

NORGES HANDELSHØYSKOLE

Bergen, Våren 2010



Prisprognoser og produksjonsplanlegging for et vannkraftverk

av Sigbjørn Nome

Veileder: Professor Mikael Rønneqvist

Masterutredning i fordypningsområdet: Økonomisk styring

NORGES HANDELSHØYSKOLE

Dette selvstendige arbeidet er gjennomført som ledd i masterstudiet i økonomi- og administrasjon ved Norges Handelshøyskole og godkjent som sådan. Godkjenningen innebærer ikke at Høyskolen inntår for de metoder som er anvendt, de resultater som er fremkommet eller de konklusjoner som er trukket i arbeidet.

Sammendrag

Utredningen har etablert en kortsiktig prognosemodell for spotprisen på kraft i Nord-Norge. Dette er gjort ved å benytte tidsserieanalyse til å prognostisere dagsprisen. Basert på en analyse av prisens døgnmønster i perioden 2002-2010 har dagsprognoser blitt omgjort til timesprognoser. For å få mest realistiske prognoser for en normal periode har jeg valgt å slette de mest ekstreme prisene.

Timesprognosene har blitt brukt som input til å etablere en preliminær produksjonsplan for Guolasjokka kraftverk i uke 19 i 2010. For å få med alle detaljene tilknyttet produksjonen for Guolasjokka kraftverk har jeg antatt at det er ingen usikkerhet knyttet til den prognostiserte prisen. Formålet med produksjonsplanen har vært å allokere vannet i magasinet til de tidspunktene hvor det gir produsenten høyest lønnsomhet.

Tester av både prisprognosen og produksjonsplanen viste tilfredsstillende resultater. Ved å daglig oppdatere prisprognosene fikk vi en forbedring i prisprognosen, som igjen ga utslag i en bedre produksjonsplan.

Forord

Utredningen er delt i to deler. Den ene delen tar for seg prognostisering av kraftprisen, mens den andre delen ser på produksjonsplanleggingen i et vannkraftverk. Begge temaer er store på forskningsfronten, og har vært i enorm utvikling etter at dereguleringen av kraftmarkedet begynte tidlig på 1990-tallet. Det har derfor vært mye informasjon å sette seg inn i. Etter mye arbeid har jeg kommet fram til et resultat jeg kan se meg fornøyd med.

Masterutredningen markerer slutten på fem fine år ved Norges Handelshøyskole. Arbeidet med utredningen har vært krevende og spennende, og i ettertid ser jeg at gjennom prosessen har lært mye som jeg senere kommer til å ha god bruk for.

Jeg vil rette en stor takk til veilederen min Michael Rønnqvist for konstruktive tilbakemeldinger og god veiledning underveis i mitt arbeid. Denne veiledningen har vært viktig for å holde meg på rett spor.

Gjennom arbeidet med oppgaven har jeg også hatt kontakt med ulike personer som har bidratt med innspill og informasjon som har vært helt nødvendig for gjennomførelse av masterutredningen. Spesielt vil jeg her takke Knut Magne Olsen i Troms Kraft for å gi meg tilgang til informasjon om produksjonen ved Guolasjokka kraftverk. Jan Foyn ved Nord Pool har bidratt med data om elektrisitetsprisen. En stor takk rettes også til professor Jostein Lillestøl ved Norges Handelshøyskole for innspill angående variansanalysen og prisprognostiseringen. Til slutt vil jeg takke aktører fra de største kraftprodusentene i Norge for å tatt seg tid til å svare på mine henvendelser. Dette gjelder Anders Bye ved Statkraft, Ann Myhrer Østenby og Vidar Hansen ved E-CO Vannkraft, Truls Jemtland ved Hafslund, Toril Christensen fra BKK og Kurt Olsson fra Akershus Energi.

Norges Handelshøyskole

Bergen, juni 2010

Sigbjørn Nome

Innholdsfortegnelse

Sammendrag	1
Forord	2
Innholdsfortegnelse	3
1. Innledning.....	5
1.1 Introduksjon	5
1.2 Problemstilling.....	7
1.3 Oppbygging av oppgaven.....	7
2. Det norske kraftmarkedet	8
2.1 Bakgrunn	8
2.2 Hvordan fungerer kraftmarkedet?.....	9
2.3 Nord Pool	10
2.4 Kraftutveksling	11
2.5 Prisområder	13
2.6 Markedsmakt i kraftmarkedet	15
3. Prisdannelsen hos Nord Pool	16
3.1 Hvilke priser har vi?	16
3.2 Hvordan settes spotprisene på Nord Pool Spot?.....	17
3.3 Hvilke faktorer er avgjørende for prisen?	17
4. Kortsiktige prisprognoser for kraftprisen	21
4.1 Hvilke metoder for prisprognoser har vi?	21
4.2 ARIMA modellering.....	23
4.3 Multivariat variansanalyse	27
4.4 Evaluering av prognosemodeller	28
5. Produksjonsplanlegging i et magasinkraftverk	29
5.1 Oversikt	29
5.2 Problemformulering.....	31
5.3 Produksjon i et vannkraftverk	33
5.4 Matematisk beskrivelse av problemet	34

5.5	Optimeringsmetode for å løse produksjonsplanleggingsproblemet	36
6.	Etablering av prognosemodell for områdeprisen.....	37
6.1	Modellidentifisering	37
5.2	Multivariat dekomponering ved bruk av MANOVA	40
5.3	Prisprognostisering ved bruk av ARIMA.....	44
5.4	Test av prognosemodellen.....	47
7.	Produksjonsplanlegging for Guolasjokka kraftverk	53
7.1	Systembeskrivelse.....	53
7.2	Resultater fra optimeringen.....	55
8.	Diskusjon av resultater og implementering.....	61
8.1	Diskusjon av resultater fra prisprognostiseringen	61
8.2	Diskusjon av resultater fra produksjonsplanleggingen	62
8.3	Implementering	63
8.4	Styrker og svakheter ved min fremgangsmåte	64
9.	Avslutning	66
9.1	Oppsummering.....	66
9.2	Kortsiktig prognosemodell for spotprisen.....	66
9.3	Kortsiktig produksjonsplan	67
9.4	Forslag til videre undersøkelser	67
10.	Referanser.....	69
11.	Appendiks.....	74
	Appendiks A - Analyse av outliers	74
	Appendiks B - Multiplikatorer gitt fra MANOVA-analysen	75
	Appendiks C - ARIMA (0,1,0)x(1,0,0) 1. mars - 9. mai 2010.....	76
	Appendiks D - ARIMA (0,1,0)x(1,0,0) 1. mars - 9. mai 2010	77
	Appendiks E - ARIMA (0,1,0)x(1,0,0) 1. mars - 2. mai 2010.....	78
	Appendiks F - ARIMA (0,1,0)x(1,0,0) 1. mars - 2. mai 2010	79

1. Innledning

1.1 Introduksjon

Norge skiller seg fra andre land ved den høye bruken av vannkraft til å produsere elektrisitet. I 2008 kom 98,5 % av elektrisiteten som ble produsert her til lands fra vannkraftverk. Vannkraftverkene i Norge kan splittes opp i elvekraftverk og magasinkraftverk. Mens elvekraftverkene i stor grad må produsere kraft når det er vann tilgjengelig har magasinkraftverkene mulighet til å lagre vann. Dette gjør magasinkraftverkene til fleksible kraftstasjoner der man med god produksjonsplanlegging kan selge kraften sin i de perioder hvor den er mest verdt, og dermed øke lønnsomheten. For å få til dette er det helt sentralt at de som styrer magasinkraftverkene har tilgang til gode prisprognoser. Hvordan gode prisprognoser kan utvikles, og hvordan de blir benyttet til å optimere produksjonen i magasinkraftverk blir nærmere belyst i denne masterutredningen.

Denne vinteren har kraftmarkedet og de høye strømprisene gitt store nyhetsoppslag. Morgenen den 22. februar, i den mest ekstreme perioden, var spotprisen på Nord Pool oppe i 11,32 kr per kilowattime fra klokken 8 til 11 i Midt og Nord-Norge, noe som er den høyeste prisen noensinne i Norge (Sunnana, 2010). De høye prisene førte til at mye av industrien i området stoppet opp, samtidig som den vanlige forbruker ble mer bevisst på sitt forbruk. Lite nedbør, lange kuldeperioder, dårlige overføringslinjer og stans i kjernekraftproduksjonen i Sverige fikk skylden for de ekstreme prisene. Opposisjonen var ute og krevde strakstiltak for å få bukt med problemet, blant annet ble det krevd at de mobile gasskraftverkene i Møre- og Romsdal skulle startes, uten at dette skjedde. Med bakgrunn i all oppmerksomhet kraftprisen har fått denne vinteren, kan jeg slå fast at temaet som tas opp i denne utredningen er både dagsaktuell og av allmenntilgjengelig interesse.

Norge var tidlig ute med å deregulere markedet og etablere kraftbørsen Nord Pool. Idag er Nord Pool et Nordisk samarbeid, hvor nordiske produsenter og konsumenter møttes i et marked for å bestemme prisen på elektrisitet time for time. Også finansielle kontrakter omsettes via Nord Pool. Etter at vi fikk et nordisk samarbeidet om utveksling av kraft har Norge i større grad fått tilgang til andre energikilder, i første rekke kjernekraft, kullkraft og vindkraft. Ved å ha tilgang til ulike energikilder blir Norge mindre følsom for endringer i nedbørsmengden.

I et deregulert marked har prisprognoser dukket opp som en av største og viktigste forskningsfeltene innenfor kraftmarkedet. Før dereguleringene begynte på 1990-tallet var

kraftmarkedene ofte statlige monopoler, og prisen reflekterte i stor grad statens politikk. Det lille som fantes av prisprognostisering fokuserte på trender i råvarekostnadene. Prisprognostisering i kraftmarkedet tok først av på 1990-tallet, etter at landene begynte å deregulere de statlige monopolene, og kan derfor sies å være et relativt ungt forskningsfelt (Aggarwal, Saini, & Kumar, 2009).

Prisen i kraftmarkedet har en rikere struktur enn de fleste andre tidsserier, noe som øker kompleksiteten og feilmarginen til prognosene. Som eksempel på den rike strukturen i prisserier i kraftmarkedet kan det her nevnes høy frekvens, ikke konstant gjennomsnitt og varians, flerfoldig sesongvariasjon, kalendereffekt, høy volatilitet og høy prosent av usedvanlig prisbevegelse (Aggarwal, Saini, & Kumar, 2009). Den rike strukturen til prisseriene i kraftmarkedet skyldes at kraftmarkedet skiller seg fra andre råvaremarkeder på fire viktige punkter:

1. Elektrisitet ikke kan lagres, noe som fører til at det til enhver tid må være balanse mellom tilbud og etterspørsel.
2. På kort sikt er etterspørselen etter elektrisitet inelastisk.
3. Kraftproduksjon er et oligopolistisk marked.
4. Transport av elektrisitet er underlagt fysikkens lover.

Prisprognoser er essensielt for alle aktører i kraftmarkeder, men formålet og tidsperspektivet kan i stor grad variere mellom aktørene. Mitt perspektiv vil være kraftprodusentene som trenger estimater på prisen i sin kortsiktige produksjonsplanlegging. For å vise hvordan prisprognoser kan benyttes i den økonomiske styringen vil jeg basert på prisprognosen etablere en detaljert produksjonsplan for Guolasjokka kraftverk som kan brukes som støtte i forbindelse med budgivingen til Nord Pool. Guolasjokka kraftverk er et magasinkraftverk, noe som medfører man kan lagre vann som senere kan brukes til kraftproduksjon. Det gjelder derfor å produsere i de tidspunktene med høyest pris. Ettersom kraftverket ligger i Troms kommune, tilhører kraftverket det nordligste prisområdet i Norge, og jeg vil konsentrere meg om å prognostisere prisen i dette området. Denne prisen kan være ulik prisen i de andre prisområdene i landet som følge av begrensninger i overføringsnettene av kraft.

Målet med produksjonsplanen jeg skal etablere vil være å maksimere profitten til kraftverket gjennom å selge kraften til høyest mulig pris i spotmarkedet. For å kunne ta hensyn til alle detaljene i produksjonen vil jeg holde utenfor all usikkerhet i prisen. Altså optimere basert på

et deterministisk modell. For å avgrense oppgaven vil jeg kun se på prisene i spotmarkedet, og la være å se på de økte mulighetene bruk av det finansielle kraftmarkedet gir.

Kraftprodusenter bruker store ressurser på produksjonsplanleggingen. Bakgrunnen er at en relativt lav prosentvis forbedring i produksjonsplanen kan utgjøre store forskjeller i lønnsomheten til produsentene (Fosso O. B., 2006). Dette har også ledet til mye forskning på området. Som en stor vannkraftnasjon ligger Norge langt fremme på dette området, og spesielt forskningsmiljøet rundt NTNU og SINTEF i Trondheim har bidratt mye til forskningen på området (Forskningsrådet, 2009). Det er på bakgrunn av denne litteraturen jeg vil bygge store deler av min fremstilling om produksjonsplanleggingen til et vannkraftverk.

1.2 Problemstilling

Jeg står igjen med to problemstillinger jeg gjennom min oppgave ønsker å belyse:

1. *Utarbeide en kortsiktig prognosemodell for spotprisen av kraft i den nordligste prisområdet i Norge.*
2. *Bruke denne prognosemodellen til å etablere en preliminær produksjonsplan en uke fram i tid for Guolasjokka kraftverk i Troms.*

1.3 Oppbygging av oppgaven

Denne masteroppgaven er organisert i ulike kapitler. I kapittel 2 vil jeg gi en kort introduksjon til det norske kraftmarkedet, og hvordan det fungerer. Prissettingen hos Nord Pool blir diskutert i kapittel 3. Kapittel 4 vil gå inn på teorien tilknyttet prisprognoser i kraftmarkedet. Jeg vil diskutere ulike modeller og komme fram til hvilke type modeller jeg vil analysere nærmere. For disse modellene vil jeg presentere det teoretiske rammeverket. I kapittel 5 vil jeg gi en oversikt over teorien tilknyttet produksjon og produksjonsplanlegging for magasinkraftverk. I kapittel 6 vil jeg lage en prognosemodell ut fra den teorien jeg har presentert. I kapittel 7 benyttes disse prisene til å planlegge produksjonen fro Guolasjokka kraftverk i detalj en uke framover. Kapittel 8 blir brukt til diskusjon av resultatene jeg har kommet fram til. I tillegg vil jeg se litt nærmere på implementeringen av min løsning, samt styrker og svakheter ved denne. I siste og niende kapittel vil jeg oppsummere og kort prøve å besvare problemstillingene. Jeg vil også komme med forslag til videre undersøkelser.

2. Det norske kraftmarkedet

Jeg vil i dette kapitlet ta for meg utviklingen i den norske kraftbransjen, og se nærmere på situasjon vi har idag. Jeg vil begynne med litt bakgrunnsstoff, der jeg helt kort tar for meg historien og hvorfor vi har den løsningen vi har idag. Videre vil jeg se på hvordan kraftmarkedet fungerer, og samspillet mellom de ulike landene. Til slutt vil jeg ta for meg den nordiske kraftbørsen, Nord Pool, og se hvordan dette markedet er med på å skape et effektivt kraftmarked.

2.1 Bakgrunn

Norge har siden de startet å produsere kraft i andre halvdel av 1800-tallet vært avhengig av vannkraft (Energi Norge, 2002). Topografien i Norge, med høye fallstrekninger ned til fjorder og lavlandsområder, kombinert med store nedbørsmengder, gir gunstige betingelser for bygging av vannkraftverk i Norge (Vinjar, Rauboti, & Rosvold, 2009). Norges særstilling som vannkraftnasjon kommer fram ved at vi er den største produsenten av vannkraft i Europa og sjettestørst i verden (Norsk industri, 2009). I 2008 ble 98,5 % av all produksjon av elektrisk kraft i Norge produsert ved hjelp av vannkraft. De resterende 1,5 % ble fordelt mellom vindkraft og varmekraft (Norges vassdrags- og energidirektorat, 2009).

Fram til 1990 hadde hvert enkelt fylke en plikt til å forsyne sitt geografiske område, og prisen ble satt med bakgrunn i kostnadene for å drive elektrisitetsforsyningen i fylket. I 1990 fikk Norge ny energilov som hadde til formål å gjøre energiproduksjonen mer effektiv, samt jevne ut elektrisitetskostnaden mellom ulike områder (Energi Norge, 2002). Denne loven åpnet for konkurranse i deler av det norske kraftmarkedet. I denne forbindelse ble Statkraftsverkene, som hadde hatt monopol på kraftproduksjon og overføring av kraft, splittet i to. Statkraft SF skulle ivareta den konkurransebaserte produksjonen av kraft, mens Statnett skulle drive den monopolbaserte utviklingen og vedlikehold av sentralnettet (Statnett, 2008). Dette skillet er sentralt for å oppnå et effektivt kraftmarked, der netteier skal opptre nøytralt overfor kraftleverandørene. Utviklingen og vedlikeholdet av overføringslinjen ble ikke konkurranseutsatt da dette er et naturlig monopol.

I 1996 fulgte Sverige etter Norge med ny energilov, og i den forbindelse ble Nord Pool ASA etablert, et felles norsk-svensk markedsplass for kraft. Etableringen av Nord Pool ble dermed den første flernasjonale markedsplass for fysisk krafthandel. Senere har Finland og Danmark kommet med i samarbeidet. I tillegg utveksles det idag kraft mellom Norden og Tyskland, Polen og Russland (Olje og energidepartementet, 2008). Fordelen for Norge med

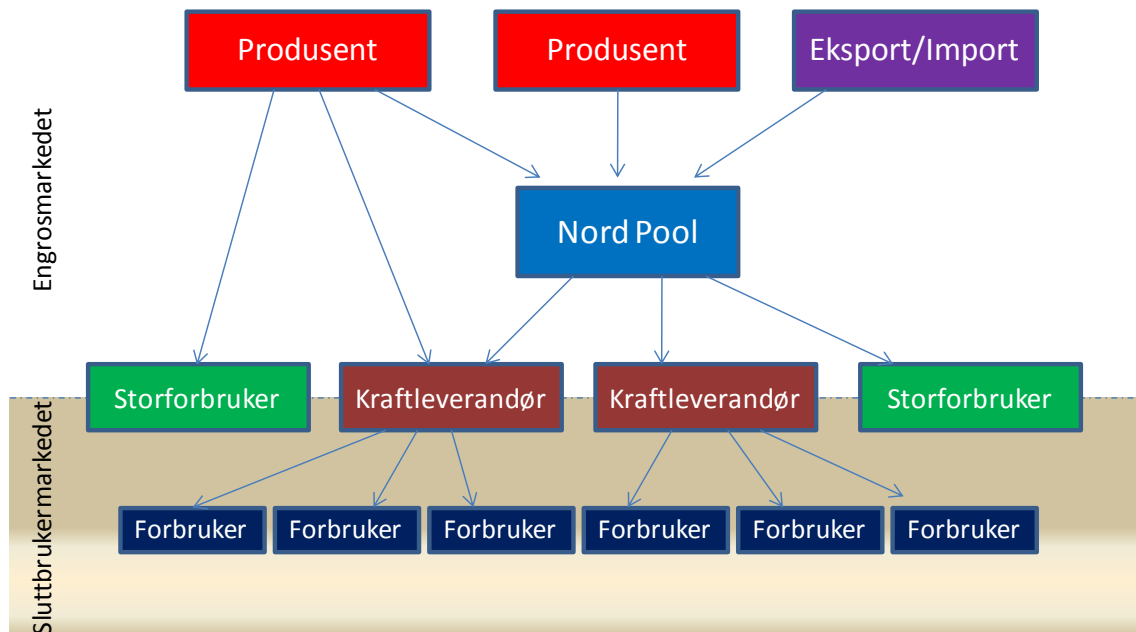
kraftutveksling med andre land er at vi får inn andre energikilder enn vannkraft, og er dermed ikke like avhengig av vanntilførsel for å oppnå stabile priser.

2.2 Hvordan fungerer kraftmarkedet?

Alle produsenter av kraft leverer inn kraft på overføringsnettet. Når kraften har kommet inn på overføringsnettet er den umulig å skille fra hverandre. Det blir til enhver tid overført like mye kraft inn på nettet som det blir tatt ut gjennom forbruk og nettap. Størrelsen på nettapet er blant annet avhengig av avstanden på overføringsnettet og forbruksnivå. At det alltid må være balanse mellom produksjon og forbruk er særskilt for kraftmarkedet, og resulterer i at prissettingen i kraftmarkedet skiller seg fra andre markeder. Selv om det totalt sett må være balansen mellom produksjon og forbruk, trenger det ikke være samsvar mellom produksjon og salg for den enkelte produsent (Energi Norge, 2002). For eksempel kan et vannkraftverk til enhver tid disponere vannmagasinene, og dermed produksjon, for å maksimere profitt med bakgrunn i spotpriser og fremtidige forventninger. Ved ulike salgs- og kjøpsforpliktelser kan produsenten kjøpe og selge kraft i markedet.

For at det til enhver tid skal være balanse mellom det som blir produsert og konsumert har vi et regulerkraftmarked. Dette styres i Norge av den systemansvarlige som er Statnett (NVE, 2009). Når prisene har blitt satt for det neste døgn på Nord Pool åpner regulerkraftmarkedet. Her mottas det tilbud for kjøp og salg fra produsenter og forbrukere som på kort varsel har mulighet for å endre produksjons- eller forbruksplaner. Dette gjøres helt opp til driftstimen for å sikre riktig mengde kraft i nettet.

I dag har Norden et felles marked for kraft gjennom Nord Pool, der en økende andel av kraften. To parter kan også direkte kjøpe og selge kraft hos hverandre. Dette kalles bilaterale avtaler, og selv om andelen slike avtaler er på vei nedover, er dette fortsatt vanlig (Energi Norge, 2007). Det er vanlig å skille mellom engrosmarkedet og sluttbrukermarkedet. Det er i engrosmarkedet handelen mellom kraftprodusenter, kraftleverandører og store industrikunder skjer. Kraftleverandørene viderefremidler kraften til den vanlige forbruker i det som blir kalt sluttbrukermarkedet. Figur 2.1 forsøker å oppsummere hvordan kraftmarkedet fungerer. Vi ser at produsenter kan omsette direkte til storforbrukere og kraftleverandører, eller gå via Nord Pool.



Figur 2.1 Kraftmarkedets aktører

2.3 Nord Pool

Nord Pool ble som verdens første multinasjonale kraftbørs etablert i 1996, og driver med handel og clearing av fysiske og finansielle kraftkontrakter i Norden. Nord Pool-gruppen dekker tre hovedkategorier; et fysisk marked, et finansielt marked og clearingvirksomhet. Jeg vil kort se på hver enkelt av disse kategoriene.

Det fysiske markedet - Nord Pool Spot AS

Det fysiske markedet danner basisen for all krafthandel i Norden. Her settes spotprisene for hver av de 24 timene i det kommende døgn. Jeg vil komme nærmere innpå hvordan prisen settes i kapittel 3, der jeg skal se på prisdannelsen ved Nord Pool. Prisen i det fysiske markedet fungerer som en referansepris for det finansielle markedet (Energi Norge, 2007). Det fysiske markedet på Nord Pool står for over 70 % av den totale verdien av Nordens kraftkonsum (Olje og energidepartementet, 2008).

Nord Pool Spot AS eies av Stanett og Affärsverket Svenska Kraftnät med 50 % hver.

Det finansielle markedet - Nord Pool ASA

Nord Pool ASA gir muligheten for aktører til kjøp og salg av opsjons- og terminkontrakter i det nordiske markedet. Slike kontrakter er av interesse for produsenter og leverandører for å sikre sine posisjoner mot svingninger i fremtidige kraftpriser. Det forhandles kontrakter inntil fire år, fordelt på døgn, uker, måneder, kvartaler og år.

Nord Pool ASA har også et finansielt marked for handel av utslippskvoter av karbondioksid. Eierne er likt fordelt mellom de systemansvarlige i Norge, Sverige, Finland og Danmark, samt Nord Pool Spot ASA.

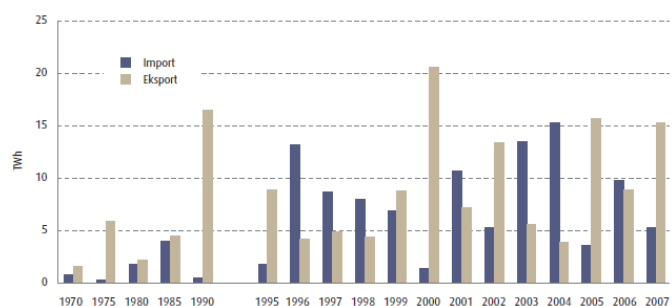
Clearing

Nord Pool driver også med clearing av kontrakter, både de som er inngått på Nord Pool samt standardiserte kontrakter som handles utenfor børsen. Når de clearer kontrakter trer de inn i avtalen som kontraktsmotpart og garanterer for oppgjør av kontrakten. Dette er med på å redusere den finansielle risikoen.

2.4 Kraftutveksling

Det må som nevnt alltid være balanse mellom produksjon og forbruk. Dette er med å bidra til store prissvingninger ettersom forbruket og kostnader til produksjon varierer med sesong, tid på døgnet og andre eksterne faktorer som vanntilførsel og temperatur. Kraftutveksling med andre land, spesielt de som har andre energikilder enn vannkraft, bidrar til mindre knapphet på kraft og at prisvariasjonene blir mindre. Å bygge ut overføringskapasiteten til land som ikke er dominert av vannkraftproduksjon er derfor et mulig alternativ til å bygge ut egen produksjonskapasitet.

Ettersom nesten all produksjon av kraft i Norge skjer gjennom vannkraftverk vil tilsiget med vann til vannkraftverkene avgjøre om Norge totalt sett blir eksportør eller importør av kraft det enkelte år. Faktisk har produksjonen i Norge svingt med 45 TWh fra det tørreste til det våteste året de siste 20

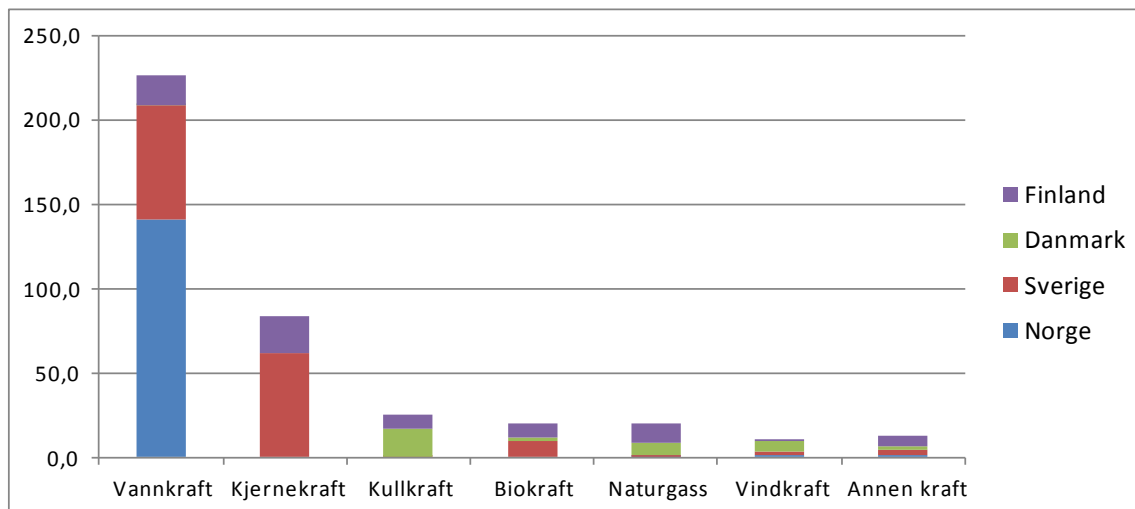


Figur 2.2 Norges import og eksport av elektrisitet i perioden 1970-2007. Kilde OED.

