based on monthly returns.

Kilde: Schweizer – Portfolio Optimization with Alternative Investments (2008)

Vi ser fra tabellen at Schweizer bruker Jarque-Bera testen for å teste for ikke – normalitet. I vårt tilfelle er det CeperX U.S. Buyout og CeperX U.S. Venture Capital som er viktig, og nullhypotesen om normalfordelte avkastningstall blir forkastet på 1 % nivået for Buyout, mens nullhypotesen (kanskje overraskende) ikke blir forkastet for Venture Capital. Nedsiden med denne analysen er at den er basert på konstruerte indekser (CeperX) med rapporterte kontantstrømmer, og selv om noen av rapportene er revidert inneholder de fortsatt mange av ulempene med slike indekser (ref. tidligere diskusjon). I tillegg inkluderer ikke disse indeksene honorarer til GP og viser dermed ikke nettoavkastning for LP. Konklusjonen er derimot at alternative investeringer og PE vanligvis ikke er normalfordelt (kanskje med unntak av VC). Om dette også gjelder når vi bruker LPE (kontra PE – fond) vil i så fall bety at mean – variance rammeverket ikke fanger opp hele profilen til risiko- og avkastningsfordelingen. Vi vil diskutere dette nærmere under analysedelen, hvor vi også tester for ikke – normalitet.

4.5.5 Presentasjon av ulike indekser for listed private equity

Som nevnt i avsnitt 4.5.1 er det flere og flere PE – selskap som har valgt å børsnotere seg, og dermed øker også grunnlaget man har for å lage indekser spesielt knyttet til PE. I dette avsnittet vil vi kort presentere noen av indeksene som finnes:

- I 2007 lanserte Standard & Poor en ny indeks kalt ”**S&P Listed Private Equity Index**”, som ble til for å gi investorer en investerbar eksponering til de mest likvide PE – selskapene¹². Denne består av 30 ledende PE – selskap notert på børs som samtidig møter krav til størrelse, likviditet, eksponering og aktivitet. Selskapsenheterne som er med i indeksen er fordelt over tolv land, og kommer i hovedsak fra Nord – Amerika (54 %), Europa (37 %), Asia (9 %) og resten av verden. Grunnen til at S&P ikke har lansert en lignende type indeks tidligere er fordi de mener at det ikke har eksistert en kritisk masse av selskaper før nå; de nevner som eksempel at det så sent som i 2003 bare var 16 ”rene” PE – selskap som ble handlet for mer enn US \$1 million og en markedsverdi på mer enn US \$250 millioner. Indeksen består per juli 2007 av 81 % BO – selskap og 19 % VC – selskap, og har en tilbakeført historie med basisdato 21. november 2003. Kjente PE – selskap som er med i denne indeksen er

¹² For mer informasjon om denne indeksen se www.standardandpoors.com

blant annet American Capital Strategies Ltd., The Blackstone Group, Apollo Investment Corp etc.

- En annen ganske ny LPE – indeks er ”**Red Rocks Listed Private Equity IndexSM**” (LPE IndexSM) og ”**Red Rocks International Listed Private Equity IndexSM**” (International LPE IndexSM)¹³. Den førstnevnte er designet for å følge de største og mest likvide PE – selskapene notert på de ulike børsene i U.S.A. (NYSE, AMEX og/eller NASDAQ), og består av 30 – 50 selskap med hovedfokus på investeringer i dette landet. Indeksen ble lansert 30. september 2006 med tilgjengelig tilbakeført historie som begynner 29. september 1995. Den sistnevnte er en søsterindeks som består av 30 – 50 selskap med hovedfokus på investeringer utenfor U.S.A. Selskapene som inngår må, i likhet den andre indeksen, oppfylle visse krav til størrelse og likviditet. Denne indeksen startet 31. desember 2006 med en tilgjengelig tilbakeført historie som begynner den 29. september 1995. Det har også kommet en tredje indeks i denne gruppen, Global LPE IndexSM, som tar for seg PE – selskaper over hele verden. Det er ikke noen vesentlig forskjell i denne kontra de to andre indeksene bortsett fra dette, samt startdatoen.
- LPE – indeksene som vi skal bruke i denne oppgaven er hentet fra indeksfamilien til **LPX GmbH**, et sveitsisk basert selskap¹⁴. Disse indeksene har blitt de mest brukte indeksene i finansnæringen, spesielt blant institusjonelle investorer. LPX tilbyr mange forskjellige typer indekser, alle med sitt nedslagsfelt, men kanskje den mest brukte er LPX50. LPX50 er en global indeks som følger 50 av de største og mest likvide børsnoterte PE – selskapene som indeksen følger. På grunn av den store fordelingen og diversifikasjonen mellom land, regioner og LPE – investeringsstiler har den blitt den mest brukte benchmark indeksen, og også den første indeksen som har blitt brukt som underliggende for de første ”Private Equity index tracker funds” (ABN AMRO, Deutsche Bank, Societe Generale og UBS for å nevne noen, tilbyr alle slike fond). I tillegg gir LPX tilgang til andre indekser som LPX Major Market (de 25 mest aktivt handlet selskapene), LPX Composite (en bred indeks med ubegrenset antall selskaper), LPX Europe (de mest aktivt handlede europeiske PE – selskapene), i tillegg til to andre indekser som vi skal bruke i denne oppgaven: LPX Buyout og LPX

¹³ For mer informasjon om denne indeksen se www.listedprivateequity.com

¹⁴ For mer informasjon se www.lpx.ch

Venture. Vi vil presentere både den globale LPX50 og de to sistnevnte, LPX Buyout og LPX Venture nærmere under datapresentasjonen.

5 – Eksisterende litteratur

Den enorme veksten i PE – markedet i løpet av de siste 30 årene, har også ført til en økt interesse for slike investeringer i det akademiske miljø. Som en konsekvens av lite tilgjengelig data for PE – investeringer, knytter den *tidlige* litteraturen seg mest til aggregerte trender eller relasjonen mellom GP, LP og de individuelle selskapene. Den *nyere* litteraturen derimot (spesielt siden begynnelsen av dette århundret) knytter seg mer opp mot forhold ved avkastning og risiko, samt korrelasjon og diversifiseringseffekter. Grunnen til dette er at mer detaljerte data har blitt tilgjengelig gjennom databaser som for eksempel Thomson Venture Economics (TVE), noe som har økt mulighetene til å besvare ulike spørsmål innenfor disse temaene. Til tross for dette finnes det ikke mye litteratur som omfatter den problemstillingen vi har; optimal allokering til PE ved bruk av LPE som proxy for PE – klassen. Vi vil derfor først gå gjennom relevant litteratur som tar for seg det vi kan kalle de tradisjonelle metodene å finne avkastning, risiko og korrelasjon/diversifiseringseffekter i PE – fond på (IRR, PME etc.). Disse studiene er stort sett basert på kontantstrømmer, der mange har hentet tall fra dataleverandører. Det kan være interessant å se nærmere på dette for å ha noe å sammenligne våre resultater med. Under presentasjonen av disse studiene vil vi konsentrere oss mest om metode og avkastnings- og risikotall som kommer frem, siden metodikken de har brukt ikke samsvarer med måten vi har tenkt å løse problemstillingen på. Deretter vil vi gå gjennom den litteraturen som går direkte på vår problemstilling; altså studier som ser på optimal allokering både med og uten bruk av LPE.

For å få en liten oversikt kan man dele litteraturen inn i **tre hovedområder** når det gjelder hovedfokus og metode:

5.1 Avkastning og risiko

Den **første** gruppen fokuserer hovedsaklig på måling av **avkastning og risiko** i PE - investeringer, enten det gjelder på selskapsnivå eller fondsnivå. Disse publikasjonene har nok kommet som en følge av at den store veksten i PE – markedet har vært basert på den tro at PE – investeringer har kunnet gi meravkastning i forhold til noterte aksjer, samt at risiko og korrelasjon ved investeringene er lav. Mange forskere har dermed prøvd å undersøke om dette faktisk er faktum. Kjente publikasjoner under dette segmentet er: Moskowitz & Vissing-

Jørgensen (2002), Ljungqvist & Richardson (2003), Jones & Rhodes-Kropf (2004), Cochrane (2004), Kaplan & Schoar (2003), Diller & Kaserer (2007) og Phalippou & Gottschalg (2007). På grunn av forskjeller i tidsserier, data og kalkuleringsmetoder er det, som vi skal se, mye heterogenitet mellom resultatene i disse undersøkelsene. Man kan grovt sett dele denne gruppen inn i to: (1) de som fokuserer på relasjonen mellom GP og de aktuelle fondsselskapene (bruttoavkastning) og (2) de som fokuserer på relasjonen mellom LP og GP (nettoavkastning). Siden den andre gruppen, som tar for seg avkastning for investor (LP), er mer i linje med vår oppgave skal vi konsentrere oss om denne. Vi vil derfor ikke gå noe inn på studiene av Cochrane (2004) og Moskowitz & Vissing-Jørgensen (2002)

Ljungqvist & Richardson (2003) (heretter L&R) var noen av de første til å studere karakteristikken til avkastning og risiko i PE – fond med detaljerte kontantstrømmer for BO og VC. De bruker data hentet fra en anonym, men stor institusjonell investor i U.S.A., i tidsperioden 1981 – 1993 (2001) hvor investoren investerte i 73 fond. Fordelen med disse dataene er at de har tilgang til kontantstrømmer som gjorde de i stand til og presis å estimere prestasjon, der de kunne ta hensyn til den eksakte timingen av investeringer og kapitalavkastning (i stedet for å basere beregningene på subjektive verdsettelse fra GP). L&R finner at nettoavkastningen (målt ved IRR) i perioden i gjennomsnitt har ligget på 19,81 % med et standardavvik på 22,29 % for alle typer fond, mens de samme tallene for henholdsvis BO og VC er 21,83 % (20,33 %) og 14,08 % (26,88 %). Videre finner de at relativ avkastning (målt ved excess IRR) i forhold til S&P 500 er mellom 6 og 8 % med et standardavvik liggende på ca. 22,5 % (mellom 3 og 6 % i forhold til NASDAQ med standardavvik på ca. 23 %), altså en meravkastning i forhold til aksjer. De måler også relativ avkastning med en Profitability Index (PI), som gir en gjennomsnittsverdi på 25,07. Dette sier at for hver dollar investert i S&P 500 vil en investering i PE – fond generere 25 cent i meravkastning (gitt at kapitalkostnaden er den gjennomsnittlige avkastningen på en investering i S&P 500). En del av denne meravkastningen som PI tilsier er på grunn av likviditetskostnaden, derfor mener forfatterne at dette målet kanskje er bedre enn excess IRR.

L&R estimerer også beta for BO og VC, som gir henholdsvis 1,08 og 1,12 (se avsnitt 4.2 for en nærmere presentasjon av metodikken brukt her)¹⁵. På basis av disse tallene regner de ut

¹⁵ Vi refererer også til Woodward (2004) i denne sammenheng. Hun viste at risikoen (både når det gjelder standardavvik og beta) knyttet til VC og BO er høyere enn forventet på grunn av stale valuation. Vi vil ikke gå noe nærmere inn på dette her, men se avsnitt 4.2 for en nærmere diskusjon over metodikken hun brukte.

risikojustert PI, der indeksen blir beregnet ved å diskontere kontantinnstrømninger med risikojusterte avkastninger (definert som risikofri rente, pluss fondets estimerte beta multiplisert med en risikopremie). På basis av disse utregningene finner de at PE – fond fortsetter å gi meravkastning i forhold til aksjer, og avhengig av hvilken risikopremie som blir brukt, får de PI – verdier på mellom 24 % (ex post) og 32,23 % (ex ante). Dette holder både for BO og VC (selv om BO generer mer verdi).

En analyse av tverrsnittet av excess IRR antyder at kilden til denne høye meravkastningen sannsynligvis ikke er kompensasjon for systematisk risiko, men kanskje er relatert til typer fond (for eksempel BO versus VC) eller timingen. Det er dermed ikke heller ikke sikkert at beta – verdiene de har funnet er riktig, noe som kan være en mulig svakhet ved denne studien.

En av de mest kjente studiene som har blitt utgitt innen PE – investeringer er Kaplan & Schoar (2003) (heretter K&S). De bruker TVE – databasen med data fra perioden 1980 – 2001, hvor de har filtrert ut 746 (så og si) likviderte fond for å forsikre seg om at kontantstrømmene til LP ikke inneholder midlertidige verdsettelse av residual verdier. Først ønsker de å se på avkastningen et fond genererer. Ved bruk av PME finner de stor heterogenitet i avkastningen mellom fond og tidsperioder, hvor BO gir en nettoavkastning mindre enn S&P 500 i den aktuelle perioden (PME lik 0,97 likevektet og 0,93 kapitalvektet), mens avkastningen for VC er mindre enn S&P 500 på en likevektet basis (0,96), men høyere når de bruker en kapitalvektet basis (1,21). Dette indikerer at derimot at PE – avkastning leverer positiv meravkastning i forhold til aksjemarkedet *før* honorarer (altså brutto). Total PME for likevektet og kapitalvektet er henholdsvis 0,96 og 1,05. En mulig svakhet ved denne analysen er, som K&S påpeker, at PME implisitt antar at beta er lik 1. Hvis PE – avkastningen har beta høyere enn 1, så vil PME overdrive den sanne risikojusterte avkastningen. De finner også at gjennomsnittlig IRR for hele samplet er 17 % med standardavvik lik 31 % (likevektet), herunder 17 % (30 %) for VC og 18 % (22 %) for BO. De samme tallene for kapitalvektet blir 18 % (26 %) for hele samplet og henholdsvis 17 % (31 %) og 18 % (26 %) for VC og BO.

K&S finner også stor grad av konsistens ("persistence"), altså at GPer som har gjort det bedre enn industrien i ett fond, også med stor sannsynlighet vil gjøre det i det neste fondet, og omvendt (noe som er i sterk kontrast til for eksempel aksjefond der det ikke er funnet noen slike bevis). K&S argumenterer for at dette sannsynligvis ikke er på grunn av forskjeller i

risiko eller sample selection bias, da avkastningsnivået er konsistent for alle mål på avkastning og i begge ender av skalaen. I tillegg gjennomfører de en rekke robusthetsanalyser som støtter denne argumentasjonen. Forfatterne studerer også relasjonen mellom fondsavkastningen og kapitalstrømmer, størrelsen på fondet og overlevelsesrate. Her finner de at prestasjon øker med GPs (partnerskapets) erfaring og størrelsen på fondet, hvor det sistnevnte forholdet er konkavt, noe som indikerer fallende skalaavkastning. De finner videre at GPs track record spiller positivt inn når det gjelder å skaffe kapital til nye fond, der de tror den mest sannsynlige forklaringen i dette ligger i den underliggende heterogeniteten i kompetanse hos GPer. En annen mulig svakhet med analysen, i tillegg til risikoaspektet nevnt overfor, er at samplet kan være gjenstand for selection bias, noe forfatterne også erkjenner.

Jones & Rhodes-Kropf (2004) (heretter J&RK) bruker det samme datasettet som K&S, men med et større sample på 1245 fond og som inkluderer avkastning kalkulert med basis i GP er sin verdsettelse. Fokuset er litt annerledes enn hos K&S derimot, siden J&RK undersøker hvorvidt, og eventuelt hvordan, idiosynkratisk risiko blir priset i PE. De argumenterer for at uunngåelige prinsippal-agent problemer i PE – industrien kombinert med behovet for oversikt over investeringer resulterer i idiosynkratisk risiko som må bli priset. De finner at avkastningene er korrelert med total risiko (ikke bare systematisk), noe som får de til å forvente at: (1) brutto meravkastning i PE, (2) en alfa lik null for fond etter honorarer og (3) høyere alfa (til og med etter honorarer), for fond med høyere total realisert risiko. J&RK finner støtte for de to siste antagelsene, noe som gir de tiltro til at det finnes prinsippal-agent problemer i denne industrien.

De finner også at gjennomsnittlig IRR (likevektet) over tidsperioden for BO og VC er henholdsvis 9,67 % og 19,25 %. For kapitalvektet finner de enda lavere tall, for eksempel blir den gjennomsnittlige kapitalvektede IRR for BO 4,57 %. Vi ser at disse tallene er mye mindre enn det K&S kom frem til i sin analyse. Dette kommer, i følge forfatterne, av at de i sitt sample inkluderer flere nye fond som har gjort det ganske dårlig. For sammenligningens skyld kalkulerer de et BO – sample som er lik det K&S brukte. Dette filteret gir nesten samme resultater som K&S. Forfatterne estimerer også standardavvik ved hjelp av en tverrsnitt analyse, og finner ekstremt volatile avkastninger. Standardavviket til henholdsvis VC og BO er for eksempel 51 % og 31 %, noe som bekrefter funnene om sterk heterogenitet i PE – fond. Videre finner de beta lik 1,11 for VC og 0,81 for BO. Disse betaene fant de ved en regresjonsanalyse med både sammenfallende og laggede risikofaktorer. Svakheten ved dette

derimot er at samplet inkluderer midlertidige verdsettelse som kan være gjenstand for skjevheter.

Diller & Kaserer (2007) (heretter D&K) analyserer hva som bestemmer avkastningen til europeiske PE – fond. Datasettet er hentet fra TVE med tilgang til 777 fond i perioden mellom 1980 – 2003. De opererer med tre forskjellige datasett etter at de har satt opp diverse likvideringskrav. Sett 1 består av alle likviderte fond (95 fond), sett 2 består av alle likviderte fond pluss alle fond som ikke er likvidert innen 30.juni 2003 (200 fond totalt), mens sett 3 er det samme som sett 2, bare med diverse andre likvideringshensyn som gjør at mange flere modne fond kommer med (262 fond). Dette gjør at de finner gjennomsnittlig avkastning (IRR) mellom 10 % (sett 1) og 14 % (sett 3) med tilhørende standardavvik varierende mellom 17,85 % og 22,89 %. Når det gjelder skillet mellom VC og BO varierer avkastningen (standardavviket) mellom 7,32 % (17,82 %) og 12,50 % (24,95 %) for VC og 12,64 % (17,67 %) og 15,63 % (20,59 %) for BO. De måler også PE – avkastningen opp mot MSCI Europe, hvor de finner excess IRR og PME – tall. For excess IRR finner de i gjennomsnitt at disse ligger mellom 0,58 % og 6,68 % totalt, mens de samme tallene for VC og BO ligger mellom -2,27 % og 5,10 % (VC) og 3,37 % 8,25 % (BO). Som en kontrast til disse tallene, finner de derimot at PE – fond gjør det mindre bra enn MSCI Europe, både totalt for alle fond, og inndelingen i VC og BO. Unntaket er datasett 3 hvor både VC, BO og totalen gjør det litt bedre enn MSCI Europe. Vi merker oss derimot at BO viser konsistent bedre resultater enn VC for alle avkastningsmålinger.

En siste analyse vi vil nevne i under denne gruppen er en studie fra Phalippou & Gottschalg (2007) (heretter P&G). De tar for seg en oppdatert versjon av det samme datasettet som ble brukt av K&S og J&RK, altså et kontantstrømsbasert datasett fra TVE (netto etter alle honorarer). Etter å ha satt ned et likvideringskrav om at fondene i samplet skal ha nådd sin ”normale” likvideringsdato (altså eldre enn 10 år), samt eliminert fond mindre enn \$5 millioner (1990 US Dollar) og fond med kontantstrømsaktiviteter de siste seks kvartalene i observasjonsperioden, sitter de igjen med 852 fond. Dette blir kalt ”base samplet”. Uten å gjøre noen videre endringer (med unntak av filteret beskrevet overfor) finner de resultater på linje med K&S; altså en liten overprestasjon i forhold til S&P 500 med en PI på 1,01 (1,05 i K&S)¹⁶.

