

Prediksjon av fremtidig realisert volatilitet

En kvantitativ analyse av informasjonsinnholdet i volatilitetsindekser

Av

Aleksander Erbe

Veileder: Trond M. Døskeland

Masteroppgave i finansiell økonomi

NORGES HANDELSHØYSKOLE

Denne utredningen er gjennomført som et ledd i masterstudiet i økonomi og administrasjon ved Norges Handelshøyskole og godkjent som sådan. Godkjenningen innebærer ikke at høyskolen innestår for de metoder som er anvendt, de resultater som er fremkommet eller de konklusjoner som er trukket i arbeidet.

Sammendrag

Denne masteroppgaven analyserer informasjonsinnholdet i volatilitetsindeksen som presenteres i Dagens Næringsliv. Denne volatilitetsindeksen måler markedets forventning til den fremtidige volatiliteten på den norske børsindeksen OBX Total Return Index. Jeg har undersøkt om informasjonsinnholdet i volatilitetsindeksen er i stand til å predikere fremtidig realisert volatilitet, og sammenlignet dette med tilsvarende informasjonsinnhold i historisk volatilitet. Jeg har videre undersøkt om informasjonsinnholdet i volatilitetsindeksen endres over tid, når den generelle volatiliteten i markedet endrer seg. Til slutt har jeg kalkulert en egen volatilitetsindeks. Denne er basert på samme metode som benyttes i kalkuleringen av CBOE VIX, den første volatilitetsindeksen lansert av en offisiell børs. Metoden bak denne volatilitetsindeksen benytter mer informasjon i kalkuleringen, sammenlignet med den som blir presentert i Dagens Næringsliv. Jeg har undersøkt om dette resulterer i økt informasjonsinnhold.

Mine analyser tyder på at informasjonsinnholdet er bedre i volatilitetsindeksen enn i historisk volatilitet. Tidligere forskning har gitt lignende resultater. Dessuten kan volatilitetsindeksen sees på som markedets forventning til fremtidig volatilitet. Dette resultatet var dermed som forventet. Videre tyder mine resultater på at informasjonsinnholdet i volatilitetsindeksen varierer over tid. Informasjonsinnholdet ser ut til å ha vært høyere i perioden fra høsten 2008 til høsten 2012, som har vært preget av høy volatilitet, enn i perioden fra høsten 2004 til høsten 2008, hvor markedet var roligere. Til slutt ser det ikke ut til at informasjonsinnholdet er forskjellig for de to volatilitetsindeksene. Dette er litt overraskende, og jeg har diskutert mulige forklaringer på dette resultatet.

Forord

Dette selvstendige arbeidet representerer slutten på min tid ved Norges Handelshøyskole. Med finansiell økonomi som valgt fordypningsområde, bestemte jeg meg tidlig for å skrive en kvantitativ oppgave om børser og finans. Volatilitetsindekser, slik som CBOE VIX, har fått mye oppmerksomhet etter finanskrisen i 2007-08. På bakgrunn av dette valgte jeg å undersøke hva slike volatilitetsindekser kan fortelle oss om fremtidig realisert volatilitet i finansmarkedene. Det eksisterer etter min beste viten ingen slik forskning her i Norge, og jeg har således valgt å fokusere på det norske finansmarkedet i mitt arbeid.

Arbeidsprosessen har vært meget lærerik, og ikke minst spennende. Underveis i prosessen har jeg fått både hjelp og veiledning, og således er det på sin plass med litt anerkjennelse av deres bidrag. Jeg vil gjerne takke min veileder, Trond M. Døskeland, for hans konstruktive tilbakemeldinger underveis i prosessen. Jeg vil også takke Eivind Sageng ved derivatavdelingen på Oslo Børs for tilgang til historiske data for volatilitetsindeksen som presenteres i Dagens Næringsliv, samt tilbakemeldinger ved forespørsler. Jeg vil også takke Linn Furuvald, også hun ved derivatavdelingen på Oslo Børs, for tilgang på datamateriale i form av historiske data for norske indeksopsjoner.

Til slutt vil jeg benytte anledningen til å takke alle de som har bidratt til å gjøre årene ved Norges Handelshøyskole til en fantastisk tid.