årene (Energi Norge, 2007). Dette tilsvarer rundt 40 % av årsforbruket. Utviklingen i Norges eksport og import de siste årene er vist i Figur 2.2. Som vi kan se har utviklingen gått i mot at vi importerer mer enn tidligere. Mens vi tidligere hadde kraftoverskudd, har Norge nå omtrent kraftbalanse i et år med normal nedbør (Lont, 2009). Bakgrunnen for denne utviklingen er at Norge har bygget svært lite ny produksjonskapasitet siden tidlig på 1990-tallet. Dette er nå i ferd med å snu (Kraftjournalen, 2009).

Figur 2.3 Nordens produksjon av elektrisitet fordelt etter energikilde viser produksjonsfordelingen i Norden i 2008. Som vi ser har også Sverige en stor andel

vannkraftproduksjon. Følgelig vil en svikt i nedbøren trolig ramme både svensk og norsk produksjon av kraft. For Norge er det derfor viktig å ha overføringskapasitet til land med andre energikilder for å hindre samvariasjon i produksjonskapasitet, og dermed skape en reserve i år med lite nedbør. Dette er en viktig årsak til at Statnett bygde en ny ledning til et termisk basert nederlandsk kraftsystem, som ble satt i drift mai 2008. Termisk kraft består kjerne-, kull- og olje- og gasskraft, og gir normalt en stabil tilgang på energi. Mens det er kapasiteten i kraftverkene som setter grenser for hvor mye som kan produseres i landene med mye termisk kraft, er det i Norge vannmengden i magasinene som er den begrensende faktoren. Det blir også vurdert å etablere en ny forbindelse til Danmark, hvor termisk kraft dominerer sammen med vindkraft. Disse prosjektene vil være med å bidra til en vesentlig forbedring for Norges muligheter til kraftutveksling, og redusere Norges sårbarhet for tilsigsvariasjoner (Olje og energidepartementet, 2008).



Figur 2.3 Nordens produksjons av elektrisitet fordelt etter energikilde

En fordel med vannkraft i forhold til termisk kraft er at det er enkelt og relativt rimelig å regulere kapasiteten etter kortsiktige endringer i etterspørselen. I land med mye termisk kraft er det kostbart å bygge termiske kraftverk for å dekke kortsiktige forbrukstopper, samtidig som det kostbart å regulere produksjonen i de allerede eksisterende kraftverkene. På grunn av den termiske kraften sin lave fleksibilitet vil kraftverkene kunne produsere relativt billig kraft om natten og i helgene. Ved å samkjøre det termiske kraftsystemet med Norges vannkraft vil Norge kunne importere relativt rimelig kraft om natten fra land med termisk kraft, mens de ved forbruksstoppene vil kunne eksportere vannkraften. Generelt vil Norge importere kraft når prisen her hjemme er høyere enn i eksportørens hjemland, etter å ha tatt hensyn til nettap i

overføringslinjene. Motsatt vil være tilfelle når det gjelder eksport. Begge disse tilfellene krever at det er ledig kapasitet på overføringslinjene (Olje og energidepartementet, 2008).

Norge har i dag overføringslinjer til Sverige, Danmark, Nederland, Russland og Finland. Figur 2.4 viser Nordens overføringsforbindelser innad og mot nabolandene. De angitte overføringskapasitetene i figuren er maksimal kapasitet på de enkelte forbindelsene. På grunn av drifts- og markedsmessige forhold vil de samlede overføringsmulighetene være noe redusert. Det er anslått at ved full kapasitetsutnyttelse vil det kunne transporteres i overkant av 20 TWh mellom Norge og øvrige land per år (Olje og energidepartementet, 2008).



Figur 2.4 Nordens overføringsforbindelser

2.4.1 Flaskehals på overføringsnettet

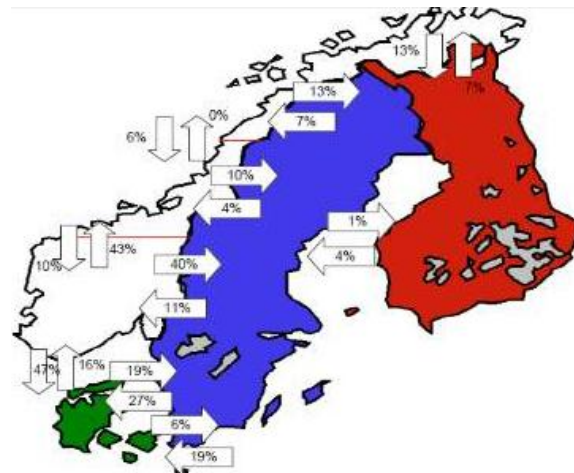
Overføringskapasiteten i Norge er begrenset, både innad i landet og i overføringslinjene til andre land. I situasjoner hvor den elektriske kraften som er ønskelig å overføre mellom to områder overstiger kapasiteten mellom områdene, oppstår det en flaskehals i overføringsnettet (NVE, 2009). Flaskehals er svært vanlig i det nordiske overføringsnettet, og håndteres hovedsaklig ved bruk av prisområder, men også ved bruk av motkjøp. Motkjøp vil si at den systemansvarlige betaler produsenten for å øke eller redusere produksjonen, for dermed å oppnå balanse i markedet.

2.5 Prisområder

De langvarige flaskehalsene håndteres i Norge hovedsaklig ved å utnytte prismekanismen til å splitte markedet i ulike prisområder. I 2007 var det kun i 17 % av tiden at det var lik pris i hele det Nordiske markedet. Resten av tiden skapte overføringsbegrensningene mellom prisområdene at vi hadde flere en én pris i Norden. Områder som har et overskudd av kraft, eksporterer kraft til nærliggende områder og får selv en lavere pris enn områder som importerer kraften. På denne måten skaper områdeprisene balanse mellom tilbud og etterspørsel, samtidig som det tas hensyn til flaskehalsene i nettet (Olje og energidepartementet, 2008). Områdeprisene har også en sentral effekt ved at de gir

prissignaler til produsenter og forbrukere. I et underskuddsområde vil prisen stimulere til høyere produksjon og lavere forbruk, både på kort og lang sikt (Econ Pöyry, 2007). For å hindre at overføring av kraft gjennom flaskehals blir utnyttet av noen av aktørene, er denne oppgaven blitt gitt til Nord Pool, som er en nøytral part (Nord Pool).

I Norge blir prisområdene benyttet for å håndtere flaskehals innad i landet og på grensene mot Sverige, Finland og Danmark. Prisområder benyttes som hovedregel ved langvarige og store flaskehals, mens det ved mindre og kortvarige flaskehals benyttes motkjøp. Norge vil vanligvis være inndelt i tre prisområder; Nord-Norge, Midt-Norge og Sør-Norge. Danmark er delt i to prisområder, mens Sverige og Finland kun har prisområder for å håndtere flaskehals mot andre land.

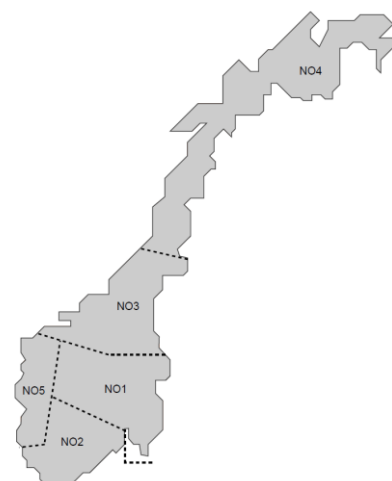


Figur 2.5 Andel av tiden i 2007 med flaskehals mellom prisområder. Kilde NVE.

Interne flaskehals blir håndtert ved bruk av motkjøp (Olje og energidepartementet, 2008). Figur 2.5 viser hvor stor andel av tiden i 2007 det var flaskehals mellom de ulike områdene i det nordiske kraftnettet. Pilene går fra lavpris- til høyprisområdet.

Ny områdeinndeling i Norge

I løpet av vinteren har vi fått to nye prisområder. Mens området sør for Midt-Norge tidligere har vært ett område, har det nå blitt splittet i tre. Fra 11. februar 2010 ble Østlandet skilt ut som eget prisområde i forbindelse med utbedring av forbindelsen over Oslofjorden (Sparre, 2010). 15. mars ble det på nytt opprettet et nytt prisområde for Vestlandet grunnet lite vann i magasinene på Vestlandet (Statnett, 2010). Oppsplittingen skyldes at overføringslinjene ikke har kapasitet til å overføre all kraft en lik pris skulle tilsi, og for å sikre best mulig utnyttelse av ledningene etableres egne prisområder. Figur 2.6 viser den nye områdeinndelingen. Flere prisområder går imot olje-



Figur 2.6 Den nye områdeinndelingen med 5 prisområder. Kilde Statnett.

og energiministerens mål om lik strømpris i hele landet (NRK, 2010).

2.6 Markedsmakt i kraftmarkedet

Kraftmarkedet i Norge og resten av Norden er preget av store aktører. I følge en analyse av Konkurransetilsynet i 2004 ble Herfindahl-Hirschman-indeksen beregnet til å være 1634 i Norge, noe som antyder moderat konsentrasjon av markedsmakt. Kraftmarkedet i Norge er imidlertid preget av krysseierskap, og når Konkurransetilsynet tok hensyn til totalvirkningen av krysseierskap ble indeksen beregnet til 3325, noe som antyder sterk konsentrasjon av markedsmakt. I Norden som helhet ble indeksen beregnet til 892 og 1138 når det tas hensyn til krysseierskap. Grunnen til at den er lavere er at det er flere aktører totalt i Norden og dermed at hver enkelt aktør har mindre markedsandel. Det vil altså være lettere at én eller flere aktører har markedsmakt når vi ser på et mindre område. Utvidelsen med to nye prisområder i Norge har derfor isolert sett ført til at det blir lettere for norske aktører å utnytte markedsmakt. Ved utnyttelsen av markedsmakt vil produsenten legge inn bud høyere enn han ville gjort som pristaker. Dette vil føre til mindre produksjon, høyere spotpris og økt lønnsomhet for produsentene. Ifølge Nord Pool er det 4-5 aktører i spotmarkedet som har mulighet til å påvirke prisen. Incentivet om økt lønnsomhet til disse aktørene taler for at markedsmakt blir utnyttet når bud sendes inn til Nord Pool.

3. Prisdannelsen hos Nord Pool

Jeg vil i dette kapitlet se nærmere på prisdannelsen i Nord Pool. Jeg vil først ta for meg relevante priser på Nord Pool og forklare disse. Videre vil jeg gå inn på hvordan spotprisen blir bestemt på Nord Pool. Før jeg tilslutt vil se på hvilke faktorer som er avgjørende for spotprisen.

3.1 Hvilke priser har vi?

Systempris

Systemprisen er den prisen som dannes for det felles nordiske kraftmarkedet i det fysiske spotmarkedet på Nord Pool. Denne settes innen klokken 15 hver dag for hver av de 24 timene i neste døgn (Nord Pool). Prisen ser bort fra eventuelle flaskehals i overføringsnett.

Områdepris

Systemprisen danner basisen for prisingen i det nordiske kraftmarkedet, men på grunn av flaskehals i overføringsnett vil ikke spotprisen i alle prisområdene bli lik systemprisen. Områder som har overskudd av kraft, vil eksportere kraft og få lavere pris enn systemprisen. Mens områder med underskudd på kraft, vil importere kraft og få høyere pris. Samtidig som Nord Pool regner ut systemprisen, beregner Nord Pool områdepriser for hvert av prisområdene i Norden. I likhet med systemprisen er også denne en timespris som bestemmes innen klokken 15 for hele det neste døgn fra og med midnatt. Det er Nord Pool Spot som setter både systempris og områdepris, og begge disse prisene blir kalt spotpriser.

Fremtidspriser

Fremtidspriser er en fellesbetegnelse på terminkontrakter, differansekontrakter (CfD) og opsjonkontrakter. Alle disse kontraktene kan handles på Nord Pool. Disse sier noe om hva markedsaktørene er villig til å betale for kraft i fremtiden, og gir dermed et øyeblikksbilde av hvordan markedet ser på fremtiden. Prisene fungerer derfor som referansepunkter for verdien av vann, og kan derfor brukes i produksjonsplanleggingen til vannkraftverkene (Fosso & Gjengedal, 2006).

Sluttbrukerpris

Dette er prisen som strømkunden betaler for strømleveransen fra kraftleverandøren. Basert på strømvtale med leverandøren, vil kundens pris i ulik grad være avhengig av utviklingen i områdeprisen, da denne prisen fungerer som innkjøpsprisen for kraftleverandøren. Nettleie og

avgifter utgjør også en stor andel av den totale strømprisen kunden betaler. Jeg vil ikke analysere sluttbrukerprisen nærmere i denne oppgaven.

3.2 Hvordan settes spotprisene på Nord Pool Spot?

Å finne en pris som balanserer tilbud og etterspørsel i kraftmarkedet er helt essensielt, ettersom det er umulig å lagre kraften. Nord Pool setter systemprisen gjennom en auksjon der produsenter på denne ene siden legger inn bud om hvor mye de ønsker å produsere gitt ulike priser, mens leverandører og storforbrukere legger inn bud på hvor mye de ønsker å kjøpe gitt ulike priser. Basert på budene blir en systempris satt der tilbud møter etterspørsel gitt ingen overføringsbegrensninger. I tillegg til å regne ut en systempris beregner Nord Pool områdeprisene for hvert prisområde. Her blir det tatt hensyn til de aktuelle begrensningene i overføringslinjene mellom de ulike prisområdene. Dette gjøres for hver enkelt time, og innen klokken 15.00 hver dag blir spotprisene for neste døgn offentliggjort (Wangensteen, 2007).

Alle produsenter som har lagt inn bud under områdeprisen i sitt prisområde får produsere, og får solgt sin kraft til de kraftleverandørene og storforbrukerne i samme område som tillot en pris lik eller høyere områdeprisen (Nord Pool). Prisen som er gjeldende for alle parter i et prisområde er områdeprisen, også for de produsentene som la inn bud som var lavere enn denne. Denne markedsprisingen sørger for effektivitet ved at produsentene som til enhver tid kan produsere billigst og konsumentene som har størst nytte av kraften blir valgt.

Prisingssystemet på Nord Pool Spot åpner for at aktørene kan legge inn ulike typer bud; timesbud, blokkbud og fleksible timesbud. Dette kompliserer utregningen av system- og områdepris. Den mest vanlige typen er timesbud, der aktører angir hvor mye som ønskes og kjøpes/selges gitt ulike prisnivåer. Blokkbud er et samlet bud på fire etterfølgende timer og må godtas eller avvises i sin helhet. Denne type bud er spesielt tilpasset infleksible produksjonsaktører. Det er også muligheter å sette inn en betingelse at et blokkbud er avhengig av at et annet blokkbud blir akseptert. Fleksibelt timesbud er et salgsbud som blir akseptert i timen hvor prisen er høyest, gitt at prisen er høyere enn prisen angitt i budet. Dette budet gir storforbrukere anledning til å selge tilbake kraft i markedet når prisen blir for høy til å utnytte den selv.

3.3 Hvilke faktorer er avgjørende for prisen?

Vi har sett at prisnivået bestemmes av forholdet mellom tilbud og etterspørsel. Derfor vil alle forhold som påvirker enten tilbudet eller etterspørselen få en innvirkning på prisen. I tillegg vil overføringskapasiteten være avgjørende for prisen i hvert enkelt område.

På lang sikt vil investering i nye kraftverk, utvidelse av overføringskapasitet, endringer i forbruksvaner, samt utviklingen i økonomien være avgjørende for hvordan kraftprisen utvikler seg (Energi Norge, 2007). Jeg vil fokusere på hva som påvirker prisen på kort sikt, og vil under presentere mine tanker om dette med bakgrunn i forskningslitteraturen på området. Denne analysen vil jeg dele opp i faktorer som påvirker forbruket og produksjonen. Jeg vil også se kort på overføringskapasiteten.

Faktorer som påvirker etterspørselen

På kort sikt er kraftmarkedet inelastisk. Det vil si at etterspørselen er lite følsom for endringer i prisen. Mye av grunnen til dette ligger i at investeringen foretas på forhånd gjennom kjøp av varige konsumgoder (Olje- og energidepartementet, 1998). Dette virker bindende på energimønsteret. Når man allerede har investert i en panelovn, elektrisk kjøkkenredskap eller vaskemaskin blir nytten ved å benytte seg av dette utstyret ofte høyere enn kostnadene selv om prisen på elektrisitet skulle bli svært høy i noen uker eller måneder. I tillegg har de fleste husholdningskunder avtaler med strømlleverandøren, henholdsvis fastpriskontrakt og standard variabelpris, som fører til mindre sammenheng mellom spotpris og den strømprisen kunden betaler. Også de fleste med spotprisavtale slipper å betale spotprisen i Nord Pool for de mest ekstreme timene, ettersom de færreste husholdningskundene per i dag har timeregistrering av forbruket. Ved forventninger om langvarige høye kraftpriser blir det derimot mer aktuelt å se på lønnsomheten ved kjøp av ny konsumkapital (f.eks. varmpumpe), for å oppnå større forbruksreduksjoner. Kraftmarkedet er derfor mer elastisk på lang sikt enn på kort sikt.

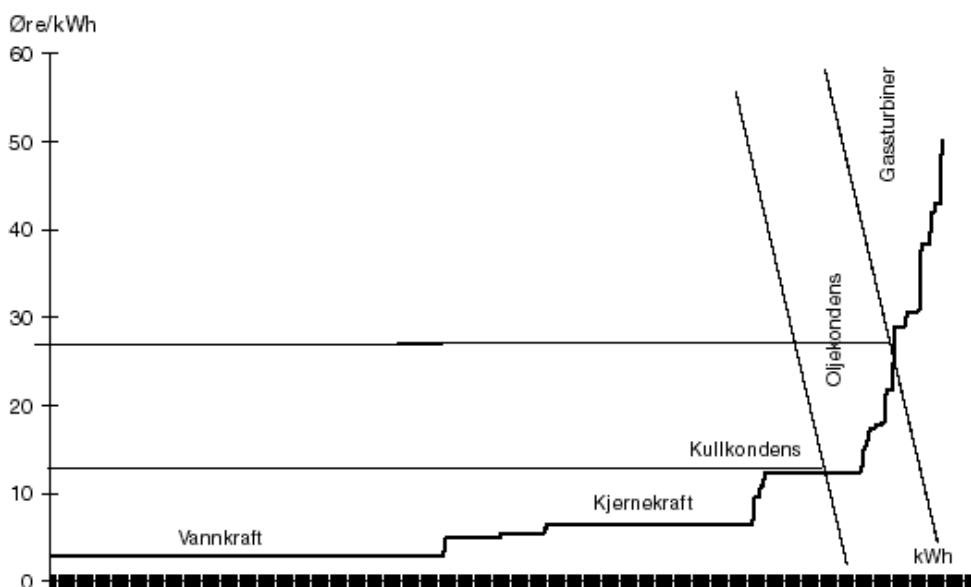
Forbruket varierer over døgnet timer, ukedag og hvilken årstid vi er. Generelt er det høyeste timeforbruk i morgentimene fra kl. 8-10. Da har alle sektorer, med unntak av primærnæringen, sine morgentopper i forbruket. For husholdningen er forbruket høyere på ettermiddagen, men på grunn av at forbruket går markert ned i industrien etter normal arbeidsdag (klokken 15-17), er det totale forbruket lavere enn ved morgentoppen. Det totale forbruket er lavere i helgene enn i ukedagene som følge av mindre aktivitet i bedriftene. I helgene starter også morgentoppen senere enn i ukedagene. I tillegg varierer forbruket i forhold til hvilken tid på året vi er i. Generelt er forbruket høyest i vintermånedene og lavest i sommermånedene, mens høst- og vårmånedene ligger i mellomstikket (Ericson & Halvorsen, 2008).

Temperatur er avgjørende for forbruket da nesten all oppvarming i Norden er basert på elektrisitet. Spesielt gjelder dette forbruket for husholdningene. Studiene av Ericson og

Halvorsen kommer fram til en korrelasjonskoeffisient på $-0,97$ i forholdet mellom gjennomsnittlig døgnforbruk i husholdningene og gjennomsnittlig utetemperatur. Grunnen er logisk, når været blir kaldere kreves det mer elektrisitet for oppvarming av boliger, og dermed øker forbruket. Temperaturen er i stor grad avhengig av hvilken tid på året det er. For å skille disse effektene fra hverandre, opereres det ofte med avvik fra normaltemperaturen.

Faktorer som påvirker produksjonen

Figur 3.1 viser at det er store forskjeller på de variable kostnadene til de ulike energikildene. Noen produksjonskilder er kapitalintensive. Dette gjelder spesielt vind- og vannkraft, som opererer med tilnærmet null i variable produksjonskostnader, ettersom råstoffene vind og vann er gratis. Også kjernekraft og kullkraftverk regnes som kapitalintensive, men det vil her i tillegg være innslag av råvarekostnader, henholdsvis uran og kull. I tillegg vil prisen på CO₂-utslipp ha innvirkning på den marginale kostnaden til kullkraftverkene. Oljekondens brukes ofte til å dekke den høye etterspørsel i vinterperioden, mens gassturbiner kun benyttes når det er veldig høy etterspørsel i markedet (Olje og energidepartementet, 2008). På grunn av at de variable kostnadene ved et visst punkt begynner å stige kraftig, kan relativt små endringer i forbruket få store konsekvenser for prisen. Store forskjeller i de variable produksjonskostnadene medfører også at betydningen av et velfungerende prisingsystem blir høyere, ettersom risikoen for tap i effektivitet blir høyere.



Figur 3.1 Variable kostnader ved produksjon av en kWh. Kilde Olje- og energidepartementet.

I Figur 2.3 så vi at store deler av det nordiske kraftmarkedet blir forsynt med vannkraft. Av denne grunn er vanntilgangen til vannmagasinene av avgjørende betydning for

prisutviklingen. Dette avgjøres først og fremst av nedbørsmengden i områdene rundt vannkraftverkene. Også grunnvannstanden har en innvirkning på hvor mye av nedbøren som havner i magasinene, ettersom lavt grunnvann fører til at mer av nedbøren blir sugd opp av jorda.

Termisk kraft har også store andeler av produksjonen. På kort sikt er råvareprisene som kreves til produksjon i disse kraftverkene avgjørende for systemprisen på Nord Pool. Spesielt gjelder dette for kull og gass, da kraftverk basert på disse råstoffene ofte vil være de siste marginale produksjonsanleggene som driftes, og dermed fungere som prissettere i markedet. Høyere pris på gass eller kull vil føre til at færre av disse kraftverkene vil være lønnsom i drift, og dermed stoppes noe av produksjonen til prisen kommer på et så høyt nivå at det igjen blir lønnsomt å drive kraftverkene. Gassprisen er høyt korrelert med oljeprisen, ettersom de fleste kontraktene for kjøp og salg av gass er knyttet til utviklingen i oljeprisen. Kull- og gassprisen varierer også med utviklingen i dollarkurs, ettersom de prises i dollar.

Selv om vind står for en liten andel av den totale produksjonen kan den ha stor innflytelse på prisen. Dette skyldes variabiliteten i produksjon av vindkraft. I områder med mye vindkraft kan prisen bli svært lav i perioder med mye vind. 25.-26. desember 2009 så vi et ekstrem tilfelle av dette, ved at vi i noen timer fikk negativ områdepris i Vest-Danmark, noe som medførte at produsentene av kraft i dette området måtte betale for å produsere kraft. Den høye variasjonen i produksjonen kan sies å være den største ulempen med vindkraft, ettersom det krever at man har tilgang til reservekraft fra andre kilder i perioder med lite vind.

Kortsiktige svingninger i pris kan også oppstå som følge av at produksjonsanlegg er ute av drift eller har nedsatt drift som følge av vedlikehold, oppgradering eller feil. Dette er noe av bakgrunnen til de ekstreme prisene vi så i Norge og i resten av Norden denne vinteren når flere av kjernekraftverkene i Sverige hadde nedsatt drift. Plutselige feil ved anlegg vil være vanskelig å forutsi, mens vedlikehold og oppgradering blir annonsert på forhånd.

Overføringskapasiteten

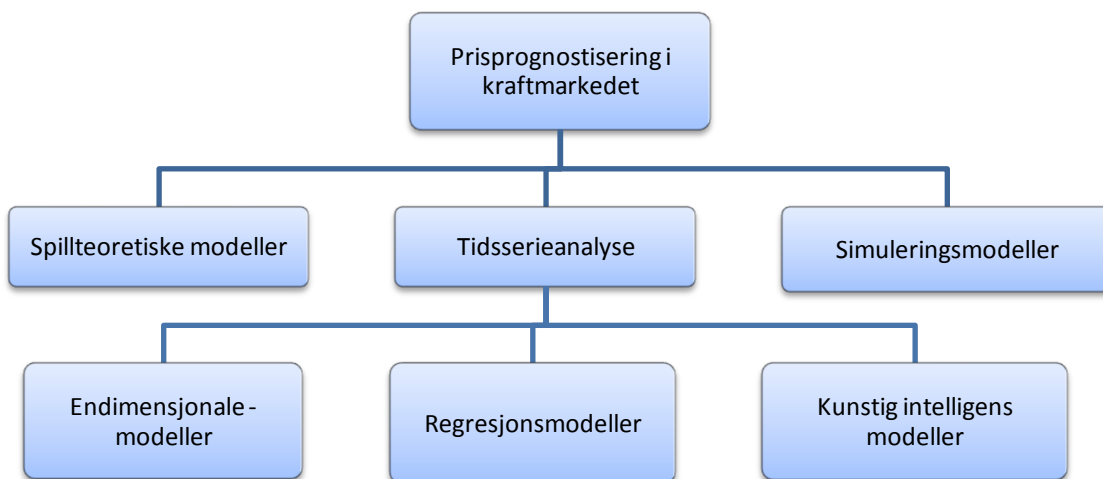
Som nevnt tidligere vil prisen i et aktuelt område være avhengig av overføringskapasiteten ut og inn til området. Høyere overføringskapasitet inn vil kunne gi lavere pris i perioder hvor det er mangel på kraftproduksjon innad i området. Motsatt vil også høyere overføringskapasitet ut av området kunne føre til høyere pris innad i området, ettersom det gir større muligheter for eksport av kraft i tider med produksjonsoverskudd.

4. Kortsiktige prisprognoser for kraftprisen

4.1 Hvilke metoder for prisprognoser har vi?

Jeg vil i dette kapitlet se på hvilke modeller vi har for å prognostisere prisen i kraftmarkedet. Målet for prognosemodellen er å gi presise prognoser for timesprisen en uke fremover i tid. Dette er et komplekst statistisk problem som involverer stor grad av usikkerhet. Det finnes enorme mengder litteratur om prognostisering, men på grunn av kraftmarkedets 4 spesielle egenskaper som ble nevnt innledningsvis, er det ikke alle metoder som er like godt egnet til å lage prisprognoser i kraftmarkedet.

Jeg har valgt å dele de mulige prognostiseringsmetodene i grupper. I den neste delen vil jeg gå gjennom hver av disse gruppene, forklare disse og fortelle hvilke fordeler og ulemper de har. Til slutt vil jeg komme fram til den metoden jeg vil benytte videre i oppgaven. En illustrasjon av gruppene er gitt Figur 4.1.



Figur 4.1 Ulike metoder for prisprognoser av kraftprisen

Spillteoretiske modeller

Som nevnt er kraftmarkedet preget av få aktører og høy markedskonsentrasjon. Det gir store produsenter anledning til å legge inn bud som er høyere enn marginalkostnad for å maksimere profitt. Spillteoretiske modeller gir den matematiske løsningen av disse spillene, og prisen blir resultatet av løsningen. Nøkkelen ved disse modellene er å finne likevekten. Det finnes ulike likevektsmodeller som f. eks Cournot, Bertrand og Nash. Mye av den akademiske forskningen i et deregulert kraftmarkedet har gått med til å analysere produsentene utnyttelse av

markedsrett og å etablere slike spillteoretiske modeller. Problemet med disse modellene er at de i liten grad går inn på de fundamentale forhold i prissettingen.