¹⁶ Phalippou & Gottschalg (2007) beregner Profitability Index (PI) som nåverdien av kontantstrømmer mottatt av investorer dividert med nåverdien av kapital betalt, hvor de bruker den realiserede avkastningen i S&P 500 som

Deretter gjøres tre korreksjoner. Den første går på hvordan man vekter fondene. P&G argumenterer for at standardprosedyren med å vekte fondene etter forpliktet kapital (slik som K&S) ikke er hensiktsmessig siden fondene varierer i farten når det gjelder å hente ned forpliktet kapital og investere disse beløpene. De tar derfor utgangspunkt i verdien av investeringer som vekter, noe som minsker gjennomsnittlig PI med 0,02 (fra 1,01 til 0,99).

Den andre korreksjonen går på hvordan man hensyntar residualverdiene i fondene. Det finnes to utgangspunkt: enten behandle de som en kontantinnstrømning ved slutten av samplet (slik som K&S), eller nedskrive de. P&G velger den siste løsningen siden alle fondene i samplet deres er mer enn ti år og ikke har vist noen form for aktivitet de siste seks kvartalene. Man kan dermed kalle residualverdiene for "living dead" investeringer, og skrive dem ned kan virke som en god løsning. Dette reduserer gjennomsnittlig PI med 0,07 (fra 0,99 til 0,92).

Den tredje korreksjonen kommer som en følge av at de analyserer et annet datasett (som de kaller "extended sample") for å finne ut om base samplet inneholder selection bias. For å måle effekten av dette estimerer de relasjonen mellom exit suksess og fondsavkastning. De finner at fondene som mangler i base samplet har en signifikant mindre exit suksess rate, noe som fører til at extended sample har en gjennomsnittlig PI som er 4 % mindre enn base samplet. På grunnlag av dette reduserer de base samplets PI med 0,04. Totalt blir dermed den korrigerede PI, etter korreksjoner for sample bias (0,04), residual verdier (0,07) og vekting (0,02), redusert fra 1,01 til 0,88 (en nedgang på 0,13), noe som er signifikant mindre enn 1. En PI på 0,88 betyr at PE – fond har tapt 12 % av investert kapital i nåverdi. De finner også at alfa er lik - 2,94 % per år, noe som bekrefter dette.

En mulig svakhet med denne analysen er bruken av PI – tall som implisitt antar at systematisk risiko er lik S&P 500 (altså beta ca. lik 1). På grunn av den høye giringen i BO og den typisk høye systematiske risikoen ved små vekst selskap indikerer at beta ikke er lik 1. P&G bruker derfor et industri/størrelse tilpasset avkastningskrav, og finner en risikojustert PI på 0,75 for BO og 0,77 for VC; altså en kraftig nedgang.

diskonteringsfaktor. Altså er dette det samme som PME der S&P 500 blir brukt som benchmarkindeks. For nærmere forklaring av PME se avsnitt 4.1.3.

5.2 Diversifikasjon og allokering

Den **andre** gruppen fokuserer på *diversifikasjon og allokering*. Kjente studier under denne gruppen er Ennis & Sebastian (2004), Schmidt (2004), Artus & Teiletche (2004), Ick (2005), og Schweizer (2008). Vi vil også kjapt nevne noen andre studier, men holder oss til resultatene (og ikke mye om metode) når vi tar for oss disse.

Ennis & Sebastian (2004) (heretter E&S) bruker mean – variance optimering med Venture Economics Post-Venture Capital Index som proxy for PE – klassen, for å finne en allokering mellom PE, aksjer (Wilshire 5000 Stock Index og Morgan Stanley All-Country World (ekskludert U.S.A.)), obligasjoner (Lehmann Aggregate Bond Index) og eiendom (Wilshire Real Estate Securities). De regner så ut forventet avkastning (med basis i CAPM rammeverket), korrelasjon og standardavvik før de bruker standard optimeringsmetoder for å komme frem til en optimal allokering. De finner at PE bare begynner å komme inn i effisiente porteføljer når aksjeandelen overstiger 60 %; når denne andelen har kommet opp i 60 – 80 % vil en allokering på mellom 1 og 2 % til PE være optimalt, mens man kommer opp mot 5 % allokering bare når aksjeandelen ligger på rundt 100 %. Dette impliserer at diversifikasjonsgevinstene ved å inkludere PE først og fremst forekommer ved egenkapital porteføljer heller enn balanserte (som får det meste av diversifikasjonsgevinstene sine fra aksjer, obligasjoner og eiendom). E&S konkluderer videre med at allokering til PE bør være basert på omstendigheter rundt den aktuelle investor, hvor dyktighet, risikotoleranse, likviditetskrav, porteføljestørrelse, interne ressurser og styrets erfaring alle er faktorer som bør vurderes i beslutningsprosessen. Noen vil kanskje med nærmere ettertanke ekskludere PE helt fra porteføljen, andre allokere noen få prosentpoeng, mens bare store egenkapital – orienterte fond med eksepsjonelle kunnskaper inne PE – investeringer, sterk støtte fra styre og tilstrekkelig ressurser i stab bør vurdere allokeringer på 10 % eller mer. Svakheten med denne analysen er bruken av Venture Economics Post-Venture Capital Index som proxy for PE – klassen, siden denne ikke fanger opp risiko-/avkastningsprofilen på en tilstrekkelig god måte.

Schmidt (2004) tar utgangspunkt i en litt annen måte for å sjekke om det finnes diversifikasjonsgevinster og hva optimale allokeringer i PE bør være. Han bruker en ”bootstrap” simulering hvor han analyserer 642 amerikanske porteføljeselskap med over 3620 PE – investeringer mellom årene 1970 og slutten av 2002. Dataene er hentet fra CEPRES Private Equity Analyzer som henter inn detaljerte PE data (anonymt). For det første finner han mer avkastningsvariasjon i VC (sjanse for ekstremt store gevinster, men også stor sjanse for å

tape hele investeringen), mens variasjonen og tapene er mindre for BO. For det andre finner han at det ikke var før på slutten av 1990 – tallet at PE – markedet samlet gjorde det ekstremt bra i IRR – termer, med meravkastning i forhold til aksjer. I tidligere år hadde PE hatt mindreakkastning i forhold til aksje benchmark. For det tredje finner han at PE inneholder høyere nivå av ikke – systematisk risiko sammenlignet med aksjeinvesteringer, og siden korrelasjonsfaktorene med investeringer i det offentlige markedet er lave, konkluderer han med at PE – klassen har diversifikasjonspotensialer. For det fjerde finner han, via bootstrap og antagelsen om at investor er fri for restriksjoner (slik at investoren kan redusere risiko under nivået for en ren aksjeportefølje), at optimal allokering til PE bør ligge mellom 3 % og 65 % for å minimere porteføljevariansen eller maksimere avkastningen.

Ick (2005) undersøker om det faktisk finnes en gevinst ved lav korrelasjon mellom PE – avkastning og aksjemarkedet. Han analyserer et datasett hentet fra Center of Private Equity Research (CEPRES)¹⁷ med tilgang 86 PE – selskap, 243 PE – fond og deres 5991 investeringer i 4819 private selskap, fra årene 1975 – 2003. Basert på et sample av 2380 realiserte PE – investeringer finner han lav kryss – korrelasjon mellom PE og aksjeindeks avkastninger. Korrelasjonen mellom PE og aksjeindekser er høyest for Nasdaq Composite (0,18) og lavest for S&P 500 (0,05). Disse resultatene er rimelig stabile over brede, industri spesifikke og lokale benchmark indekser, noe som kan love attraktive diversifikasjonsgevinster for rene aksjeinvestorer. Basert på en regresjonsanalyse finner han også en signifikant positiv (negativ) relasjon mellom BO/”later stage” (VC/”early stage”) investeringer og meravkastning i pessimistiske markeder. Med dette konkluderer Ick at BO er en bedre hedge mot nedgang i aksjemarkedet enn VC, noe som kommer på grunn av at BO – fond er mindre avhengig av utviklinger i aksjemarkedet for en vellykket exit (kan selge i annenhåndsmarked for eksempel). Den mest brukte exit – strategien for VC derimot, er IPO/børsnotering, noe som krever riktig timing for å generere god avkastning. Svakheten med denne analysen er at databasen den er hentet fra inneholder

Schweizer (2008) forsøker å finne en strategisk allokering mellom tradisjonelle investeringer (aksjer og obligasjoner) og en rekke alternative investeringer (hedge fond, VC, BO, råvarer for å nevne noen). Vi vil konsentrere oss om funnene for PE, altså VC og BO, hvor han

¹⁷ Tallene fra databasen er rapportert brutto; altså uten honorarer til GP. I tillegg inneholder de NAV for urealiserte investeringer, og kan være gjenstand for selection bias. Dette er mulige svakheter ved analysen. For mer informasjon om databasen se www.cepres.de

bruker en indeks fra CEPRES sin database; CepreX US Venture Capital og CepreX US Buyout. Schweizer påpeker at siden distribusjonen til de fleste månedlige avkastningstall for alternative investeringer ikke er normalfordelt, og noen inneholder skjevheter som kan forvrengte avkastning-risiko profilen, vil en optimering basert på mean-variance rammeverket være sub-optimal. Det første steget han da tar er å korrigere avkastningsseriene for skjevheter som for eksempel stale pricing og survivorship. Optimeringen er da fleksibel nok til å innarbeide potensiell risiko fra høyere moment (skewness og kurtosis) som ikke ville ha blitt dekket med standardavviket. Deretter bruker han en såkalt "mixture of normal method" for å bytte ut den empiriske avkastningsdistribusjonen med to normalfordelinger for å approksimere en "best fit" fordeling. Han bruker så den "best fit" fordelingen i optimeringen.

For å komme frem til en strategisk allokering benytter han en målfunksjon slik at han kan ta hensyn til investors risikoaversjon (som måles ved λ). Han identifiserer videre tre ulike nivåer for risikoaversjon; lav, medium og høy. Generelt finner Schweizer av VC, BO og REITs har de største porteføljevektene i optimale porteføljer, men disse minsker ved økt risikoaversjon. Vektene for VC og BO minsker fra 30 % (maksimal vekt i henhold til oppsatte restriksjoner) når $\lambda = 1$ (lav risikoaversjon) til henholdsvis 20 % og 17 % når $\lambda = 6$ (høy risikoaversjon). Totalt sett så finner han altså at alternative aktivaklasser som BO og VC (og andre) har enestående effekter på tradisjonelle porteføljer, uavhengig av risikoaversjon, og at de kan spille en viktig rolle i den strategiske allokeringen for institusjonelle investorer som pensjonsfond, legater med flere.

Artus & Teïletche (2004) bruker data hentet fra TVE og konstruerer en effisient front bestående av VC, aksjer og obligasjoner i perioden 1994K1 – 2003K2 for europeiske institusjonelle investorer. Aksjer og obligasjoner blir representert av henholdsvis MSCI Europe Index og JP Morgan Index for alle europeiske lands obligasjoner. Etter å ha funnet mål på avkastning, risiko og korrelasjon viser den effisiente fronten (maksimert Sharpe) en allokering på 8 % i VC, 2 % i aksjer og 90 % i obligasjoner. I et neste steg forsøker de å korrigere for autokorrelasjon i avkastningen (som kommer på grunn av stale pricing problemet)¹⁸, som kan forvrengte estimatene på standardavvik og korrelasjon. De korrigerer derfor disse to siste faktorene, hvor resultatet av dette viser at (1) VC er mer risikabel enn det originale datasettet tilsier og (2) VC er mer korrelert med aksjer enn først antatt. De lager

¹⁸ Se for eksempel avsnitt 4.2 for en nærmere diskusjon på stale pricing/stale valuation.

derfor en ny effisient front (med de korrigerede tallene) og får nå en optimal allokering på 3 % VC, 2 % aksjer og 95 % obligasjoner. Til slutt introduserer de også BO til den effisiente fronten (det gjøres ingen korreksjoner siden forfatterne ikke finner klare bevis for stale pricing skjevheter i datagrunnlaget for BO). Når BO inkluderes vil den optimale portefølje bestå av 26,5 % BO, 2 % aksjer og 71,5 % obligasjoner; altså ingen VC. Vi merker oss at det gjennomgående er obligasjoner som har den største allokeringen, mens PE tar mye av allokering til aksjer. Forfatterne konkluderer med at resultatene er veldig positive for PE i Europa, og rettferdiggjør en allokering på mellom 5 % og 10 % i balanserte porteføljer (VC, BO, aksjer og obligasjoner) selv etter korreksjoner for stale pricing. De ser derimot en mulig svakhet som ikke er hensyntatt i analysen; nemlig at ikke nok korreksjoner er foretatt. De nevner korreksjoner i gjennomsnittlig avkastning som følge av selection bias som et mulig neste steg. Dette kan virke hensiktsmessig spesielt i tilfelle med BO, siden denne gruppen viser meget høye gjennomsnittstall for avkastningen.

McFall Lamm & Ghaleb-Harter (2001) var noen av de første til å studere PE i strategisk allokering, og finner at investorer bør allokere mellom 19 % og 51 % til denne aktivklassen. Denne allokeringen er passende under mange alternative forutsetninger angående fremtidig prestasjon. Quigley & Woodward (2002) prøver å bygge en indeks for VC i perioden mellom 1987 og 2001 (første kvartal), hvor de fokuserer på individuelle porteføljeselskap. De finner en at optimal allokering på mellom 10 % og 15 % i blandingsporteføljer (aksjer, obligasjoner og PE) er optimal. Pradhuman et al. (2001) bruker small cap som proxy for PE, der studien indikerer at man kan dra fordel av å allokere ca. 15 % av totalkapitalen til PE. Chen et al. (2002) henter tall fra TVE og konstruerer en effisient front hvor de bruker IRR data fra 148 likviderte PE – fond frem til 1999 (den første investeringen er fra januar 1960). De finner en årlig effektiv avkastning på 13,4 % (sammenlignet med 12,2 % avkastning i U.S. Large Cap og 14,5 % avkastning i Small Cap i samme periode), et årlig standardavvik på 115,6 % og en korrelasjonskoeffisient med aksjer på 0,04. Resultatene viser en effisient front bestående av VC og S&P 500 som rettferdiggjør en allokering på mellom 2 % og 9 % til VC for å konstruere minimum-varians porteføljen eller maksimere Sharpe forholdet.

Vi har nå tatt for oss en rekke studier som går på avkastning, risiko, diversifisering, korrelasjon og allokering. Studiene presentert under Gruppe 1 går ikke direkte på vår problemstillingen (optimal allokering), men kan i det minste være nyttig som en slags benchmark på våre estimeringer av avkastning og risiko i LPE – klassen. Gruppe 2 er mer

relevant i så henseende. Vi ser derimot at det er høy grad av heterogenitet i resultatene som har kommet frem, både under Gruppe 1 og Gruppe 2. Dette kommer som en følge av forskjeller i data og tidsserier, samt at det meste av datagrunnlaget er hentet fra forskjellige dataleverandører som TVE og CEPRES (med problemer i tilknytning til for eksempel selection bias, verdsettelsen av residualverdier, brutto versus netto kontantstrømmer etc). På grunn av dette kan man/bør man ikke legge for mye vekt på disse resultatene. Vi vil nå presentere en gruppe studier som er av særlig interesse for oss, nemlig de som har tatt for seg området listed private equity (LPE). Det finnes ikke mye litteratur på området, noe som er en av årsakene til at vi har gått gjennom såpass mange, ikke direkte relaterte studier i forkant, da det kan være interessant å sammenligne.

5.3 Listed Private Equity (LPE)

Den **trede** gruppen fokuserer som sagt på *listed private equity (LPE)*, og de få studiene som finnes er i hovedsak: Huss (2005), Idzorek (2007), Zimmermann et al. (2005).

Huss (2005) gjør en empirisk studie for å sammenligne noterte og unoterte PE – instrumenter. Tallene for de unoterte fondene har han hentet fra databasen Private Equity Intelligence Ltd (Preqin)¹⁹. Som proxy for PE – klassen har han valgt en indeks hentet fra LPX GmbH som heter LPX 50 TR²⁰. Han trekker så ut et sample fra de unoterte fondene hvor han ekskluderer fond uten komplett kontantstrømhistorie og legger inn et likvideringskrav (ekskluderer fond hvor urealiserte NAV overstiger forrige periodes urealiserte NAV for på denne måten og kun ta med fond som er nær likvidering). På denne måten sikrer han seg at det er kontantstrømbaserte, og ikke NAV, som er bakgrunnen for estimeringen av resultater. Samplet deles så inn i tre, med forskjellige restriksjoner på forskjellen mellom rapportert akkumulert innkalt kapital og beregnede verdier basert på kontantstrømmer og hensynet til urealiserte NAV. Sample 1 er det minst restriktive, mens sample 3 er det mest restriktive.

Huss berregner deretter excess IRR og PME – tall. På basis av excess IRR tall finner han at unotert PE konsistent slår benchmark (LPX 50 TR) både når det gjelder median og gjennomsnittstall. Analysen viser videre at BO har en liten mindreavkastning i forhold til benchmark, mens VC gir en overlegen meravkastning. Siden IRR – tall ikke er

¹⁹ For mer informasjon se www.preqin.com

²⁰ For mer informasjon om denne indeksen se f.eks avsnitt 4.5.5, eller eventuelt www.lpx.ch

hensiktsmessig til å måle relativ prestasjon, beregner han også PME. Disse tallene viser derimot at det ikke finnes noen signifikant forskjeller i avkastningen mellom noterte og unoterte fond (bortsett fra at mønsteret med BO og VC fortsatt holder). Han konkluderer med grunnlag i dette at det ikke finnes signifikante forskjeller mellom (netto) prestasjonen mellom noterte å unotere fond (en liten meravkastning hvis man ser på gjennomsnittet, men en liten mindreakstning når man ser på median), og at man derfor kan studere avkastning og risiko i PE – klassen ved å analysere listed private equity. Dette er en enorm fordel.

Idzorek (2007) bruker (Red Rocks Capital) Listed Private Equity IndexSM og International Listed Private Equity IndexSM som proxy for PE – klassen²¹. Han undersøker så rollen til PE i en strategisk allokering i forhold til en rekke aktiva (pengemarked, amerikanske og ikke – amerikanske obligasjoner, amerikanske, ikke – amerikanske og emerging market aksjer) med et datagrunnlag på 10 år, som strekker seg fra 1.januar 1997 til 31.desember 2006. Over denne perioden opplevde PE en signifikant meravkastning i forhold til de seks andre aktivaklassene, men siden de to PE – proxyene ikke ble tilgjengelig før i 2006 (tilbakeført historie til september 1995), bør man utøve forsiktighet når man tolker disse resultatene.