Norges Handelshøyskole, 20. desember 2012

Aleksander Erbe

Innholdsfortegnelse

SAMMENDRAG	2
FORORD	3
INNHOLDSFORTEGNELSE	4
1. INNLEDNING	8
1.1 MOTIVASJON	8
1.2 PROBLEMSTILLING	9
1.3 OPPGAVENS STRUKTUR	9
2. OM VOLATILITETSINDEKSER	10
2.1 OM CHICAGO BOARD OF OPTIONS EXCHANGE	10
2.2 CBOE VOLATILITY INDEX – VIX	10
2.3 INTERNASJONALE VOLATILITETSINDEKSER	13
2.4 HVORDAN KAN VOLATILITETSINDEKSER BENYTTES AV AKTØRENE I FINANSMARKEDET?	14
2.4.1 <i>Som egen aktivaklasse i porteføljevaltning.....</i>	<i>15</i>
2.4.2 <i>Salg av volatilitet</i>	<i>16</i>
2.4.3 <i>Prediksjon av volatilitet</i>	<i>17</i>
3. FORSKNING PÅ PREDIKSJON AV VOLATILITET	18
3.1 PRESENTASJON AV MODELLER	18
3.1.1 <i>Oversikt.....</i>	<i>18</i>
3.1.2 <i>Prediksjon basert på historiske data.....</i>	<i>18</i>
3.1.3 <i>ARCH- modeller.....</i>	<i>19</i>
3.1.4 <i>Prediksjon basert på implisitt volatilitet.....</i>	<i>21</i>
3.2 PRESENTASJON AV TIDLIGERE FORSKNING	22

4.	TEORI	26
4.1	VOLATILITET.....	26
4.1.1	<i>Hva er volatilitet?.....</i>	<i>26</i>
4.1.2	<i>Aritmetisk avkastning og gjennomsnitt.....</i>	<i>26</i>
4.1.3	<i>Forskjellige volatilitetsmodeller.....</i>	<i>27</i>
4.2	STATISTISKE BEGREPER	29
4.3	KORRELASJON	31
4.4	OPSJONER	32
4.4.1	<i>Derivatmarkedet.....</i>	<i>32</i>
4.4.2	<i>Om opsjoner.....</i>	<i>33</i>
4.4.3	<i>Gevinst/tap ved handel med opsjoner.....</i>	<i>34</i>
4.4.4	<i>Prising av opsjoner.....</i>	<i>35</i>
5.	METODE	37
5.1	REGRESJONSANALYSE	37
5.1.1	<i>Minste kvadraters metode (OLS).....</i>	<i>39</i>
5.1.2	<i>Vurdering av resultatene</i>	<i>41</i>
5.1.3	<i>Hypotesetesting.....</i>	<i>41</i>
5.1.4	<i>Signifikanstesting.....</i>	<i>42</i>
5.1.5	<i>Forutsetninger ved bruk av minste kvadraters metode.....</i>	<i>44</i>
5.2	KALKULERING AV VIX.....	48
5.3	KALKULERING AV VOLATILITETSIDEKSEN I DAGENS NÆRINGS LIV	54

6.	DATA.....	56
6.1	HVOR ER DATAENE HENTET FRA?	56
6.2	TIDSPERIODE	56
6.3	MANGLENDE OBSERVASJONER	57
6.4	TYPE DATA	57
6.5	VALIDITET	58
6.6	BENYTTETE DATAPROGRAMMER.....	58
7.	RESULTATER.....	59
7.1	FORMULERING AV REGRESJONSMODELL	59
7.2	INNLEDENDE ANALYSE	62
7.3	ANALYSE AV INFORMASJONSINNHALDET I VDN, 2004-2012	66
7.3.1	<i>Deskriptiv statistikk.....</i>	<i>67</i>
7.3.2	<i>Testing av regresjonsmodellens forutsetninger.....</i>	<i>69</i>
7.3.3	<i>Resultater, regresjonsanalyse.....</i>	<i>73</i>
7.4	SAMMENLIGNING AV INFORMASJONSINNHALDET I VDN I FORSKJELLIGE PERIODER	76
7.4.1	<i>Deskriptiv statistikk.....</i>	<i>77</i>
7.4.2	<i>Testing av regresjonsmodellenes forutsetninger.....</i>	<i>79</i>
7.4.3	<i>Resultater, regresjonsanalyse.....</i>	<i>81</i>
7.5	SAMMENLIGNING AV VIXN OG VDN	83
7.5.1	<i>Deskriptiv statistikk.....</i>	<i>83</i>
7.5.2	<i>Statistisk signifikante forskjeller?</i>	<i>84</i>
7.5.3	<i>Regresjonsanalyse med VIXN og VDN som forklarende variabler.....</i>	<i>85</i>
7.5.4	<i>Mulige forklaringer på likheten mellom VDN og VIXN</i>	<i>87</i>