Simuleringsmodeller

Dette er modeller som er en kopi av det virkelige systemet. Prisløsningen finnes ved å bruke algoritmer som tar hensyn til begrensningene i kraftsystemet. Et velkjent norsk eksempel på en slik simuleringsmodell er samkjøringsmodellen. En modell som brukes til prognostisering av spotprisen og produksjonsplanlegging på lang og mellomlang sikt. Modellen er spesialutviklet av SINTEF for simulering av et hydrotermisk kraftsystem, og benyttes av de fleste store aktører i det nordiske kraftmarkedet (Førsund, Mo, Singh, & Wolfgang, 2005).

Simuleringsmodellene gir detaljert innsikt i kraftmarkedet og prisene da de i stor grad reflekterer virkeligheten. Erfaringene med disse modellene er også rimelig gode, og de har vist seg å predikere prisen nokså nøyaktig, gitt at man har gode prognoser for etterspørselen, magasinbeholdning og utvekslingen av kraft til områder utenfor modellen. Modellene er derfor å foretrekke av de store aktørene i kraftmarkedet på lang og mellomlang sikt.

Det er imidlertid tre ulemper med metoden. For det første krever modellene detaljert operasjonsdata fra kraftverkene/produsentene. Disse er vanskelig å få tak i for utenforstående og konkurrenter. Ved å benytte seg av forenklinger og estimeringer kan man til en viss grad komme bort i fra dette problemet. Det andre problemet er knyttet til at simuleringsmodeller er kompliserte å implementere og har høye datakostnader. Det kreves derfor mye tid og kostnader for å holde modellene oppdatert. For det tredje tar ikke modellen hensyn til markedsaktørens mulighet til utnyttelse av markedsrett som på kort sikt kan ha innvirkning på prisen.

Tidsseriemodeller

Tidsseriemodeller fokuserer på historisk utvikling av den avhengige variabelen, i mitt tilfelle prisen på elektrisitet. Det er også mulighet for å inkludere eksogene tidsserievariabler. Tidsseriemodellene kan videre deles opp i tre undergrupper; endimensjonale modeller, regresjonsmodeller og kunstig intelligens modeller.

Endimensjonale-modeller utnytter informasjonen i den historiske tidsserien, uten å ta hensyn til andre forklarende variabler, for å lage en prognose for fremtiden. Disse modellene er kun basert på statistiske metoder, og kan ved relativt enkle fremgangsmetoder komme fram til tilfredsstillende kortsiktige prognosemodeller. En ulempe med modellene er at de ikke gir noen forklaring på hva som forårsaker svingningene i prisen. Dette gjør at modellene får

dårligere treffsikkerhet i perioder med eksogene sjokk. I kraftmarkedet kan dette for eksempel skyldes at kraftverk plutselig blir satt ut av drift eller at nedbøren eller temperaturen avviker fra det som er normalt for perioden. *ARIMA-modeller* er en av de mest kjente innenfor denne kategorien.

Regresjonsmodeller baserer seg på forholdet mellom den avhengige variabelen (kraftprisen) og en rekke med uavhengige variabler. For å finne hvilke uavhengige variabler som kan benyttes brukes blant annet økonomisk teori og korrelasjonsanalyser. I tillegg til å bli benyttet ved prognosemodeller kan regresjonsmodeller benyttes til å finne økonomiske sammenhenger mellom variabler. Ved å inkludere informasjon fra uavhengige tidsserier som forteller noe om utviklingen i prisen gjør at man får et bedre grunnlag til å lage gode prognosemodeller. Problemet med å bruke regresjonsmodeller til prognoselegging er at det også må etableres gode prognosemodeller for de uavhengige variablene.

Kunstig intelligens modeller er ikke-parametriske modeller som prøver å jobbe likt som et menneske ved at den lærer av sine tidligere prediksjonsfeil, og prøver å unngå disse i framtiden. Modellen ansees for å ha en evne til lære komplekse og ikke-lineære forhold som er vanskelig for mer konvensjonelle modeller. Modellene gir liten innblikk i de fundamentale prosessene og kan være vanskelig å formidle til brukerne.

Valg av modell

De kraftprodusentene jeg har vært i kontakt med bruker ikke kun en modell for å prognosere prisen på kort sikt, men en kombinasjon av flere. I tillegg er det vanlig å kombinere svarene fra modellene med egen vurdering av situasjon som er basert på skjønn og erfaring.

Det er blitt gjort studier som prøver å sammenligne ulike metoder for å prognostisere kraftprisen på kort sikt, blant annet et studie av Aggarwal et al. i 2009. Verken denne eller andre studier har klart å komme med et entydig svar på hvilke modell som generelt predikerer prisen best. For å begrense oppgaven har jeg valgt å fokusere på en type modell. Jeg har her valgt en av de mest kjente endimensjonale-modellene, nemlig *ARIMA-modeller*.

4.2 ARIMA modellering

I dette kapitlet vil jeg presentere egenskapene, dynamikken og forutsetningene bak *ARIMA* prosesser. Modellen ble introdusert av Box og Jenkins (1976), og det ble her vist at *ARIMA* kan modellere forholdsvis kompliserte tidsrekker ved bruk av få parametre. Jeg vil bruke deres bok som utgangspunkt for min fremstilling av *ARIMA*.

ARIMA er en forkortelse for Autoregressive Integrated Moving Average, på norsk autoregressive integrerte glidende gjennomsnittsmoedeller. Modellene brukes til å lage prognoser på kort og mellomlang sikt. Den baserer seg kun på tidsrekkens tidligere observasjoner, og har til hensikt å fjerne alt av støy i tidsserien slik at man står igjen med en hvit-støy prosess. En slik hvit støy prosess er en ren tilfeldig prosess og kan defineres slik (Maddala, 2001):

$$E(y_t) = \mu$$

$$VAR(Y_t) = \sigma^2$$

$$\gamma_{t-r} = \begin{cases} \sigma^2 & \text{for } t = r \\ 0 & \text{for } t \neq r \end{cases}$$

Glidende gjennomsnittsmoedell

Glidende gjennomsnittsmoedell gir hukommelsen til modellen, altså hvor lang tid tilbake restleddet skal få betydning i predikeringen. Restleddet er differansen mellom den faktiske verdien og den predikerte verdien.

En ren glidende gjennomsnittsmoedell er en type moedell som uttrykkes som et veid gjennomsnitt av restleddets verdier i denne og foregående perioder. Antall restledd som behøves ta med settes til q . Matematisk kan dermed en MA(q) prosess formuleres slik:

$$y_t = \mu + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t$$

der μ er forventningsverdien til y_t , ε_t restleddet og $\theta_1, \dots, \theta_q$ er parametre som kan være både negative og positive. Forutsetningen er at restleddet er hvit støy. Bruker jeg B som tidsforsinkelsesoperator kan dette forkortes til:

$$y_t = \mu + \theta(B)\varepsilon_t$$

$$\text{der } \theta(B) = (1 - \sum_{i=1}^q \theta_i B^i)$$

For å illustrere hvordan en glidende gjennomsnittsmoedell fungerer tar jeg et enkelt eksempel på en MA(1)-prosess. La oss anta at den glidende gjennomsnittsmoedellen gir en prognose på en dagspris på 45 Euro/MWh i periode 0. I virkeligheten viser prisen seg å være 50. Det vil derfor være naturlig å øke prognosen i neste periode med en andel av restleddet på 5. Dette gjøres ved å multiplisere restleddet med en gitt parameter (θ). En høyere θ vil gjøre at modellen gir større utslag for endringer i restleddet. Parameteren bestemmes vanligvis ut fra

minste kvadraters metode. θ vil altså settes slik at kvadratavviket til restleddene blir minst mulig.

Autoregressiv modell

AR står for autoregressiv og sier noe om korrelasjonen mellom verdier i den samme tidsserien. En autoregressiv modell er når den avhengige variabelen er avhengig av verdiene som variabelen hadde i tidligere perioder, pluss et feilledd ε_t . Antall forutgående observasjoner som behøves ta med settes til p . Vi kan dermed uttrykke en autoregressiv modell av orden p , AR(p), på følgende måte.

$$y_t = k + \sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-i} + \varepsilon_t$$

der ϕ_1, \dots, ϕ_p er parametrene til modellen, ε_t er et feilledd bestående av hvit støy, mens k er konstanten. Bruker jeg B som tidsforsinkelsesoperator og forkorter får vi:

$$\varepsilon_t + k = y_t \phi(B)$$

$$\text{der } \phi(B) = \left(1 - \sum_{i=1}^p \phi_i B^i\right)$$

For å illustrere hvordan en autoregressiv modell fungerer i praksis vil jeg også her benytte meg av et enkelt eksempel på en AR(1) prosess. Gitt at prisen i periode 0 er 50, og vi har ved hjelp av minste kvadraters metode kommet fram til en konstant på 20 og en ϕ på 0,55. Vi kan dermed regne ut prisen i periode 1 som $20 + 0,55 \cdot 50 = 47,5$. En høyere ϕ vil altså gjøre modellen mer avhengig av den forrige observerte verdien.

Integrering for å oppnå stasjonaritet

Både MA-modellen og AR-modellen er avhengig av at tidsserien er stasjonær. Dette styres av I 'en i ARIMA modellen, som står for den integrerte komponenten og referer til hvor mange ganger tidsserien må differensieres for å få den stasjonær. Stasjonær vil si at tidsserien har konstant gjennomsnitt og varians uansett hvor på tidsaksen vi befinner oss.

Den transformerte stasjonære serien er gitt ved

$$w_t = \Delta^d y_t$$

der d angir hvor mange ganger tidsserien må differensieres for å oppnå stasjonaritet. En differensiering av grad én vil altså si at vi skal modellere differansen mellom verdien i denne perioden og verdien i forrige periode. Matematisk kan dette skrives som $w_t = y_t - y_{t-1}$.

ARIMA-modeller

Mange tidsserier lar seg ikke modellere ved bruk av rene AR- eller MA-modeller, ettersom de inneholder elementer av begge modellene. Ved slike tidsserier er det mulig å kombinere modellene, slik at man får en ARMA modell. Dette kan igjen kombineres med integrering for å oppnå stasjonaritet, og vi får vi det som kalles en ARIMA(p,d,q)-modell. En ARIMA(p,d,q)-modell kan matematisk formuleres slik:

$$w_t = k + \sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-1} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

der $w_t = \Delta^d y_t$. Dette kan forkortes til å formuleres slik:

$$\phi(B)w_t = k + \theta(B)\varepsilon_t$$

$$\text{der } \phi(B) = (1 - \sum_{i=1}^p \phi_i B^i)$$

$$\text{og } \theta(B) = (1 - \sum_{i=1}^q \theta_i B^i)$$

ARIMA-modeller med sesong

En vanlig ARIMA- modell inkluderer ikke sesongfaktorer, ettersom modellen bare tar hensyn til perioder som ligger nær periode t i tid. Box og Jenkins (1974) løser dette ved å inkludere sesongautoregressive (SAR) og sesongglidende gjennomsnitt (SMA) på samme måte som AR- og MA-leddene nevnt overfor. Forskjellen er at komponentene nå ikke ser på sammenhengen mellom nærliggende observasjoner, men observasjoner bakover i sesonger. Har vi eksempelvis en ukentlig sesongkomponent, så gir SAR (1) korrelasjonen mellom y_t og verdien en uke tilbake i tid, y_{t-s} , der s er 7 ved daglig data. På samme måte gir SMA (1) korrelasjonen mellom y_t og restleddet en uke tilbake i tid.

Et sesongmønster kan også føre til tidsserien ikke er stasjonær i utgangspunktet. For å filtrere ut denne sesongkomponenten gir ARIMA med sesong mulighet til å sesongdifferensiere tidsserien. Antall ganger tidsserien sesongdifferensieres betegnes med D. Når vi tar hensyn til sesong får vi en ARIMA(p,d,q)x(P,D,Q) –modell som matematisk kan formuleres slik:

$$\phi(B)\Phi(B)w_t = k + \theta(B)\Theta(B)\varepsilon_t$$

$$\text{der } \Phi(B) = (1 - \sum_{s=1}^P \Phi_s B^s)$$

$$\text{og } \Theta(B) = (1 - \sum_{s=1}^Q \Theta_s B^s)$$

hvor den transformerte tidsserien $w_t = \nabla^d \nabla_s^D y_t$ er en stasjonær tidsserie. Her angir ∇^d antall ordinære differensieringer og ∇_s^D angir antallet sesongdifferensieringer som må til for å få y_t til å bli en stasjonær tidsserie.

Betingelser for bruk av ARIMA til prognostisering

En viktig betingelse ved ARIMA er at restleddet til modellen er hvit støy. Dersom dette ikke er tilfellet vil det si at det er mer systematikk som kan hentes ut av tidsserien, og dermed vil ikke predikeringen til modellen bli nøyaktig. For å teste om restleddene følger en hvit støy-prosess kan det benyttes en Ljung Box Q-test. En slik test vil teste om man kan forkaste en nullhypotese om at autokorrelasjonen opptil lag k er signifikant forskjellig fra 0. Q-verdier over den kritiske grensen vil antyde at autokorrelasjonen vil være signifikant forskjellig fra 0 og dermed at restleddene ikke er en hvit støy-prosess.

Restleddet trenger ikke å være normalfordelt for at ARIMA-modeller skal gi forventningsrettede prediksjoner, men ved å forutsette at restleddet er normalfordelt er det mulig å bruke ARIMA-modellen til å kalkulere et konfidensintervall til prognosen (Brockwell & Davis, 2006). Jeg vil se bort fra usikkerheten knyttet til prisprognosene, og betingelsen om normalfordelte restledd er derfor ikke like relevant for mitt formål.

4.3 Multivariat variansanalyse

Som nevnt i kapittel 3.2 blir spotprisene for de 24 timene i døgnet satt på samme tidspunkt. Det er altså den samme informasjonen som ligger til grunn for prisen i timen 00.00-01.00 som timen 23.00-24.00. Spotprisene er dermed paneldata, der de 24 timene i døgnet kan ses på som tversnittsdimensjonen til datasettet (Huisman, Huurman, & Mahieu, 2007). Med dette i bakhodet har jeg valgt å dekomponere tidsserien ved bruk av en multivariat variansanalyse, heretter kalt MANOVA. I mitt tilfelle vil formålet med en slik MANOVA -analyse være å få ut en multiplikatormatrise som kan brukes til å lage timesprognoser basert på en prognose på dagspriser, der dagsprisen er gjennomsnittet av timesprisen i døgnet. Jeg vil i det følgende presentere det teoretiske fundamentet til en MANOVA-analyse.

Variansanalyse (ANOVA) er en metode der vi ønsker å sammenligner grupper for å se om det er systematisk forskjell mellom disse. For å gjøre dette sammenligner vi variasjonen som kan forklares med gruppetilhørigheten med et mål for variasjonen innen gruppene. Dette gjøres ved å dividere variasjonen mellom gruppene på variasjonene innad i gruppene, der begge blir justert for antall frihetsgrader. Vi får da en F-verdi som er kjikvadratfordelt. Dersom denne F-verdien er høy vil det si at det er lav sannsynlighet for at observasjonene i de ulike gruppene kommer fra en felles fordeling med samme forventning (Møen, 2008). Er F-verdien høyere enn en kritisk verdi, leder det til at vi kan forkaste en nullhypotese om at gjennomsnittet i gruppene er lik.

Videre gir variansanalyse mulighet til å rangere gruppene og si noe om forventningsverdien til de ulike gruppene. Det er det siste som vil være mest relevant i min oppgave, ettersom jeg skal finne multiplikatorer for de ulike timene basert på forventningen til de ulike gruppene. Gruppene vil i mitt tilfelle være sesongkomponentene ukedag, måned og år.

MANOVA er en utvidelse av en ANOVA ved at den muliggjør at det er flere enn én avhengig variabel. Dette vil være nødvendig i vårt tilfelle i og med at vi har en 24-dimensjonal tidsserie, en prisserie for hver av døgnetts 24 timer, og dermed 24 avhengige variabler. Matematikken bak MANOVA-analysen blir derfor mer komplisert enn ved en ANOVA-analyse, men konseptet er likevel det samme.

4.4 Evaluering av prognosemodeller

For å evaluere prognosemodellens kvalitet benyttes i stor grad tre forskjellige mål. Disse er gjengitt i Tabell 4.1. Jeg vil fortrinnsvis holde meg til MAPE, ettersom denne er brukt i de fleste studiene som er gjort på kraftmarkedet.

Navn	Beskrivelse	Matematisk formel
Mean squared error (MSE)	Gjennomsnittet av det kvadrerte avviket mellom estimert verdi og virkelig verdi.	$MSE = \frac{\sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t)^2}{n}$
Mean absolute deviation (MAD)	Gjennomsnittet av det absolutte avviket mellom estimert og virkelig verdi.	$MAD = \frac{\sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t)}{n}$
Mean Absolute Percentage Error (MAPE)	Det prosentvise gjennomsnittlige avviket mellom estimert og virkelig verdi.	$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t) / Y_t}{n}$

Tabell 4.1 Ulike mål for evaluering av prognosemodeller

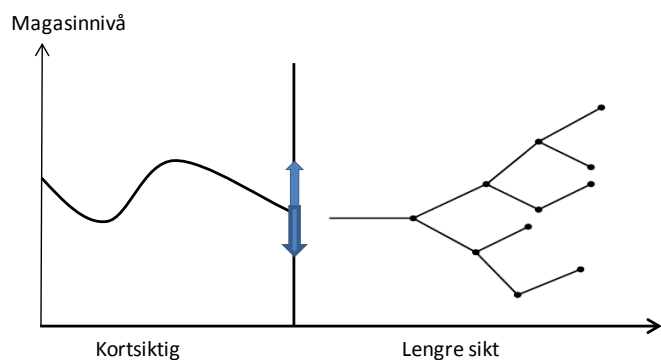
Det er forskjell på å måle modelltilpasningen og prediksjonsevnen selv om de samme målene kan benyttes. Modelltilpasningen sier hvor bra estimatene til modellen treffer innenfor utvalget, mens prediksjonsevnen sier hvor bra prediksjonene til modellene treffer utenfor utvalget. Det er derfor lettere å få til en god modelltilpasning enn en god prediksjonsevne.

5. Produksjonsplanlegging i et magasinkraftverk

5.1 Oversikt

Produksjonsplanleggingen gjennomføres med ulikt tidsperspektiv basert på formålet med planleggingen. På lang sikt (3-5 år fram i tid) tas det hensyn til at både pris og tilsig er stokastiske variabler. Integrerte simuleringsmodeller brukes ofte til å lage mulige utfall, og ut fra dette kan det beregnes forventede utfall og konfidensintervall. På mellomlag sikt (6-18 måneder fram i tid) brukes ofte en deterministisk optimeringsmodell med flere scenarioer til å fastslå ukentlig utløp fra magasinene slik at kraftproduksjonen balanserer den ukentlige etterspørselen. Den bruker resultater fra den langsiktige produksjonsplanleggingen til å fastsette vannverdien i magasinene i slutten av planleggingsperioden. Formålet til den kortsiktige produksjonsplanleggingen er å optimere bruken av vannet i magasinene den neste uken eller dagen, samtidig som det tas hensyn til begrensninger fra modellene på lang- og mellomlang sikt (Wangensteen, 2007). Det er den kortsiktige produksjonsplanleggingen jeg vil fokusere på videre i oppgaven.

Når man kobler korttidsplanleggingen med planleggingen på mellomlangt sikt er det viktig at magasininnholdet behandles konsistent. Det finnes ulike måter å gjøre dette på. Et alternativ vil være å fastsette et magasinnivå ved koblingen mellom de ulike modellene. Dette er en enkel løsning, men gir lite fleksibilitet. For å få mer fleksibilitet hvor magasinet i slutten av planleggingshorisonten kan ligge er derfor priskobling å foretrekke (Haugstad, Flatabø, Fosse, & Mo, 2000). Dette illustreres i Figur 5.1. Ved en priskobling vil vannressursen flyttes fra en periode til en annen periode når den får høyere verdi i den andre perioden. På grunn av usikkerheten tilknyttet prognosene på mellomlang sikt vil jeg benytte meg av forventet verdi av vannet ved koblingstidspunktet.



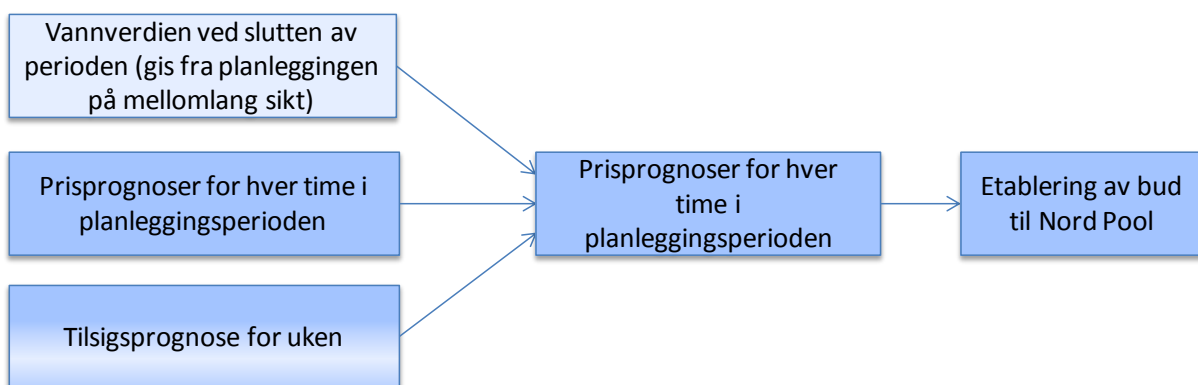
Figur 5.1 Koblingen fra den kortsiktige produksjonsplanleggingen

Verdien av vannressursen blir kalt vannverdien, og er et sentralt begrep i produksjonsplanleggingen i et hydrotermisk kraftsystem. Vannet er i utgangspunktet gratis, men siden vannet i magasinkraftverk kan lagres og brukes til å produsere kraft ved en senere anledning, har vannet en alternativkostnad. Denne alternativkostnaden er det som blir kalt vannverdien. I denne oppgaven vil vannverdien bli definert som verdien av 1 kubikkmeter vann i magasinet.

I den kortsiktige produksjonsplanleggingen er det vanlig å anta deterministiske variabler. Stokastiske variabler i kombinasjon med det detaljnivået som kreves ville gjort det svært vanskelig å beregne løsninger for problemet (Haugstad, Flatabø, Fosse, & Mo, 2000). Deterministiske variabler vil si at det ikke eksisterer usikkerhet knyttet til pris- og tilsigsprognoser. Dette er ikke en korrekt antakelse, men med det detaljnivået de kortsiktige prognosene inneholder er feilmarginene lave nok til at en slik antakelse kan godtas. Ved optimering er det dermed mulig å lage konkrete strategier for produksjon og budgivning den neste uken.

Kortsiktig produksjonsplanlegging gjennomføres vanligvis hver dag. Dette betyr ikke nødvendigvis at alle handlinger må gjentas hver dag. Produsenter har muligheten til å angi produksjonsplan og bud til Nord Pool for en uke av gangen. Skulle det bli aktuelt å gjøre forandringer i disse planene, har produsentene mulighet til dette.

Den kortsiktige produksjonsplanleggingen består av to ulike deler. Den første er å etablere preliminnære planer som danner basis for budgivingen til Nord Pool. Den andre delen er å finne den endelige produksjonsplanen etter at Nord Pool har satt spotprisene. Det er i den første delen at prisprognoser vil være avgjørende, og det er denne delen jeg vil fokusere på i min oppgave. Prosessen for denne delen har jeg oppsummert i Figur 5.2.



Figur 5.2 Produksjonsplanlegging som basis for produsentenes budgivning til Nord Pool

Den siste fasen i Figur 5.2 består av å omgjøre den optimale produksjonsplanen til bud på times intervall som sendes til Nord Pool. For å danne et fullkomment bud kreves det derfor at man tar hensyn til ulike pris og tilsigsscenarioer. Gitt de ulike scenarioene får man ulike produksjonskvantum, og kan basert på denne danne en tilbudskurve. Dette kan gjøres ved å bruke flere scenarioer i en deterministisk analyse. En teoretisk mer korrekt måte å gjøre dette på vil være å bruke stokastisk optimering. Ved stokastisk optimering vil man få et bedre bilde av spredningen i produksjon ved endringer i pris og tilsig. Problemet med stokastisk

optimering er at det med dagens datakapasitet er vanskelig å finne optimal løsning med det detaljnivået som kreves i den kortsiktige planleggingen. Det er imidlertid gjort fremskritt på dette de senere årene, og i fremtiden vil trolig dette være løsningen også på den kortsiktige produksjonsplanleggingen.

Ved å ta hensyn til usikkerhet tilknyttet pris- og tilsigsprognosene, enten ved bruk av flere scenarioer i et deterministisk perspektiv eller ved bruk av stokastisk optimering, kunne jeg fått nok informasjon til å etablere en hel tilbudskurve. For å begrense oppgavens omfang har jeg valgt å se helt bort fra usikkerhet i denne oppgaven. Jeg vil kun benytte forventet pris og tilsig, noe som kun gir et punkt på tilbudskurven. Fokuset i denne oppgaven vil altså være hvordan det kan dannes en preliminær produksjonsplan basert på en prognosemodell på spotprisen, og ikke produsentenes budgivning til Nord Pool.

5.2 Problemformulering

For et magasinkraftverk er det fundamentale å kunne produsere mens prisen er høy og spare vannet når prisen er lav. I Fosse et al (1999) blir produksjonsplanleggingsproblemet definert slik:

Gitt en prognose på fremtidige markedspriser; etabler en produksjonsplan eller -strategi som maksimerer forventet profitt i planleggingsperioden, gitt alle relevante restriksjoner.

Det er denne problemformuleringen jeg vil bygge på i min analyse senere i oppgaven. Fleten (2000) hevder imidlertid at det er to mulige målfunksjoner for produsenten. Den ene er å maksimere forventet profitt basert på forventet spotpris, mens den andre er å maksimere markedsverdien. En optimering av markedsverdien vil ta utgangspunkt i terminprisene i det finansielle markedet istedenfor det fysiske spotmarkedet.

Et enkelt eksempel kan illustrere forskjellen. En produsent står i slutten av uke 3 og skal planlegge sin produksjon i uke 4 og 5. Det antas her at vi kun har disse to periodene, null tilsig og at magasinnivået i starten av perioden er X MWh. Forventet spotpris i perioden er 40 Euro/MWh i uke 4 og 50 Euro/MWh i uke 5. I det finansielle markedet er prisen for levering 50 Euro/MWh i uke 4 og 40 Euro/MWh i uke 5. Produsenten som maksimerer profitten basert på spotprisen vil produsere 0 MWh i uke 4 og X MWh i uke 5. Ønsker imidlertid produsenten å maksimere markedsverdien, vil han se på terminprisene, og produsere X MWh i uke 4 og ingenting i uke 5. Produksjonsstrategien blir altså i dette tilfelle totalt forskjellig basert på hvilken målfunksjon som skal maksimeres. I virkeligheten vil terminprisene og spotprisene

samvarierte i større grad. Likevel vil det kunne oppstå forskjeller i produksjonen basert på hvilken målfunksjon som maksimeres.

Jeg skal i denne oppgaven etablere en prognosemodell for spotprisen, og velger derfor å fokusere på maksimering av profitt i spotmarkedet. Dette medfører at jeg velger å se helt bort i fra mulighetene som det finansielle markedet gir en produsent.