Han sammenligner også de to PE – proxyene med to av de mest brukte PE – benchmark, Cambridge Associates LLC U.S. Private Equity Index og Thomson Fiancial's US Private Equity Performance Index (PEPI). Igjen viser proxy – indeksene en mye høyere avkastning i forhold til benchmark (dog med høyere standardavvik), og forfatteren setter spørsmålstegn ved vektene som er brukt for å lage den tilbakeføre historien²². På grunnlag av dette vurderes to alternative historier: (1) likevektet portefølje av de 34 originale selskapene og (2) tidsvarierende markedsverdi vektor av de 34 originale selskapene. For Listed Private Equity IndexSM viser det likevektede alternativet nesten samme avkastning (fra 24,85 % til 23,10 %), men høyere standardavvik (fra 40,73 % til 70,19 %). Når det gjelder alternativ 2 får han et dramatisk fall i avkastning (til 4,49 %) og en dramatisk økning i standardavvik (opp til 129,91 %). Når det gjelder den andre proxy – indeksen, International Listed Private Equity IndexSM, viser denne nesten tilsvarende effekt, dog ikke like dramatisk. For alternativ 1 går avkastningen litt ned (fra 21,46 % til 18,48 %), mens i motsetning til overfor sank standardavviket (fra 32,37 % til 26,31 %). For alternativ 2 får han nesten en halvering i

²¹ Se avsnitt 4.5.5 for en nærmere presentasjon av disse indeksene eller eventuelt www.listedprivateequity.com

²² Man kan også stille spørsmålstegn ved benchmark indeksene som her er brukt (Cambridge og Thomson). Vi vet at de kan inneholde glattet avkastningstall på grunn av stale valuation, ergo kan dette skape skjevheter i estimatet på standardavvik (ref. tidligere diskusjoner).

avkastning (fra 21,46 % til 10,81 %) med en økning i standardavvik (fra 32,37 % til 46,25 %). Vi ser dermed at valg av vekter i den tilbakeførte historien kan ha enorme utslag i parametrene som inngår i en allokeringssanalyse, og skaper usikkerhet i anslagene på den sanne avkastningen en investor har (kan ha) oppnådd, og dermed også usikkerhet i allokering.

På grunn av denne usikkerheten gjennomfører han to sett med optimeringer, der det første settet er den originale tilbakeførte historien på proxy – indeksene, mens det andre er alternativ 2 ovenfor (altså tidsvarierende markedsverdier som vekter). Med det første settet finner han en dramatisk forbedring i forholdet mellom avkastning og risiko i den effisiente fronten, med en gjennomsnittlig forbedring i avkastning på 633 basis punkter (inkludert de to PE – klassene). I det andre settet, som bytter ut den originale tilbakeførte historien med en mer pessimistisk historie basert på markedsverdier, finner han kun en forbedring på 46 basis punkter i avkastningen. Han konkluderer videre med, gitt et rimelig historisk standardavvik på 20 % eller lavere for en diversifisert portefølje, at en optimal eksponering mot PE har ligget mellom 0 % og 7 %. Generelt sett mener han at institusjonelle investorer, spesielt de som har tilgang til topp – kvartil PE – managere, bør fortsette å allokere kapital til PE gjennom de tradisjonelle kanalene (PE – fond, FiF). For de som ikke har tilgang til topp – kvartil presenterer LPE en ny, likvid måte å implementere en allokering til PE på.

Zimmermann et al. (2005) undersøker et sample av med 287 noterte PE – selskap i tidsperioden 1986 – 2003. Hensikten er å undersøke forhold ved avkastning, risiko og eventuelle skjevheter i denne aktivaklassen. De kategoriserer selskap som LPE hvis den underliggende driften er investeringer i PE (selskap som kun delvis investerer i PE, som for eksempel investeringsbanker og holding selskap, er ekskludert). Videre legger de ytterligere restriksjoner på samplet med tanke på likviditet, der de kun velger ut selskap hvis de oppnår følgende kriterier: (1) minimum av 30 ukentlig prisobservasjoner, (2) minimum gjennomsnittlig markedsverdi på \$2 millioner, (3) minimum gjennomsnittlig handlevolum på 0,1 % per uke, (4) minimum handlekontinuitet (målt som prosent av uker (her 15 %) innen en handel skjer) og (5) maksimum gjennomsnittlig bid-ask spread på 20 % (som er definert relativ det aritmetiske snittet på bid-ask noteringene). Etter disse restriksjonene sitter de igjen med et sample på 122 instrumenter, noe som indikerer at likviditet er det seriøst problem til og med når selskapene er notert på børs.

De analyserer så (kontinuerlig effektiv) avkastning og risiko til tre forskjellige porteføljer/indekser: (1) verdivektet portefølje, kjøp-og-hold (delvis rebalansert) har en avkastning på 5,43 % med et standardavvik på 43,18 % (Sharpe = 0,01). (2) Likevektet portefølje, fullt rebalansert, har en avkastning på 15,99 % med et standardavvik på 19,34 % (Sharpe = 0,57). (3) Likevektet portefølje, kjøp-og-hold (delvis rebalansert) har en avkastning på 5,91 % med et standardavvik på 26,93 % (Sharpe = 0,04). De har også estimert beta, som blir henholdsvis 1,2 for (1), 0,6 for (2) og 0,74 for (3). Det er klart fra disse tallene at måten man veker og rebalanserer porteføljene på har en signifikant innvirkning på avkastnings- og risikoparameterne.

I tillegg til dette har de prøvd å korrigere for diverse skjevheter grunnet illikviditet, bid-ask spread og sample selection. Problemet med illikviditet kan måles med autokorrelasjon, der en positiv autokorrelasjon vil lede til nedside – skjevhet i estimerte risikoparametere. Etter å ha korrigert for dette problemet øker standardavviket til de to likevektede porteføljene betraktelig, opp til henholdsvis 33,69 % og 37,09 %. Beta øker også, samtidig som Sharpe faller. Videre korrigerer de for bid-ask spread, noe som gjør at avkastningen for de to likevektede porteføljene blir nedjustert med henholdsvis 8,33 % og 0,39 %. I tillegg undersøker de eventuelle problemer med survivorship bias. Resultatet av denne siste skjevheten er kanskje noe overraskende. De finner små *positive* skjevheter; altså hvis man inkluderer de ”ikke – overlevende” PE – selskapene fører dette til *høyere* avkastning. En mulig forklaring på dette er at kun fire av de totalt åtte ikke – overlevende selskapene i indeksen rapporterte dårlig avkastning. To av de fire andre ble kjøpt opp, mens de to siste endret hovedfokus (bort fra PE). Begge viste derimot god avkastning frem til de ble fjernet. De konkluderer dermed med at det er viktigere å korrigere for autokorrelasjon og bid-ask spread enn survivorship.

6 – Datagrunnlag og metode

Vi vil nå gå over i analysedelen av oppgaven. I denne sammenheng vil vi først presentere datagrunnlaget som ligger til grunn for våre analyser og resultater, før vi deretter presenterer metodikken som er brukt for å løse allokeringsproblemet.

6.1 Datagrunnlag

For den videre porteføljeanalysen har vi benyttet oss av 6 ulike indekser som fungerer som proxy for 3 ulike aktivaklasser; PE, aksjer og obligasjoner. For PE har vi brukt 3 indekser som er differensiert med tanke på strategi i underliggende selskap. For aksjer har vi benyttet en global og en norsk indeks, og for obligasjoner har vi brukt en global obligasjonsindeks. Alle indeksene er av typen Total Return indeks (TR) som inkluderer dividende/kupong-utbetalinger til eierne og alle indeksene har regelbasert utvelgelse (ingen aktiv seleksjon). Videre er tidsperioden (valgt) for alle indeksene 01.01.1994 – 01.03.2008. Disse tidsperiodene er begrenset av PE – indeksene som ikke går lenger tilbake i tid. Kilde for alle indeksene er Thomson Datastream²³. I de følgende avsnitt presenterer vi kort de ulike indeksene brukt i oppgaven. Som nevnt tidligere i oppgavene finnes det flere ulike LPE – indekser man kunne ha tatt utgangspunkt i. Vi har valgt indeksene fra LPX GmbH fordi de har den lengste tilbakeførte (rekonstruerte) historien, vi får dermed flere observasjoner. I tillegg har LPX en større indeks – familie enn de andre, noe som gjør at vi kan velge ut to egne indekser for BO og VC, som kan være interessant å se nærmere på.

6.1.1 LPX GmbH. Indeksene LPX 50, LPX Buyout og LPX Venture.

LPX GmbH er et firma basert i Sveits som tilbyr analyse av PE og som har konstruert en indeks-familie bestående av elleve indekser som alle har noterte PE-selskaper (LPE) som underliggende aktivum²⁴. Indeksene er fordelt etter region og forvaltningsstrategi og er transparente og dermed investerbare via såkalte tracker-fond som til enhver tid følger denne indeksen. Med transparent menes at informasjon om indeksenes innhold, kriterier og algoritmer benyttet i konstruksjonen er offentlig tilgjengelig. Indeksene oppdateres daglig (mandag – fredag) med sluttkursene for hvert fond representert. LPX tilbyr også en tjeneste med real-time oppdatering. Data formidles via Bloomberg, Datastream med flere. Metoden for konstruksjon ble laget i 1999 under akademisk veiledning av medeier Professor Dr. Heinz Zimmermann som også er ansatt ved Universitet i Basel²⁵. Mange av indeksene har imidlertid en "base date" før 1999 (altså en tilbakeført tidsserie), noe som skyldes at LPX har benyttet samme metode på historiske data så langt tilbake som mulig gitt visse kriterier. Universet av

²³ For mer informasjon om denne databasen se <http://www.datastream.com/>.

²⁴ Disse 11 indeksene er: LPX50, LPX Major Market, LPX Buyout, LPX Composite, LPX Europe, LPX America, LPX Venture, LPX Direct, LPX Indirect, LPX UK, LPX Mezzanine. For en nærmere presentasjon se <http://www.lpx.ch/>

²⁵ Datagrunnlaget og metoden som ligger til grunn for indeksene kan det leses mer om i litteratordiskusjonen i avsnitt 5.3 (Zimmermann et. al (2005)).

selskaper som potensielt kan inngå i en eller flere av LPX – indeksene er alle LPE – selskaper fra store deler av verden som er børsnotert, og hvor minimum 50 % av nettobeholdningen er investert i egenkapital som ikke er notert. Nettobeholdningen beregnes daglig av LPX gjennom en standardisert modell som benyttes på selskaper allerede i investeringsuniverset, og på selskaper som er nye eller som tidligere er ekskludert.

For at et LPE-selskap skal kunne inngå i en LPX-indeks må det oppfylle likviditetskrav innen de følgende 5 områder:

- En maksimal bid-ask-spread
- Minimum market cap (markedsverdi)
- Handelsvolum i forhold til market cap
- Kontinuitet i handel av selskapet (Trade Continuity)
- Et minstekrav av prisobservasjoner på gjeldende børs

Likvidetskravene gjelder for alle indeksene, og beregnes på hvert selskap 2 ganger i året som et årlig gjennomsnitt. (For perioder før 1999 beregnet som et snitt over selskapets levetid). Kravene kvantifiseres og minstekravet varierer noe fra indeks til indeks. Videre er kravene absolutte (KO-criterium), slik at om et selskap feiler på ett krav ekskluderes det fra indeksen. Ved ekskludering av et selskap blir det selskapet med høyest rangering som ikke allerede er inkludert tatt inn i indeksen. LPX opererer med 2 ulike rangeringer hvor man enten rangerer etter market cap eller etter handelsvolum. Hver indeks baseres på en av disse rangeringene²⁶.

Indeksene fra LPX GmbH vi har valgt å bruke som proxy for PE – klassen er LPX 50 (global), LPX Buyout og LP Venture. Her følger en kort presentasjon av disse:

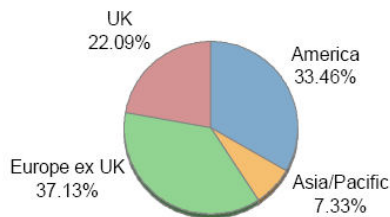
LPX 50 utgjør vår benchmark for investering i PE i de fleste analysene. Denne globale indeksen rangerer enhetene etter market cap, og følger de 50 største LPE – selskapene som er likvide nok (jfr. diskusjon overfor) på tvers av regioner og strategi. Dette er ifølge LPX selv den mest brukte benchmark-indeksen deres nettopp fordi den er veldiversifisert.

LPX 50 består av maksimalt 50 PE – selskap, hvor hvert selskap maksimalt kan utgjøre 15% av indeksverdien (maks CAP) (Newsletter LPX 50, 2008). Pr dags dato utgjør ingen selskaper mer enn 10% av indeksen. Indeksen har startdato 31.12.93, og denne er satt så langt tilbake i tid som mulig uten at antall tillatte selskaper i indeksen er mindre enn 10. For perioden før

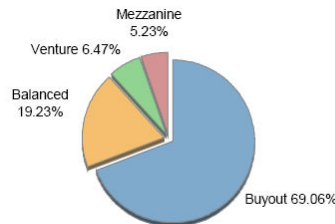
²⁶ For detaljer rundt algoritmer, indekser etc se:
http://www.lpx.ch/fileadmin/images/indices/LPX_Guide_to_the_Equity_Indices.pdf

1999 (historisk rekonstruksjon av indeks) ble likvidetskriteriene vurdert for hele perioden under ett (årlig snitt), mens det etter dette blir vurdert 2 ganger i året. Fordeling etter region og strategi er begge satt i forhold til selskapenes størrelse (market cap).

Figur 6.1: Geografisk fordeling (april 2008)



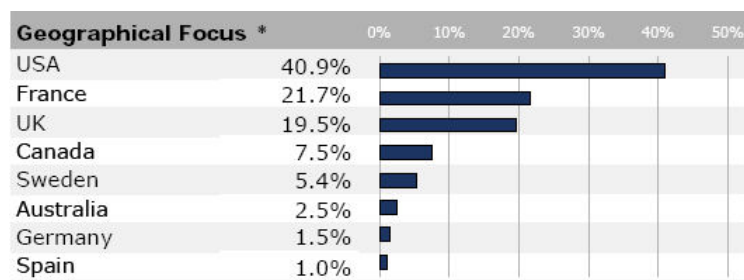
Figur 6.2 Strategifordeling (april 2008)



(Kilde: LPX GmbH (2008): Newsletter LPX 50 TR)

LPX Buyout inkluderer selskaper som har buyout (eller mezzanine) som hovedstrategi eller som investerer i fond som har dette som hovedstrategi. I motsetning til LPX 50 rangeres selskapene her etter handelsvolum, hvor de selskapene som handles mest rangeres høyest. Indeksen består pr i dag av 20 LPE-selskaper (av maksimalt tillatte 30 selskaper) hvor den geografiske inndelingen ser slik ut (Newsletter LPX Buyout, 2008):

Figur 6.3: Geografisk inndeling (LPX Buyout)



(Kilde: LPX GmbH (2008): Newsletter LPX Buyout TR)

LPX Venture inkluderer selskaper som har venture som hovedstrategi eller som investerer i fond som har dette som hovedstrategi (LPX Guide To The Equity Indices). Indeksen kan maksimalt inneholde 30 selskaper og disse rangeres i likhet med LPX Buyout etter handelsvolum. Indeksen har høyere tillatt bid-ask spread, lavere minimum handelsvolum og handelskontinuitet enn de to foregående indeksene. Dette indikerer at denne indeksen består

av mindre likvide selskaper. LPX har ikke utgitt spesifikk informasjon med tanke på antall selskaper eller geografisk inndeling knyttet til denne indeksen. De har heller ikke besvart våre henvendelser.

6.1.2 MSCI World²⁷

Denne indeksen produseres av Morgan Stanley Capital International og består av selskaper i det MSCI definerer som utviklede markeder. Pr i dag er selskaper fra 23 land i Europa, Nord-Amerika og Asia/Oceania inkludert. Underliggende selskap sin vekt i indeksen bestemmes av selskapets markedsverdi (market cap) justert for aksjer som ikke er fritt omsettelig (free-float adjustment). Dette, sammen med krav til likviditet i aksjene, fører til at selskapene som inngår i all hovedsak kan kategoriseres som large/mid cap. Indeksen tar sikte på å dekke 85% av hvert segment i hvert av markedene som inngår og inkluderer over 1500 selskaper. USA utgjør det klart største markedet med ca 60% basert på market cap. MSCI World er mye brukt i litteratur som benchmark for en global aksjeportefølje (Wilson, 2002). I likhet med LPX er det også mulig å investere i passive fond som følger indeksen.

6.1.3 MSCI Norway

Indeksen tar utgangspunkt i alle noterte selskaper på Oslo Børs, deretter justeres det for free-float og selskapene rangeres etter størrelse, likviditet og minstekrav for free-float. MSCI Norway er naturligvis sterkt korrelert med OBX Total Return ($\rho=0,98$)²⁸, og ble valgt da denne indeksen har lengre historikk enn OBX Total Return indeksen. For oppgavens formål synes MSCI Norway å være en god benchmark på en bred investering i børsnoterte norske selskaper.

6.1.4 Lehman Global Aggregate Index

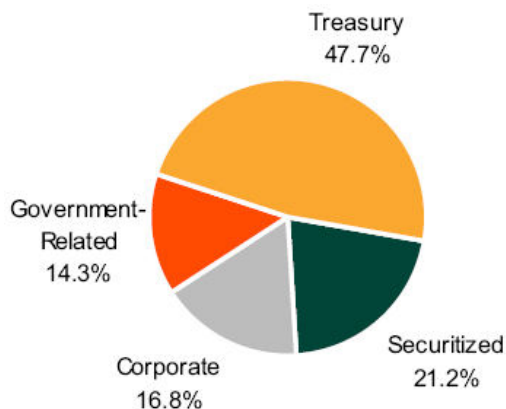
Denne indeksen produseres av Lehman Brothers og er en global indeks som dekker rentepapirer med minimum Baa3/BBB- rating (investment grade) og minimum 1 år til forfall. Indeksen ble først produsert i 1999 med historisk rekonstruksjon tilbake til 1990 og er benyttet i stor utstrekning av investorer og academia som benchmark. Global Aggregate er i praksis en samlet indeks som består av U.S Aggregate Index, Pan-European Aggregate Index og Asian-Pacific Aggregate Index. Samlet sett utgjør disse 3 indeksene ca 95% av Global

²⁷ For mer informasjon se <http://www.msicibarra.com/products/indices/equity/methodology.jsp>

²⁸ Egne utregninger i tidsperioden 2003 – 2008.

Aggregate indeksen. Av papirer som er ekskludert fra indeksen er de viktigste konvertible obligasjoner, obligasjoner med flytende rente og obligasjoner hvor renten er knyttet opp mot inflasjon. Informasjonen er hentet fra Lehman Brothers – Global Aggregate Index 2008. For mer informasjon refereres det til denne.

Figur 6.4: Lehman Global Aggregate Sektor – inndeling (pr 31.12.2007)



(Kilde: Lehman Brothers – Global Aggregate Index 2008)

6.1.5 Risikofri rente

Som risikofri rente tar vi utgangspunkt i gjennomsnittlig rente for 3 måneders Treasury Bill for USD, 3 måneders effektiv NIBOR for NOK.

6.2 Metode

Vi benytter, som datagrunnlaget tilsier, daglige indeksverdier i perioden 01.01.1994 – 01.03.2008. Dette gir oss 3703 observasjoner per indeks. For MSCI og Lehman sine indekser er det i deler av perioden kun beregnet endringer i indeks en gang per måned. Videre inkluderer datasettet daglige verdier for valautakursene USD (\$) til Euro (€), Euro (€) til NOK og proxy for risikofri rente tilhørende de ulike valutaene.

6.2.1 Avkastning, risiko og korrelasjon

For de tre parameterene vi trenger i analysen; (1) historisk avkastning, (2) risiko (målt ved standardavvik) og (3) korrelasjon, har vi brukt følgende metodikk:

(1) **Avkastning** beregner vi som aritmetisk månedsavkastning etter definisjonen:

$$R_j \equiv \frac{P_{j,t}}{P_{j,t-1}} - 1$$

hvor R_j = aritmetisk månedsavkastning; $P_{j,t}$ = pris tidspunkt t på aktivum j

Deretter er gjennomsnittlig månedsavkastning for valgt periode skalert til årlig avkastning ved å multiplisere med 12.