8.	KONKLUSJON	89
8.1	FORSLAG TIL VIDERE ARBEID	91
9.	KILDER.....	92
10.	APPENDIKS	97
10.1	MATEMATISKE FORMULERINGER, VOLATILITETSMODELL 2 OG 3.....	97
10.2	KODER BENYTTET I STATA 12	98
10.3	RESULTATER, VOLATILITETSMODELL 2 OG 3, 2004-2012	99
10.3.1	<i>Deskriptiv statistikk.....</i>	<i>99</i>
10.3.2	<i>Testobservatorer.....</i>	<i>101</i>
10.3.3	<i>Resultater, regresjonsanalyse.....</i>	<i>102</i>
10.4	RESULTATER, VOLATILITETSMODELL 2 OG 3, 2004-2008 OG 2008-2012	103
10.4.1	<i>Deskriptiv statistikk.....</i>	<i>103</i>
10.4.2	<i>Testobservatorer.....</i>	<i>104</i>
10.4.3	<i>Resultater, regresjonsanalyse.....</i>	<i>105</i>
10.5	RESULTATER, SAMMENLIGNING VIXN OG VDN, VOLATILITETSMODELL 2.....	108
10.5.1	<i>Deskriptiv statistikk.....</i>	<i>108</i>
10.5.2	<i>Testobservatorer.....</i>	<i>109</i>
10.5.3	<i>Resultater, regresjonsanalyse.....</i>	<i>109</i>

1. Innledning

1.1 Motivasjon

Prediksjon av fremtidig realisert volatilitet er et relativt ungt forskningsområde. Det har likevel rukket å bli meget populært blant økonomer. Bare fra de første publikasjonene på midten av 1980-tallet frem til 2003 ble det publisert minst 93 arbeider (Poon og Granger, 2003), og ytterligere har blitt publisert det siste tiåret. Mesteparten av denne forskningen har fokusert på det amerikanske markedet. En hovedårsak til dette er at det amerikanske børsmarkedet er kjent som det største og viktigste finansielle markedet. Videre, den amerikanske opsjonsbørsen Chicago Board of Options Exchange (CBOE) ble i 1993 de første til å lansere en egen volatilitetsindeks, VIX, basert på implisitt volatilitet fra indeksopsjoner med den amerikanske aksjeindeksen S&P 100 som underliggende. Bruken av slike volatilitetsindekser i predikeringen av volatilitet har vist seg å bli meget populært, og kan på bakgrunn av eksisterende forskning hevdes å ha en sterkere prediksjonseffekt på fremtidig volatilitet sammenlignet med historisk volatilitet.

I Norge har vi kun en volatilitetsindeks. Denne blir presentert daglig i Dagens Næringsliv, og er utarbeidet av derivatavdelingen ved Oslo Børs. Underliggende for denne volatilitetsindeksen er OBX Total Return Index, som består av de 25 største selskapene på Oslo Børs. Sammenlignet med eksempelvis VIX, benytter Oslo Børs en god del mindre informasjon i kalkuleringen av volatilitetsindeksen, hvilket er representert ved antall indeksopsjoner som benyttes i kalkuleringen. Denne norske volatilitetsindeksen er dog ikke veldig kjent i det norske finansmarkedet, og etter min beste viten eksisterer det ingen forskning som benytter denne volatilitetsindeksen i prediksjon av fremtidig realisert volatilitet.

Det faktum at det eksisterer mye forskning på dette området i utlandet, kan tyde på at det er mulig å predikere fremtidig volatilitet. Samtidig er det forsket lite på dette i Norge, og jeg vil således fokusere på det norske markedet i denne masteroppgaven. Forhåpentligvis vil mitt arbeid føre til resultater som kan være av interesse.

1.2 Problemstilling

I denne masteroppgaven ønsker jeg å analysere informasjonsinnholdet i den norske volatilitetsindeksen som presenteres i Dagens Næringsliv. Hovedfokuset vil være informasjonsinnholdet i relasjon til prediksjon av fremtidig realisert volatilitet på OBX Total Return Index, og vil sammenlignes med lignende informasjonsinnhold i den historiske volatiliteten på nevnte indeks.

Videre ønsker jeg å undersøke om dette informasjonsinnholdet endres over tid. Påvirkes informasjonsinnholdet av endringer i det generelle volatilitetsnivået? Altså, er prediksjonskraften sterkere i stabile tider, eller i urolige tider preget av høy volatilitet?