Jeg har antatt at magasinkraftverket ikke har mulighet til å utøve markedsrett og dermed at prisen som oppnås hver time er eksogent gitt. Dette er rimelig å anta for de fleste aktører i markedet, men kan som nevnt trekkes i tvil for enkelte av de største produsentene. I analysen har jeg valgt å utføre produksjonsplanleggingen til Guolasjokka kraftverk som eies av Troms Kraft. Disse er en såpass liten produsent av kraft at det er ingen problemer med å anta at de ikke har mulighet til å påvirke prisen med sin egen produksjon.

Magasinkraftverket vil produsere elektrisitet i de timene hvor det er lønnsomt, gitt markedsprisen den timen og verdien av vannet i magasinet. Det er ikke nødvendigvis slik at magasinkraftverket enten må la være å produsere eller produsere for full effekt. Det er også muligheter for løsninger mellom disse to ekstremløsningene. Opp- og nedreguleringen av produksjonen i magasinkraftverk blir kalt effektregulering.

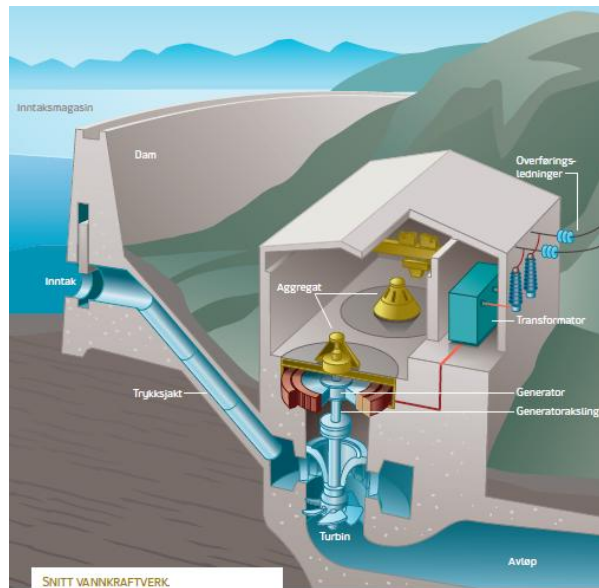
Lønnsomheten er basert på områdeprisen (markedsprisen) og tilsiget av vann til magasinene. Dette gjør prognoser av pris og tilsig til to helt avgjørende aktiviteter i produksjonsplanleggingen. Dårlige prognoser av pris og tilsig vil føre til dårlig produksjonsplanlegging, som igjen gir lavere lønnsomhet for eierne.

5.3 Produksjon i et vannkraftverk

En illustrasjon på produksjon i et vannkraftverk er gitt i Figur 5.3. Produksjonen i et vannkraftverk er gitt ved funksjonen (Wangensteen, 2007):

$$P = H\rho gV\mu$$

hvor H er fallhøyden i meter, ρ er vannets tetthet i kg/m^3 , g er tyngdeakselerasjonen i m/s^2 , Q er vannføringen i m^3/sek og μ er virkningsgraden. Av disse er vannets tetthet (1000 kg/m^3) og tyngdeakselerasjonen ($9,81 \text{ i m/s}^2$) gitt. Dette gir uttrykket for effekten P i kilowatt:



Figur 5.3 Produksjonen i et vannkraftverk. Kilde Statkraft

$$P = 9,81QH\mu$$

Fallhøyden er gitt ved høydeforskjellen mellom inntaksmagasinet og turbinen, fratrukket falltapet. Falltapet vil øke ved høyere vannføring i rørene. Virkningsgraden angir effektiviteten til aggregatene som består av turbin og generator. Effektiviteten varierer i forhold til hvilken effekt som benyttes. Generelt er den høyeste effektiviteten ved en lavere effekt enn maksimal effekt. Ved et vannkraftverk med flere enn et aggregat, vil den totale virkningsgraden gå ned når flere aggregat settes i drift.

For å få energien som blir produsert tar vi integralet til effekten. V representerer her vannmengde (m^3). Matematisk får vi dermed:

$$W = \int P dt = \int 9.81\mu Q H dt = 9.81 \mu H \int Q dt = 9.81 \mu H V (kWs)$$

For å få energien uttrykt kilowattime (kWh) istedenfor kilowattsekund (kWs) deles uttrykket på 3600 og vi får:

$$W = \frac{9,81}{3600} * \mu HV = \mu \frac{HV}{367}$$

Tilslaget av vann til kraftstasjonen i et magasin kraftverk kan deles opp i kontrollerbart og ikke-kontrollerbart tilslag. Det kontrollerbare tilslaget er det som tappes fra vannmagasinet til enhver tid. Ikke-kontrollerbar tilslag kan oppstå i de tilfeller hvor det er inntak i tilløpstunnelen fra

elver eller bekker. Produksjonsplanlegging i et vannkraftverk er alltid et spørsmål om hvordan man best mulig kan utnytte vannet i magasinene (Wangensteen, 2007).

5.4 Matematisk beskrivelse av problemet

Jeg har som tidligere nevnt antatt at de kortsiktige prognosene for tilsig og områdepris er perfekte, og produksjonsplanleggingsproblemet blir et deterministisk optimeringsproblem. Jeg har under presentert en modell for denne type optimeringsproblem i et vannkraftverk gitt de antagelsene jeg har presentert tidligere i kapitlet. Dette er en generell modell beregnet for et magasin kraftverk med et aggregat (en turbin og generator), men kan enkelt omgjøres til bruk i kraftverk ved flere aggregater.

Målfunksjonen

$$(1) \quad \max_{q_t, m_t, l_t, v_{N+1}} V = \sum_{t=0}^N (\pi_t * p_t - s_t * o) + v_{N+1} * M_{N+1}$$

Restriksjoner

$$(2) \quad m_{t+1} - m_t = \psi_t - q_t - l_t$$

$$(3) \quad p_t = w(m_t, q_t) \quad \forall t \in P$$

$$(4) \quad m_0 = M_0 \quad \forall t \in P$$

$$(5) \quad M_{min} \leq m_t \leq M_{max} \quad \forall t \in P$$

$$(6) \quad q_t \leq Q_{max} \quad \forall t \in P$$

$$(7) \quad q_t, l_t \geq 0 \quad \forall t \in P$$

$$(8) \quad s_t = \text{binær}$$

Mengde

P Menge av perioder (timer). $P = \{0, 1, 2, \dots, N\}$.

Indeks

t Indeks for periode. $t=0$ indikerer første periode.

Data

π_t Kraftpris i periode t

ψ_t Tilsig i periode t

M_{max} Øvre grense for vannmengden i magasinet

M_{min} Nedre grense for vannmengden i magasinet

- M_0 Startmagasin
- M_{T+1} Magasinnivået ved slutten av uken
- Q_{\max} Øvre grense på vannstrøm gjennom stasjonen
- v_{N+1} Vannverdien i slutten av uken
- o Oppstartskostnader for et aggregat

Variabler

- V Verdi av produksjonen for totalperioden
- m_t Vannmengde i magasinet i starten av periode t
- l_t Overløp i periode t
- p_t Kraftproduksjon i periode t
- q_t Vannføringen i periode t
- v_{N+1} Vannverdi i slutten av perioden
- s_t Binær variabel som er 1 dersom aggregatet blir slått på i perioden. Ellers 0.

Målfunksjonen

Som det går fram av problemformuleringen, så søker målfunksjonen (1) å optimere bruken av vannet. Dette gjøres ved å ta inntektene fra hver periode minus de operative kostnadene og summere over hele planleggingsperioden.

Målfunksjonen legger i tillegg til verdien av det vannet som er igjen i magasinet i slutten av planleggingsperioden. Sluttnivået i magasinet blir kalkulert rekursivt som en funksjon av magasinets startnivå, produksjon i perioden og tilsiget inn til magasinet i løpet av perioden. Vannverdien i slutten av uken er som nevnt gitt fra analysen på mellomlang sikt. Dersom vannverdien i slutten av perioden er høy i forhold vannverdien under planleggingsperioden, vil produksjonen være liten for å spare vannet til senere bruk, når verdien av vannet er høyere. Hvilken vannverdi som settes i slutten av planleggingsperioden er derfor helt essensielt for hvor høy produksjonen blir i løpet av uken.

Jeg har inkludert operative kostnader i målfunksjonen. Direkte kostnader til å produsere er tilnærmet lik 0, og jeg kan se bort i fra disse (Fleten & Kristoffersen, 2008). Det er ikke anbefalt å starte og stoppe aggregatene for ofte, da dette fører til et økt behov for vedlikehold (Kerola, 2006). I tillegg vil oppstart føre til tap av vann, ettersom det vil ta noe tid før

aggregatet opererer optimalt (Nilsson & Sjelvgren, 1997) Disse kostnadene er vanskelig å kalkulere, og det jeg vil derfor bruke et estimat på de virtuelle kostnader ved oppstart av et aggregat. Disse har jeg inkludert i målfunksjonen som operative kostnader som trekkes fra profitten i de perioden hvor vi har oppstart av et eller flere aggregat.

Restriksjoner

En del betingelser må være oppfylt for at løsningen av målfunksjonen skal være gjeldende. Disse restriksjonene er angitt i ligning 2-7. Flytbalansen er sentral i produksjonsplanleggingsproblemet og gis i ligning (2). Den sier at endringen i magasinnivået fra en periode til den neste er lik tilsiget i perioden minus vannføringen og et eventuelt overløp i perioden.

Ligning (3) gir mengde produsert kraft i periode t . Vi så i kapittel 5.3 at fallhøyden, vannføringen og virkningsgraden vil være avgjørende for hvilken effekt som produseres i et vannkraftverk. Fallhøyden vil derfor variere med magasinnivået, mens virkningsgraden vil variere ut fra vannføringen. Produksjonen i anlegget vil derfor gis ut fra vannføringen og magasinnivået. Jeg vil komme nærmere inn på produksjonsfunksjonen til Guolasjokka kraftverk i analysedelen.

Ligning (4) er restriksjon på nivået på startmagasinet i den første timen. Krav til minste og største magasinnivå er formulert i restriksjon (5). Ligning (6) gir maksimal vannføring i en periode. Ligning (7) er et krav om at produksjons- og overløpsvolum ikke kan være negativ. Den siste restriksjonen (8) er at variabelen som angir om aggregatet har blitt skrudd på i perioden skal være en binær variabel.

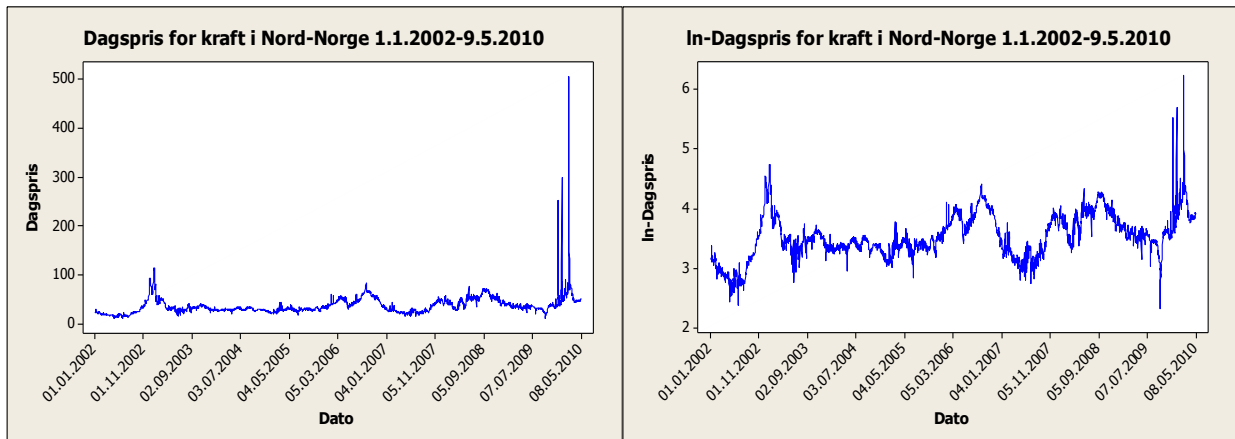
5.5 Optimeringsmetode for å løse produksjonsplanleggingsproblemet

Problemet jeg har beskrevet i forrige kapittel er ikke-lineært. Grunnen til dette er at funksjonen for virkningsgraden basert på vannføringen er en konkav funksjon. Det at jeg også har tatt med startkostnader for aggregatene gjør at modellen også inkluderer heltallsprogrammering med binære variabler. Dette kompliserer modellen ytterligere. Likevel inneholder modellen såpass få variabler at det er mulig å løse modellen. Optimeringsmodellen kan riktignok ikke garantere for en global optimal løsning. Uten all for lang løsningsstid vil modellen komme fram til en tilfredsstillende løsning i et lokalt optimum, som muligens også kan være den globale optimeringsløsningen.

6. Etablering av prognosemodell for områdeprisen

6.1 Modellidentifisering

I dette kapitlet skal jeg studere områdeprisen i Nord-Norge. Kraftprisen i perioden fra 1. januar 2002 til 9. mai 2010 er plottet i figurene under. Figur 6.1 plottet gjennomsnittlig døgnpris for elektrisitet de siste årene, mens figur 6.2 har tatt den naturlige logaritmen til gjennomsnittsprisen for samme tidsperiode.



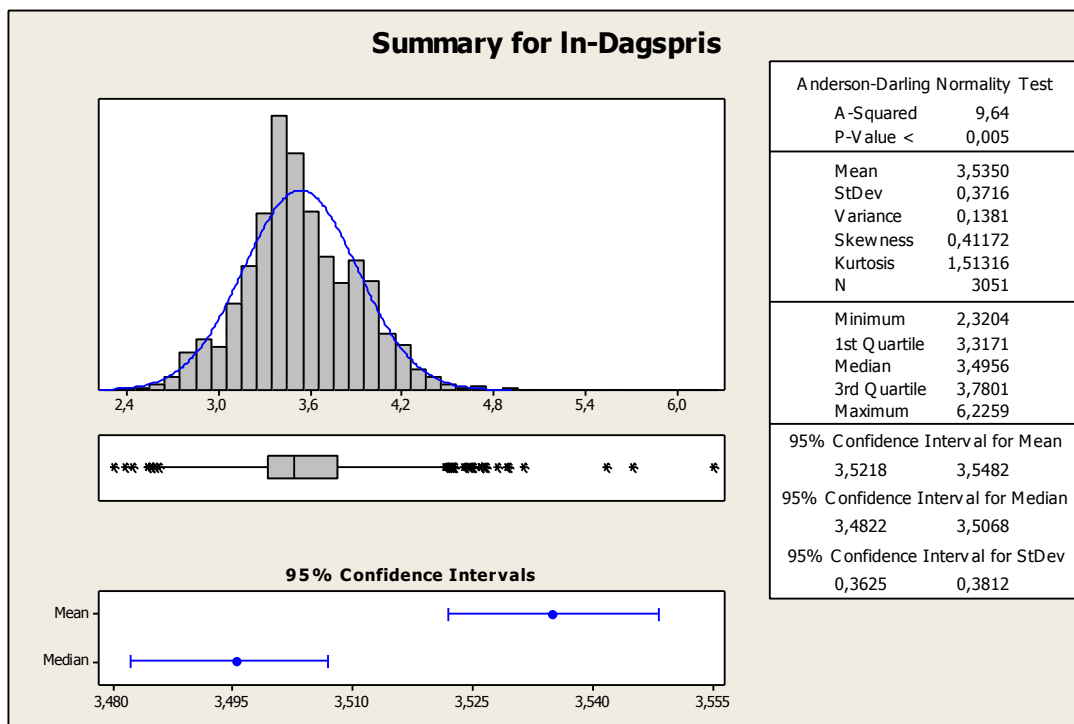
Figur 6.1 Dagspris i Nord-Norge fra 2002-2010

Figur 6.2 Logaritmen til dagsprisen fra 2002-2010.

Videre i analysen vil jeg bruke den naturlige logaritmen til prisen. Bakgrunnen for dette er at høye kraftpriser vil føre til større absolutt variasjon i prisen enn ved lave kraftpriser (Lillestøl & Andersson, 2008). Dette vil gi problemer i den statistiske analysen og prognosedannelsen. Ved å bruke logaritmen til prisen vil en i stor grad komme unna dette problemet.

Å bruke logaritmen til prisen fører med seg at beste estimat for prisen i prognosen blir forventningsskjev (Nogales, Contreras, Conejo, & Espínola, 2002). Det er imidlertid mulig å gjøre prognosene forventningsrette. Dette gjøres ved at halve variansen til prognosemodellen plusses på ln-estimatet til modellen, før man tar estimatet eksponentielt. Selv om dette vil ha relativt liten betydning for kvaliteten på prisprognosen, vil jeg gjøre dette for å få forventningsrette prognoser på prisen.

Den statiske oppsummeringen til logaritmen til dagsprisen kan sees i Figur 6.2.



Figur 6.2 Statistisk oppsummering av logaritmen til dagspris i perioden.

Ekstremverdier

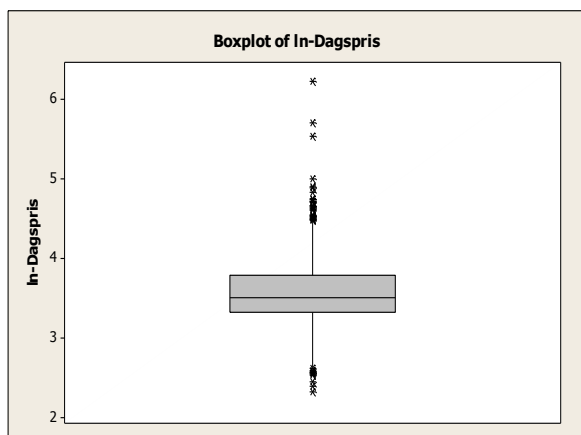
På grunn av uventede og ikke-kontrollerbare hendelser i kraftmarkedet, kan det oppstå unormale priser. Dette er mer vanlig i kraftmarkedet enn i andre råvaremarkeder som følge av at det til enhver tid må være balanse mellom tilbud og etterspørsel. Dette fører til at vi har en prisfordelingen med overskytende kurtose, det vil si tykkere haler enn en normalfordeling. Det er dermed større sannsynlighet for å få ekstreme verdier, i begge retninger, enn ved en normalfordeling. I Figur 6.2 ser vi at overskytende kurtose er beregnet til 1,51. Vi ser også at skjevheten til fordelingen er 0,41, noe som tilsier at modellen er høyrevridd. Det er altså større sannsynlighet at det kommer unormale høye kraftprisen, enn unormale lave kraftpriser.

På grunn av kraftmarkedets karakteristikk og tidsperspektivet i min analyse vil det være naturlig at enkelte av prisene i tidsperioden skiller seg ut, slik vi eksempelvis så enkelte dager denne vinteren. Verdier som skiller seg kraftig ut i forhold til de vanlige verdiene blir i prognoselitteraturen kalt outliers. Det er imidlertid svært vanskelig å forutsi hendelser i kraftmarkedet som fører til outliers (Nogales, Contreras, Conejo, & Espínola, 2002). Siden det er vanskelig å forutsi slike hendelser, kan det argumenteres for at ved å minimere effekten av ekstremverdiene vil modellene kunne gi en bedre forståelse av tidsserien, en bedre modell og dermed også bedre prognoser for kraftprisen i normale perioder.

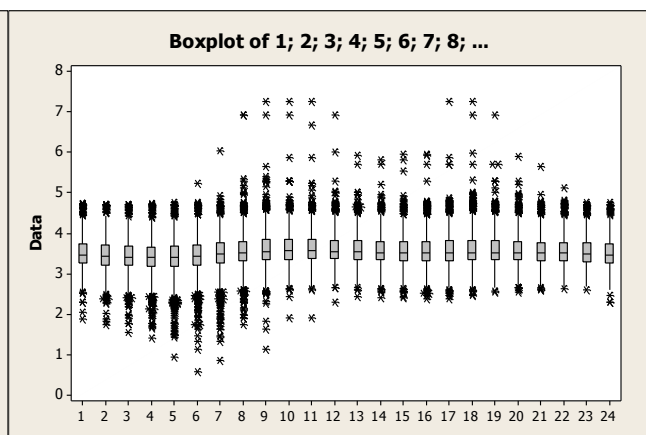
Det er altså litt uklart hvordan man bør behandle outliers i mitt tilfelle. Jeg har derfor valgt å analysere tre ulike måter å behandle dette på, og jeg vil senere i analysedelen teste disse å komme fram til hvilken modell som jeg skal benytte til å etablere en preliminær produksjonsplan. De tre metodene jeg vil teste er:

1. Jeg beholder outliers
2. Alle variabler som blir definert som outliers blir satt lik grenseverdien til akkurat ikke å være outliers.
3. Alle variabler som blir definert som outliers blir slettet.

I Figur 6.4 er boksplottet til dagsprisen vist, mens Figur 6.3 viser boksplottet til døgnet 24 timer. Boksen i figuren representerer området fra første til tredje kvartil, mens verdiene merket med stjerne har Minitab definert som outliers. Minitab definerer verdier til å være outliers hvis avstanden fra tredje/første kvartil er større enn 1,5 ganger differansen mellom tredje og første kvartil. Jeg har valgt å definere outliers som kun de mest ekstreme prisene, på grunn av kraftprisens overskytende kurtose, og har derfor satt grensen til 2 ganger differansen mellom tredje og første kvartil. Dette har jeg gjort for hver enkelt av de 24 timene, ettersom jeg i MANOVA-analysen vil vise at det er forskjell mellom de ulike timene. Det samme har jeg gjort for dagsprisen, men naturlig nok vil det være mindre ekstremverdier her, ettersom dagsprisen er gjennomsnittet av døgnet 24 timer. Analysen av outliers viser at det er til sammen funnet 344 verdier, fordelt på de 24 timene i døgnet, som blir definert som outliers i datasettet. I tillegg blir 14 dagspriser i datasettet definert som outliers. Oppsummeringen av analysen av outliers finnes i appendiks A. Behandlingen av outliers vil kun få betydning for MANOVA-analysen, ettersom jeg i ARIMA perioden kun ser på dagsprisen for et kortere tidsrom, der det viser seg at ingen av dagsverdiene møter min definisjon på outlier.



Figur 6.3 BoksploTT til dagsprisene



Figur 6.4 BoksploTT til timesprisene

Autokorrelasjon

En Ljung-Box Q-test på ln-dagsprisene opptil lag 7 viser at vi kan forkaste nullhypotesen om at det ikke er noe autokorrelasjon opptil lag 7. Dette medfører at prognosemodellen vi skal benytte må ta hensyn til autokorrelasjon, hvis ikke vil vi risikere prediksjoner med restledd som er innbyrdes avhengige av hverandre.

Sommertid og vintertid

Hver vår stilles klokken fram en time fra klokken 2 til 3. Dette fører til at det hvert år vil mangle en observasjon i timesdataene fra Nord Pool Spot. For å løse dette problemet har jeg valgt å gi den tomme observasjonen verdien av gjennomsnittet av de to nærliggende verdiene. Motsatt vil være tilfelle når klokken stilles til vintertid, tilbake en time fra klokken 3 til 2. Prisen i dette tidsrom vil derfor representere to timer, og for å unngå dobbelpris, deler jeg denne prisen på 2.

Videre analyse

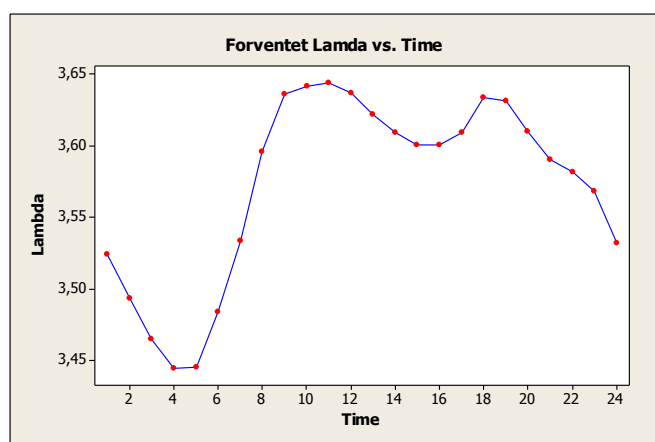
I den videre analysen i dette kapitlet vil jeg bruke multivariat variansanalyse (MANOVA) og ARIMA modellering med sesong. MANOVA vil brukes til å danne en multiplikatormatrise for spredningen over døgnet. Dagsprisprognosene, som er et gjennomsnitt av timesprisene, vil jeg prognostisere ved bruk av ARIMA-modellering. Grunnen til at jeg velger ARIMA framfor en regresjonsmodell skyldes innslaget av autokorrelasjon. En vanlig regresjonsmodell vil ikke ta hensyn til autokorrelasjon, og dette kan føre lav kvalitet på prognosene. Et alternativ vil være å bruke dynamisk regresjon. Et forsøk på dette viste imidlertid at ingen av de to uavhengige variablene temperatur og avvik fra normalstand i magasinet var signifikant i regresjonsmodellen når vi inkluderte laggede prisvariabler. Ved å bruke ARIMA til prognostisering unngår vi samtidig problemet med å lage prognosemodeller for de uavhengige variablene. Dårlige prediksjoner av disse variablene vil kunne få minst like store konsekvenser som feil i prognostiseringen av prisen.

5.2 Multivariat dekomponering ved bruk av MANOVA

Kraftprisen har som tidligere nevnt en multivariat struktur, der prisen for døgnet 24 timer settes en gang i døgnet hos Nord Pool. Jeg har valgt å dekomponere tidsserien slik at jeg kan bruke en tradisjonell univariat ARIMA-modell. Det vil altså si at jeg bruker ARIMA-modellering til å få dagsprisene. Dagsprisene ganges så med multiplikatorer for hver time, som har blitt beregnet ut fra MANOVA-analysen, og vi får dermed ut prognoser på alle timesprisene.

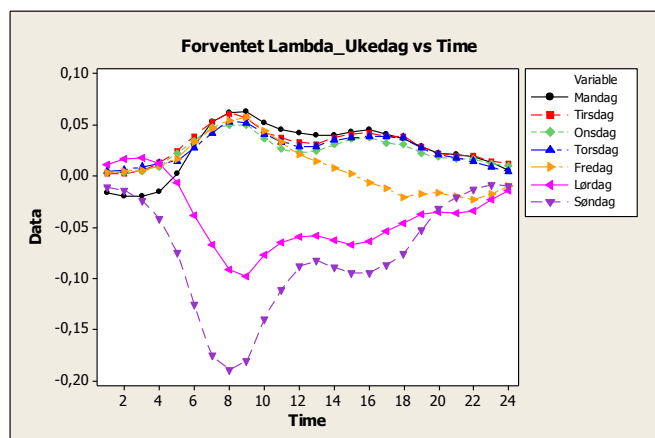
Før jeg beregner disse multiplikatorene vil jeg se på egenskapene til områdeprisen i Nord-Norge fra 2002 til og med uke 18 i 2010. Jeg har her gjort en MANOVA-analyse med døgnet 24-timer som de avhengige variablene, mens ukedag, måned og år har blitt satt som de uavhengige variablene. MANOVA-analysen viser at både år, måned og ukedag er signifikante uavhengige variabler. I analysen finner jeg avviket fra gjennomsnittet. Koeffisientene for hver måned med unntak av desember blir gitt i analysen. Men ettersom summen av alle koeffisientene skal bli 0 for hver time, finner jeg de siste koeffisientene ved å summere de andre månedene og multiplisere summen med -1. På samme måte gjør jeg det med ukedag og år. Foreløpig holder jeg outliers utenfor analysen.

Figur 6.5 viser forventet utvikling av In-pris over døgnet timer. Ikke overraskende er prisen lavest om natten. Vi har en topp om morgenen fra time 9-12, noe som tilsvarer klokken 8 til 11. Vi får også litt lavere og kortere topp fra klokken 17.00 til 19.00 om ettermiddagen.



Figur 6.5 Gjennomsnittlig dagsmønster i perioden.