(2) **Risiko** målt ved standardavvik er beregnet som standardavviket i månedsavkastning:

$$\sigma_j = \text{Stdev}(R_j)$$

Deretter er standardavviket skalert til en årlig størrelse ved å multiplisere med kvadratroten av 12.

(3) **Korrelasjon** mellom indeksene er målt som korrelasjon mellom månedsavkastning:

$$\rho_{jk} = \text{Correl}(R_j, R_k), \text{ kovarians beregnet som } \text{Cov}(R_j, R_k) = \rho_{jk} \times \sigma_j \times \sigma_k$$

hvor årlig standardavvik er benyttet og varians som $\text{Var}(R_j) = \sigma_j^2$

For beregninger med ulik valuta som utgangspunkt er alle dataseriene konvertert til gjeldende valuta, beregningene for øvrig er de samme. For beregninger i delperioder er alle nevnte størrelser kalkulert for gjeldene periode.

6.2.2 Optimale vekter i en portefølje

Ved hjelp av størrelsene nevnt ovenfor er det mulig å lage en porteføljefront i excel. Dette gjøres ved å minimere (halve) standardavviket for en rekke forhåndsbestemte avkastninger for porteføljen (trade-off-curve), med budsjettrestriksjon at summen av vektene er lik 1. I vårt tilfelle er fronten laget med et risikofritt aktivum slik at budsjettrestriksjonen ikke er hensyntatt, men skalert for i ettertid. Fronten er en hyperbel med avkastning langs y-aksen og standardavvik langs x-aksen. Regnearket er laget ved matrisenotasjon og er bygget på closed-form løsninger og bygger på det som er kjent som Merton-Roll Effisiensanalyse (Merton,

1972)²⁹. Fronten bestemmes entydig av 3 såkalte informasjonskonstanter kalt a , b og c . For forenkling inneholder regnearket vårt også konstantene d og γ som i seg selv kun inneholder informasjonskonstantene samt risikofri rente. Informasjonskonstantene består av enhetsvektoren, invers varians-kovariansmatrise og avkastningsmatrise for aktivaklassene. Kombinert med risikofri plassering får man kapitalallokeringslinjen. Tangentporteføljen som vi tar utgangspunkt i ved beregning av vektorer finnes der linjen fra risikofri rente tangerer porteføljefronten. Denne metoden har ingen begrensninger på short-salg. Slike begrensninger må håndteres numerisk da ingen generell closed-form løsning for dette eksisterer.

I de tilfellene hvor vi har fjernet mulighet for short-salg har vi benyttet excel for å beregne maksimal avkastning for suksessivt gitte standardavvik med bruk av ikke-negativitetsrestriksjoner for vektene (i excel-solver). Foruten ikke-negativitetsrestriksjoner, er modellen begrenset av at vektene i sum ikke overstiger 1, samt at porteføljens standardavvik ikke overstiger et bestemt standardavvik. Modellen er benyttet på en rekke standardavvik, og tangeringsportefølje er valgt for portefølje med den største sharpe-ratio.

Tangeringsporteføljen er således en tilnærmet størrelse, men etter vårt skjønn tilstrekkelig nøyaktig for vårt bruk.

For beregning av avkastning i NOK med terminsikring av valutakurs har vi beregnet termintillegg/terminfradrag pr måned ved å bruke nevnte proxy for risikofri rente. Renten er beregnet som gjennomsnittlig årsrente per måned og deretter konvertert til en månedsrente. Termintillegg/terminfradrag er så lagt til/trukket fra månedlige avkastningstall i USD. Vi har antatt perfekt valutasikring som forutsetter at investor er i stand til å sikre både investert beløp og avkastning i perioden. I praksis er det umulig å vite hvor mange kontrakter man skal kjøpe, da avkastning er en usikker størrelse.

I analysene med usikret valuta er alle prisserier konvertert til NOK med daglige valutakurser. Endringer i valutakurs slår dermed direkte inn på investors avkastning i dette tilfellet. Modellen krever at avkastning for aktivaklassene er lineært uavhengig (ingen av vektorene kan skrives utelukkende som en kombinasjon av de resterende vektorene) og at gjennomsnittlig avkastning for minimum 2 av aktivaklassene er forskjellig. Videre forutsettes

²⁹ Se appendiks for formelark. Kilde: Ekern, Steinar (2007): *Portfolio analysis in matrix notation*. Forelesning i ECO421 – Finansieringsteori (høst 2007)

det at varians-kovarians-matrisen er symmetrisk og at den inverse varians-kovarians-matrisen eksisterer (at den er ikke-singulær, med positiv determinant)

Øvrige begrensninger: Modellverktøyet vi har benyttet er av det man kaller en statisk enperiodemodell. I vårt tilfelle er perioden årlig og med statisk menes at det ikke forgår noen rebalansering i perioden. Implisitt betyr dette at alle størrelser forventes å være konstant i perioden. Alle størrelser er basert på historiske tall og modellen gir dermed uttrykk for optimal allokering i et "gjennomsnittlig år" for alle aktivklassene. I den grad man tenker seg modellen som en rettesnor for fremtidig allokering vil investors forventninger om fremtidig avkastning, risiko og korrelasjon for aktivklassene være avgjørende. Dette er derimot ikke fokus i vår oppgave. Med tanke på risiko tar modellen utelukkende hensyn til risikoaversjon på porteføljenivå. Risiko er også kun målt ved porteføljens totale standardavvik, noe som er en forenkling dersom man investerer i aktivaklasser hvor man observerer at avkastning ikke er normalfordelt (jfr skewness etc.). I et marked i likevekt med positiv eller negativ skjevhet i avkastninger (ikke symmetrisk avkastning) vil mer informasjon enn forventet avkastning og standardavvik være priset inn.

7 – Analyse og resultater

7.1 Optimal allokering. US Dollar.

For en portefølje bestående av LPX 50, MSCI World og Lehman Global Aggregate (Lehman) sett under hele perioden finner vi at optimal andel i PE har vært 14%, aksjer 7,2% og obligasjoner 78,8%. Vi ser at obligasjoner har høyest sharpe-ratio med 0,50 og aksjer den laveste med 0,39. Videre er avkastningene både i PE og aksjer nærmest ukorrelert med avkastning i obligasjoner. Den noe lave aksjeandelen kan forklares ved at PE har høyere sharpe-ratio samt at avkastning i PE og i aksjer er sterkt korrelert (0,73).

PE er aktivaklassen med den høyeste gjennomsnittlige avkastningen og det høyeste tilhørende standardavviket.

For å si noe om resultatenes stabilitet over tid er analysen også gjennomført for to delperioder, periode 1 går fra 1994 til og med 1999, periode 2 fra år 2000 til mars 2008. Periodene er valgt for å vurdere de ulike aktivklassene i en periode hvor vi vet at aksjer spesielt har hatt en

positiv utvikling (periode 1) og en periode som vi vet inneholder en nedgangsperiode (periode 2). I periode 1 ser vi ikke uventet at både PE og aksjer har hatt høyere avkastning enn i hele perioden under ett. Standardavviket til de to aktivaklassene er imidlertid marginalt lavere, og dette fører til en optimal portefølje som har langt større andel PE og aksjer, henholdsvis 37,8% og 26,8%. Andel i obligasjoner er nå redusert til 35,5%. Korrelasjonen mellom aksjer og PE er lavere nå (0,60) sammenlignet med hele perioden.

I periode 2 ser vi dramatiske forskjeller i avkastning for aktivaklassene kontra periode 1. PE leverer dårligere avkastning enn risikofri rente i gjennomsnitt for denne perioden og får negativ vekt i porteføljen (-12,0%). Aksjer leverer en marginal meravkastning ($3,4\% - 3,2\% = 0,2\%$) og vektes med 14,8%, mens obligasjoner vektes med 97,2%.

Med en avkastning på 7,0% har obligasjoner en høyere avkastning i periode 2 enn både i periode 1 og periodene under ett. Korrelasjon mellom aksjer og obligasjoner er 0,02 og porteføljen viser tydelig verdien av ha en andel obligasjoner i porteføljen i perioder hvor aksjemarkedet er svakt.

Risiko målt ved standardavvik for PE og aksjer er tilnærmet uendret mellom de to periodene. Dette indikerer at spredning i avkastningstall ikke varierer særlig mye avhengig av størrelsen på avkastningstallene. Figurer i appendiks 2 som viser utvikling i avkastning og standardavvik for de to målt ved rullerende 5-års horisonter gjennom hele perioden viser imidlertid noe annet. Spesielt for PE ser vi at standardavviket for målt over 5 år varierer med verdier fra ca 15% - 30%, mens det for aksjer varierer med verdier fra ca 10% - 17%. Figurene viser også at volatiliteten i seriene øker i periodene rundt århundreskiftet som hadde svak avkastning.

For neste analyse har vi utvidet analysen til 4 indekser hvor LPX Buyout og LPX Venture erstatter LPX 50. Hensikten med denne analysen er å se hvilken av de to PE-strategiene som synes å ha levert de beste resultatene i perioden og dessuten vurdere samlet vekt i PE. Videre er det av interesse å se i hvilken grad venture og buyout er korrelert og dermed noe om mulighetene for strategi-diversifikasjon innen PE.

For hele perioden ser vi at buyout har levert høyere avkastning og lavere risiko enn venture og at begge PE-strategiene har høyere avkastning og standardavvik enn aksjer.

Korrelasjonskoeffisienten mellom PE-indeksene er 0,52, og korrelasjon mellom buyout og aksjer er 0,64. Mellom venture og aksjer er korrelasjonen 0,67. Vi observerer altså en lavere korrelasjon mellom PE-indeksene enn det vi gjør for hver av PE-indeksene og den bredt

sammensatte aksjeindeksen. På bakgrunn av dette er det ikke overraskende at vi nå får en samlet sett større andel i PE totalt (25% til sammen) og en lavere andel i aksjer (-0,8%). Deler vi perioden i 2 som tidligere finner vi at det i periode 1 særlig er venture som utmerker seg med stor gjennomsnittlig avkastning (37,1%), noe som antagelig henger sammen med det som gjerne kalles internett-boblen (dot-com) og det at venture trolig var eksponert mot små teknologi-selskaper i større grad enn de andre indeksene. Dette gjenspeiles også i periode 2 hvorefter venture hadde en gjennomsnittlig avkastning på -7,1%. Til sammenligning gikk buyout fra en avkastning på 17,2% i periode 1 til 14,8% i periode 2. For aksjer var de samme tallene henholdsvis 16,7% og 3,4%, noe som tyder på at buyout i mindre grad inneholder selskaper blant de sterkest rammede av boblen.

7.2 Optimal allokering. Norske kroner (NOK)

For analyser målt i NOK inngår LPX 50 som proxy for PE, Msci World og MSCI Nor som proxy for henholdsvis globale og norske aksjer. Som proxy på globale obligasjoner brukes Lehman Global Aggregate.

Med utgangspunkt i en investor som ikke gjør noe med valutaeksponeringen er alle seriene i analysen konvertert til NOK på daglig basis. I praksis medfører dette at investor tjener på kursstigning og taper på kursfall. Nettopp denne valutaeksponeringen gjør denne analysen meget spesiell, med vekter som går fra -358% (MSCI World) til +336% (MSCI Nor), noe som i stor grad skyldes USD depresiering i forhold til NOK i vår periode. Dette fører blant flere ting til at avkastningen for obligasjoner er lavere enn norsk risikofri rente i perioden.

Disse svakhetene gjør denne spesifikke analysen verdiløs for

Når vi i denne analysen ikke tillater short-salg finner vi den største sharpe-ratio ved å kombinere kun MSCI Nor (91,4%) og LPX 50 (8,6%).

Analyse med perfekt valutasikring som beskrevet i avsnitt xx gir resultater som ligner langt mer på det vi ville forvente. Uten restriksjoner får vi en vekt i PE, norske aksjer, globale aksjer og obligasjoner på henholdsvis 10,0%, 17,4%, -10,5% og 83,2%.

Fremdeles kommer norske aksjer svært godt ut i forhold til globale aksjer med tanke på avkastning, risiko og korrelasjon med øvrige aktivaklasser. Spesielt betydningsfull er den lave korrelasjonen med globale obligasjoner (-0,22). Med restriksjoner som ikke tillater short-salg finner vi vekter på 8,5%, 15,2%, 0% og 76,3% i tilsvarende rekkefølge som over.

I den siste analysen vi presenterer har vi utelukket MSCI Nor. Fremdeles er seriene valutasikret og avkastningen gjenspeiler således avkastning for norsk investor som har investert i globalt diversifiserte (Norge inkludert) porteføljer for de 3 aktivaklassene. For denne investoren har de optimale vektene gjennom perioden vært 14,1% i PE, 8,5% i aksjer og 77,4% i obligasjoner.

7.4 Mulige svakheter og utbedringer ved analysen

En åpenbar svakhet ved å bruke LPE (herunder LPX) som proxy for PE – klassen er at disse indeksene er relativt ny. På grunn av dette har man kanskje ikke nok observasjoner, eller nok kunnskap om indeksene, til å legge slike tallmaterialer som grunn for en analyse av optimal allokering. Dette blir spesielt viktig når vi vet hvor store summer som opererer i PE – markedet. Hvis en institusjonell investor skulle plassere kapital i PE - markedet basert på feilaktige allokeringer kan dette fort få betydelige konsekvenser for avkastningen. I denne sammenheng må det sies at vi har basert oss på historiske avkastninger, og dermed funnet ut hva som *har* vært optimale allokeringer. En optimal allokering for fremtidige perioder er ikke bare basert på historisk avkastning, risiko og korrelasjon, men også, som nevnt, forventninger om disse parameterene i fremtiden. En analyse av historisk avkastning vil/kan derimot spille inn på forventningene. Et annet, men relatert problem knyttet til at LPE er relativt nye aktivaklasser, er den rekonstruerte historien som indeksene operer med. Idzorek (2007) fant at de beregnede tallene for avkastning og risiko i indeksene LPE IndexSM og International LPE IndexSM var meget avhengig av hvilke vekter man brukte i rekonstruksjonen (se avsnitt 5.3). I tillegg kan det være at den konstruerte indeksen er betydelig vektet/konsentrert mot et fåtall selskap tidlig i tidsperioden, siden det var mange færre selskap som var notert på børs for bare inntil et par år siden. Om disse forholdene også skulle gjelde ved LPX-indeksene må resultatene våre tolkes med forsiktighet, siden man ikke kan forvente at dette vil være situasjonen også i fremtiden, da det er flere og flere PE-selskap som går på børs.

Et annet problem knyttet til MPT – rammeverket er den implisitte antagelsen om at avkastningstallene er normalfordelt (diskuterte i avsnitt 4.5.4, og delevis i 6.2.2). Hvis dette *ikke* er faktum kan det være at våre beregninger er gjenstand for skjevhet ved at høyere moment som skewness og kurtosis ikke har blitt hensyntatt, og dermed vil mean-variance rammeverket feile i å finne optimal allokering. Vi har i denne sammenheng testet for ikke – normalitet. Som en første indikasjon på om avkastningstallene virkelig følger

normalfordelingen har vi hentet ut histogram for de forskjellige indeksene i SPSS (se appendiks 3). Basert på disse kan det se ut som om noen av indeksene ikke er normalfordelt (eller tilnærmet). Vi ser for eksempel at LPX Buyout og MSCI World sannsynligvis har en negativ skewness, mens LPX50 klart har en positiv kurtosis. For å sjekke signifikansen av disse, og de andre indeksene har vi også kjørt Kolmogorov-Smirnov og Shapiro-Wilk tester (se appendiks 3). Kolmogorov-Smirnov testen forkaster nullhypotesen om normalfordelte avkastningstall for indeksene LPX50 og LPX Buyout, mens MSCI World ligger noe i grenseland (hvis vi setter kritisk verdi på 0,05). Dette er noe tilsvarende det Schweizer (2008) fant, hvor han forkastet BO, men ikke VC (ref. avsnitt 4.5.4). Shapiro-Wilk testen forkaster også nullhypotesen for LPX50 og LPX Buyout, men forkaster i tillegg LPX Venture, MSCI Norway og MSCI World. Den eneste indeksen som består begge tester er Lehman Global Aggregate Index.

Basert på dette kan vi med stor grad av sikkerhet si at LPX50 og LPX Buyout ikke er normalfordelt. Når det gjelder de andre indeksen (med unntak av Lehman Global Aggregate) er resultatene kanskje noe mer usikkert (grunnet forskjeller i de to testene), men sannsynligvis følger heller ikke disse en normalfordeling. Implikasjonen for vår oppgave blir dermed at optimeringen kanskje ikke leverer effisiente resultater. Generelt sett vil vi, hvis vi bruker mean-variance optimering og ignorerer høyere moment som skewness og kurtosis, normalt overallokere i alternative investeringer som PE (Schweizer, 2008). Dette må tas med i betraktningen. En mulig løsning på dette problemet kunne ha vært å ta utgangspunkt i en alternativ fordeling som hensyntar høyere moment.

Et tredje problem er knyttet til autokorrelasjon i avkastningstallene som følge av illikviditet. Hvis det finnes positiv autokorrelasjon i disse tallene vil det føre til en nedside-skjevhet i de estimerte risikoparameterene. Med andre ord vil den estimerte volatiliteten i porteføljer som inneholder illikvide aktiva være mindre enn den sanne (Zimmermann et al. 2005). For å teste for autokorrelasjon har vi gjennomført en Runs Test og en Box-Ljung test (se Appendiks 4)³⁰. Resultatet for disse to testene viser at det bare er Lehman indeksen hvor nullhypotesen om ingen autokorrelasjon blir forkastet. I forhold til optimeringen er dette et brudd på forutsetning om lineær uavhengighet i aktivaklassene. Autokorrelasjon og dennes påvirkning på risikoparameterene er på et generelt grunnlag ikke et stort problem i denne analysen, men

³⁰ Vi legger kun ved tabellen fra Runs test samt figurer fra Box-Ljung, da sistnevnte tests tabeller ble for omfattende til å ta med.

man må ta forbehold at vi ikke vet hvor mye autokorrelasjonen i Lehman indeksen påvirker resultatene.

8 – Konklusjoner og videre studier

Formålet for oppgaven var å finne en optimal allokering i Private Equity i en tradisjonell balansert portefølje bestående av aksjer og obligasjoner. Analysene er alle gjennomført i en statisk enperiode modell og gir grunnlag for optimal portefølje basert på gjennomsnittlige avkastninger for gjeldene periode.

For en investor som måler sin avkastning i norske kroner finner vi at optimal vekt i PE perioden sett under ett varierer fra 8,5% - 14,1% avhengig av valutasikring, hvorvidt shortsalg er mulig og om vi har med en ren norsk aksjeindeks eller ikke.

Videre viser analysen at optimal andel i PE målt i USD-avkastning er 14% perioden sett under ett. Analyser for kun deler av perioden inkludert i data-settet viser at resultatene ikke kan sies å være tidsskonsistent, samt at porteføljens vekter er svært følsomme for små endringer i aktivklassenes karakteristika. Optimal samlet andel i PE øker til ca 25% over hele perioden dersom man differensierer mellom venture og buyout. Ved disse resultatene hefter det imidlertid enda større usikkerhet da indeksene er bygget opp av færre og antagelig mindre likvide PE-selskaper.

Sammenlignet med annen litteratur som søker optimal andel LPE i en historisk portefølje er vår andel gjennomgående noe høyere. Analyser bygget på cashflow-data og tilsvarende har stor variasjon knyttet til optimal andel slik at noen direkte sammenligning med våre tall synes overflødig.