Til slutt kommer jeg også til å kalkulere min egen volatilitetsindeks. Metoden som brukes vil være den samme som CBOE benytter i kalkuleringen av VIX. Jeg ønsker å sammenligne informasjonsinnholdet i denne volatilitetsindeksen med den volatilitetsindeksen som publiseres i Dagens Næringsliv. Målet er å undersøke om den ekstra informasjonen som benyttes i kalkuleringen fører til et høyere informasjonsinnhold.

1.3 Oppgavens struktur

Denne masteroppgaven består av 10 kapitler. I kapittel 2 vil jeg gi en innføring i hva volatilitetsindekser er, deres historie og hvordan de kan benyttes av markedsaktører i den finansielle verden. I kapittel 3 forsøker jeg å oppsummere hovedpoengene i eksisterende forskning på prediksjon av fremtidig realisert volatilitet. Deretter følger en presentasjon av relevant teori i kapittel 4, hvilket inkluderer en presisering av volatilitetsbegrepet og de matematiske formler som benyttes i kalkuleringen av volatilitet. I tillegg gir jeg en innføring i hvordan opsjonsmarkedet fungerer. Kapittel 5 inneholder de metodene jeg benytter. Her vil jeg presentere metoden som benyttes i regresjonsanalyse. Jeg vil også forklare hvordan jeg utleder min volatilitetsindeks, VIXN (basert på metoden CBOE benytter i kalkuleringen av VIX), samt forklare hvordan volatilitetsindeksen i Dagens Næringsliv blir kalkulert. I kapittel 6 gir jeg en oversikt over hvilke data som er benyttet. Resultatene av min analyse blir deretter presentert i kapittel 7. Kapittel 8 består av min konklusjon, samt forslag til videre arbeid.

2. Om volatilitetsindekser

2.1 Om Chicago Board of Options Exchange

Chicago Board of Options Exchange (CBOE) er verdens største opsjonsbørs. Selskapet ble stiftet i 1973 som det første av sitt slag i USA. Omsetningen av derivater hos CBOE har økt fra 911 kontrakter den første handelsdagen, til en omsetning på over 700 milliarder dollar, fordelt på 1,2 milliarder kontrakter, i løpet av 2012 (CBOE Market Statistics 2011, 2012). CBOE tilbyr i dag handel i derivater på nesten 2800 selskaper og 40 indekser, samt handel i over 300 børshandlede fond.

Selskapet har siden oppstarten blitt tildelt mange utmerkelser for sin banebrytende innovasjon, blant annet har de blitt kåret til både Nord-Amerika og USAs beste børs. Mange av deres produkter har blitt kåret til årets mest innovative produkter, blant annet ble futures og opsjoner med CBOE Volatility Index – VIX som underliggende kåret til årets mest innovative indeksderivater i henholdsvis 2004 og 2006 (CBOE Awards, 2012).

2.2 CBOE Volatility Index – VIX

CBOE Volatility Index – VIX (heretter; VIX) ble introdusert i 1993 som den første av sitt slag (Siriopoulos et. al., 2009), og måler markedsaktørenes forventninger til fremtidig volatilitet i det amerikanske aksjemarkedet. Ved lanseringen publiserte CBOE samtidig utviklingen i VIX fra 1986 til 1993, slik at investorer skulle ha et sammenligningsgrunnlag. Metoden ble utledet av Professor Robert E. Whaley, på oppdrag fra CBOE. På samme måte som Dow Jones Industrial Average (DJIA) eller OBX Total Return Index, er VIX en indeks. Forskjellen er at VIX måler volatilitet, ikke pris. I tillegg er den fremoverskuende, og ikke basert på historiske eller realiserte data (Whaley, 2008). Allerede kort tid etter introduksjonen ble VIX sett på som en benchmark for volatilitet i den finansielle verden. VIX blir gjerne kalt «fryktindeksen», da høy volatilitet gjerne inntreffer samtidig som turbulent utvikling i aksjemarkedet.

VIX ble, i følge Whaley, utledet med to formål i tankene. For det første skal indeksen måle forventet volatilitet, gitt ved opsjoners implisitte volatilitet, på kort sikt, hvilket tilsvarer 30 kalenderdager. Dette tilsvarer igjen 21 handelsdager i snitt. VIX kan således kunne fungere som en benchmark for markedets forventninger til fremtidig volatilitet. Før introduksjonen i 2003, ble det foretatt beregninger av VIX tilbake til 1986. Dette var viktig, i den forstand at investorene blant annet kunne sammenligne datidens implisitte volatilitet med volatiliteten under børskrakket i oktober 1987. Videre, allerede ved utledningen av VIX var det planlagt at volatilitetsindeksen skulle fungere som underliggende for opsjoner og futures, slik at volatilitet kunne handles i større grad enn handel i selve indeksen. Det tok likevel over 10 år før dette skjedde. Futures og opsjoner med VIX som underliggende ble som nevnt tidligere introdusert i henholdsvis 2004 og 2006.