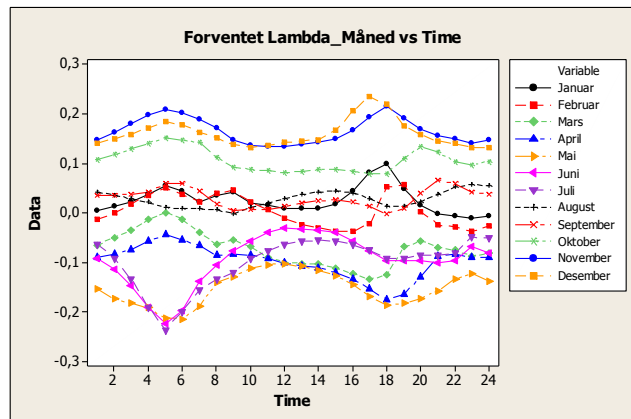
I Figur 6.6 ser vi det daglige prismønsteret de ulike ukedagene. Vi ser at mønsteret er noenlunde likt i hverdagene. Fredagen skiller seg imidlertid litt ut ved at prisen går tidligere ned på ettermiddagen enn de andre hverdagene. I tillegg ser vi at det tar lengre tid før prisen begynner å stige på mandagen. Vi ser videre at helgen skiller seg klart ut med lavere priser enn ukedagene. Søndagen er den dagen i



Figur 6.6 Dagsmønster de ulike ukedagene

uken med totalt sett lavest pris. Døgnmønsteret i helgene er også markert forskjellig fra hverdagene med lavere priser om morgenen og høyere priser om kvelden/natten.

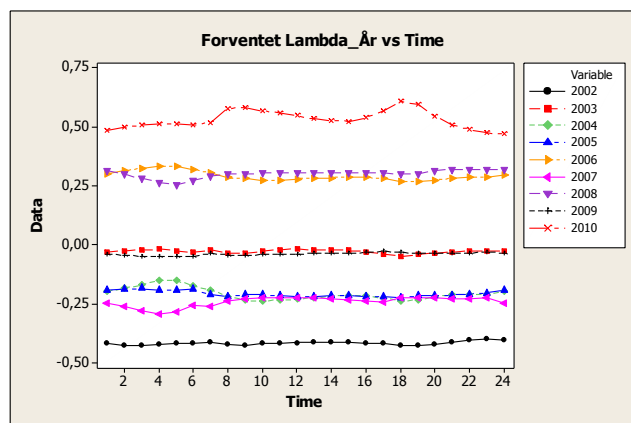
Dagsmønsteret de 12 ulike månedene er gitt i Figur 6.7. November og desember månedene ligger øverst, mens sommermånedene ligger i bunn, med mai som den måneden med lavest pris. Normaltemperaturene i Nord-Norge er lavest i januar og februar, og høyest i juni-august (Norge Meterologiske institutt, 2010). Det ville derfor kunne vært naturlig



Figur 6.7 Dagsmønster de ulike månedene

at prisene i disse periodene lå helt i topp/bunn, men det kan være andre forklaringer på hvorfor dette ikke er tilfelle, som for eksempel magasinnivå. Det er interessant å se at prisens døgnmønster varierer de ulike månedene. Sommermånedene er preget av lavere priser midt på natten, mens vintermånedene har en høyere morgen- og ettermiddagstopp.

I Figur 6.8 ser vi det daglige mønsteret de ulike årene. Vi ser at det ikke er noen konstant trend der de seneste årene kronologisk kommer høyere enn resten. Likevel kan de se ut til at de seneste årene generelt sett ligger litt høyere enn tidligere år. Årene 2006, 2008 og 2010 ligger over gjennomsnittet, mens årene 2002, 2004, 2005 og 2007 ligger under gjennomsnittet.

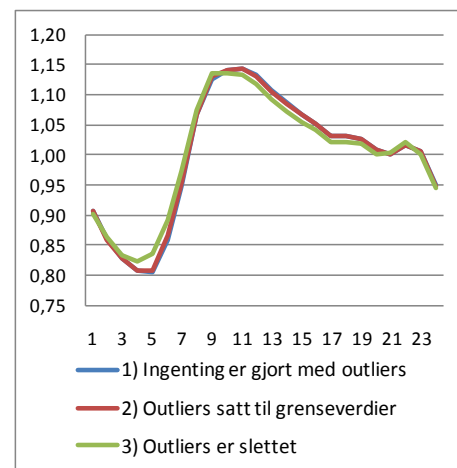


Figur 6.8 Dagsmønster i årene 2002-2010

De resterende årene, 2003 og 2009, ligger rundt gjennomsnittet. I 2010 har vi kun data fram til 9. mai, slik at vintermånedene er overrepresentert. Det er derfor naturlig at dette året skiller seg ut med høyere priser. Dette er trolig også grunnen til at prisen varierer over døgnets priser i 2010, med topper om morgenen og ettermiddagen. De andre årene ser vi at døgnrytmen er relativt konstant. Dette er noe som lover bra for den framgangsmåten jeg har valgt til å prognostisere prisen. Ettersom jeg skal prognostisere prisen basert på gjennomsnittlig døgnrytme gitt en spesiell ukedag og måned er det betryggende å vite at prisens døgnmønster ikke har endret seg i særlig grad de senere år.

Analysen viser at døgnrytmen til kraftprisen er avhengig av ukedag og måned (sesong). For å lage timesprognosene bør derfor disse to elementene tas med. Måten jeg gjør det på er at jeg tar utgangspunkt i den gjennomsnittlige timesutviklingen, vist i Figur 6.5. Deretter legger jeg til koeffisienten for den aktuelle ukedagen (Figur 6.6) og måneden (Figur 6.7). Dette gjøres for hver enkelt time. Det jeg får da er logaritmen til gjennomsnittlig pris for en gitt ukedag og en gitt måned. Disse transformerer jeg tilbake til ordinære priser, og får slik gjennomsnittlig ordinære priser for en gitt time, ukedag og måned. Men ettersom jeg kun skal bruke MANOVA-analysen til å lage timesprognoser, kan ikke disse prisene brukes direkte i prognostiseringen. Jeg tar derfor og regner ut gjennomsnittet til timesprisene, og deler hver time på gjennomsnittet. Jeg får da en multiplikator som den transformerte prognostiserte dagsprisen kan multipliseres med for å få timesprognosene. Dagsprisen skal altså ganges med en multiplikator, som over døgnet har et gjennomsnitt på 1, for hver ukedag i hver enkelt måned. Ettersom gjennomsnittet vil være 1 uavhengig av måned og ukedag har MANOVA-analysen ingen betydning for hvor høy prisen blir de ulike dagene, men den angir kun prisens fordeling over døgnet.

Jeg lager tre ulike multiplikatormatriser basert på de tre metodene jeg har brukt til å behandle outliers. Ettersom jeg kun skal prognostiserer prisen for mai måned lager jeg kun multiplikatorer for denne måneden. Multiplikatormatrisene er vist i appendiks B. I Figur 6.9 ser vi prisens døgnmønster en mandag i mai med de tre ulike alternativene. Vi ser at det har marginal effekt om man setter outliers lik grenseverdien eller lar være å ta hensyn til outliers, mens det er lavere spredning over døgnet når man sletter outliers. Vi ser fra analysen av outliers gitt i appendiks A at det er klart mest outliers under nedre grenseverdi om natten, mens outliers over øvre grenseverdi finner sted i de tidsrom hvor prisen normalt sett er høyere. Det er derfor ikke overraskende at det er lavere spredning i prismønsteret når man velger å slette outliers.

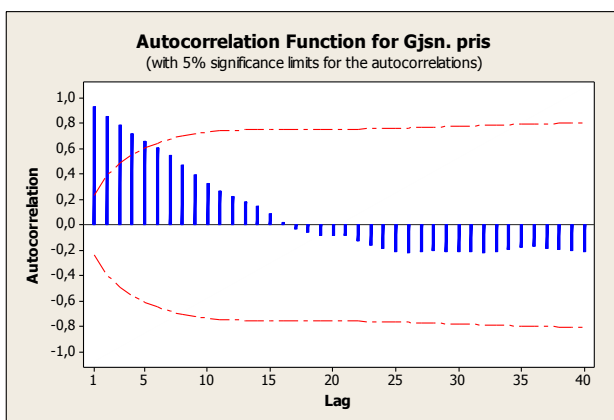


Figur 6.9 Multiplikatorer over døgnet med de tre ulike metodene å behandle outliers på.

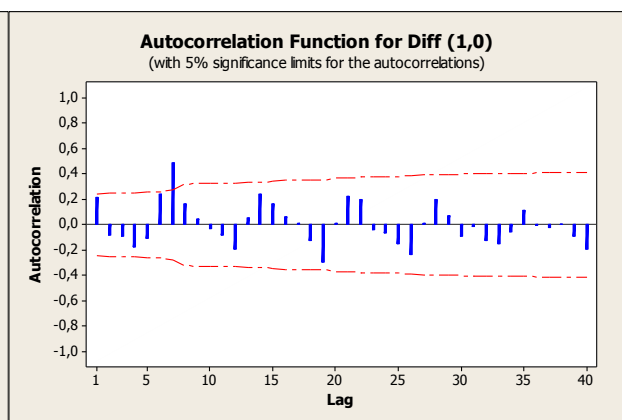
5.3 Prisprognostisering ved bruk av ARIMA

Prognosene jeg får ut av ARIMA modellen vil være avhengig av hvilket startpunkt jeg velger for tidsserien. Jeg skal prognostisere prisen for uke 19 i 2010 (10. mai-16. mai), slik at tidsserien slutter den 9. mai. For å få med sesongen og trenden de siste ukene har jeg valgt å ta mandag 1. mars 2010 som startpunkt. Ved å utelate de to første månedene av 2010 slipper ARIMA modellen å ta hensyn til de ekstreme prisene som var i Nord-Norge i starten av vinteren, og jeg kan dermed utelate problematikken tilknyttet outliers i ARIMA analysen. Dette medfører at forutsetningene som ligger til grunn for ARIMA-modellen står sterkere ved lag, samt at de ekstreme prisene i januar og februar ikke får noen betydning for prognostiseringen for uke 19. I tillegg har jeg gjennomført tester for prediksjonsevnen til modellen i uke 18 med ulike startpunkter, og disse bekrefter at prediksjonsevnen er bedre ved et startpunkt 1. mars i forhold til 1. januar eller 1. februar.

I en ARIMA modell begynner man med å finne ut hvor mange ganger serien må differensieres for å gjøre den stasjonær. Dette finner man ut ved å studere autoregresjonsplottet. Autoregresjonsplottet til den logaritmen til den gjennomsnittlige prisen i Nord-Norge fra 1. mars til 9.mai 2010 er gjengitt til venstre i Figur 6.10. Vi ser at tidsserien har positiv autokorrelasjon som synker lineært og går langt tilbake i tid. Dette tyder på at serien må differensieres for å gjøres stasjonær. Vi så i MANOVA-analysen at kraftprisen har sesongmessig variasjon over uken. Dette kan tyde på at tidsserien også må differensieres på ukenivå. Autokorrelasjonsplottet til den differensierte serien i Figur 6.11 har signifikant topp ved 1 sesong lag, samt høy autokorrelasjon ved sesong 2,3 og 4, selv om disse ikke er signifikante. Dette tyder på at det er positiv korrelasjon med verdien samme ukedag de tidligere ukene, og jeg differensierer derfor også tidsserien på sesongnivå.

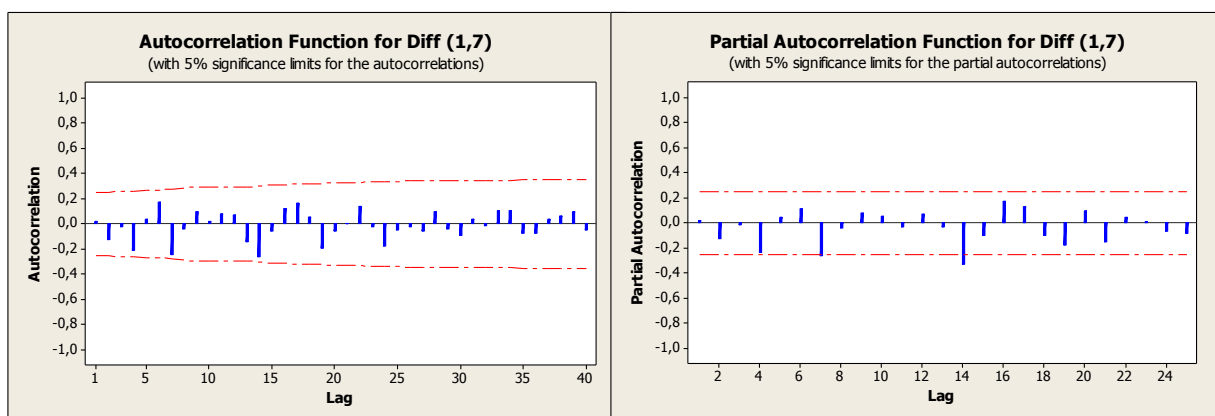


Figur 6.10 Autokorrelasjonsplottet til dagsprisen



Figur 6.11 Autokorrelasjonsplottet til den differensierte dagsprisen.

Autokorrelasjonen og den partielle autokorrelasjonen til serien, etter både å ha differensiert serien på sesong og ikke-sesongmessig nivå, kan studeres i Figur 6. og Figur 6.. Vi ser at det nå er negativ sammenheng på ukensnivå konsistent med et sesongmessig glidende gjennomsnitt, og jeg setter derfor inn en SMA(1) komponent. Det er lite som tyder på glidende gjennomsnitt på ikke sesongmessig nivå, i henhold til lav korrelasjon med verdiene en dag tilbake i tid.



Figur 6.13 Autokorrelasjonsplottet til dagsprisen differensiert på dags- og ukensnivå. Figur 6.14 Det partielle autokorrelasjonsplottet til dagsprisen som er differensiert på dags- og ukensnivå.

Vi står derfor igjen med en ARIMA (0,1,0)x(0,1,1)₇ som oppsummeres i Tabell 6.1. Matematisk formuleres modellen slik:

$$\nabla^1 \nabla_s^7 y_t = 0,0035948 + 0,9199 \varepsilon_{t-7} + \varepsilon_t$$

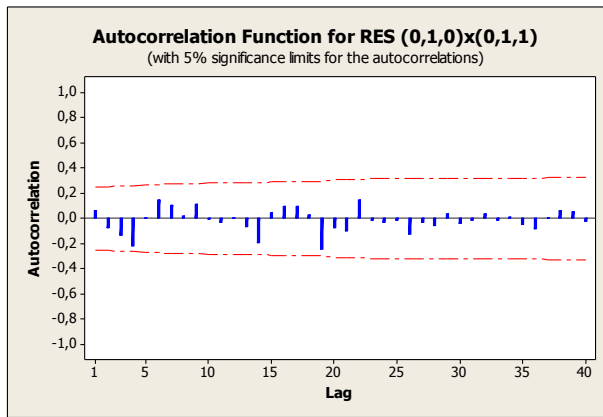
Type	Verdi	T	P
SMA 7	0,9199	10,26	0,000
k	0,0035948	5,37	0,000
Varians = 0,0007047, 60 frihetsgrader			

Tabell 6.1 Oppsummering ARIMA (0,1,0)x(0,1,1)

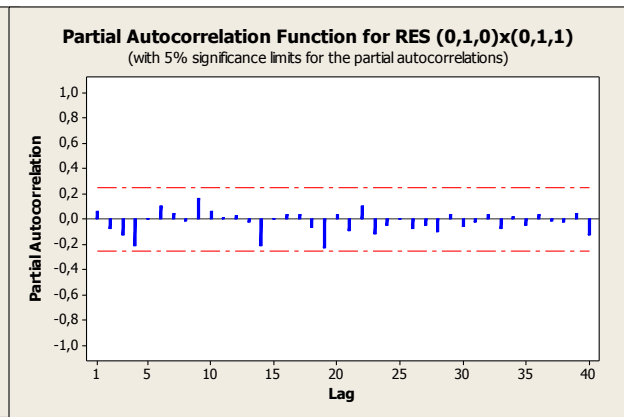
	12	24	36	48
P-verdi	0,592	0,412	0,794	0,947

Tabell 6.2 Ljung-Box statistikken til ARIMA (0,1,0)x(0,1,0)

Autokorrelasjonsplottet og det partielle autokorrelasjonsplottet til ARIMA modellen vises i Figur 6.12 og Figur 6.13. Det er ingen stopler som går utenfor 5 % signifikansnivået til plottene og det er heller ikke noe systematikk å spore. Dette tyder på at korrelasjonen som gjenstår i modellen er tilnærmet ren støy, og dermed vanskelig å gjøre noe med. Dette blir støttet opp av Ljung-Box statistikken, som vi ser av Tabell 6.2 gir testen usignifikante p-verdier for alle lagnivåene. Hele Minitab utskriften for ARIMA (0,1,0)x(0,1,1)₇ kan ses i appendiks C.

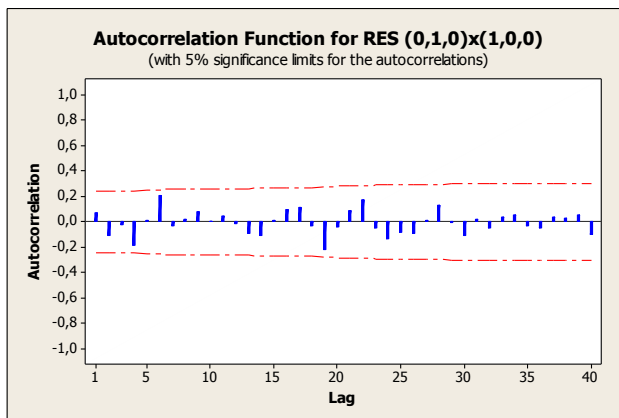


Figur 6.12 Autokorrelasjonsplottet til ARIMA (0,1,0)x(0,1,1)

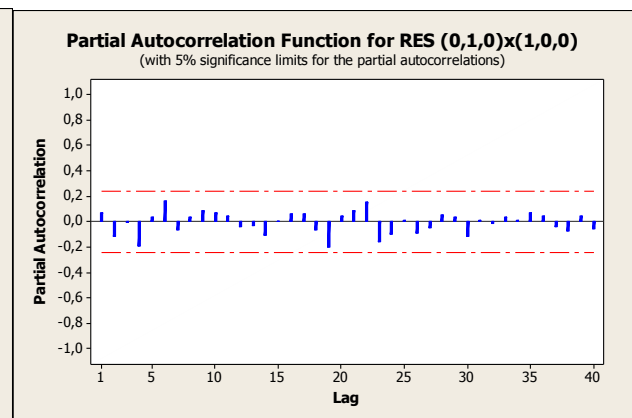


Figur 6.13 Det partielle autokorrelasjonsplottet til ARIMA (0,1,0)x(0,1,1)

Ut fra autokorrelasjonsplottet til den differensierte tidsserien ser vi at autokorrelasjon synker relativt raskt på sesongnivå, noe som kan tyde på at det vil være å overdifferensiere og også differensiere på sesong. Alternativet til å differensiere på sesong vil være å sette inn et sesongmessig autoregresjonsledd. Vi får da en ARIMA (0,1,0)x(1,0,0)₇-modell. Ved å studere autoregresjonsplottet samt det partielle autoregresjonsplottet til denne ARIMA-modellen i figur 6.17 og figur 6.18 ser vi at det i dette tilfellet ikke vil være nødvendig å legge inn flere komponenter, da det virker å være lite systematikk i korrelasjon mellom verdiene.



Figur 6.17 Autokorrelasjonsplottet til ARIMA (0,1,0)x(1,0,0)



Figur 6.18 Det partielle autokorrelasjonsplottet til ARIMA (0,1,0)x(1,0,0)

Type	Verdi	T	P
SAR 7	0,5671	5,18	0,000
k	-0,002685	-0,73	0,467
Varians = 0,0009232, 67 frihetsgrader			

Tabell 6.4 Oppsummering ARIMA (0,1,0)x(1,0,0)

	12	24	36	48
P-verdi	0,639	0,434	0,715	0,824

Tabell 6.3 Ljung-Box statistikken til ARIMA (0,1,0)x(1,0,0)

ARIMA (0,1,0)x(1,0,0)₇ oppsummeres i tabell 6.4. Matematisk kan modellen formuleres slik:

$$\nabla^1 y_t = -0,002685 + 0,5671 y_{t-7} + \varepsilon_t$$

Ljung-Box statistikken gir oss ingen grunn til å forkaste hypotesen om at det er ingen autokorrelasjon. Hele utskriften fra Minitab finnes i appendiks D. For å vurdere modelltilpasningen til ARIMA-modellene kan variansen i restleddet benyttes. Variansen i ARIMA (0,1,0)x(0,1,1)₇ er 0,0007047, mens den i (0,1,0)x(1,0,0) er 0,0009232. Lavere varians i ARIMA (0,1,0)x(0,1,1)₇ tyder på at denne modellen vil være best til prognostisering, ettersom modellen totalt sett gir bedre tilpasning til de reelle prisene i tidsrommet fra 1. mars til 9. mai 2010. Forskjellen er imidlertid relativt marginal, og jeg vil derfor teste dette ytterligere i neste kapittel.

5.4 Test av prognosemodellen

I dette kapitlet vil jeg teste prediksjonsevnen til ARIMA og MANOVA modellene. Dette vil jeg gjøre ved en "out of sample" test for uke 18 i 2010, som går fra 4. mai til 10. mai. Det er altså uken som er før min valgte prognoseuke. Med bakgrunn i resultatene fra denne testen, samt min tidligere analyse, vil jeg komme fram til hvilken prognosemodell jeg skal benytte til å lage produksjonsplanen for Guolasjokka kraftverk. Spesielt interessant vil det være å finne ut hvordan jeg skal behandle outliers, og hvilken av de to ARIMA-modellene som gir best prediksjonsevne.

Det er to elementer som vil forklare prognosemodellens samlede prediksjonsevne. Den første er om prediksjonen av dagsprisen vil stemme overens med den virkelige dagsprisen. Det avgjørende her vil være ARIMA-modellens prediksjonsevne. For å måle dette vil jeg bruke prosentvis absolutt avvik (MAPE) med et intervall på et døgn. Det andre elementet vil være hvor bra tilpasningen til prognosen vil være i døgnet 24 timer. Her bruker jeg MAPE med et intervall på en time, kalt MAPE per time, som målingsinstrument.

For å få forventningsrette estimater plusses halvparten av variansen til modellene på prognosene, som nevnt i kapittel 6.1.

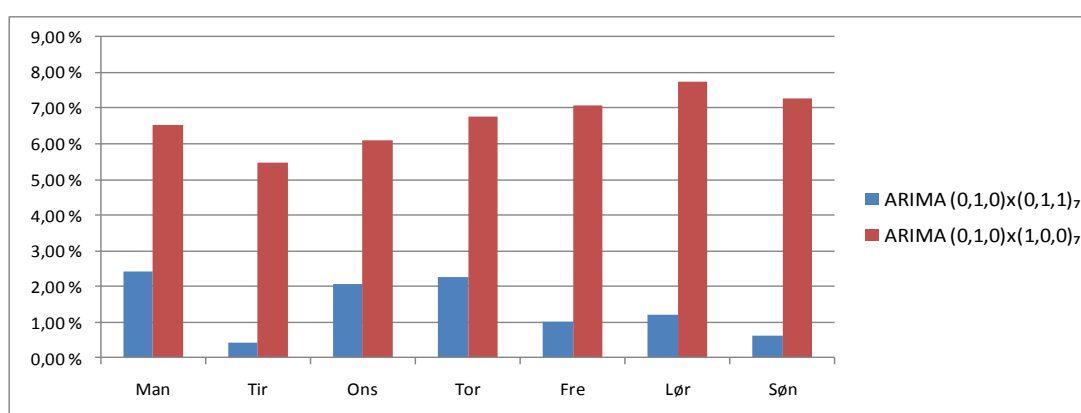
Statisk prognose

Mer informasjon om de to ARIMA-modellene for denne perioden finnes i appendiks E og F. Tabell 6.5 oppsummerer resultatene av prediksjonene for de to ARIMA-modellene. Vi ser at ARIMA (0,1,0)x(0,1,1)₇ gjør det jevnt over bedre enn ARIMA (0,1,0)x(1,0,0)₇. Dette kommer tydelig fram av Figur 6.14 som viser variasjon i MAPE per dag over uken.

Analysen tyder på at $ARIMA(0,1,0) \times (0,1,1)_7$ vil være den beste modellen til prediksjon av kraftprisen i Nord-Norge.

Dato	ARIMA $(0,1,0) \times (0,1,1)_7$	ARIMA $(0,1,0) \times (1,0,0)_7$	Transformert $(0,1,0) \times (0,1,1)_7$	Transformert $(0,1,0) \times (1,0,0)_7$	Observerte dagspriser	ARIMA $(0,1,0) \times (0,1,1)_7$	ARIMA $(0,1,0) \times (1,0,0)_7$
03.05.2010	3,9051	3,8622	49,67	47,59	50,96	2,52 %	6,61 %
04.05.2010	3,9152	3,8633	50,18	47,65	50,45	0,54 %	5,56 %
05.05.2010	3,9086	3,8666	49,85	47,80	50,96	2,18 %	6,19 %
06.05.2010	3,9086	3,8616	49,85	47,56	51,07	2,39 %	6,87 %
07.05.2010	3,9118	3,8489	50,01	46,96	50,58	1,13 %	7,15 %
08.05.2010	3,9015	3,8332	49,50	46,23	50,16	1,32 %	7,83 %
09.05.2010	3,9137	3,8321	50,10	46,18	49,86	0,49 %	7,38 %
Gjsn.	3,9092	3,8526	49,88	47,14	50,58	1,51 %	6,80 %

Tabell 6.5 Sammenligning av de to ulike ARIMA-modellene i uke 18

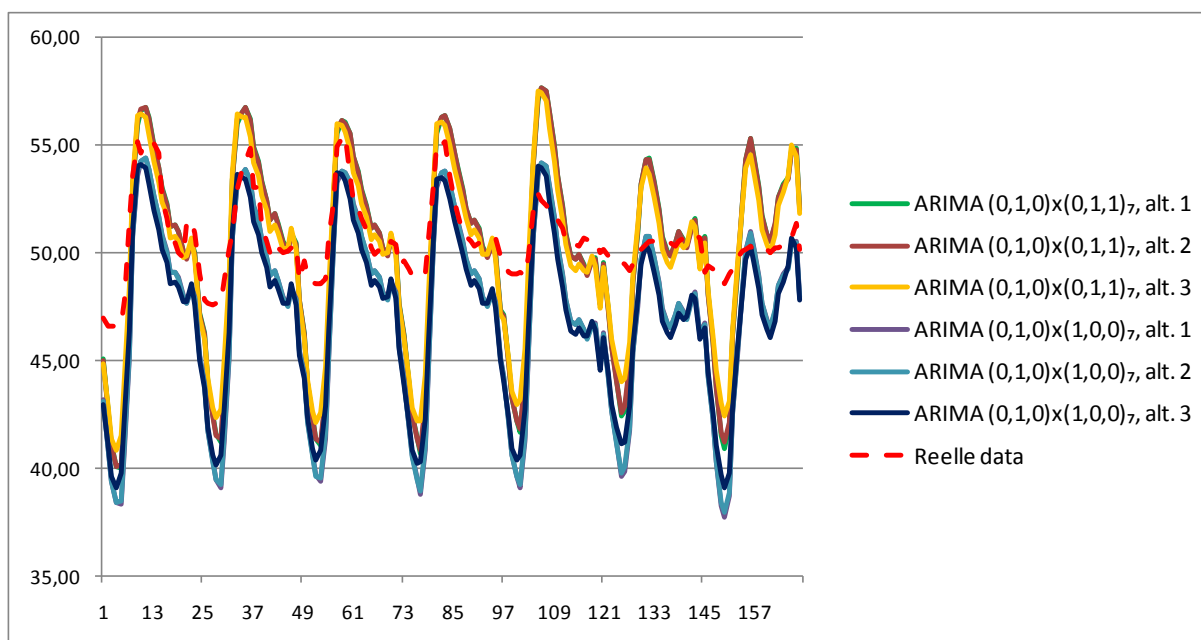


Figur 6.14 ARIMA-modellenes MAPE per dag over uken

For å få timesprognosene multipliseres dagsprognosene med de tre multiplikatormatrisene som ble dannet i MANOVA-analysen og gjengitt i appendiks B. Avvikene er gjengitt i Tabell 6.6. Som vi ser av tabellen gjør generelt $ARIMA(0,1,0) \times (0,1,1)_7$ det bedre enn $ARIMA(0,1,0) \times (1,0,0)_7$. De tre alternativene tabellen refererer til er de tre metodene jeg har undersøkt i behandlingen av outliers. Vi ser at ved begge ARIMA-modellene så vil det lønne seg å ta hensyn til outliers, og aller best resultat vil oppnås når outliers blir slettet. Bakgrunnen for dette kommer klart fram i Figur 6.15, der vi ser at den daglige variansen på de reelle dataene er lavere enn de prognostiserte. Forskjellen er imidlertid minst i de to tilfellene hvor outliers blir slettet.