Vanlige påstander om PE, som at aktivklassen tilbyr høyere avkastning, lavere risiko enn aksjer og at det er relativt lavt korrelert med aksjer, gjenspeiles ikke i vår analyse. PE kommer jevnt over ut med høyere avkastning, høyere risiko og er sterkt korrelert med aksjeavkastning (ca 0,6 – 0,8). På den annen side kan det diskuteres videre hvorvidt LPE gir et riktig bilde av aktivklassens karakteristika med tanke på at andeler er likvid og at alle investorer har tilgang. Autokorrelasjon i obligasjonsindeksen kan helt klart også være med å påvirke utfall for analysen ved skjevhet i måling av standardavvik.

Som sagt så har vi ikke tatt for oss diversifisering *innenfor* selve PE – klassen, så en videre studie inne dette (for eksempel optimal allokering innefor ulike stiler, geografiske områder etc.) kan være interessant. Vi har heller ikke sett på porteføljeoptimering i fremtidige perioder (kun hva optimal allokering har vært). En studie som tar for seg forventet avkastning, risiko og korrelasjon kan være en studie som bygger videre på denne oppgaven

Referanser

Artus, P. & Teiletche, J. (2004): *Asset Allocation and European Private Equity: A First Approach Using Aggregated Data*. Research Paper.
<http://www.evca.eu/uploadedFiles/Home/Knowledge_Center/External_Research/Academics/full_study.pdf>

Best, M.J & Grauer, R.R (1991): *The Review of Financial Studies*. 1991. Volume 4, number 2, pp. 315 – 342, 1991.

Bodie, Z., Kane, A. & Marcus, A. (2005): *Investments*. 6th ed. McGraw-Hill International Edition

Burgel, Oliver (2000): *UK Venture Capital and Private Equity as an Asset Class for Institutional Investors*. Foundation for Entrepreneurial Management London Business School.
<<http://www.bvca.co.uk/publications/assetclass/assetclassfull.pdf>>

Chen, P., Baiertl, G.T. & Kaplan, P.D. (2002): *Venture Capital and its Role In Strategic Asset Allocation*. The Journal of Portfolio Management, Winter 2002.

Cochrane, J.H. (2004): *The Risk and Return of Venture Capital*. Journal of Financial Economics Vol 75 pp 3 – 52.

Diller, C. & Kaserer, C. (2004): *European Private Equity Funds – A Cash Flow Based Performance Analysis*. CEFS Working Paper No. 2004-01.
<SSRN: <http://ssrn.com/abstract=547142>>

Diller, C. & Kaserer, C. (2007): *What Drives Private Equity Returns? – Fund Inflows, Skilled GPs, and/or Risk?*. Center for Entrepreneurial and Financial Studies (CEFS) & Department for Financial Management and Capital Markets Technische Universität München (Februar 2007). SSRN: <<http://ssrn.com/abstract=665602>>

Ekern, Steinar (2007): *Portfolio analysis in matrix notation*. Forelesning i ECO421 – Finansieringsteori (høst 2007)

EnnisKnupp (2004): *Private Equity Overview*.
<http://www.ennisknupp.com/Portals/57ad7180-c5e7-49f5-b282-c6475cdb7ee7/research_private%20equity%20final.pdf>

Ennis, R.M. & Sebastian, M.D. (2004): *Asset Allocation With Private Equity – Independent Advice for the Institutional Investor*. <http://www.ennisknupp.com/Portals/57ad7180-c5e7-49f5-b282-c6475cdb7ee7/research_asset%20allocation%20with%20private%20equity.pdf>

EVCA (2006): *2006 European Private Equity Activity Survey*. Conducted on behalf of EVCA by Thomson Financial and PricewaterhouseCooper.
<www.argentum.no/pub/config/dir_struc_root/nedlastbare_filer/EVCA_activity_survey_2006.ppt>

- EVCA (2007): *Why and How to Invest in Private Equity, An ECVA Investor Relations Committee Paper*. Belgium, European Venture Capital Association.
- Fama, E. & French, K.R. (1997): *Industry Cost of Equity*. Journal of Financial Economics 43, 153 – 194.
- Getmansky, M., Lo, A.W., & Makarov, I. (2003): *An Econometric Model of Serial Correlation and Illiquidity in Hedge Fund Returns*. MIT LFE Working Paper.
- Grabenwarter, U. & Weidig, T. (2005): *Exposed to the J-Curve: Understanding and Managing Private Equity Fund Investments*. Sample chapter – chapter 6.
<<http://www.altassets.com/knowledgebank/leadingedge/2005/nz6649.php>>
- Hatch, R. & Wainwright, F. (2003): *Note on Private Equity Asset Allocation*. Tuck School of Business at Dartmouth – Center for Private Equity and Entrepreneurship. Discussion Paper.
<http://mba.tuck.dartmouth.edu/pecenter/research/pdfs/asset_allocation.pdf>
- Huss, Matthias (2005): *Performance Characteristics of Private Equity: An Empirical Comparison of Listed and Unlisted Private Equity Vehicles*. University of Basel. Working Paper.
- Ick, Matthias (2005): *Performance Measurement and Appraisal of Private Equity Investments relative to Public Equity Markets*. Working Paper. SSRN: <<http://ssrn.com/abstract=871931>>
- Idzorek, Tom (2007): *Private Equity and Strategic Asset Allocation*. Ibbotson Associates.
- Jones, C.M. & Rhodes-Kropf, M. (2004): *The Price of Diversifiable Risk in VC and Private Equity*. Working Paper. <<http://www.columbia.edu/~cj88/papers/vcriskreturn.pdf>>
- Kaplan, S & Schoar, A (2003): *Private Equity Performance: Returns, Persistence and Capital Flows*. MIT Sloan Working Paper No. 4446-03; AFA 2004 San Diego Meetings.
SSRN: <<http://ssrn.com/abstract=473341>>
- Lehman Brothers (2008): *Global Aggregate Index*. (March 2008).
<http://www.lehman.com/fi/indices/pdf/Global_Aggregate_Index.pdf>
- Ljungqvist, A. & Richardson, M. (2003): *The Cash flow, return and risk characteristics of Private Equity*. NYU, Finance Working Paper No. 03-001.
SSRN: <<http://ssrn.com/abstract=369600>>
- LPX GmbH (2007): *Guide to the LPX Equity Indices Version 2.6*.
<http://www.lpx.ch/fileadmin/images/indices/LPX_Guide_to_the_Equity_Indices.pdf>
- LPX GmbH (2008): *Newsletter LPX 50 TR*. (02.06.08)
<http://lpx.ch/uploads/media/50E200805_Newsletter_LPX50_May_2008.pdf>
- LPX GmbH (2008): *Newsletter LPX Buyout TR*. (02.06.08)
<http://lpx.ch/uploads/media/BOETR200805_Newsletter_LPX_Buyout_TR_May_2008.pdf>

McKinsay (2006): *Private Equity – Changing the Corporate Landscape*. Gjesteforelesning i FIE 402N - Foretakets finansiering. NHH. 2006

Markowitz, Harry (1952): *Portfolio Selection*. Journal of Finance, Mars 1952.

McFall L., R. & Ghaleb-Harter, T.E: (2001): *Private Equity as an Asset Class: Its Role In Investment Portfolios*. The Journal of Private Equity, Fall 2001

McGovern, James (2006): *An overview of Private Equity: Evolution of the Asset Class, Rationale and Considerations for Investing and Keys to Success*. Franklin Park.
<http://www.pionline.com/assets/archive/docs/Franklin%20Park_Private%20Equity%20Overview.pdf>

Merton, R. (1972): *An Analytic Derivation of the Efficient Portfolio Frontier*. Journal of Financial and Quantitative Analysis 7, 1851-1872.

Metrick, A. & Yasuda, A. (2007): *The Economics of Private Equity Funds*. Swedish Institute for Financial Research Conference on The Economics of the Private Equity Market.
SSRN: <<http://ssrn.com/abstract=996334>>

Moskowitz, T. & Vissing-Jørgensen, A. (2002): *The Returns to Entrepreneurial Investment: A Private Equity Premium Puzzle?*. NBER Working Paper No. W8876

PEREP_Analytics, EVCA (2008): *2007 European Private Equity Activity Survey*.
<http://www.altassets.com/pdfs/2007_european_pe_activity_survey.pdf>

Phalippou, L. & Gottschalg, O. (2007): *The Performance of Private Equity Funds*.
SSRN: <<http://ssrn.com/abstract=473221>>

Pradhuman, S., Kan, W. & Chbani, M. (2001): *Private Equity Insights, Asset allocation: A Framework for Private Equity*. Merrill Lynch & Co, Global Securities Research & Economics Group.

Prowse, Stephen D. (1998): *The Economics of the Private Equity Market*. Federal Reserve Bank of Dallas Economic Review, Q3 1998.

Quigley, J.M. & Woodward, S.E. (2002): *Private Equity Before the Crash: Estimation of an index*. University of California, Berkley. Working Paper.

Report of the Alternative Investment Expert Group (2006): *Developing European Private Equity*. European Commission.
<http://ec.europa.eu/internal_market/investment/docs/other_docs/reports/equity_en.pdf>

Schmidt, Daniel (2004): *Private Equity,- Stock- and Mixed Asset-Portfolios: A Bootstrap Approach to Determine Performance Characteristics, Diversification Benefits and Optimal Portfolio Allocations*. Center for Financial Studies, No. 2004/12.

Schweizer, Denis (2008): *Portfolio Optimization with Alternative Investments*. International Business Research Conference 8th Annual Meeting, Dubai, UAE.
SSRN: <<http://ssrn.com/abstract=1091093>>

Scott, R. & Horvath, P.A. (1980): *On the direction of Preference for Moments of higher Order than the Variance*. The Journal of Finance 35, 915 – 919.

Standard & Poor's (2007): *S&P Listed Private Equity Index FAQ*. The McGraw-Hill Companies.
http://www2.standardandpoors.com/spf/pdf/index/SP_Listed_Private_Equity_Index_FAQ.pdf

Statman, Meir (1987): *How Many Stocks Make a Diversified Portfolio*. Journal of Financial and Quantitative Analysis, vol. 22, No. 3, september 1987.

WatsonWyatt (2007): *Private Equity Explained*.
<http://www.watsonwyatt.com/europe/germany/services/investment/media/Private_equity_explained.pdf>

Weidig, T. & Weber, B. (2005): *The Challenge of Using Standard Risk Management in Private Equity*. SSRN: <<http://ssrn.com/abstract=881591>>

Wilson, Hugh (2002): *Benchmark Index Comparisons*. (13.11.2002).
<<http://www.ssga.com/library/resh/hughwilsonbenchmarkindexcomparisons20020630/page.html>>

Woodward, Susan E. (2004): *Measuring Risk and Performance for Private Equity*. Sand Hill Econometrics.

Zimmermann, H. et al. (2005): *Risk, Returns and Biases of Listed Private Equity Portfolios*. WWZ/Department of Finance, Working Paper No. 1/05

Nettsider:

www.bvca.co.uk

www.cepres.de

www.datastream.com/

www.evca.eu/

www.listedprivateequity.com

www.lpx.ch

www.msibarra.com/products/indices/equity/methodology.jsp

www.nvca.org

www.orklfinans.no

www.preqin.com

www.privateequityvaluation.com

www.riskglossary.com

www.spreadsheetmodeling.com/Portfolio%20Optimization%20-%20Many%20Assets.htm

www.standardandpoors.com

www.venturechoice.com

Appendiks 1 – **Portfolio analysis in matrix notation (formelark)**

Return vector:

$$\tilde{R} = (\tilde{R}_j) = \begin{pmatrix} \tilde{R}_1 \\ \vdots \\ \tilde{R}_N \end{pmatrix}$$

Mean vector:

$$\mu = (E(\tilde{R}_j)) = (\mu_j) = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_N \end{pmatrix}$$

Variance-covariance matrix:

$$V = (\text{Cov}(\tilde{R}_j, \tilde{R}_k)) = (\sigma_{jk}) = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1k} & \dots & \sigma_{1N} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_{2k} & \dots & \sigma_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{j1} & \sigma_{j2} & \dots & \sigma_{jk} & \dots & \sigma_{jN} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & \dots & \sigma_{Nk} & \dots & \sigma_N^2 \end{pmatrix}$$

Weight vector:

$$W = (W_j) = \begin{pmatrix} W_1 \\ \vdots \\ W_N \end{pmatrix}$$

Weight vector:

$$X = (X_j) = \begin{pmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_N \end{pmatrix}$$

N- summation vector:

$$e_N = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{a \equiv \mu' \mathbf{V}^{-1} \mu} > 0$$

$$\boxed{b \equiv \mu' \mathbf{V}^{-1} e = e' \mathbf{V}^{-1} \mu}$$

$$\boxed{c \equiv e' \mathbf{V}^{-1} e} > 0$$

$$\boxed{d \equiv ac - b^2}$$

$$\min_X \frac{1}{2} X' \mathbf{V} X$$

$$\text{s.t.} \quad X' \mu = \bar{\mu}$$

$$\text{s.t.} \quad X' e = 1$$

- Lagrange: $\mathcal{L} = \frac{1}{2} X' \mathbf{V} X - \lambda_1 [X' \mu - \bar{\mu}] - \lambda_2 [X' e - 1]$

- Lagrange multipliers: $\lambda_1(\bar{\mu})$ and $\lambda_2(\bar{\mu})$

- First order conditions ($N \times 1$): $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X} = \mathbf{V} X - \lambda_1 \mu - \lambda_2 e = 0_N$

- Reformulate as: $\boxed{\mathbf{V} X = \lambda_1 \mu + \lambda_2 e} \quad (*)$

- Solve the first order conditions (*) by premultiplying by the inverse covariance matrix \mathbf{V}^{-1}
 - Weights of frontier portfolio: $X = \lambda_1 \mathbf{V}^{-1} \boldsymbol{\mu} + \lambda_2 \mathbf{V}^{-1} \mathbf{e}$ (**)
- Written out, the optimal weight for asset $j = 1, 2, \dots, N$ in frontier portfolio having mean $\bar{\mu}$:

$$x_j = \lambda_1 (\bar{\mu}) \sum_{k=1}^N \mathbf{V}_{jk}^{-1} \mu_k + \lambda_2 (\bar{\mu}) \sum_{k=1}^N \mathbf{V}_{jk}^{-1}$$
 - where \mathbf{V}_{jk}^{-1} is the element in j -th row and k -th column of \mathbf{V}^{-1}
- Premultiply (**) by mean vector: $\boldsymbol{\mu}' X = \lambda_1 \boldsymbol{\mu}' \mathbf{V}^{-1} \boldsymbol{\mu} + \lambda_2 \boldsymbol{\mu}' \mathbf{V}^{-1} \mathbf{e}$
 - and then by summation vector: $\mathbf{e}' X = \lambda_1 \mathbf{e}' \mathbf{V}^{-1} \boldsymbol{\mu} + \lambda_2 \mathbf{e}' \mathbf{V}^{-1} \mathbf{e}$

- The LHS are, respectively, the desired mean $\bar{\mu}$ and the number one, giving two equations in the unknown Lagrange multipliers:

$$a\lambda_1 + b\lambda_2 = \bar{\mu}$$

$$b\lambda_1 + c\lambda_2 = 1$$

- Solving for Lagrange multipliers:

$$\lambda_1 = \lambda_1(\bar{\mu}) = \frac{c\bar{\mu} - b}{d}$$

$$\lambda_2 = \lambda_2(\bar{\mu}) = \frac{a - b\bar{\mu}}{d}$$

- Return to the first order condition (*): $\mathbf{V}X = \lambda_1\mu + \lambda_2e$

- Premultiply by X' : $X'\mathbf{V}X = \lambda_1X'\mu + \lambda_2X'e$

- Recognizing terms: $\sigma_p^2 = \lambda_1\bar{\mu} + \lambda_2$

- Lagrange multipliers: $\lambda_1 = \frac{c\bar{\mu} - b}{d} \quad \lambda_2 = \frac{a - b\bar{\mu}}{d}$

- Substituting: $\sigma_p^2 = \left(\frac{c\bar{\mu} - b}{d}\right)\bar{\mu} + \left(\frac{a - b\bar{\mu}}{d}\right)$

- Collecting terms: $\sigma_p^2 = \frac{a - 2b\bar{\mu} + c\bar{\mu}^2}{d}$

- All frontier portfolios (without any additional restrictions on the

weights) satisfy
$$\sigma_p^2 = \frac{a - 2b\mu_p + c\mu_p^2}{d} \quad (***)$$

- A portfolio of two frontier portfolios is itself a frontier portfolio!

Merton-Roll with risk free asset

- Weight vector for *risky* assets: W
 - Weight sum (not necessarily unity!): $W'e = e'W$
 - Weight in risk free asset: $1 - W'e$
 - Portfolio mean: $\mu_p = W'\mu + (1 - W'e)R_F = W'(\mu - R_F e) + R_F$
 - Portfolio variance: $\sigma_p^2 = W'VW$
- Weight vector, *with no risk free investment*: X

- Merton-Roll:

$$\min_W \frac{1}{2} W'VW$$

$$\text{s.t. } W'\mu + (1 - W'e)R_F = \bar{\mu}$$

$$\text{but without } W'e = 1$$

- Lagrange: $\mathcal{L} = \frac{1}{2} W'VW - \gamma [W'\mu + (1 - W'e)R_F - \bar{\mu}]$

Tangency portfolio with a risk free asset

- Recall first order condition (*F): $VW = \gamma[\mu - R_F e]$
 - Recall optimal weights (**F): $W = \gamma V^{-1}[\mu - R_F e]$
- Evaluated at arbitrary portfolio p on tangent:
 - First order condition: $VW_p = \gamma(p)[\mu - R_F e]$
 - Weights: $W_p = \gamma(p)V^{-1}[\mu - R_F e]$
- May *choose arbitrary* Lagrange multiplier $\gamma = \gamma(p)$, solve for W_p , and rescale so that weights sum to one!
 - Weight sum: $W_p'e = \gamma(p)[b - cR_F]$

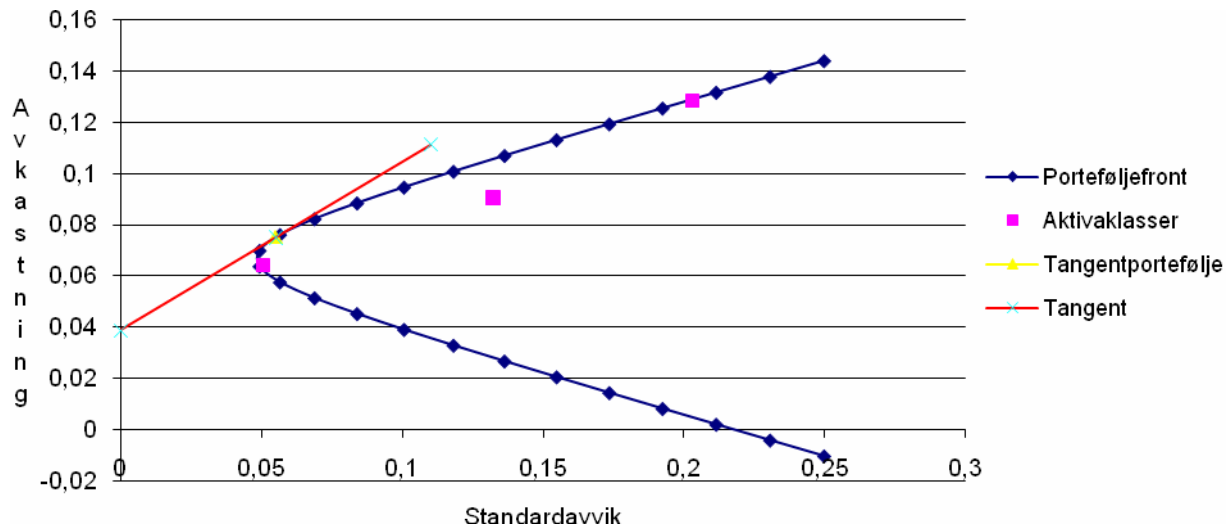
- Weights of tangency portfolio: $X_T = \frac{1}{W_p' e} W_p$