VIX ble i utgangspunktet utledet fra indeksopsjoner med S&P 100 (ticker: OEX) som underliggende, ikke S&P 500 (ticker: SPX). Forklaringen er at i 1992 var handelen i OEX-indeksopsjoner 5 ganger så stor som handelen i SPX-indeksopsjoner, og stod for 75 % av total omsetning i indeksopsjon- markedet (Whaley, 2008).

Fra 1993 til 2003 ble VIX beregnet ut fra den implisitte volatiliteten fra 8 opsjonspriser, ved bruk av en opsjonsprisindeksmodell (for mer informasjon om denne, se Whaley, 1992). Disse opsjonene var «nære-pengene», det ble benyttet kjøps- og salgsoptjoner med utøvelsespris umiddelbart på hver side av dagens indeksnivå. I tillegg benyttet opsjoner med forfall i to forskjellige måneder, hvor førstkomende dato for opsjonsforfall representerer kort sikt, mens opsjonsforfallet måneden etterpå representerer lang sikt (for nærmere info om opsjonsforfall, se kapittel 4). Når de 8 implisitte opsjonsvolatilitetene er beregnet, benyttes interpolasjon¹ for å utlede volatiliteten for «på-pengene» opsjoner. Til slutt benyttes interpolasjon eller ekstrapolasjon² basert på opsjonene med forfall på kort og lang sikt for å finne 30 dagers implisitt volatilitet.

¹ Interpolasjon er en metode for «å beregne en funksjons verdier mellom verdier som allerede er kjent». (Store Norske Leksikon, 2012)

² Ekstrapolasjon er en metode for å finne en funksjons verdier som ligger utenfor intervallet som bestemmes av de verdier som er kjent. (Store Norske Leksikon, 2012)

I 2003 endret CBOE metoden de bruker for å finne den implisitte volatiliteten de neste 30 dagene (VIX FAQ, 2012). Den opprinnelige modellen endret da navn til VXO. For det første gikk de over til å benytte SPX indeksopsjoner fremfor OEX indeksopsjoner som ble benyttet frem til 2003. Dette da S&P 500 innen 2003 hadde utviklet seg til å bli den viktigste børsindeksen for aksjer, og således mer egnet til å fungere som grunnlag for beregningen av VIX. Videre, i stedet for å benytte implisitt volatilitet fra kun 8 opsjoner, ble VIX endret til å inkludere en større mengde opsjoner, både «ute-av-pengene» og «inne-i-pengene». En av grunnene til dette var at CBOE ønsket å inkludere informasjonen som følger av skjevhet i volatiliteten hos opsjoner³. Til slutt, i stedet for å utlede de forskjellige opsjonenes implisitte volatilitet ved bruk av en opsjonsprisingsformel, benytter den nye metoden en formel utviklet av CBOE som finner den implisitte volatiliteten for en opsjonsserie (opsjoner med forskjellige utøvelsespriser) mer direkte. Jeg vil i kapittel 5.2 gjennomgå denne nye metoden mer detaljert.

Bakgrunnen for utviklingen av den nye metoden, var at CBOE ønsket en modell som i større grad korrelerer med hvordan teoretikere, volatilitetstradere og de med ansvar for risikostyring tenker når det gjelder volatilitet. Den nye modellen er likevel enklere å forstå og bruke, samtidig som den er mer robust når det gjelder det å måle forventet volatilitet (VIX FAQ, 2012). I tillegg er den nye metoden mer tilpasset de nødvendige forutsetninger i forhold til lanseringen av nye derivater med VIX som underliggende. Etter lanseringen av den nye metoden i 2003, fulgte lansering av futures (2004) og opsjoner (2006) med VIX som underliggende. Ifølge CBOE er det planlagt lansering av ytterligere finansielle produkter.