ARIMA-modell	ARIMA (0,1,0)x(0,1,1) ₇			ARIMA (0,1,0)x(1,0,0) ₇		
Outliers	Alt. 1	Alt. 2	Alt. 3	Alt. 1	Alt. 2	Alt. 3
MAPE per time	5,06 %	5,03 %	4,32 %	7,11 %	7,11 %	7,04 %

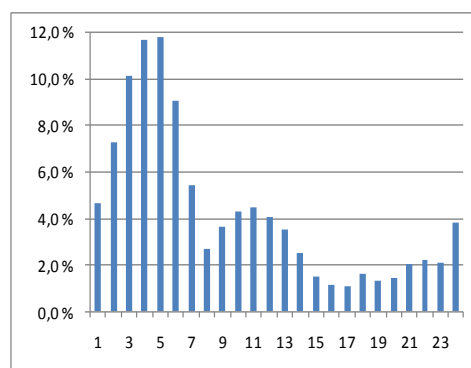
Tabell 6.6 Gjennomsnittlig avvik per time i de ulike prognosemodellene



Figur 6.15 De seks ulike prognosemodellene plottet over uken mot de reelle dataene.

Prognostiseringen for uke 18 viser at ARIMA (0,1,0)x(1,0,0)₇ gjør det betydelig bedre enn ARIMA(0,1,0)x(0,1,1)₇, samt at dagsmønsteret blir mer reelt hvis man velger å slette outliers. Denne kombinasjonen, presentert som den oransje linjen i Figur 6.15, gir en MAPE per time på kun 4,32 %.

Studerer vi avvikene til ARIMA (0,1,0)x(0,1,1)₇ med det alternativet hvor outliers er blitt slettet, ser vi at det gjennomsnittlige avviket (målt i MAPE per time) er høyest om natten og lavest rundt midnatt. Dette kommer tydelig fram gjennom figur 6.21. Bakgrunnen for dette er at de reelle prisene ikke har like stor spredning over døgnet som det som er vanlig i mai måned. Spesielt om natten synker ikke prisene like mye som de bruker, noe som fører til at det er større feilmarginen i dette tidsrommet.



Figur 6.16 Gjennomsnittlig avvik per time de ulike timene

Rullerende prognose

I praksis er det liten vits å kun prognostisere prisen i starten av uken ettersom man har muligheten til å sende inn bud til Nord Pool hver dag. Det man gjør i praksis er å lage en ny prognose hver dag før fristen for å sende inn nye bud går ut klokken 12. En slik rullerende

prognosemodell vil ofte gjøre det bedre i slutten av uken på grunn av at modellen tar hensyn til hvordan prisen utvikler seg i løpet av uken. Jeg har derfor prøvd dette for uke 18, og resultatene fra ARIMA-modellene er oppsummert i tabell 6.7. Vi ser at resultatene for ARIMA $(0,1,0)\times(0,1,1)_7$ er nesten identisk ved kun å prognostisere i starten av uken, mens forbedrer seg kraftig og har nesten like lav feilmargin som ARIMA $(0,1,0)\times(0,1,1)_7$ når prognostiseringen gjentas hver dag.

Dato	ARIMA $(0,1,0)\times(0,1,1)_7$	ARIMA $(0,1,0)\times(1,0,0)_7$	Transformert $(0,1,0)\times(0,1,1)_7$	Transformert $(0,1,0)\times(1,0,0)_7$	Observerte dagspriser	MAPE ARIMA $(0,1,0)\times(0,1,1)_7$	MAPE ARIMA $(0,1,0)\times(1,0,0)_7$
03.05.2010	3,9051	3,8622	49,67	47,59	50,96	2,52 %	6,61 %
04.05.2010	3,9421	3,9338	51,55	51,13	50,45	2,17 %	1,34 %
05.05.2010	3,9135	3,9259	50,10	50,72	50,96	1,70 %	0,46 %
06.05.2010	3,9322	3,9270	51,04	50,78	51,07	0,06 %	0,57 %
07.05.2010	3,9384	3,9209	51,36	50,47	50,58	1,53 %	0,22 %
08.05.2010	3,9130	3,9081	50,07	49,83	50,16	0,19 %	0,66 %
09.05.2010	3,9267	3,9158	50,76	50,21	49,86	1,80 %	0,71 %
Gjsn.	3,9244	3,9134	50,65	50,10	50,58	1,42 %	1,51 %

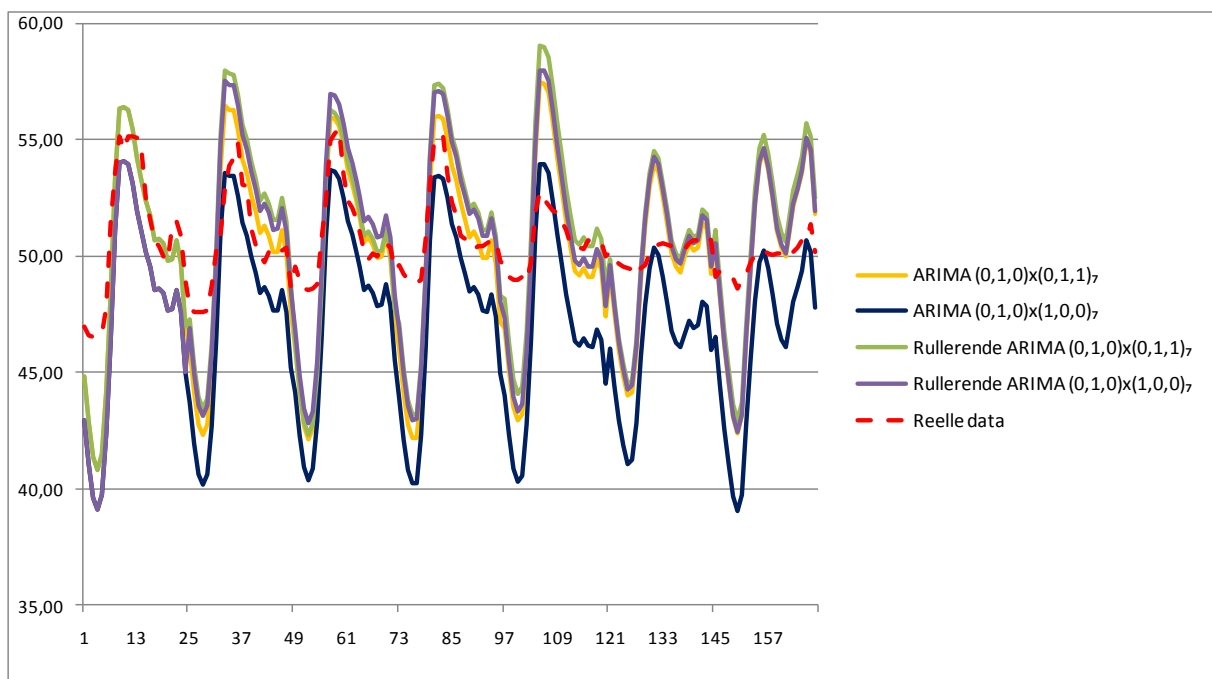
Tabell 6.7 Sammenligning av de to rullerende ARIMA-modellene for uke 18

ARIMA-modell	ARIMA $(0,1,0)\times(0,1,1)_7$			ARIMA $(0,1,0)\times(1,0,0)_7$		
Outliers	Alt. 1	Alt. 2	Alt. 3	Alt. 1	Alt. 2	Alt. 3
MAPE per time	5,42 %	5,37 %	4,60 %	5,67 %	5,62 %	4,96 %

Tabell 6.8 Gjennomsnittlig avvik per time i de rullerende prognosemodellene

Ganger vi ut med multiplikatorene ser vi i tabell 6.8 at MAPE per time blir marginalt verre ved ARIMA $(0,1,0)\times(0,1,1)_7$ ved bruk av rullerende prognose. Grunnen til at vi ikke ser en forbedring er at uke 18 ikke inneholder noen spesielle hendelser som får innvirkning på prisen. Dermed vil det denne uken være liten gevinst ved å få tilgang til mer informasjon. I tillegg gjør den lave feilmarginen til prognosen som ble gjennomført i starten av uken med ARIMA $(0,1,0)\times(0,1,1)_7$ det svært vanskelig med en kraftig forbedring av prognosen. Isolert sett blir riktignok ARIMA $(0,1,0)\times(0,1,1)_7$ smått forbedret, og det ville derfor vært naturlig tro at feilmarginen per time også marginalt burde reduseres. Selv om en mindre feilmargin i dagspris prognosen generelt vil føre til lavere feilmargin over timene er ikke dette nødvendigvis tilfelle ved slike marginale endringer. Dette fordi størstedelen av feilmarginen over timene i uke 18 skyldes at prognosemodellen har estimert en høyere spredning i døgnet enn virkeligheten, og denne spredningen over døgnet er en separat analyse som ikke vil gjøre det bedre av at ARIMA-modellene får mer informasjon. Når dagsprognosen ganges med multiplikatorene, som er de samme for den statiske og den rullerende prognosemodellen, er det derfor avgjørende at det i enkelte timer ikke blir for store avvik mellom virkelig og

prognostisert pris. Et slik avvik vil ha stor innvirkning på gjennomsnittlig timesavvik. ARIMA (0,1,0)x(1,0,0)₇ får imidlertid en betydelig lavere feilmargin av å gjenta prognosen som følge av den kraftige forbedringen i dagsprognosen. Figur 6.22 plottes prognosemodellene mot de reelle prisene i perioden. I alle prognosemodellene som vises i grafen er outliers slettet, ettersom det har vist seg å gi lavest feilmargin. Vi ser at ARIMA (0,1,0)x(0,1,1)₇ er så og si identisk når prognosemodellen kjøres i starten av uken og når den gjentas hver dag. ARIMA (0,1,0)x(1,0,0)₇ tilpasser seg på den andre siden betraktelig bedre i slutten av uken ved rullerende prognoser.



Figur 6.17 Rullerende versus statistisk prisprognose i uke 18

Feilmarginene i uke 18, spesielt ved bruk av ARIMA (0,1,0)x(0,1,1)₇, er svært lave når man sammenligner med andre studier som er gjort på prognostisering av timesprisen for kraft (Aggarwal, Saini, & Kumar, 2009). I disse studiene varierer MAPE per dag fra 4 % til 20 %. Det må sies at mitt resultat ikke er direkte sammenlignbart med andre resultater, ettersom de har blitt gjennomført ved andre kraftbørser og i andre perioder. Bakgrunnen for de gode resultatene i uke 18 kan ha noe med at uken inneholdt få eksogene sjokk med tanke på temperatur og nedbør, noe som førte til stabile dagspriser.

Valg av modell til bruk i produksjonsplanleggingen

Vi har tidligere sett at ingen av de to ARIMA-modellene som er analysert inneholdt signifikant autokorrelasjon. ARIMA $(0,1,0) \times (0,1,1)_7$ hadde marginalt bedre modelltilpasning enn $(0,1,0) \times (1,0,0)_7$, da vi så den hadde litt lavere varians i perioden fra 1. mars til 10. mai. ARIMA $(0,1,0) \times (0,1,1)_7$ hadde også best prediksjonsevne i uke 18, både ved statisk og rullerende prognose. Dette gir indikasjoner på at ARIMA $(0,1,0) \times (0,1,1)_7$ vil gi mest nøyaktige prediksjoner av de to ARIMA-modellene i uke 19, og jeg velger derfor å bruke denne ARIMA-modellen til å prognostisere dagsprisen i uke 19.

Videre velger jeg å bruke multiplikatormatrisen der de definerte outliers er slettet til å danne timesprognosene, da alle testene i uke 18 viste at det ga best resultat. Dette er også i samsvar med formålet til min prognosemodell som er å prognostisere den forventede prisen. Ekstremprisene representerer unntak fra forventningen som skjer som følge av uventede hendelser som er vanskelig å forutse.

7. Produksjonsplanlegging for Guolasjokka kraftverk

I dette kapitlet vil jeg løse produksjonsplanleggingsproblemet som ble presentert i kapittel 5.4, med bakgrunn i prognosemodellen jeg har laget for uke 19 i kapittel 6. Jeg vil først gi en systembeskrivelse av Guolasjokka kraftverk, som er det kraftverket jeg har valgt å planlegge produksjonen for. Deretter vil jeg beskrive resultatene fra optimeringen.

7.1 Systembeskrivelse

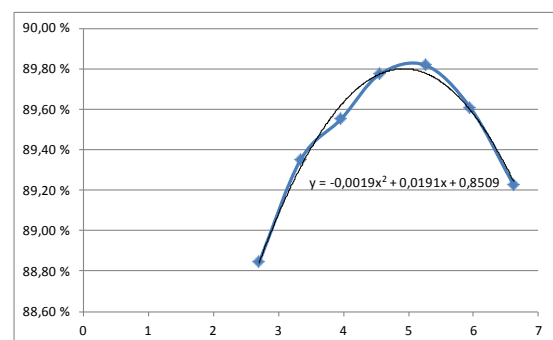
Guolasjokka kraftverk ligger i Kåfjord kommune og eies av Troms Kraft. Inntaksmagasiner er Guolasjåvri som kan reguleres fra en minimal vannstand på 752 moh til maksimal vannstand på 792 moh. Ved maksimal vannstad rommer magasinet 134,64 millioner kubikkmeter. At kraftverket kun har et magasin forenkler analysen i og med at jeg slipper å ta hensyn til koblinger mellom ulike magasiner og kraftverk. I tillegg utnyttes vannføringen i flere sideelver gjennom 7 bekkinntak til tilløpstunnelen. På grunn av manglende data og for å begrense analysen har jeg valgt å ikke ta hensyn til disse bekkinntakene. Vannveien består av en ca. 14,7 km lang tunnel med et strømningsareal på 10 m². Herfra føres vannet i en ca. 800 meter lang trykksjakt fram til forgreinningspunktet til hver av de to turbinene i kraftverket. I stasjonen, ved en høyde på 49,9 moh, er de to pelton-turbinene plassert. Turbinene har en nominell effekt på 40,45 MW. Hver av turbinene er koblet sammen med en synkron-generator, der fullasteffekten er 45 MVA.

Vi så i kapittel 5.3 at vannføringen, fallhøyden og virkningsgraden var det som var avgjørende for ytelsen til et vannkraftverk. Jeg vil i det følgende gå inn på hver av disse elementene for Guolasjokka kraftverk.

Vannføringen for hver time vil være beslutningsvariablene i optimeringen. Jeg ønsker å finne den vannføringen som gir høyest profitt i uken, gitt prisen i løpet av uken og betingelsene i produksjonen.

I følge de dataene jeg har fått tilgang til fra Guolasjokka kraftverk kan den totale virkningsgraden for et aggregat approksimeres med følgende ligning.

$$\mu = 0,8509 + 0,0191 * Q - 0,0019 * Q^2$$



Figur 7.1 Virkningsgraden til kraftverket gitt ut fra vannføringen

Ligningen er basert på målinger på Guolasjokka kraftverk som ble gjennomført 15.-16.november 2001. De reelle målingene er vist som blåe punkter i figur 7.1, mens den svarte linjen er andregradligningen som best stemmer overens med disse målingene. Brutto fallhøyde under målingene var 721,64 meter. Dette stemmer ikke helt overens med fallhøyden i den perioden jeg skal undersøke, ettersom magasinet så å si er tomt i begynnelsen av uke 19. Dette fører til at samme vannføring vil gi til litt lavere effekt, og dermed vil ikke virkningsgraden i aggregatet og generatoren bli helt det samme som i perioden målingen ble foretatt. Men dette er marginale forskjeller som vil ha lite å si for resultatet av produksjonsplanleggingen, og jeg velger derfor å bruke den nevnte andregradligningen som utgangspunkt for utregningen av virkningsgraden.

Av funksjonen ser vi at virkningsgraden til kraftverket er ikke-lineær, men derimot konkav. Av Troms Kraft har jeg fått opplyst at funksjonen bare er gyldig fra en vannføring over 2,7 m³/sek opp til maksimal vannføring på 6,62 m³/sek. Disse grensene gjelder vannføringen til hver turbin. For å hindre at vannføringen havner i dette området legger jeg inn en kunstig høy straff for produksjon i dette området. På denne måten sikrer jeg at optimeringsmodellen ikke kommer fram til en vannføring som er høyere enn 0 og lavere enn 2,7.

Guolasjokka kraftverk består av to aggregat og dermed to turbiner og generatorer. Dermed får vi to konkave grafer, et for hvert aggregat. Ved høyere produksjon i turbin 1 vil produksjonen stige helt til den når den maksimale effektiviteten. Etter dette vil virkningsgraden synke helt fram til produksjonen i turbin 2 blir såpass høy at den bidrar til at den totale virkningsgraden øker. Etter hvert som produksjonen i turbin 2 når maksimal effektivitet vil den igjen synke frem til den samlede kapasitetsgrensen for kraftanlegget er nådd.

Fallhøyden til kraftverket kan matematisk beskrives med denne formelen:

$$H_t(m_t, Q_1, Q_2) = m_t - 0,17185 (Q_{T1} + Q_{T2})^2 - 0,0188 Q_{T1}^2 - 0,0331 Q_{T2}^2$$

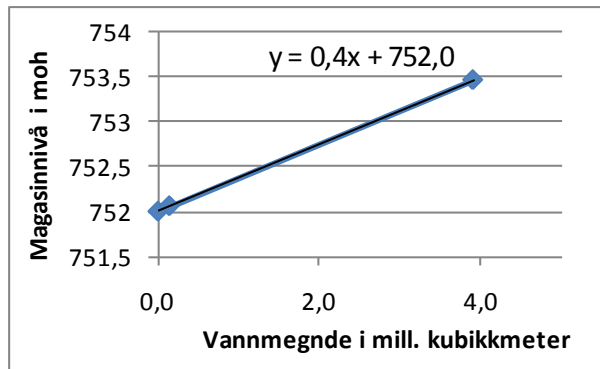
m_t Magasinnivået i starten av perioden. Gis ut fra startmagasinet og vannføringen i tidligere perioder

Q_{T1} Vannføring til turbin 1. Beslutningsvariabel i optimeringen.

Q_{T2} Vannføring til turbin 2. Beslutningsvariabel i optimeringen.

Det at det er to aggregat ved Guolasjokka kraftverk fører til at vi får to identiske målfunksjoner lik den beskrevet i kapittel 5.4. Modellen jeg har laget optimerer summen av disse to. Restriksjonene blir lik de som er beskrevet i kapitel 5.4 for hver av aggregatene.

Ut i fra opplysninger gitt fra Troms Kraft er startmagasinet satt til 140 000 kubikkmeter vann. For området fra 0 til 5 mill. kubikkmeter, et område som vil være stort nok i forhold til min kortsiktige planlegging, har vi en lineær sammenheng mellom mengde vann og magasinnivå som er vist i Figur 7.2



Figur 7.2 Magasinnivå i kraftverket gitt ut fra vannmengde i magasinet

Startmagasinet på 140 000 kubikkmeter tilsvarer dermed et magasinnivå på 752,06. Ettersom turbinsentrene er plassert 49,9 moh tilsvarer dette en brutto fallhøyde 702,16. Vi ser altså at med økt vannmengde i magasinet vil brutto fallhøyde øke. Det må imidlertid store vannmengder til for at dette skal få praktiske konsekvenser for produksjonsnivået.

Tilsiget av vann til magasinene i vannkraftverkene vil ha stor betydning for hvor mye det kan produseres og til hvilken tid. For å lage en detaljert produksjonsplan trenger jeg derfor en prognose for tilsiget i magasinet den neste uken. Prognosene for tilsiget lenger fram i tid vil komme fram gjennom den vannverdien i slutten av uken som har blitt estimert på bakgrunn av produksjonsplanleggingen på mellomlang sikt.

Prediksjon av tilsig går i stor grad utenfor mitt fagfelt og omfanget til denne oppgaven. Jeg vil derfor i liten grad fokusere på dette i min oppgave. Tilsiget i min modell er beregnet basert på dagsgjennomsnittet av vannføringen ved Manndalen bru i perioden 1972-2008. Disse er fordelt jevnt ut over døgnet 24 timer. Manndalen bru er en målestasjon like i nærheten av magasinet til kraftverket, og fungerer således som en god approksimasjon på vannføringen til magasinet.

7.2 Resultater fra optimeringen

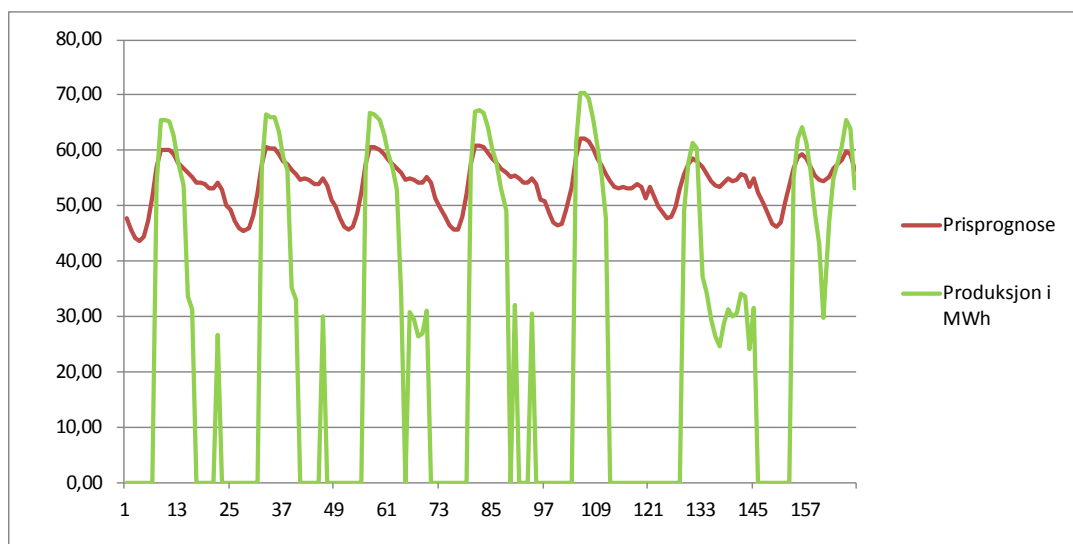
Optimeringen er gjennomført i Excel ved hjelp av Frontline Premium Solver Platform. Dette tillegg til Excel gir muligheter å ha mer enn 200 beslutningsvariabler som er maksimalgrensen til den vanlige Excel Solver. Min modell inkluderer vannføringen for hver periode til hver av de to turbinene som beslutningsvariabler. Vi får altså $(2 \cdot 7 \cdot 24)$ 336 beslutningsvariabler.

Produksjonsplan uten startkostnader

Et fundamentalt spørsmål er hvor godt produksjonsplanen klarer å allokere produksjonen i forhold til prognosen på spotprisen. For å sjekke dette kjører jeg optimeringsmodellen uten startkostnader og sammenligner produksjonen med prisprognosen. Hvis ingen restriksjoner er bindende skal produksjonen være høyest i den timen med høyest prognostisert pris. Foreløpig bruker jeg den statiske prognosemodellen for uke 19 gitt ved ARIMA (0,1,0)x(0,1,1)₇.

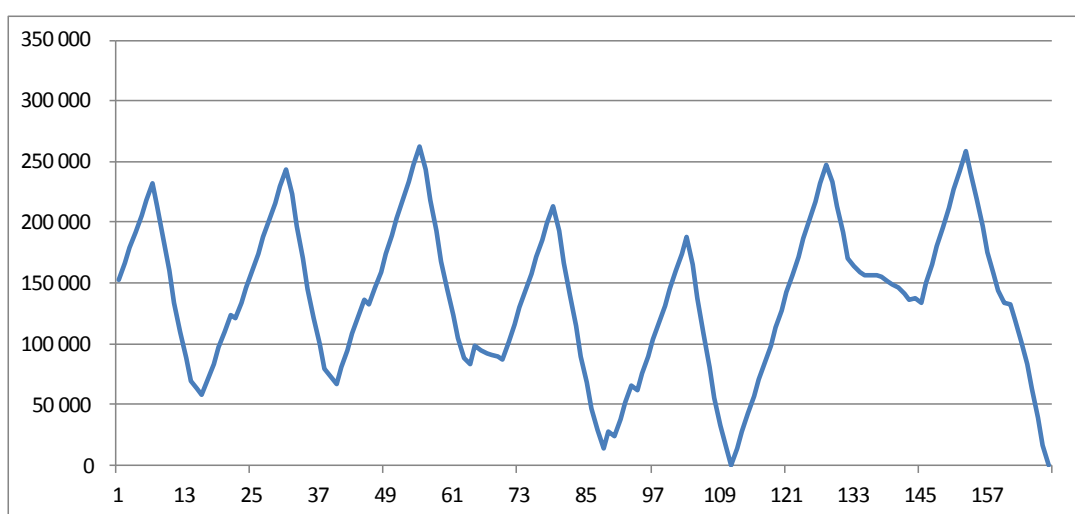
Modellen utarbeider produksjonsplan for en uke fram i tid. For å koble produksjonen med planleggingen på mellomlang sikt setter jeg verdien av 1 kubikkmeter vann i magasinet til 0,09 Euro i slutten av perioden. Dette er litt lavere enn prognostisert gjennomsnittverdi for uke 19. Bakgrunnen for dette er at vårflommen nærmere seg, og dermed vil magasinet fylles opp med vann og vannverdien vil dermed synke.

Figur 7.3 viser planlagt produksjon i MWh i uke 19 mot prisprognosen. Vi ser at produksjonen følger prisprognosen i stor grad. Produksjonen er høyest i morgentimene hvor også prisene har sin dagstopp. Prognostisert pris er høyest fredagen fra klokken 9 til 10. Det er også den timen i uken som i følge modellen gir høyest produksjon med 70,28 MWh. Videre finner vi en klar korrelasjon mellom timen med høyest pris for hver dag og den tilsvarende produksjonen. Pearsons korrelasjonskoeffisient er faktisk så høy som 0,993. Modellen kan derfor sies å utføre det den er laget for, nemlig å skape lønnsomhet for produsenten ved å utnytte vannet i periodene med høyest pris.



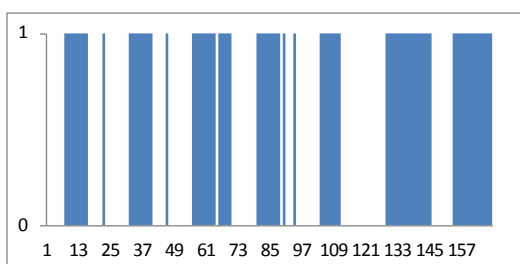
Figur 7.3 Produksjonen versus den statiske prisprognosen der vi ser bort i fra startkostnadene

Totalt ble det produsert 4230 MWh i løpet av uken. Inntjeningen var til sammen på 247 321 Euro. Dette gir en gjennomsnittlig pris per MWh på 57,94 Euro. Dette er betydelig høyere enn gjennomsnittlig prognostisert pris som er 53,90. Prisen per kubikkmeter er gjennomsnittlig 0,0973 Euro i perioden. Magasinet i slutten av uken er tomt. Figur 7.4 viser magasinivået over uken. Vi ser at vi ved flere tidspunkter i løpet av uka går tomt for vann i magasinet. Dette skyldes at vannverdien på koblingstidspunktet er lavere enn prisen i store deler av uken. Modellen ønsker derfor å utnytte den høye prisen og utnytter derfor all vannet i magasinet. Usikkerheten tilknyttet et eventuelt tap i forbindelse med å gå tom for vann er ikke tatt med i modellen, ettersom det er antatt deterministiske variabler.