- Tangency portfolio: $X_T = \frac{1}{b - cR_F} \mathbf{V}^{-1} [\mu - R_F e]$

Appendiks 2 - Resultater

Resultater

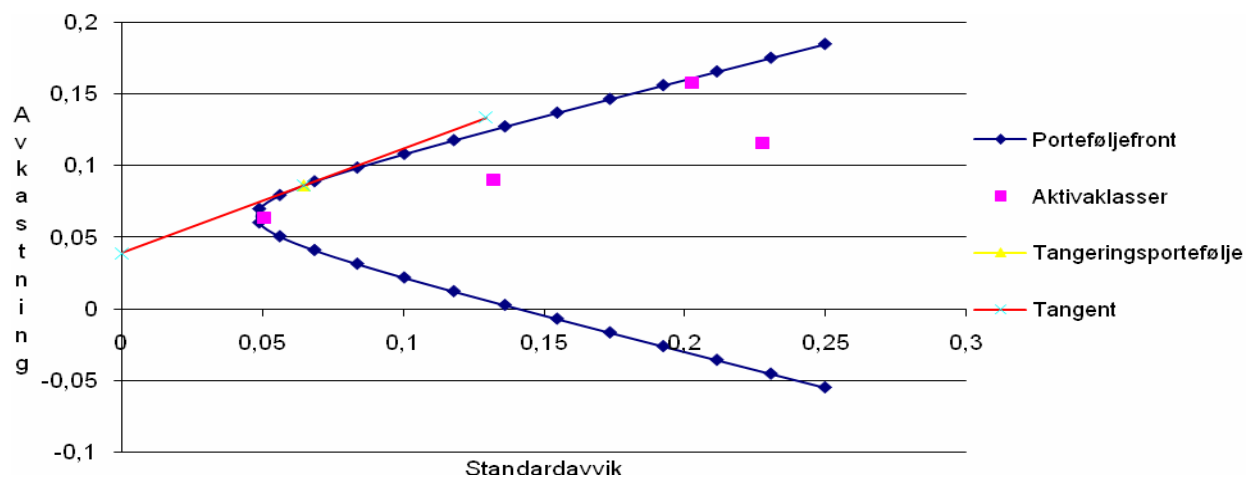
1. Hele perioden (1994-2008), alle serier konvertert til USD, ingen restriksjoner



Korrelasjon	LPX 50	MSCI WORLD	Lehman Global Aggregate
LPX 50	1,00		
MSCI WORLD	0,73	1,00	
Lehman Global Aggregate	0,03	0,06	1,00

Portefølje	Avkastning	Standardavvik	Sharpe ratio	Optimale vektorer
LPX 50	12,8 %	20,3 %	0,44	14,0 %
MSCI WRLD	9,1 %	13,2 %	0,39	7,2 %
Lehman Global Aggregate	6,4 %	5,1 %	0,50	78,8 %
Tangeringsportefølje	7,5 %	5,5 %	0,66	100,0 %

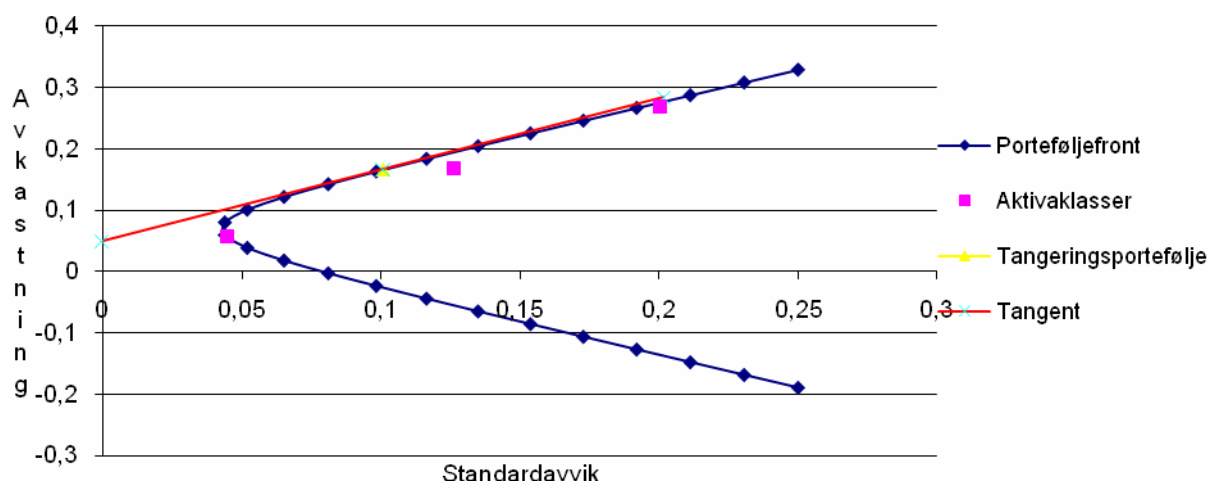
2. Hele perioden (1994-2008), alle serier konvertert til USD, ingen restriksjoner



Korrelasjon	LPX Buyout	LPX Venture	MSCI World	Lehman Global Aggregate
LPX Buyout	1			
LPX Venture	0,52	1		
MSCI World	0,64	0,67	1	
Lehman Global Aggregate	0,13	0,01	0,06	1

Portefølje	Avkastning	Standardavvik	Sharpe ratio	Optimale vekter
LPX Buyout	15,8 %	20,3 %	0,59	21,6 %
LPX Venture	11,6 %	22,8 %	0,34	3,4 %
MSCI World	9,1 %	13,2 %	0,39	-0,8 %
Lehman Global Aggregate	6,4 %	5,1 %	0,50	75,7 %
Tangentportefølje	8,6 %	6,5 %	0,73	100,0 %

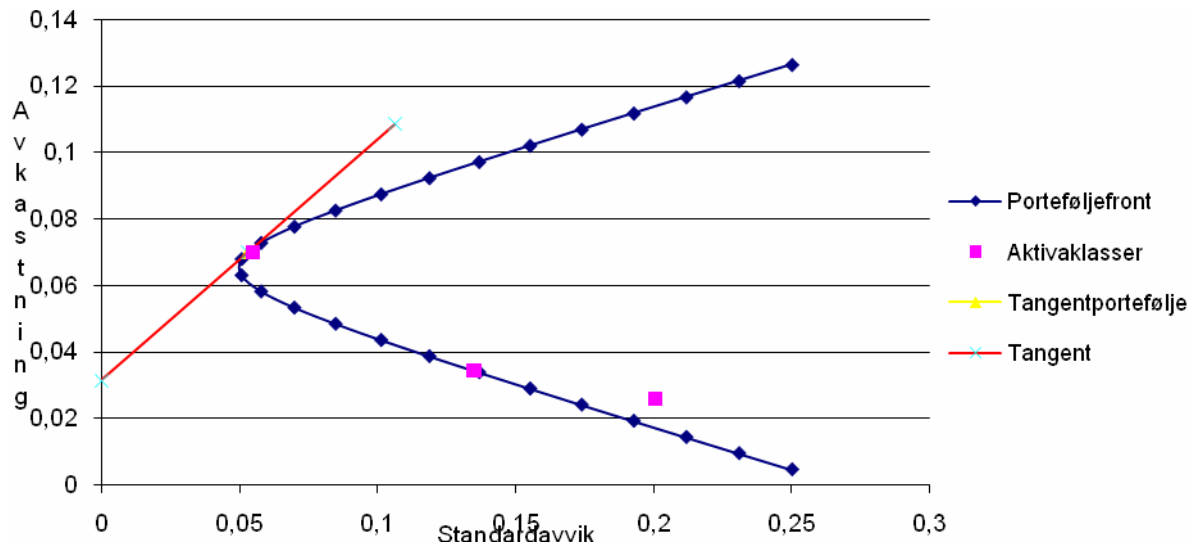
3. Delperiode (01.01.1994 – 31.12.1999), alle serier konvertert til USD, ingen restriksjoner



Korrelasjon	LPX 50	MSCI World	Lehman Global Aggregate
LPX 50	1,00		
MSCI World	0,60	1,00	
Lehman Global Aggregate	-0,07	0,14	1,00

Portefølje	Avkastning	Standardavvik	Sharpe ratio	Optimal allokering
LPX 50	26,8 %	20,0 %	1,09	37,8 %
MSCI WRLD	16,7 %	12,6 %	0,94	26,8 %
Lehman Glob. Agg	5,7 %	4,5 %	0,18	35,5 %
Tangeringsportefølje	16,6 %	10,1 %	1,16	100,0 %

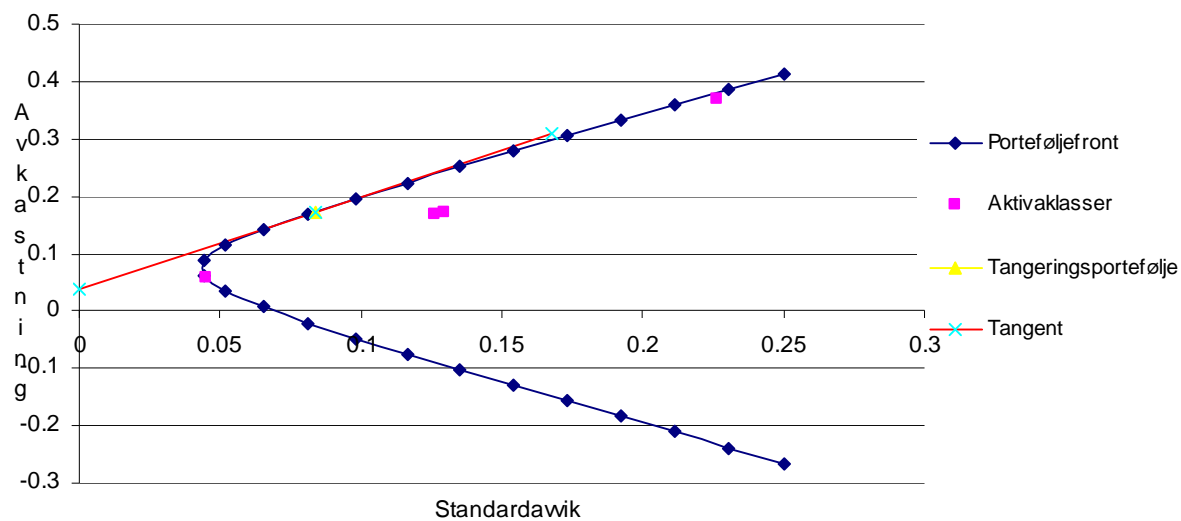
4. Delperiode (01.01.2000 – 01.03.2008), alle serier konvertert til USD, ingen restriksjoner



Korrelasjon	LPX 50	MSCI World	Lehman Global Aggregate
LPX 50	1,00		
MSCI World	0,81	1,00	
Lehman Global Aggregate	0,11	0,02	1,00

Portefølje	Avkastning	Standarddevik	Sharpe ratio	Optimal allokering
LPX 50	2,6 %	20,0 %	-0,03	-12,0 %
MSCI WRLD	3,4 %	13,5 %	0,02	14,8 %
Lehman Glob. Agg	7,0 %	5,5 %	0,70	97,2 %
Tangeringsportefølje	7,0 %	5,3 %	0,73	100,0 %

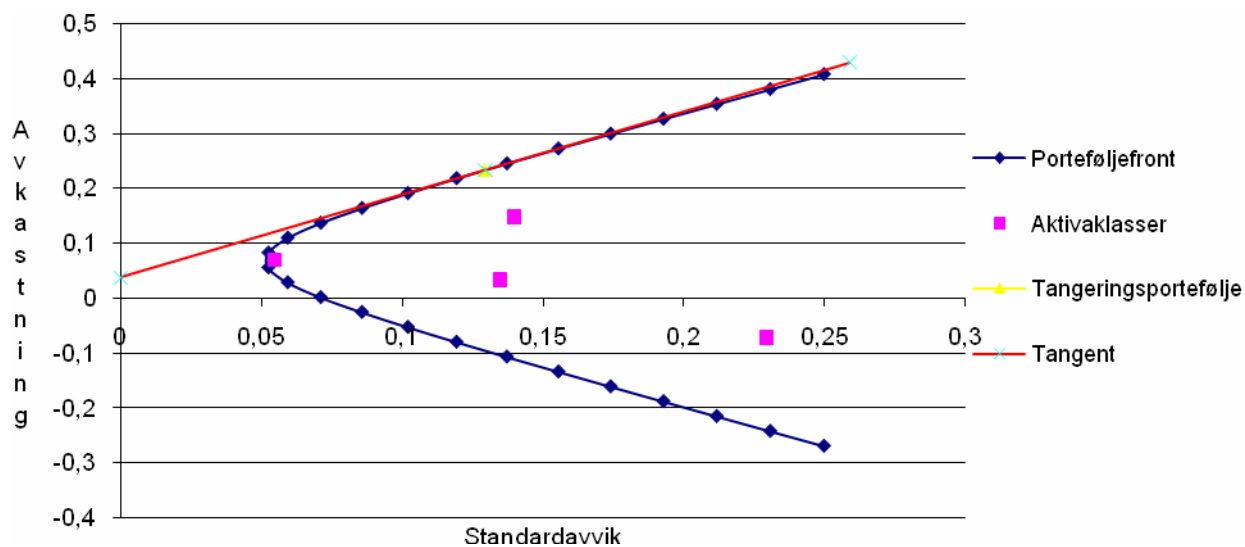
5. Delperiode (01.01.1994 – 31.12.1999), alle serier konvertert til USD, ingen restriksjoner



Korrelasjon	LPX Buyout	LPX Venture	MSCI World	Lehman Global Aggregate	
LPX Buyout	1				
LPX Venture	0.40	1			
MSCI World	0.56	0.59	1		
Lehman Global Aggregate	0.08	-0.07	0.14	1	

	Avkastning	Standardavvik	Sharpe ratio	Optimale vektorer
LPX Buyout	17,2 %	13,0 %	1,02	20,6 %
LPX Venture	37,1 %	22,6 %	1,47	31,9 %
MSCI World	16,7 %	12,6 %	1,01	-6,4 %
Lehman Global Aggregate	5,7 %	4,5 %	0,39	53,9 %
Tangentportefølje	17,3 %	8,4 %	1,61	100,0 %

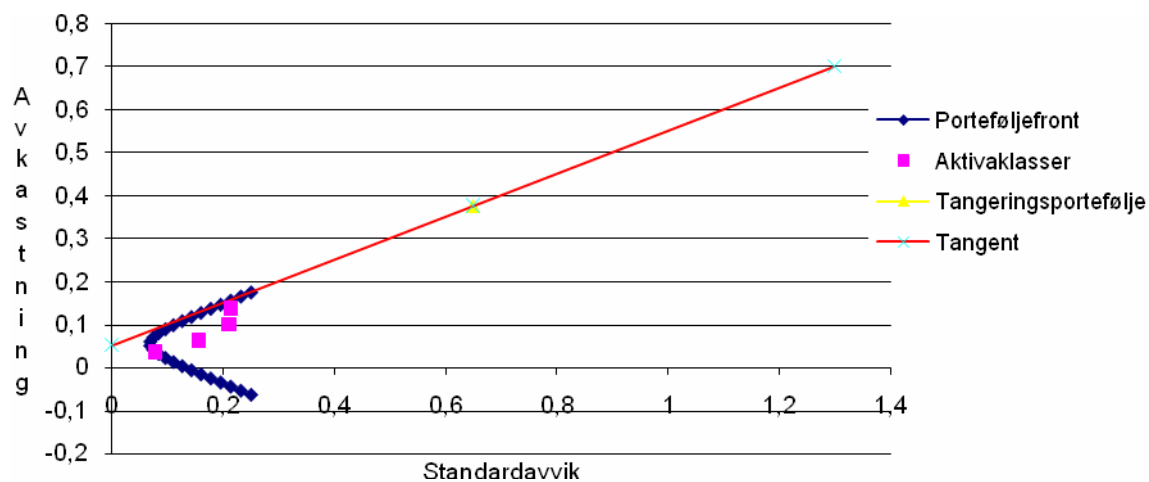
6. Delperiode (01.01.2000 – 01.03.2008), alle serier konvertert til USD, ingen restriksjoner



Korrelasjon	LPX Buyout	LPX Venture	MSCI World	Lehman Global Aggregate
LPX Buyout	1			
LPX Venture	0,61	1		
MSCI World	0,70	0,72	1	
Lehman Global Aggregate	0,15	0,07	0,06	1

	Avkastning	Standardavvik	Sharpe ratio	Optimale vekter
LPX Buyout	14,8 %	14,0 %	0,78	109,1 %
LPX Venture	-7,1 %	22,9 %	-0,48	-51,0 %
MSCI World	3,4 %	13,5 %	-0,03	-20,4 %
Lehman Global Aggregate	7,0 %	5,5 %	0,56	62,4 %
Tangentportefølje	23,5 %	12,9 %	1,51	100,0 %

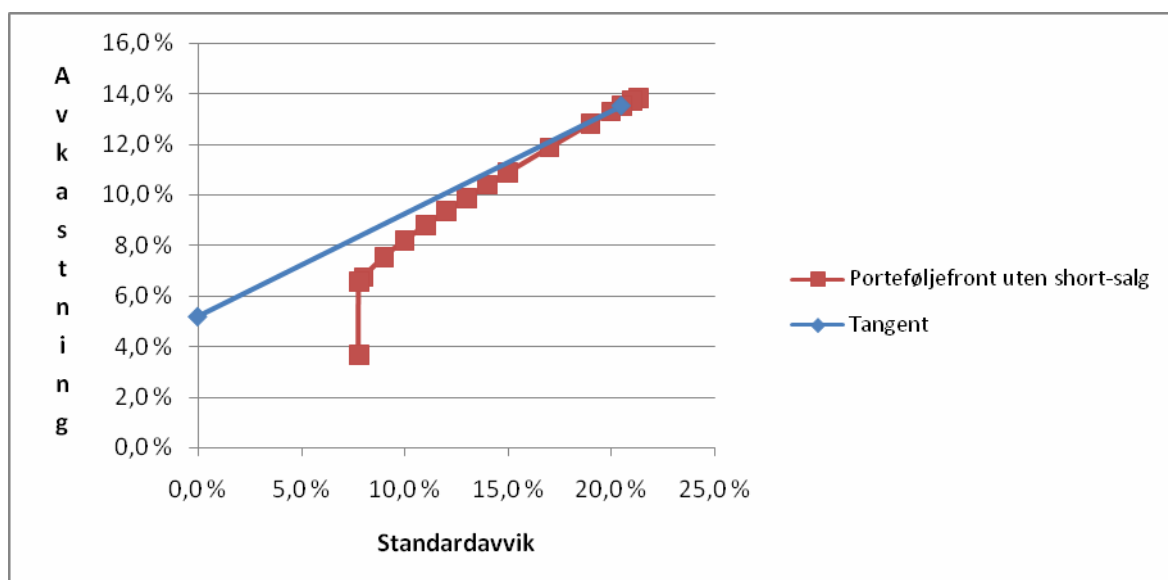
7. Hele perioden, alle serier konvertert til NOK, ingen restriksjoner, usikret investor