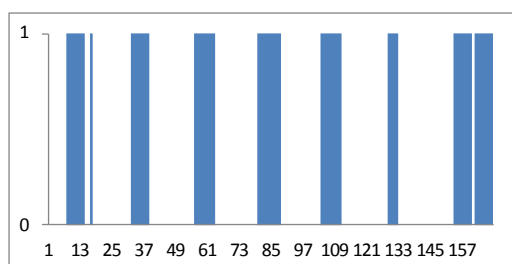


Figur 7.4 Utviklingen i magasinivået over uken med statisk prisprognoser og vi ser bort fra startkostnader

Figur 7.5 og Figur 7.6 viser om aggregatene er av eller på. Vi ser at det er hyppig blir foretatt nye oppstarter av aggregatene, for å utnytte prisøkningene i enkelte tidsrom. Spesielt gjelder dette turbin 1 som har 12 oppstarter i løpet av uken. Til sammen ble det foretatt 21 oppstarter. Det store antallet oppstarter vil som i nevnt tidligere føre til økt slitasje og høyere vedlikeholdskostnader på aggregatene.



Figur 7.5 På/av graf til aggregat 1

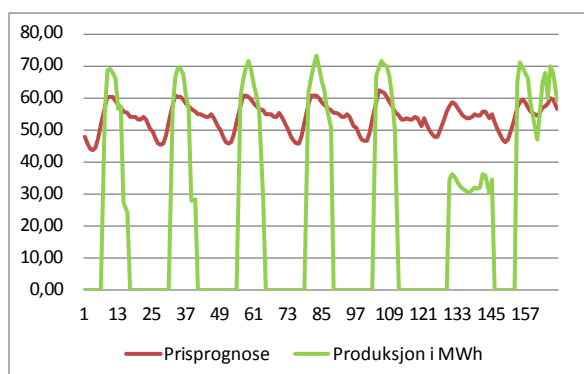


Figur 7.6 På/av graf til aggregat 2

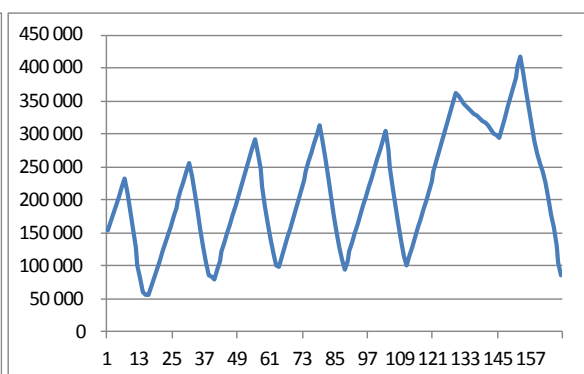
Innføring av startkostnader

For å minke slitasjen på aggregatene har jeg valgt å innføre en kostnad for oppstart av aggregatene. Troms Kraft bruker en startkostnad på rundt 250 Euro i sin produksjonsplanlegging på Guolasjokka kraftverk. Dette stemmer overens med forskningen på startkostnader gjort på svenske vannkraftverk (Nilsson & Sjelvgren, 1997), og jeg velger derfor å bruke dette estimatet i min analyse.

Figur 7.7 viser produksjonen i forhold til prisprognosene. Vi ser at den totale produksjonen går noe ned og er nå 4107 MWh. Grunnen til at produksjonen går ned er at det ikke lønner seg å starte opp aggregatene i korte perioder. Dette fører til at nesten all produksjon foregår om morgenen og formiddagen når prognostisert pris er høy over relativ lang tid. Unntaket er i helgen da prisene holder seg høye lengre utover dagen. Her får vi også produksjon om ettermiddagen og kvelden. Den samlede inntjeningen i perioden er på 238 830 Euro. Dette tilsvarer en gjennomsnittlig inntjening på 58,15 Euro/MWh produsert. Vi ser at dette er høyere enn tilfellet var uten startkostnader, noe som kan virke litt merkelig. Bakgrunnen for dette er imidlertid at det ble produsert i perioder av døgnet hvor det kun er lønnsomt å produsere dersom det ikke koster noe å starte aggregatene. Produksjon i disse tidene trekker dermed ned den gjennomsnittlige prisen per MWh. Per kubikkmeter er gjennomsnittlig pris 0,0972 Euro. Dette er lavere enn tilfellet var uten startkostnader. Grunnen til dette ligger i at vannføringen er mer spredt utover uken når vi ikke trenger å ta hensyn til startkostnader. Dette fører til at falltapet i gjennomsnitt er lavere, noe som gir høyere produksjon per kubikkmeter vann som blir brukt. En lavere produksjonen fører også til at det blir brukt mindre vann i magasinet i løpet av perioden. I løpet av perioden er vannet i magasinet aldri under 50 000 kubikkmeter. Dette sees også ved å studere grafen med magasinnivået figur 7.8. Magasinet i slutten av perioden er på 85 403 kubikkmeter. Dette tilsvarer en verdi på 7686 Euro.

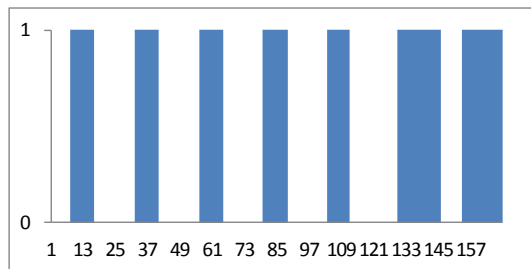


Figur 7.7 Produksjonen i forhold til den statistiske prisprognosen og startkostnader er inkludert

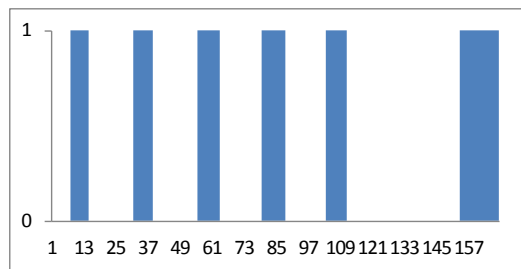


Figur 7.8 Utviklingen i magasinnivå over uken med statistisk prisprognose og startkostnader er inkludert

Vi ser av på/av-grafene til aggregatene i figur 7.9 og figur 7.10 at det blir foretatt betydelig færre oppstarter etter at vi innførte en kostnad på 250 Euro ved oppstart. Dette tyder på at de fleste av oppstartene i forrige analyse var det relativt lite å tjene på. Det ble til sammen foretatt 13 oppstarter av de to aggregatene i løpet av perioden. Disse oppstartene førte til operative kostnader på 3250 Euro, som må trekkes fra inntjeningen for å få profitten.



Figur 7.9 På/av graf til aggregat 1

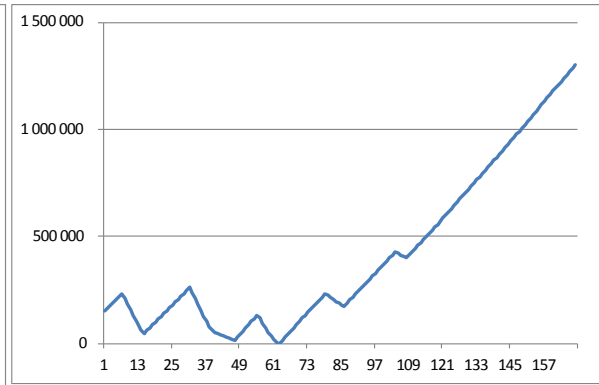
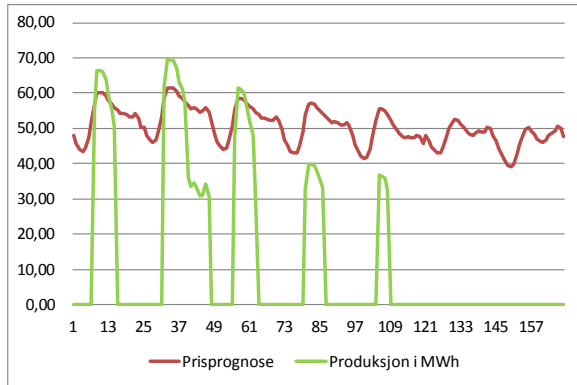


Figur 7.10 På/av graf til figur 2

Bruk av rullerende prognose

Så langt har jeg brukt prisene basert på den statiske prognosemodellen. Som nevnt vil det være mulighet å endre prisprognosene i løpet av uken, etter hvert som man får inn mer prisdata. En rullerende prismodell for uke 19 viser at prisene kommer til å synke i andre halvdel av uken. En slik nedgang i pris kan også få følger for vannverdien på koblingstidspunktet. I denne analysen har jeg imidlertid valgt å holde vannverdien per kubikkmeter konstant på 0,09 Euro. Dette for å få fram effekten i produksjonen av å bruke den rullerende prognosen.

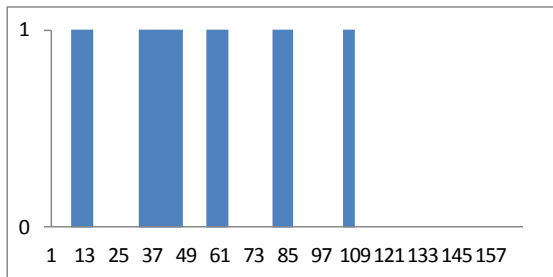
Vi ser produksjonen i forhold til spotprisene i Figur 7.. Prisene er her høyest på tirsdagen, og det er også her produksjonen er høyest. I andre halvdel av perioden synker prisene klart, noe som fører til betydelig lavere produksjon i perioden. Samlet produksjon er i dette tilfelle kun 2084 MWh. Dette gir en samlet inntjening i perioden på 120 024 Euro. Den gjennomsnittlige inntekten per MWh produsert i perioden er dermed 57,59 og 0,0968 Euro/kubikkmeter. Tallene er her lavere på grunn av prisen som blir prognostisert er gjennomsnittlig lavere. I den rullerende prisprognosen er gjennomsnittsprisen 50,47 Euro/MWh, mens den i den statiske prognosemodellen var 53,90 Euro/MWh. På grunn av den lave produksjonen i slutten av uken øker magasinet voldsomt i andre halvdel av uken, slik vi kan se i Figur 7.. Vi ender opp med en vannmengde i magasinet på over 1,3 millioner kubikkmeter. Dette har en verdi på 117 192 Euro.



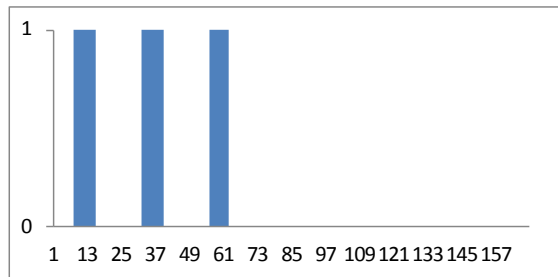
Figur 7.11 Produksjonen i forhold til den rullerende prisprognosen og startkostnader er inkludert

Figur 7.12 Utviklingen i magasinnivå over uken med statistisk prisprognose og startkostnader er inkludert

Den lave produksjonen i andre halvdel av uken fører også til færre oppstarter. Som vi kan se av på/av grafene til aggregatene i Figur 7.7 og Figur 7.8 har vi samlet 8 oppstarter i løpet av perioder. Dette ga samlede oppstartkostnader på 2000 Euro.



Figur 7.7 På/av graf til aggregat 1

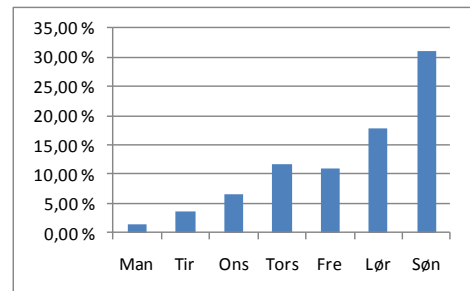


Figur 7.8 På/av graf til aggregat 2

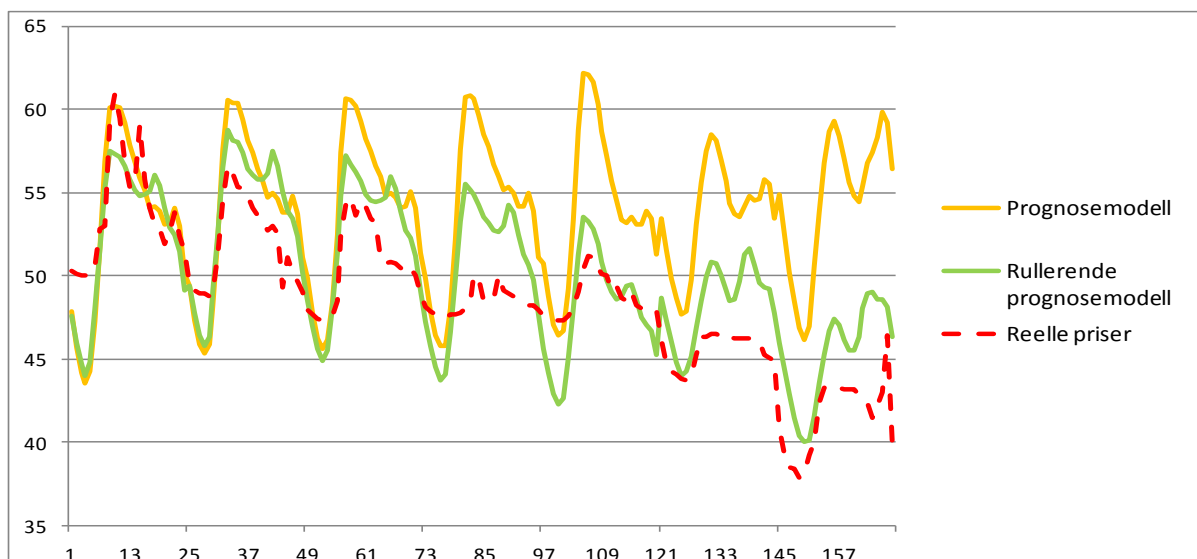
8. Diskusjon av resultater og implementering

8.1 Diskusjon av resultater fra prisprognostiseringen

I etterkant av uke 19 har jeg sammenlignet prisprognosen med de reelle prisen for tidsrommet. Figur 8.2 viser prognosemodellene, både den statiske og den rullerende, i forhold til de reelle tallene for perioden. Den statiske modellen har en MAPE per døgn på 11,87 %, mens MAPE per time ble beregnet til 12,71 %. Det er betydelig dårligere prediksjoner enn tilfellet var i uke 18. Av grafen ser vi at prisen i andre halvdel av uken gikk kraftig ned. Dette førte til at feilpredikeringen økte kraftig i slutten av uke, noe som vises gjennom Figur 8.1, der MAPE per døgn er vist for hver av dagene i uken. Bakgrunnen for denne prisnedgangen var rekordvarmen Nord-Norge opplevde i slutten av uke 19, noe som førte med seg lavere elektrisitetsforbruk i Nord-Norge (Nord Pool Spot, 2010) samt brå snøsmelting og dermed stor vannføring i bekker og elver som leder inn til kraftverk (Meterologisk institutt, 2010). Store temperatur- og nedbørsendringer er eksogene sjokk som ARIMA-modeller ikke tar hensyn til. Dette er noe av svakheten ved ARIMA-modeller. Den lave prisen torsdag 13. mai kan delvis også forklares med at torsdagen var Kristi Himmelfartsdag, og det var dermed mindre aktivitet enn på en vanlig torsdag. Det er også muligheter for at denne effekten har påvirket fredagsprisen, ettersom mange tok langhelg i forbindelse med Kristi Himmelfartsdag. Min ARIMA-modell tar heller ikke hensyn til slike kalendereffekter.

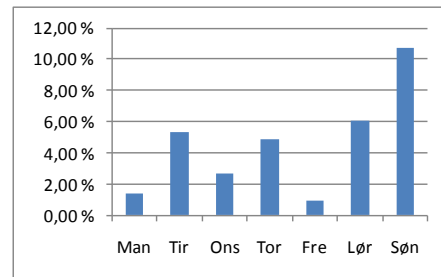


Figur 8.1 MAPE per dag over uken statisk modell



Figur 8.2 Prognosemodellene plottet mot de reelle prisene i uke 19.

Den rullerende modellen har betraktelig lavere feilmargin enn den statiske med MAPE per døgn på 4,58 % og MAPE per time på 6,91 %. Vi ser av figur 8.3 at den rullerende prognosemodellen tilpasser seg mye bedre til det eksogene sjokket som fører til lavere pris.



Figur 8.3 MAPE per dag over uken rullerende modell

Selv om prognosemodellen viste seg å ikke treffe like bra i uke 19 som i uke 18 kommer ikke resultatene for uke 19 spesielt dårlig ut når vi sammenligner resultatene med andre studier gjort på prognostisering av kraftprisen. Disse studiene har som nevnt skjedd under andre betingelser og ved andre kraftbørser, og er derfor ikke direkte sammenlignbare. Likevel gir de en pekepinn på hvor feilmarginen i prognosemodeller for kraftpris ligger. Videre gir de en bekreftelse på at min relativt enkle prognosemodell ikke nødvendigvis predikerer dårligere enn mer avanserte modeller. Tabell 8.1 viser en sammenligning mellom feilmarginen til de ulike prognosemodellene jeg har analysert i denne oppgaven. Det viser seg at en ARIMA (0,1,0)x(1,0,0)₇ ville gitt marginale bedre resultat enn ARIMA (0,1,0)x(0,1,1)₇ som var den modellen jeg valgte å gå videre med. Også i uke 19 viste det seg at spredningen over døgnet ble litt lavere enn en vanlig mai-uke. Dette førte til at alternativet jeg valgte å gå for med slettede outliers ga best resultat også denne uken.

ARIMA-modell	Statsiske prognosemodeller						Rullerende prognosemodeller					
	ARIMA (0,1,0)x(0,1,1) ₇			ARIMA (0,1,0)x(1,0,0) ₇			ARIMA (0,1,0)x(0,1,1) ₇			ARIMA (0,1,0)x(1,0,0) ₇		
Outliers	Alt. 1	Alt. 2	Alt. 3	Alt. 1	Alt. 2	Alt. 3	Alt. 1	Alt. 2	Alt. 3	Alt. 1	Alt. 2	Alt. 3
MAPE per time	13,16 %	13,12 %	12,71 %	9,49 %	9,45 %	8,98 %	8,01 %	7,69 %	6,91 %	7,59 %	7,27 %	6,42 %

Tabell 8.1 Sammenligning av de ulike prognosemodellene i uke 19.

8.2 Diskusjon av resultater fra produksjonsplanleggingen

Ved å sette inn de reelle prisen og beholde samme kjøreplan kan man sjekke hvilken profitt de ulike produksjonsplanen gir i perioden. Dette er oppsummert i Tabell 8.2 . Jeg har her valgt å se bort i fra tilfellet uten startkostnader, da dette ikke er direkte sammenlignbart. Profitten inkluderer en vannverdi i slutten av perioden på 0,09 Euro/m³. Vi ser at profitten med reelle priser er betydelig høyere i det tilfelle hvor det er brukt rullerende prognoser. Forskjellen er så høy som 9 % når vi sammenligner med produksjonsplanen gitt fra den statiske prognosen. Dette skyldes at den rullerende prognosemodellen stemte bedre overens med de reelle prisene enn den statiske. Den store differansen i profitt, kun som følge av ulike prisprognoser, viser viktigheten av å etablere gode prisprognoser som et ledd i produksjonsplanleggingen.

	Statisk prognose	Rullerende prognose
Profitt med reelle priser	208 622	227 545
Profitt med prognostiserte priser	243 266	235 216
Prosentvis avvik	16,61 %	3,37 %

Tabell 8.2 Sammenligning av produksjonsplan med statisk prognose versus rullerende prognose som input

Den er viktig å huske på at kjøreplanene som har blitt etablert i denne oppgaven er preliminære, slik at profitten som gis ut fra modellen ikke er den endelige. Formålet til de preliminære planene er å danne basis for budgivingen til Nord Pool, som basert på samlet tilbud og etterspørsel i prisområdet, setter de endelige prisene. Ettersom produsentene har sendt inn et gitt kvantum som skal produseres ved forskjellige prisnivå, tildeler Nord Pool indirekte produksjonsmengden til produsentene. Etter at produsentene har blitt tildelt produksjonsvolum vil det også være muligheter for å gjøre justeringer i den endelige kjøreplanen ved å bruke regulerkraftmarkedet.

Den faktiske produksjonen hos Guolasjokka kraftverk i uke 19 var kun på 141 MWh. Altså betydelig lavere enn produksjonsplanene jeg utarbeidet for uken. Dette skyldes at manøvringsreglementet til Guolasjokka kraftverk begrenser kjøringen i perioden for å unngå flomskader når vårflommen setter inn, mens jeg fokuserte på å lage en produksjonsplan som optimerte profitten i perioden. Jeg har i liten grad tatt hensyn til manøvringsreglementet for kraftverket i min løsning. Manøvringsreglementet til Guolasjokka kraftverk gir de driftsansvarlige relativ stor frihet i reguleringen av magasinet. Unntaket er i perioden før og under vårflommen hvor manøvringsreglementet gir begrensninger i reguleringen. Av praktiske hensyn passet det best for meg å gjennomføre produksjonsplanleggingen i mai, og for å få fram hvordan produksjonsplanleggingen skjer i en vanlig periode, valgte jeg å se bort fra manøvringsreglementet begrensninger i denne perioden.

8.3 Implementering

Løsningen jeg i denne oppgaven har presentert for å lage en preliminær plan basert på forventede priser vil være lettvin, og ikke minst rimelig, for produsenter å implementere. Implementeringen forutsetter riktignok en del statistikk kunnskaper, slik at brukeren har den nødvendige forståelsen av hva som blir gjort og har muligheten til å kvalitetssikre prognosene og produksjonsplanensom blir dannet.

Det finnes muligheter for ARIMA-modellering i de fleste statistiske programvarene. Mange av disse er gratis nedlastbare på nett. For å få daglige prognoser er det nødvendig at dagsprisen for gårsdagen legges inn i modellen. For å holde tidsserien som brukes til ARIMA

prognostiseringen passe lang kan eksempelvis den eldste uken i tidsserien bli slettet en gang i uken.

MANOVA analysen kan også gjennomføres med standard statistisk programvare. Vi så i analysen at døgnmønsteret var konstant over flere år. Det er derfor ikke nødvendig og konstant oppdatere multiplikatormatrisene som blir gitt av MANOVA analysen. Disse kan eksempelvis oppdateres en gang i året. Ved en slik årlig oppdatering kan det lønne seg å gå gjennom tidsseriene for å slette eventuelle outliers.

Optimeringen av produksjonen kan gjøres i Excel, for eksempel ved å bruke Frontline sitt tillegg til Excel. Ved å legge inn oppdaterte prisprognoser, tilsigsprognoser samt koblingsverdi, vil modellen på under 10 minutter lage en oppdatert produksjonsplan.

Selv om modellen i denne oppgaven er utarbeidet for kraftprisen i Nord-Norge vil prinsippene være akkurat de samme i andre prisområder. Fremgangsmåten som er presentert i oppgaven kan derfor brukes for vannkraftverk i andre områder så lenge prisen på kraft settes daglig for døgnet 24 timer. Ved bruk i andre prisområder vil muligens konklusjonene rundt hvilken ARIMA-modell som best tilpasser prisserien være ulik mine konklusjoner.

8.4 Styrker og svakheter ved min fremgangsmåte

Jeg har i denne oppgaven vist en metode for etablering av prognoser for forventet kraftpris, og brukt disse til å danne preliminær produksjonsplan presentert. Metoden jeg har brukt er enkel og rimelig hvis vi ser i forhold til de kommersielle programvarene for produksjonsplanlegging som er på markedet. Bruksområdet til de kommersielle planleggingsprogramvarene er imidlertid større. En stor kraftprodusent vil trolig tjene på å bruke et mer komplisert program for prognoselegging og produksjonsplanlegging. På grunn av kostnadene ved å ta i bruk et slikt program kan nytteverdien for mindre aktører være lavere enn kostnadene. En slik aktør kan bruke en lignende fremgangsmåte som det jeg har presentert for å etablere en preliminær produksjonsplan. Den ideelle bruker av en slik fremgangsmåte vil være en kraftprodusent som driver et enkelt magasinkraftverk med effekt under 100 MW.

Fokuset i denne oppgaven var på prisprognoser og produksjonsplanlegging i et økonomisk perspektiv. Dette førte til at jeg prioriterte bort utarbeidelsen av tilsigsprognoser og valgte å kun ta gjennomsnittet av vannføringen de siste årene. For få mer nøyaktig tilsigsprognoser bør det tas i bruk nedbørsprognoser og vannbalanseberegninger. I denne forbindelse bør det også

dannes prognoser for vannføringen til tilløpstunnelen gjennom bekkinntakene. Et aspekt jeg valgte å se bort ifra.

Større produsenter trenger i tillegg å ta hensyn til en rekke aspekter som jeg ikke har tatt hensyn til. Jeg har i min modell kun sett på et enkelt kraftverk. Ved optimering av en portefølje av kraftverk ønskes å optimere produksjon slik at den totale lønnsomheten for porteføljen av kraftverk blir høyest mulig. Dette vil spesielt gi ulikt resultat, sammenlignet med optimering av et enkelt vannkraftverk, i de tilfeller hvor kraftverkene er innbyrdes avhengig av hverandre, for eksempel ved å ha samme magasin. Et annet aspekt som jeg har valgt å se helt bort i fra i min løsning er produsentens egen innvirkning på prisen. Dette har jeg gjort ved å anta at produsentene er pristaker. En slik antakelse vil ikke være helt korrekt for større produsenter.

9. Avslutning

9.1 Oppsummering

Denne oppgaven har gitt et innblikk i hvordan kraftmarkedet i Norge fungerer og hvordan prisdannelsen foregår hos Nord Pool. Dereguleringen av kraftmarkedet i Norge førte til endrede driftsbetingelser for kraftprodusenter, og har gitt økt fokus på effektiv produksjon. I Norge står vannkraft for nesten all produksjon av elektrisitet. Som et ledd i å få effektiv vannkraftproduksjon kommer prisprognoser inn i bildet. Ved å ha gode prisprognoser kan vannkraftverkene utnytte den begrensede mengden med vann i magasinene til å produsere kraft i de perioder hvor produsenten sitter igjen med høyest profitt. Dette er et komplekst planleggingsproblem. I denne oppgaven har jeg gått gjennom hvordan dette kan gjøres ved å benytte Guolasjokka kraftverk som eksempel. Fokuset har her ligget på å etablere en preliminær produksjonsplan en uke fram i tid basert på forventede priser.

9.2 Kortsiktig prognosemodell for spotprisen

I innledningen ga jeg to problemstillinger. Den første var å etablere en kortsiktig prognosemodell for spotprisen. Til å prognostisere dagsprisen benyttet jeg ARIMA-modeller. Disse utnytter informasjon i prisserien til å spå hvordan prisserien vil utvikle seg frem i tid. ARIMA-modellen jeg valgte klarte å tilpasse seg prisserien slik at det var lav varians mellom prisen gitt fra modellen og den reelle prisen. Det var heller ingen tegn til at modellen inneholdt noe autokorrelasjon, slik at den samvariasjonen som gjenstod kan regnes som ren støy. Når jeg testet modellen i uke 18 viste modellen seg å predikere meget bra. Modellen ga tilfredsstillende resultater også i uke 19. I det tilfellet hvor prisserien ble oppdatert daglig med utviklingen i prisen, noe som i praksis vil bli gjort, klarte modellen også å prognostisere det negative skiftet i prisen på en tilfredsstillende måte.