Korrelasjon	LPX 50	MSCI Nor	MSCI World	Lehman Global Aggregate
LPX 50	1,00	0,52	0,67	0,16
MSCI Nor	0,52	1,00	0,63	-0,10
MSCI World	0,67	0,63	1,00	0,39
Lehman Global Aggregate	0,16	-0,10	0,39	1,00

Portefølje	Avkastning	Standardavvik	Sharpe ratio	Optimale vektorer
LPX 50	10,1 %	21,1 %	0,23	145,3 %
MSCI Nor	13,8 %	21,3 %	0,41	336,3 %
MSCI World	6,3 %	15,6 %	0,07	-357,8 %
Lehman Global Aggregate	3,6 %	7,8 %	-0,20	-23,8 %
Tangentportefølje	37,6 %	64,8 %	0,50	100,0 %

8. Hele perioden, alle serier konvertert til NOK, short-salg ikke tillatt, usikret investor

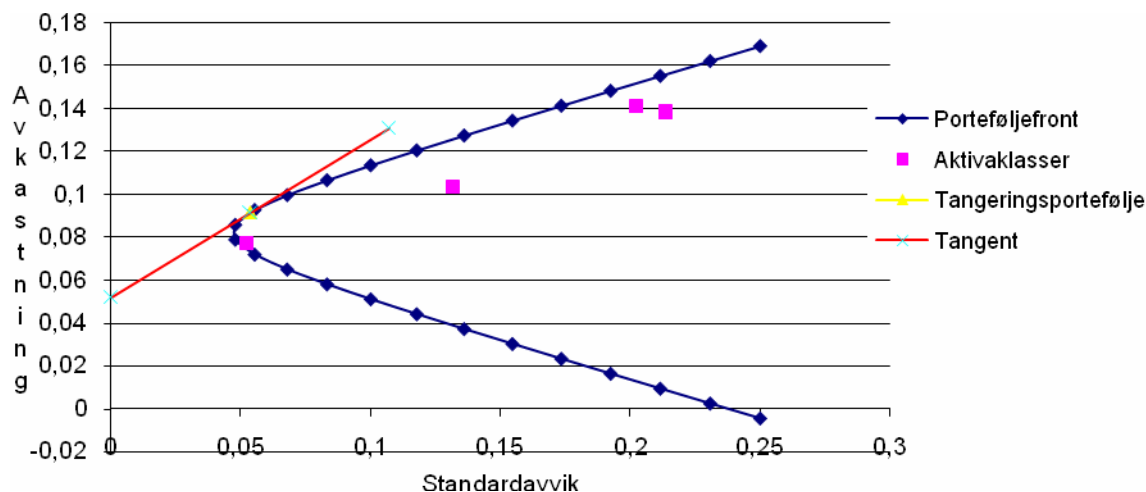


LPX 50	MSCI Nor	MSCI World	Lehman Global Aggregate	Vektsum	Avkastning	Standardavvik	sharpe
0,0 %	100,0 %	0,0 %	0,0 %	100,0 %	13,8 %	21,3 %	0,4052
3,3 %	96,7 %	0,0 %	0,0 %	100,0 %	13,7 %	21,0 %	0,4057
8,6 %	91,4 %	0,0 %	0,0 %	100,0 %	13,5 %	20,5 %	0,4059
14,3 %	85,6 %	0,0 %	0,0 %	100,0 %	13,3 %	20,0 %	0,4050
13,5 %	81,6 %	0,0 %	5,0 %	100,0 %	12,8 %	19,0 %	0,4015
11,6 %	73,4 %	0,0 %	15,0 %	100,0 %	11,9 %	17,0 %	0,3925
9,7 %	65,0 %	0,0 %	25,4 %	100,0 %	10,9 %	15,0 %	0,3795
8,6 %	60,7 %	0,0 %	30,7 %	100,0 %	10,4 %	14,0 %	0,3707
7,7 %	56,2 %	0,0 %	36,1 %	100,0 %	9,9 %	13,0 %	0,3596
6,3 %	51,9 %	0,0 %	41,8 %	100,0 %	9,3 %	12,0 %	0,3452
5,5 %	47,0 %	0,0 %	47,6 %	100,0 %	8,8 %	11,0 %	0,3260
4,2 %	41,9 %	0,0 %	53,8 %	100,0 %	8,2 %	10,0 %	0,2993
2,9 %	36,3 %	0,0 %	60,8 %	100,0 %	7,5 %	9,0 %	0,2597
1,3 %	29,6 %	0,0 %	69,1 %	100,0 %	6,7 %	8,0 %	0,1933
1,1 %	27,8 %	0,0 %	71,1 %	100,0 %	6,6 %	7,8 %	0,1735
0,0 %	0,0 %	0,0 %	100,0 %	100,0 %	3,6 %	7,8 %	-0,1999

Numerisk løsning, Tangeringspunktet funnet ved maks Sharpe = 0,4059, øverste og nederste portefølje (i kursiv) er suboptimal, men er med som endepunkter på kurven.

Andel i T	Standardavvik	Avkastning
0	0,0 %	5,20 %
1	20,5 %	13,5 %
2	35,8 %	27,0 %

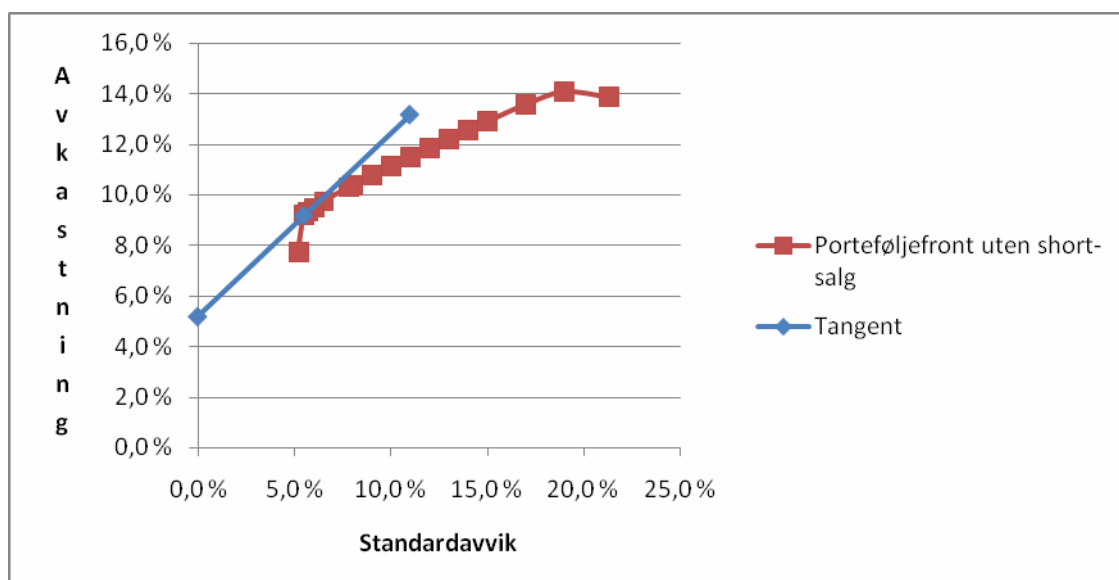
9. Hele perioden, alle serier konvertert til NOK, ingen restriksjoner, perfekt valutasikring



Korrelasjon	LPX 50	MSCI Nor	MSCI World	Lehman Global Aggregate
LPX 50	1,00			
MSCI Nor	0,56	1,00		
MSCI World	0,73	0,69	1,00	
Lehman Global Aggregate	0,03	-0,22	0,04	1,00

Portefølje	Avkastning	Standardavvik	Sharpe ratio	Optimale vektor
LPX 50	14,1 %	20,2 %	0,44	10,0 %
MSCI Nor	13,8 %	21,3 %	0,41	17,4 %
MSCI World	10,3 %	13,1 %	0,39	-10,5 %
Lehman Global Aggregate	7,7 %	5,2 %	0,48	83,2 %
Tangentportefølje	9,1 %	5,4 %	0,74	100,0 %

10. Hele perioden, alle serier konvertert til NOK, short-salg ikke tillatt, perfekt valutasikring



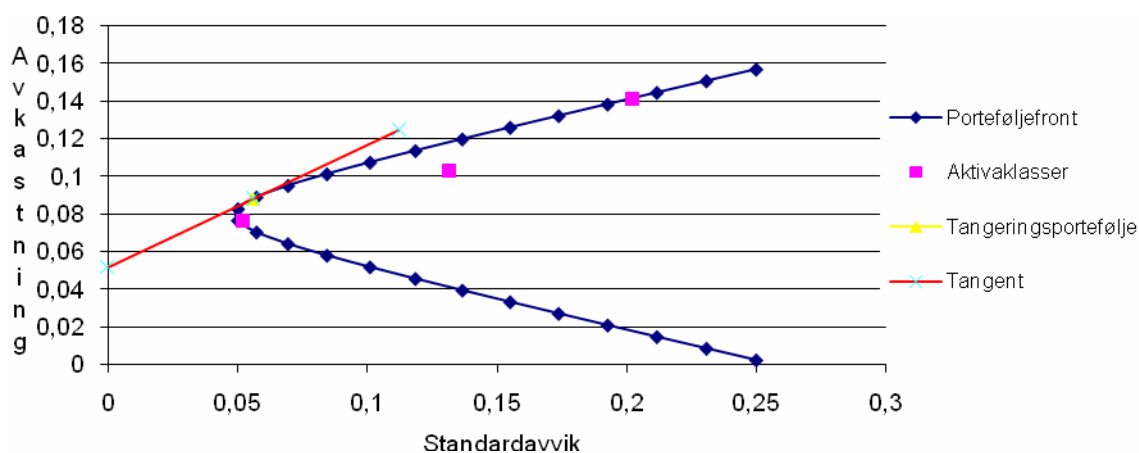
LPX 50	MSCI Nor	MSCI World	Lehman Global Aggregate	Vektsum	Avkastning	Standardavvik	Sharpe
0,0 %	100,0 %	0,0 %	0,0 %	100,0 %	13,8 %	21,3 %	0,405
82,1 %	17,9 %	0,0 %	0,0 %	100,0 %	14,1 %	19,0 %	0,466
55,1 %	37,8 %	0,0 %	7,1 %	100,0 %	13,6 %	17,0 %	0,492
48,0 %	34,2 %	0,0 %	17,8 %	100,0 %	12,9 %	15,0 %	0,512
44,4 %	32,4 %	0,0 %	23,3 %	100,0 %	12,5 %	14,0 %	0,524
40,6 %	30,7 %	0,0 %	28,7 %	100,0 %	12,2 %	13,0 %	0,538
36,9 %	28,8 %	0,0 %	34,3 %	100,0 %	11,8 %	12,0 %	0,553
33,1 %	27,0 %	0,0 %	39,9 %	100,0 %	11,5 %	11,0 %	0,571
29,2 %	25,1 %	0,0 %	45,7 %	100,0 %	11,1 %	10,0 %	0,592
25,1 %	23,3 %	0,0 %	51,6 %	100,0 %	10,7 %	9,0 %	0,617
21,0 %	21,3 %	0,0 %	57,7 %	100,0 %	10,4 %	8,0 %	0,645
20,2 %	20,8 %	0,0 %	59,0 %	100,0 %	10,3 %	7,8 %	0,651
14,1 %	18,0 %	0,0 %	67,9 %	100,0 %	9,7 %	6,5 %	0,695
11,5 %	16,7 %	0,0 %	71,8 %	100,0 %	9,5 %	6,0 %	0,712
9,8 %	15,9 %	0,0 %	74,4 %	100,0 %	9,3 %	5,7 %	0,721

8,5 %	15,2 %	0,0 %	76,3 %	100,0 %	9,2 %	5,5 %	0,725
0,0 %	0,0 %	0,0 %	100,0 %	100,0 %	7,7 %	5,2 %	0,483

Numerisk løsning, Tangeringspunktet funnet ved maks Sharpe = 0,725, øverste og nederste portefølje (i kursiv) er suboptimal, men er med som endepunkter på kurven.

Andel i T	Standardavvik	Avkastning
0	0,0 %	5,2 %
1	5,5 %	9,2 %
2	11,0 %	13,2 %

11. Hele perioden, alle serier konvertert til NOK, ingen restriksjoner, perfekt sikring



Korrelasjon	LPX 50	MSCI WRLD	Lehman Global Aggregate
LPX 50	1,00		
MSCI World	0,73	1,00	
Lehman Global Aggregate	0,03	0,04	1,00

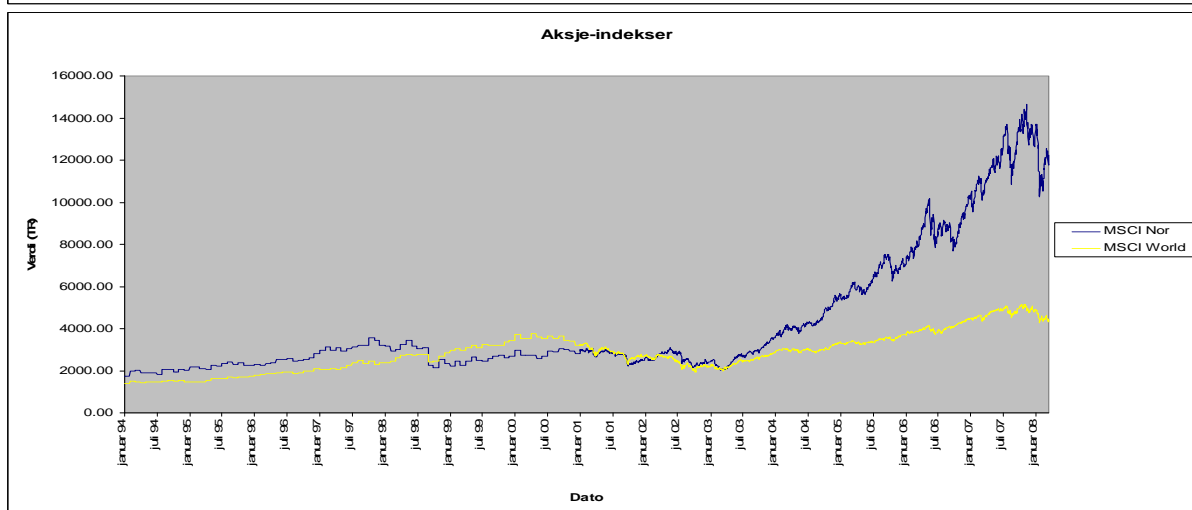
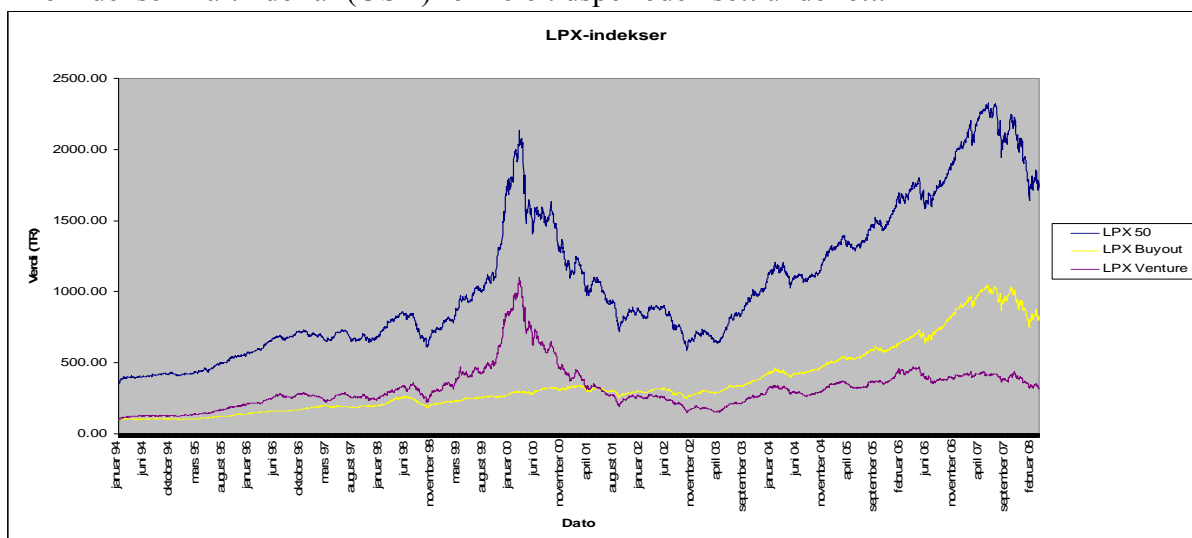
Portefølje	Avkastning	Standardavvik	Sharpe ratio	Optimale vekter
LPX 50	14,1 %	20,2 %	0,70	14,1 %
MSCI World	10,3 %	13,1 %	0,79	8,5 %
Lehman Global Aggregate	7,7 %	5,2 %	1,48	77,3 %
Tangentportefølje	8,8 %	5,6 %	1,58	100,0 %

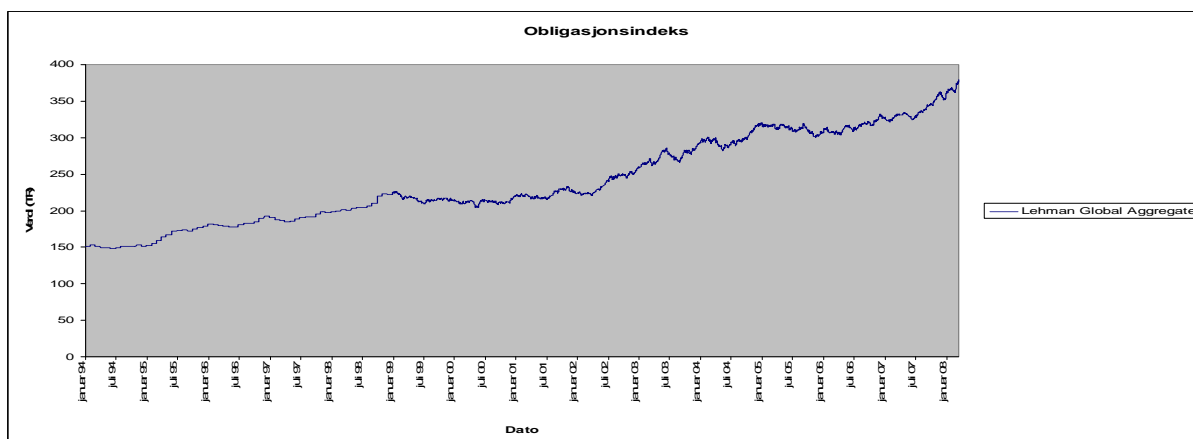
12. Risikofrie renter benyttet i optimalisering

Valuta	Periode		
	01.01.94 - 01.03.08	01.01.94 - 31.12.99	01.01.00 - 01.03.08
USD	3,9 %	4,9 %	3,2 %
NOK	5,2 %		

Deskriptiv statistikk for alle serier:

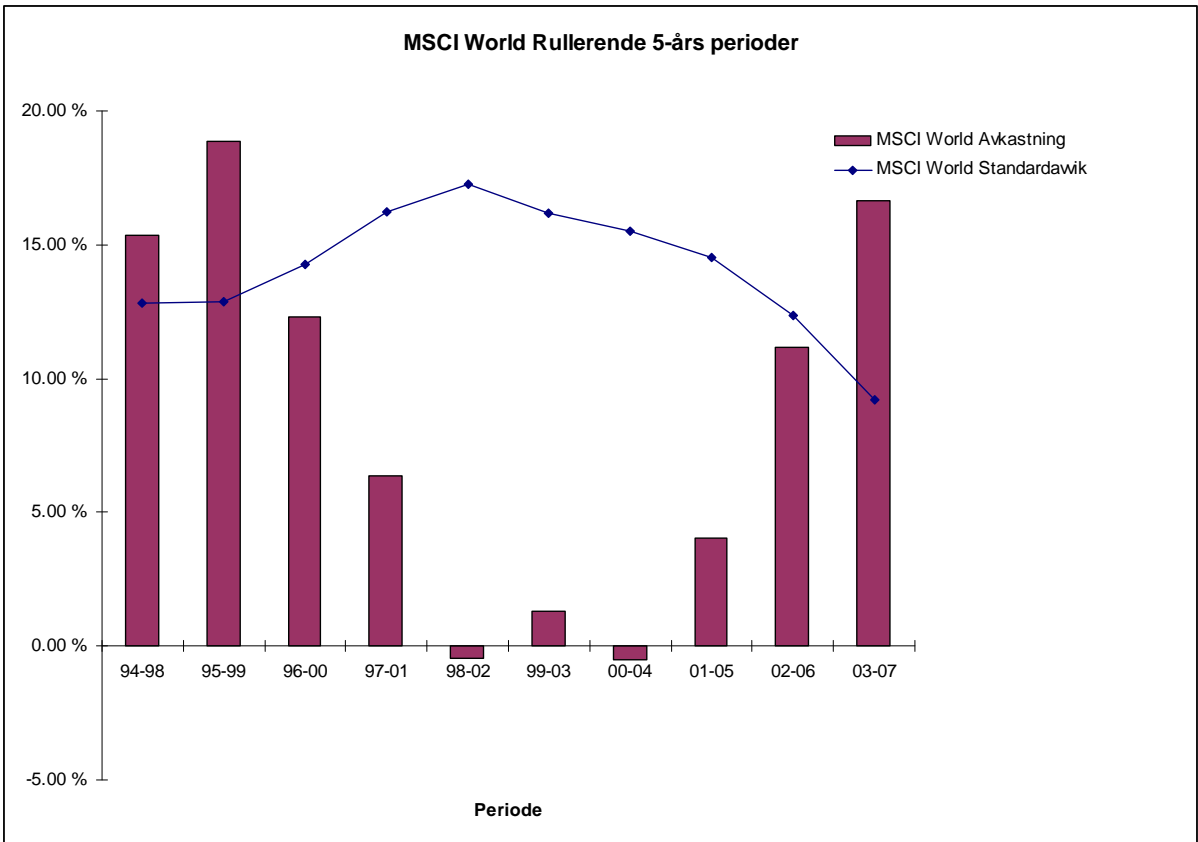
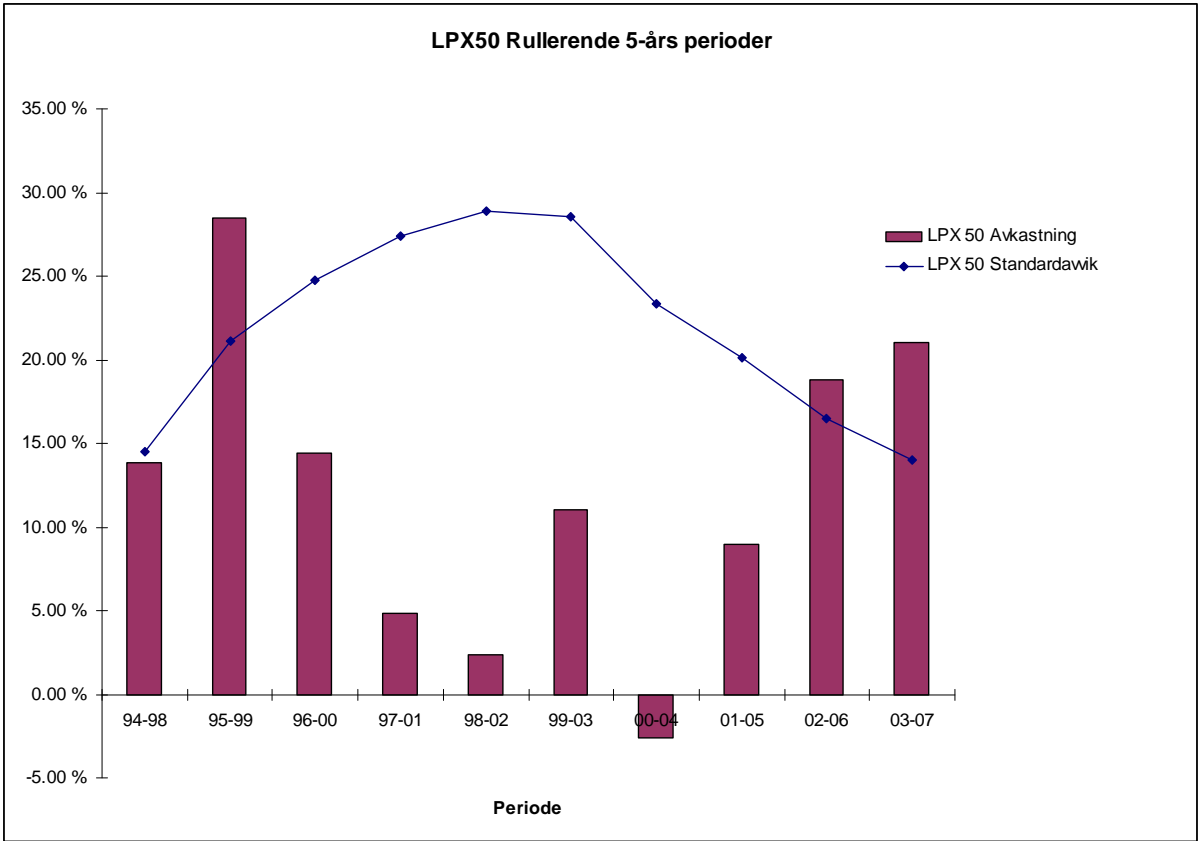
Alle indekser målt i dollar (USD) for hele tidsperioden sett under ett.



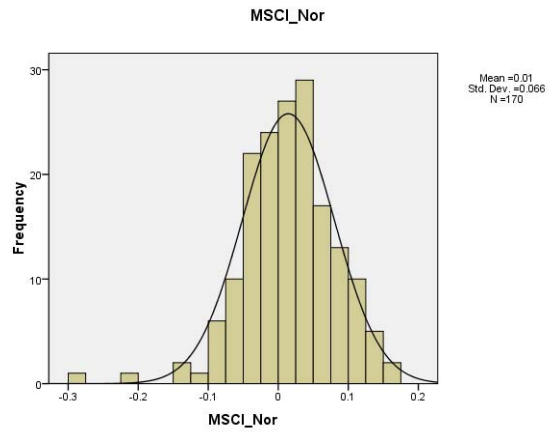
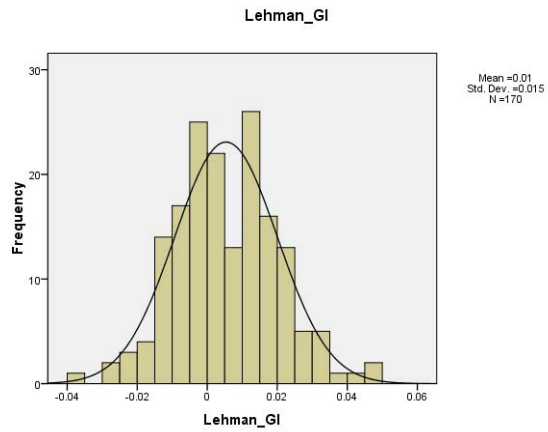
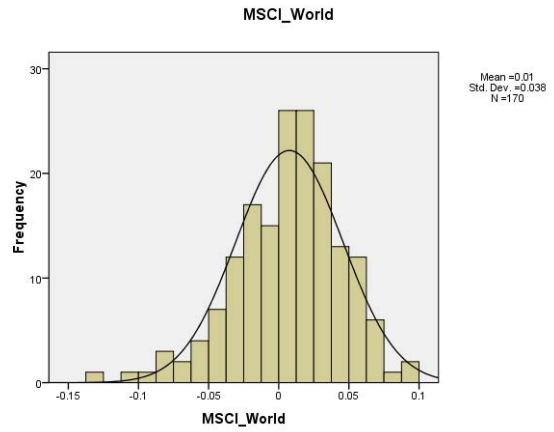
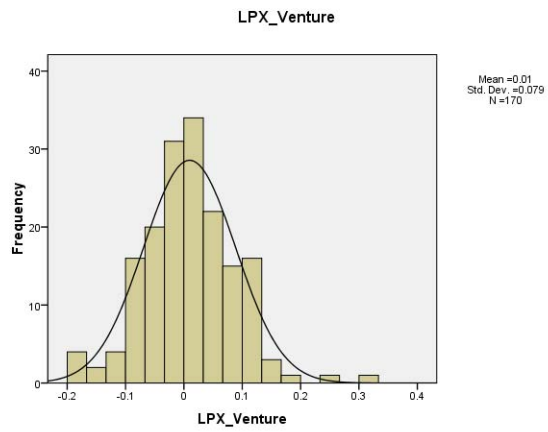
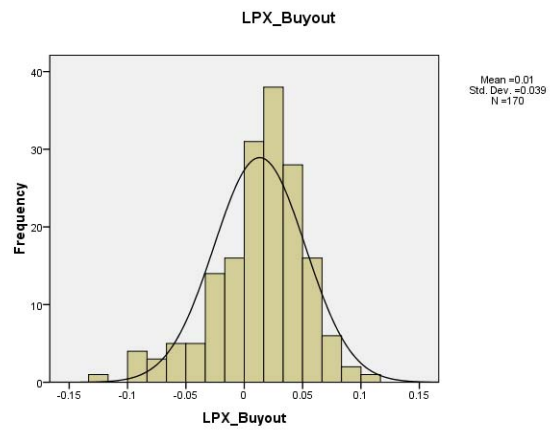
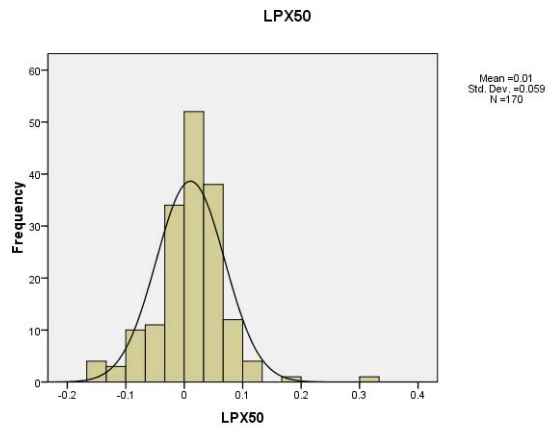


Avkastning, risiko og korrelasjon, 1994-2008, USD

	LPX 50	LPX Buyout	LPX Venture	MSCI Nor	MSCI World	Lehman GI. Agg
Snitt månedsavkastning	0,01069	0,01319	0,00970	0,01434	0,00754	0,00536
Annualisert	12,83 %	15,83 %	11,65 %	17,22 %	9,06 %	6,43 %
Standardavvik månedsavkastning	0,05853	0,03908	0,07916	0,06572	0,038206	0,01468
Annualisert	20,28 %	13,54 %	27,42 %	22,77 %	13,23 %	5,09 %
Sharpe ratio	0,44	0,88	0,28	0,59	0,39	0,50
Gjennomsnittlig 3mnd T-Bill	3,9 %					
Korrelasjonsmatrise	LPX 50	LPX Buyout	LPX Venture	MSCI Nor	MSCI World	Lehman GI. Agg
LPX 50	1,00					
LPX Buyout	0,68	1,00				
LPX Venture	0,92	0,52	1,00			
MSCI Nor	0,59	0,64	0,52	1,00		
MSCI World	0,73	0,64	0,67	0,69	1,00	
Lehman GI. Agg	0,03	0,13	0,01	0,06	0,06	1,00



APPENDIKS 3 – Test for ikke-normalitet



Statistics

	LPX50	LPXBuyout	LPXVenture	MSCINor	MSCIWorld	LehmanGI
N Valid	170	170	170	170	170	170
Missing	0	0	0	0	0	0
Mean	.01	.01	.01	.01	.01	.01
Std. Deviation	.059	.039	.079	.066	.038	.015
Skewness	.299	-.854	.279	-.591	-.636	.161
Std. Error of Skewness	.186	.186	.186	.186	.186	.186
Kurtosis	4.314	1.182	1.244	2.104	.902	.193
Std. Error of Kurtosis	.370	.370	.370	.370	.370	.370
Minimum	0	0	0	0	0	0
Maximum	0	0	0	0	0	0
P 10	-.07	-.04	-.09	-.06	-.04	-.01
E 20	-.02	-.01	-.05	-.04	-.02	.00
R 30	.00	.00	-.03	-.02	.00	.00
C 40	.00	.01	.00	.00	.00	.00
E 50	.01	.02	.00	.01	.01	.00
N 60	.02	.03	.02	.03	.02	.01
T 70	.04	.03	.04	.05	.03	.01
I 80	.05	.04	.08	.06	.04	.02
L 90	.07	.06	.12	.10	.05	.02

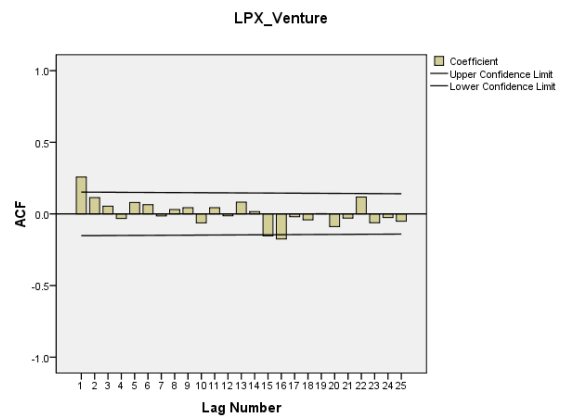
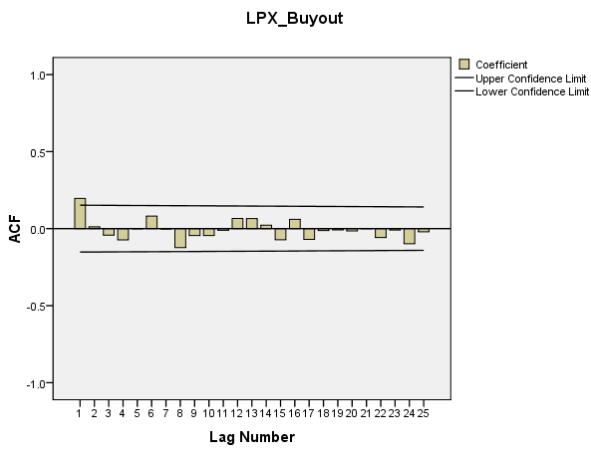
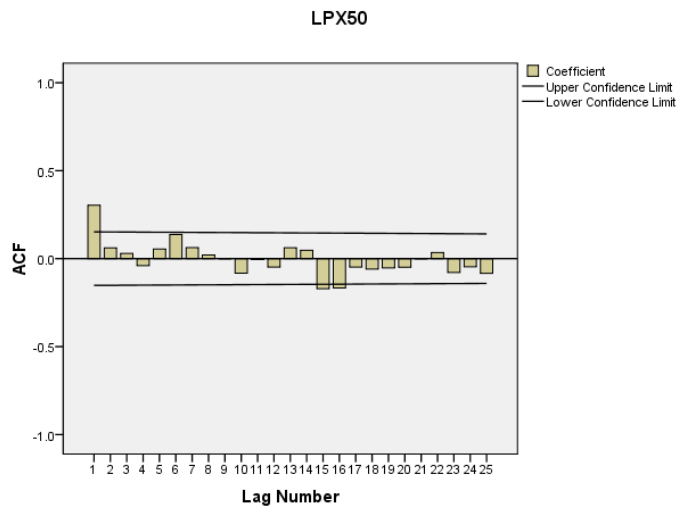
Tests of Normality

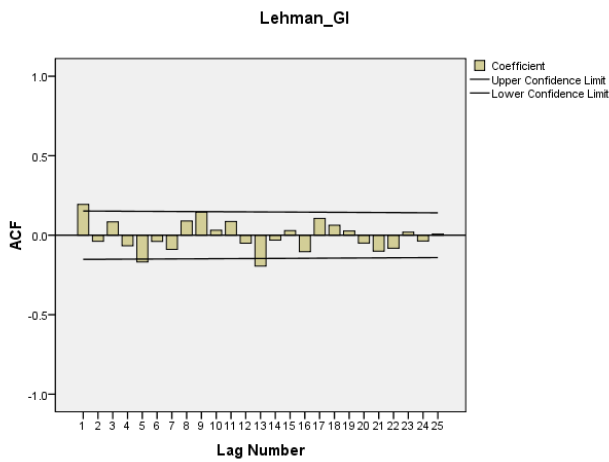
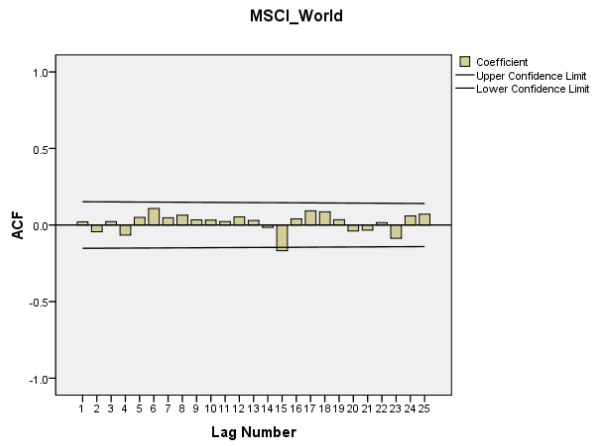
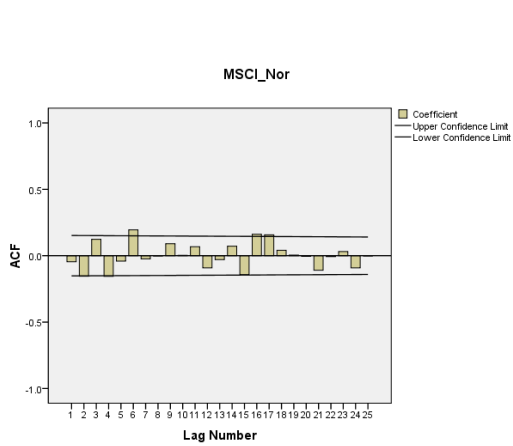
	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
LPX50	.087	170	.003	.936	170	.000
LPX_Buyout	.099	170	.000	.959	170	.000
LPX_Venture	.057	170	.200*	.982	170	.024
MSCI_Nor	.044	170	.200*	.972	170	.002
MSCI_World	.068	170	.053	.977	170	.007
LehmanGI	.048	170	.200*	.994	170	.658

a. Lilliefors Significance Correction

*. This is a lower bound of the true significance.

APPENDIKS 4 – Test for autokorrelasjon





Runs Test

	LPX50	LPX_Buyout	LPX_Venture	MSCI_Nor	MSCI_World	Lehman_GI
Test Value ^a	.01	.01	.01	.01	.01	.01
Cases < Test Value	81	76	91	84	77	89
Cases >= Test Value	89	94	79	86	93	81
Total Cases	170	170	170	170	170	170
Number of Runs	79	79	73	89	82	73
Z	-1.050	-.941	-1.945	.463	-.504	-1.975
Asymp. Sig. (2-tailed)	.294	.347	.052	.643	.614	.048

a. Mean