For å få timesprognoser ble det etablert multiplikatormatriser ved hjelp av en multivariat variansanalyse. Fokuset mitt ved denne analysen var å finne forventet døgnvariasjon en spesiell ukedag i en gitt måned. Ut fra denne ble det dannet en multiplikatormatrise som ble brukt til å lage timesprognoser basert på de prognostiserte dagsprisene. Metoden viste seg i mitt tilfelle å fungere best dersom man slettet de mest ekstreme prisene. Selv om ekstremprisene ble slettet ble spredningen over døgnet noe overvurdert i periodene jeg undersøkte. Dette på grunn av at spredningen i ukene jeg undersøkte var lavere enn det som er normalt for en uke i mai måned.

Samlet kom jeg fram til en prognosemodell som er enkel å utarbeide og bruke. I de periodene jeg undersøkte var feilmarginene lave i forhold til tidligere studier på prognostisering av kraftprisen.

9.3 Kortsiktig produksjonsplan

Den andre problemstillingen gikk ut på å etablere en preliminær produksjonsplan der jeg skulle bruke de prognostiserte prisene. Ved å anta ingen usikkerhet tilknyttet prognosene for pris og tilsig fikk jeg en deterministisk optimeringsmodell som jeg løste for Guolasjokka kraftverk. Det er flere aspekter som spiller inn i produksjonen på et vannkraftverk, blant annet virkningsgraden som har en konkav sammenheng med vannføringen. Dette førte til at problemet ble ikke-lineært, noe som kompliserte optimeringen. For å koble modellen til planleggingen på mellomlang sikt, brukte jeg et estimat på vannverdien i slutten av uka. Vannføringen til hver av kraftverkets to aggregat ble brukt som beslutningsvariabler, og i utdata fikk vi informasjon om produksjon samt endringer i magasinet.

Hovedformålet til modellen var å allokere produksjonen til de tidspunktene med høyest pris. Dette klarte modellen bra. Ved å introdusere startkostnadene gikk produksjonen ned. I tillegg ble det færre oppstarter av aggregatene, noe som var bakgrunnen for å inkludere startkostnader i optimeringen. Ved å ta i bruk de daglige oppdaterte prisprognosene gikk produksjonen betydelig ned i andre halvdel av uka, mens magasinnivået steg. Dette fordi den rullerende prognosen bedre klarte å få med seg prisnedgangen i andre halvdel av uka. Dette førte også til at produksjonsplanen som var dannet basert på den rullerende prognosemodellen fikk betydelig høyere profitt når de reelle prisene ble satt inn i kjøreplanen

Fremgangsmåten jeg brukte for å danne en preliminær produksjonsplan vil passe bra å bruke for mindre vannkraftprodusenter, som et alternativ til å kjøpe dyr kommersiell programvare for produksjonsplanlegging.

9.4 Forslag til videre undersøkelser

Prognosemodellen for pris som jeg brukte i denne oppgaven tar ikke hensyn til noen eksogene faktorer utenom prisserien, som for eksempel temperatur og nedbør. Det er både fordeler og ulemper med å inkludere slike variabler. En alternativ fremgangsmåte vil være å bruke modeller som tar hensyn til faktorer utenom selve prisserien. Det ville vært interessant å se hvordan slike prognosemodeller predikerte prisen på Nord Pool på kort sikt sammenlignet med den modellen jeg har presentert i denne oppgaven.

Det ville vært interessant å gå videre i analysen, og inkludere budgivingen til Nord Pool foregår for en vannkraftprodusent. For å begrense oppgaven valgte jeg imidlertid å stoppe ved den preliminare produksjonsplanen for forventet pris, og overlate til andre å undersøke budgivingen til Nord Pool.

I oppgaven har mitt perspektiv vært å etablere en produksjonsplan som skal optimere forventet profitt i spotmarkedet. Hadde jeg sett på formålet med produksjonsplanleggingen fra eiers synspunkt, ville målet med produksjonsplanleggingen vært å maksimere markedsverdien. Fokuset ville da blitt flyttet fra spotmarkedet til det finansielle kraftmarkedet, noe som ville ha introdusert andre aspekter enn de jeg har analysert i min oppgave. Dette kunne vært en interessant tilnærming til oppgaven for en student med bakgrunn fra finansiell økonomi.

Hovedvekten i denne oppgaven har vært på prognostisering av pris som en del av produksjonsplanen. I virkeligheten er prognoser av tilsig også viktige for å få en fullverdig produksjonsplan, men på grunn av min bakgrunn og kompetanse har jeg i liten grad gått inn på dette. Jeg overlater derfor til andre, med større kompetanse innenfor dette området, og se nærmere på tilsigprognoser som en del av produksjonsplanleggingen.

10. Referanser

Aggarwal, S. K., Saini, L. M., & Kumar, A. (2009). Electricity price forecasting in deregulated markets: A review and evaluation. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems* .

Aggarwal, S. K., Saini, L., & Kumar, A. (2009). Short term price forecasting in deregulated electricity markets: A review of statistical models and key issues. *International Journal of Energy Sector Management* .

Box, G. E., & Jenkins, G. M. (1976). *Time series analysis: forecasting and control*. San Fransisco: Holden-Day.

Brockwell, P. J., & Davis, R. A. (2006). *Time Series: Theory and Methods, 2nd Edition* . Springer.

Bunn, D. W. (2004). *Modelling Prices in Competitive Electricity Markets*. John Wiley & Sons, Ltd.

Conejo, A. J., Contreras, J., Espinola, R., & Plazas, M. A. (2005). Forecasting electricity prices for a day-ahead pool-based electric energy market. *International Journal of Forecasting* .

Contreras, J., Espínola, R., Nogales, F. J., & Conejo, A. J. (2003). ARIMA Models to Predict Next-Day Electricity Prices. *IEEE Transactions on Power Systems* .

Dickey, D., & Fuller, W. (1979). Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association* .

Econ Pöyry. (2007). *Rapport 2007-097: Vilkår for ny kraftproduksjon*.

Energi Norge. (2007, Januar 17.). *Balansen i et normalår*. Hentet januar 29., 2010 fra <http://www.kraftkartet.no/default.asp?gruppe=3301>

Energi Norge. (2002, August 6.). *Deregulering av det norske el-markedet*. Hentet Januar 18., 2010 fra <http://www.energifakta.no/documents/Oekonomi/Kraftmarked/deregulering.htm>

Energi Norge. (2007, Januar 27.). *Faktorer som påvirker prisen*. Hentet Januar 18., 2010 fra <http://www.kraftkartet.no/default.asp?gruppe=3305>

Energi Norge. (2007, Januar 17.). *Nordisk marked, Nord Pool*. Hentet Januar 27., 2010 fra <http://www.kraftkartet.no/default.asp?gruppe=3306>

Energi Norge. (2002, August 6.). *Slik fungerer kraftmarkedet*. Hentet Februar 8., 2010 fra <http://www.energifakta.no/documents/Oekonomi/Kraftmarked/marked.htm>

Energi Norge. (2002, August 11.). *Vannkraft og elektrisitet i historisk perspektiv*. Hentet Februar 10, 2010 fra <http://www.energifakta.no/documents/Miljo%20og%20velferd/Samfunn/Historie.htm>

Ericson, T., & Halvorsen, B. (2008, 6). Hvordan varierer timeforbruket av strøm i ulike sektorer. *Økonomisk analyse* .

Fleten, S.-E. (2000). Portfolio management emphasizing electricity market applications A. *Dr.ing avhandling, NTNU, Trondheim* .

Fleten, S.-E., & Kristoffersen, T. K. (2008, August). Short-term hydropower production planning by stochastic programming. *Computers and Operations Research* .

Fornyings-, administrasjons- og kirke departementet. (2004, Februar 18). *Om konkurransepolitikken*. Hentet April 6, 2010 fra 9.5.1 Vurdering av konkurranseforholdene i det nordiske kraftmarkedet: <http://www.regjeringen.no/nb/dep/fad/dok/regpubl/stmeld/20042005/stmeld-nr-15-2004-2005-/9/5/1.html?id=406281>

Forskningsrådet. (2009). *Årsrapport 2008 RENERGI (2004-2013)*. Hentet Mai 15., 2010 fra <http://www.forskningsradet.no/servlet/Satellite?blobcol=urldata&blobheader=application%2Fpdf&blobheadername1=Content-Disposition%3A&blobheadervalue1=+attachment%3B+filename%3D%C3%85rsrapporten2008.pdf&blobkey=id&blobtable=MungoBlobs&blobwhere=124140468971>

Førsund, F. R., Mo, B., Singh, B., & Wolfgang, O. (2005). *SNF-rapport nr. 30/05: Samkjøringsmodellen: En oversikt med vekt på økonomisk tolkning*. Bergen: Samfunns- og næringslivsforskning.

Fosso, O. B. (2006, Juni 8.). *Optimal Hydro Scheduling*. Hentet Mai 24., 2010 fra <http://pes.ieee.ch/downloads/080606fosso.pdf>

- Fosso, O., & Gjengedal, T. (2006). Produksjonsplanlegging i vannkraftbaserte systemer. *Notat, institutt for elkraftteknikk, NTNU* .
- Fosso, O., Gjelsvik, A., Haugstad, A., Mo, B., & Wangensteen, I. (1999, Feb). Generation scheduling in a deregulated system. The Norwegian case. *IEEE Transactions on Power Systems* .
- González, J. G., & Guillermo, C. A. (2001, September 10.-13 september). Short-term Hydro Scheduling with Cascaded and HEAd-Dependent reservoirs based on Mixed-Integer Linear Programming. *Presentation at PPT 2001 IEE Porto Power Tech Conference* .
- Haugstad, A., Flatabø, N., Fosse, O. B., & Mo, B. (2000). *Scheduling and Simulation Models for the Deregulated Energy Market*. Hentet Mai 15. , 2010 fra <http://www.demandresponseresources.com/Portals/0/Scheduling%20and%20Simulation%20models.pdf>
- Huisman, R., Hurman, C., & Mahieu, R. (2007). Hourly electricity prices in day-ahead markets. *Energy Economics* , 240-28.
- Kerola, M. (2006, Oktober 17.). Calibration of an Optimisation Model for Short-term Hydropower Production Planning. *Master thesis, Helsinki University of Technology* .
- Kraftjournalen. (2009, September 3.). *Historisk høye kraftinvesteringer*. Hentet Mars 10., 2010 fra <http://www.kraftjournalen.no/story.aspx?ID=174795>
- Kredittilsynet, Konkurransetilsynet og NVE. (2003). *Samarbeid om tilsyn med kraftmarkedet: Anbefalinger om fremtidig samarbeid mellom Konkurransetilsynet, Kredittilsynet og NVE*.
- Lillestøl, J., & Andersson, J. (2008). Multivariate and functional data analysis of hourly one-day ahead prices at Nordpool. *Ikke publisert* .
- Lont, A. (2009, november 10.). *Høstkonferansen*. Hentet mars 16., 2010 fra http://www.statnett.no/Documents/Nyheter_og_media/Nyhetsarkiv/2009/H%C3%B8stkonferansen%20101109.pdf
- Maddala, G. (2001). *Introduction to Econometrics, 3rd edition*. John Wiley & Sons.

- Meteorologisk institutt. (2010, Mai 18.). *Varmerekorder i nord*. Hentet Mai 20., 2010 fra <http://met.no/?module=Articles;action=Article.publicShow;ID=2897>
- Møen, J. (Artist). (2008, Februar 5.). *Variansanalyse*. Aud Max, Norges Handelshøyskole, Bergen, Norge.
- Murray, B. (2009). *Power Market and Economics: Energy costs, Trading, Emissions*. John Wiley & Sons, Ltd.
- Nilsson, O., & Sjelvgren, D. (1997). Hydro Unit Start-up Costs and Their Impact on the Short Term Scheduling Strategies of Swedish Power Producers. *IEEE Transactions on Power Systems* , 38-44.
- Nogales, F. J., Contreras, J., Conejo, A. J., & Espínola, R. (2002, May). Forecasting Next-Day Electricity Prices by Time Series Models. *IEEE Transactions on Power Systems* .
- Nord Pool. (u.d.). *Bidding and bidding areas*. Hentet Februar 7., 2010 fra http://www.nordpoolspot.com/trading/The_Elspot_market/Bidding_and_price_areas/
- Nord Pool. (u.d.). *Price area*. Hentet Februar 7., 2010 fra http://www.nordpoolspot.com/trading/The_Elspot_market/Price-calculation/Price_area/
- Nord Pool Spot. (2010, Mai 20.). *Consumption: Report last 31 days*. Hentet Mai 20., 2010 fra <http://www.nordpoolspot.com/reports/consumption/Post.aspx>
- Norge Meteorologiske institutt. (2010, Mai 4.). *Bestilt rapport*. Hentet Mai 4., 2010 fra Månedsnormaler (1961-1990): www.eklima.no
- Norges vassdrags- og energidirektorat. (2009). *Energi i Norge 2008*.
- Norsk industri. (2009, Februar 2.). *Breheimen nasjonalpark - høringsuttalelse*. Hentet Februar 13., 2010 fra www.fylkesmannen.no/Norsk_Industri_-_hoyring_a1AfC.pdf.file
- NRK. (2010, April 6.). *Mål om lik strømpris i hele landet*. Hentet April 9., 2010 fra http://www.nrk.no/nyheter/distrikt/nrk_trondelag/1.7068259
- NVE. (2009, Mars 23.). *Kapasitetsbegrensninger i overføringsnettet*. Hentet Februar 11., 2010 fra <http://www.nve.no/no/Energistatus-2008/Marked/Engrosmarkedet/Kapasitetsbegrensninger-i-overforingsnettet-/>

NVE. (2009, Januar 19.). *Systemansvar*. Hentet Februar 10., 2010 fra <http://www.nve.no/no/Energi1/Kraftsystemet/Systemansvar/>

Olje- og energidepartementet. (1998). *Energi- og kraftbalansen mot 2020*. Oslo: Statens forvaltningstjeneste.

Olje og energidepartementet. (2008). *Fakta 2008: Energi og vannressurser i Norge*. Olje og energidepartementet.

Sparre, M. R. (2010, Februar 9.). Svenskepriser på strøm i øst. *Dagens Næringsliv*, s. 13.

Statnett. (2010, Februar 23.). *Deler av Vestlandet blir eget markedsområde for kraft*. Hentet Februar 25., 2010 fra <http://www.statnett.no/no/Nyheter-og-media/Nyhetsarkiv/Nyhetsarkiv--2010/Deler-av-Vestlandet-blir-eget-markedsomrade-for-kraft/>

Statnett. (2008, November 26.). *Statnetts historie*. Hentet Februar 4., 2010 fra <http://www.statnett.no/no/Om-Statnett/Statnetts-historie/>

Sunnana, L. M. (2010, Februar 23.). *Strømprisen over 11 kroner*. Hentet Mai 15., 2010 fra <http://www.aftenposten.no/okonomi/innland/article3531013.ece>

Taylor, S. J. (2005). *Asset Prices, Dynamics, Volatility, and Prediction*. Princeton University Press.

Vinjar, A., Rauboti, J., & Rosvold, K. A. (2009, 12 14). *Store Norske Lekiskon: Norge-energi*. Hentet 2 13, 2010 fra <http://www.snl.no/Norge/energi>

Wangensteen, I. (2007). *Power System Economics – the Nordic Electricity Market*. Tapir Academic Press: Trondheim.

Wangensteen, I. (2006, Høst). *TEP4225 Energi og miljø*. Hentet April 10., 2010 fra Vann: <http://alexham.makt.net/ntnu/1semester/energi/Uke40/bratsberg%20vannkraftverk.pdf>

11. Appendiks

Appendiks A - Analyse av outliers

Time	Minimums-verdi	Maksimums-verdi	Første kvartil	Tredje kvartil	Avstand	Øvre grenseverdi	Nedre grenseverdi	Antall over øvre grenseverdi	Antall under nedre grenseverdi
1	1,892	4,740	3,258	3,729	0,471	4,671	2,317	8	4
2	1,754	4,717	3,224	3,710	0,486	4,681	2,253	7	4
3	1,567	4,706	3,200	3,687	0,487	4,661	2,226	6	9
4	1,409	4,721	3,177	3,666	0,489	4,645	2,198	8	16
5	0,952	4,766	3,175	3,676	0,500	4,676	2,175	8	21
6	0,577	5,220	3,222	3,713	0,491	4,695	2,240	7	23
7	0,871	6,042	3,275	3,753	0,477	4,708	2,321	5	25
8	1,758	6,908	3,321	3,795	0,474	4,743	2,373	11	15
9	1,125	7,244	3,349	3,839	0,490	4,820	2,368	13	5
10	1,901	7,244	3,360	3,843	0,483	4,810	2,393	9	1
11	1,899	7,244	3,368	3,842	0,474	4,789	2,420	9	1
12	2,292	6,908	3,365	3,829	0,464	4,757	2,437	9	1
13	2,441	5,913	3,351	3,811	0,459	4,729	2,433	9	0
14	2,424	5,799	3,341	3,801	0,460	4,721	2,420	9	0
15	2,419	5,939	3,333	3,794	0,461	4,717	2,411	9	0
16	2,382	5,938	3,330	3,793	0,463	4,720	2,403	10	1
17	2,392	7,244	3,330	3,807	0,476	4,759	2,378	13	0
18	2,467	7,244	3,346	3,830	0,484	4,799	2,378	14	0
19	2,552	6,908	3,356	3,827	0,471	4,769	2,413	10	0
20	2,553	5,886	3,353	3,806	0,453	4,712	2,446	11	0
21	2,600	5,635	3,333	3,778	0,445	4,668	2,443	9	0
22	2,620	5,131	3,324	3,774	0,450	4,674	2,424	10	0
23	2,595	4,753	3,307	3,763	0,456	4,675	2,395	7	0
24	2,304	4,751	3,264	3,732	0,468	4,668	2,328	5	2
							Sum	216	128
In-Dagspris	2,320	6,226	3,317	3,780	0,462	4,704	2,393	12	2

Appendiks B - Multiplikatorer gitt fra MANOVA-analysen

	1) Ingenting er gjort med outliers							2) Outliers satt til grenseverdier							3) Outliers er slettet						
	Man	Tir	Ons	Tor	Fre	Lørd	Søn	Man	Tir	Ons	Tor	Fre	Lørd	Søn	Man	Tir	Ons	Tor	Fre	Lørd	Søn
1	0,973	0,978	0,980	0,979	0,984	1,001	1,005	0,974	0,978	0,979	0,980	0,984	1,001	1,004	0,973	0,978	0,979	0,979	0,984	0,999	1,002
2	0,958	0,963	0,965	0,965	0,970	0,988	0,989	0,958	0,963	0,965	0,965	0,970	0,987	0,988	0,961	0,965	0,967	0,968	0,973	0,989	0,989
3	0,947	0,953	0,954	0,955	0,959	0,977	0,975	0,948	0,953	0,955	0,955	0,959	0,977	0,974	0,952	0,956	0,958	0,958	0,963	0,979	0,978
4	0,939	0,947	0,947	0,948	0,952	0,966	0,961	0,940	0,947	0,948	0,948	0,952	0,966	0,961	0,948	0,953	0,954	0,954	0,959	0,973	0,970
5	0,939	0,944	0,945	0,942	0,948	0,955	0,945	0,941	0,946	0,947	0,944	0,950	0,956	0,947	0,953	0,956	0,957	0,956	0,961	0,967	0,964
6	0,958	0,959	0,959	0,957	0,963	0,956	0,941	0,960	0,962	0,962	0,960	0,966	0,959	0,945	0,970	0,970	0,971	0,970	0,975	0,968	0,961
7	0,986	0,985	0,985	0,983	0,989	0,970	0,948	0,987	0,986	0,986	0,985	0,991	0,971	0,952	0,994	0,993	0,993	0,993	0,997	0,979	0,967
8	1,020	1,019	1,017	1,018	1,024	0,995	0,977	1,019	1,019	1,017	1,018	1,022	0,995	0,977	1,020	1,019	1,018	1,018	1,022	0,997	0,983
9	1,036	1,033	1,033	1,033	1,040	1,009	0,995	1,035	1,033	1,033	1,033	1,039	1,009	0,996	1,034	1,033	1,033	1,033	1,038	1,010	0,999
10	1,040	1,036	1,036	1,036	1,043	1,022	1,014	1,038	1,035	1,035	1,035	1,041	1,021	1,014	1,035	1,033	1,033	1,033	1,039	1,019	1,011
11	1,040	1,037	1,035	1,037	1,042	1,028	1,025	1,039	1,036	1,035	1,036	1,041	1,028	1,025	1,035	1,033	1,031	1,033	1,037	1,025	1,020
12	1,038	1,034	1,033	1,034	1,037	1,028	1,031	1,037	1,034	1,032	1,034	1,036	1,028	1,030	1,031	1,029	1,027	1,028	1,031	1,023	1,023
13	1,031	1,028	1,027	1,028	1,029	1,023	1,026	1,031	1,027	1,027	1,028	1,029	1,022	1,025	1,026	1,023	1,022	1,023	1,024	1,018	1,019
14	1,026	1,024	1,023	1,024	1,021	1,015	1,018	1,025	1,024	1,023	1,024	1,021	1,015	1,018	1,021	1,020	1,019	1,020	1,017	1,011	1,012
15	1,020	1,019	1,019	1,019	1,014	1,008	1,011	1,020	1,019	1,019	1,018	1,013	1,008	1,010	1,016	1,015	1,015	1,014	1,009	1,004	1,005
16	1,016	1,014	1,014	1,014	1,006	1,004	1,006	1,016	1,014	1,014	1,013	1,006	1,004	1,005	1,012	1,011	1,010	1,009	1,002	1,000	1,001
17	1,010	1,009	1,008	1,010	1,000	1,003	1,003	1,010	1,009	1,008	1,008	1,000	1,002	1,003	1,006	1,005	1,004	1,004	0,996	0,999	0,999
18	1,011	1,010	1,010	1,011	0,999	1,006	1,008	1,010	1,010	1,009	1,009	0,999	1,006	1,008	1,005	1,006	1,005	1,004	0,995	1,002	1,002
19	1,009	1,008	1,008	1,009	1,001	1,009	1,016	1,008	1,007	1,007	1,008	1,000	1,009	1,015	1,004	1,004	1,003	1,004	0,997	1,006	1,009
20	1,004	1,003	1,004	1,004	0,998	1,007	1,019	1,004	1,003	1,003	1,004	0,998	1,007	1,018	1,001	1,000	1,001	1,001	0,996	1,004	1,013
21	1,002	1,001	1,001	1,001	0,995	1,005	1,021	1,002	1,001	1,001	1,001	0,996	1,005	1,020	1,003	1,001	1,002	1,002	0,996	1,005	1,018
22	1,006	1,006	1,006	1,005	0,999	1,011	1,028	1,007	1,005	1,006	1,005	0,999	1,011	1,027	1,008	1,007	1,007	1,007	1,001	1,012	1,025
23	1,004	1,003	1,004	1,002	1,000	1,013	1,028	1,004	1,003	1,003	1,002	1,000	1,013	1,027	1,003	1,001	1,002	1,002	0,999	1,011	1,022
24	0,987	0,987	0,988	0,986	0,987	1,000	1,012	0,987	0,987	0,988	0,986	0,987	1,000	1,012	0,987	0,987	0,987	0,987	0,987	0,999	1,008
Gj.sn.	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Appendiks C - ARIMA (0,1,0)x(1,0,0) 1. mars - 9. mai 2010

ARIMA Model: Gjsn. pris

Estimates at each iteration

Iteration	SSE	Parameters	
0	0,817809	0,100	0,103
1	0,071101	0,180	0,000
2	0,066326	0,330	0,003
3	0,060607	0,480	0,003
4	0,055717	0,630	0,003
5	0,050856	0,780	0,003
6	0,047378	0,930	0,004
7	0,047322	0,920	0,004
8	0,047322	0,920	0,004

Relative change in each estimate less than 0,0010

Final Estimates of Parameters

Type	Coef	SE Coef	T	P
SMA 7	0,9199	0,0897	10,26	0,000
Constant	0,0035948	0,0006695	5,37	0,000

Differencing: 1 regular, 1 seasonal of order 7

Number of observations: Original series 70, after differencing 62

Residuals: SS = 0,0422848 (backforecasts excluded)
MS = 0,0007047 DF = 60

Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic

Lag	12	24	36	48
Chi-Square	8,4	22,8	27,1	31,6
DF	10	22	34	46
P-Value	0,592	0,412	0,794	0,947

Appendiks D - ARIMA (0,1,0)x(1,0,0) 1. mars - 9. mai 2010

ARIMA Model: Gjsn. pris

Estimates at each iteration

Iteration	SSE	Parameters	
0	0,648591	0,100	0,084
1	0,083969	0,222	0,008
2	0,069031	0,372	0,003
3	0,062929	0,518	-0,002
4	0,062463	0,542	-0,003
5	0,062451	0,553	-0,003
6	0,062416	0,567	-0,003

Unable to reduce sum of squares any further

Final Estimates of Parameters

Type	Coef	SE Coef	T	P
SAR 7	0,5671	0,1094	5,18	0,000
Constant	-0,002685	0,003672	-0,73	0,467

Differencing: 1 regular difference

Number of observations: Original series 70, after differencing 69

Residuals: SS = 0,0618571 (backforecasts excluded)
MS = 0,0009232 DF = 67

Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic

Lag	12	24	36	48
Chi-Square	7,9	22,4	28,9	37,1
DF	10	22	34	46
P-Value	0,639	0,434	0,715	0,824

Appendiks E - ARIMA (0,1,0)x(1,0,0) 1. mars - 2. mai 2010

ARIMA Model: Gjsn. pris_0

Estimates at each iteration

Iteration	SSE	Parameters	
0	0,728814	0,100	0,102
1	0,068616	0,176	0,000
2	0,064233	0,326	0,002
3	0,058590	0,476	0,003
4	0,053695	0,626	0,003
5	0,048931	0,776	0,003
6	0,046805	0,851	0,004
7	0,046065	0,897	0,004

Unable to reduce sum of squares any further

Final Estimates of Parameters

Type	Coef	SE Coef	T	P
SMA 7	0,8967	0,1044	8,59	0,000
Constant	0,0036987	0,0008460	4,37	0,000

Differencing: 1 regular, 1 seasonal of order 7

Number of observations: Original series 63, after differencing 55

Residuals: SS = 0,0406419 (backforecasts excluded)

MS = 0,0007668 DF = 53

Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic

Lag	12	24	36	48
Chi-Square	11,6	33,8	40,3	46,1
DF	10	22	34	46
P-Value	0,310	0,051	0,210	0,469

Appendiks F - ARIMA (0,1,0)x(1,0,0) 1. mars - 2. mai 2010

ARIMA Model: Gjsn. pris_0

Estimates at each iteration

Iteration	SSE	Parameters	
0	0,583894	0,100	0,082
1	0,074791	0,211	0,006
2	0,062385	0,361	0,001
3	0,057724	0,485	-0,003
4	0,057554	0,510	-0,004
5	0,057551	0,520	-0,004
6	0,057550	0,518	-0,004
7	0,057550	0,517	-0,004

Relative change in each estimate less than 0,0010

Final Estimates of Parameters

Type	Coef	SE Coef	T	P
SAR 7	0,5173	0,1140	4,54	0,000
Constant	-0,003986	0,003928	-1,01	0,314

Differencing: 1 regular difference

Number of observations: Original series 63, after differencing 62

Residuals: SS = 0,0571073 (backforecasts excluded)
MS = 0,0009518 DF = 60

Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic

Lag	12	24	36	48
Chi-Square	8,4	24,7	35,1	40,2
DF	10	22	34	46
P-Value	0,588	0,314	0,416	0,712