VIX er dog ikke den eneste av sitt slag, den var kun den første. Metoden som benyttes kan lett utvides til å gjelde andre indekser. Det eneste som kreves er at det underliggende aktivum har et aktivt opsjonsmarked. I løpet av de senere årene har CBOE blant annet lansert volatilitetsindekser for blant annet NASDAQ 100 (VXN), Dow Jones Industrial Average (DJIA, VXD) og Russel 2000 (RVX) (Whaley, 2008). De har også utviklet volatilitetsindekser for flere råvarer, eksempelvis gull (GVZ) og olje (OVX), samt en egen volatilitetsindeks for valutakursen USD/EUR (EVZ). Samtlige av disse benytter samme

³ Skjevhet i volatiliteten («Volatility Skew») er et begrep som beskriver det faktum at implisitt volatilitet hos opsjoner øker jo lenger «inne-i-pengene» (eller «ute-av-pengene») opsjonene er. (Kotsè et. al., 2009)

metodikk som VIX (VIX, ikke VXO). Volatilitetsindekser for andre internasjonale børser har blitt introdusert siden 1993. Noen av de viktigste av disse vil bli gjennomgått i neste delkapittel.

2.3 Internasjonale volatilitetsindekser

CBOE sin lansering av VIX i 1993 var meget suksessfull. Dette førte til at flere andre internasjonale børser lanserte lignende volatilitetsindekser. Jeg vil i dette delkapittelet gi en oversikt over de viktigste av disse, samt hvilken metodikk som benyttes i kalkuleringen.

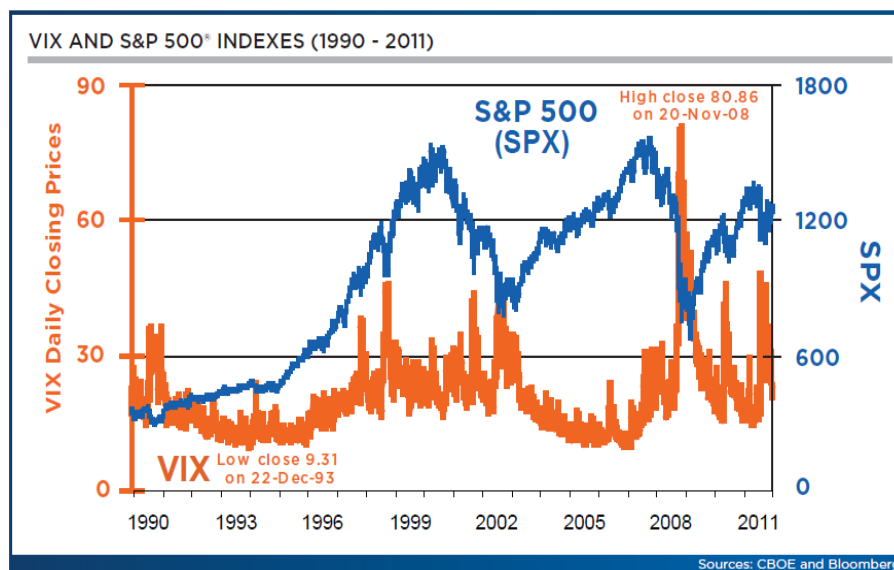
Volatilitetsindeksen VDAX, med tyske DAX 30 som underliggende, ble lansert i 1994. Denne benytter en metode som minner om den originale VIX (VXO), men den måler den forventede volatiliteten over de neste 45 kalenderdagene, ikke 30 som i VXO (og de fleste andre volatilitetsindekser). Deutsche Börse lanserte deretter VDAX-NEW i 2005, også denne med DAX 30 som underliggende. Denne benytter samme metode som den nye VIX. I Frankrike ble det i 1997 lansert 2 volatilitetsindekser, VX1 og VX6. Disse målte forventet volatilitet på indeksen CAC 40 over henholdsvis de neste 31 og 185 kalenderdagene. Også metoden bak disse minner om metoden som benyttes i VXO, bortsett fra at kun kjøpsopsjoner benyttes i kalkuleringen.

Indeksene VX1 og VX6 ble i 2007 erstattet. Børsen NYSE Euronext⁴ lanserte i stedet tre volatilitetsindekser som benytter samme metodikk som VIX. Disse tre er AEX (med Amsterdam Euronext som underliggende), BEL 20 (Brussels Euronext) og CAC 40 (Paris Euronext). Senere, i 2008, lanserte NYSE Euronext volatilitetsindeksen VFTSE, med den engelske indeksen FTSE 100 som underliggende. Også her benyttes samme metode som for VIX. Det samme gjelder VSMI (lansert i 2005), som benytter den sveitsiske SMI- indeksen som underliggende.

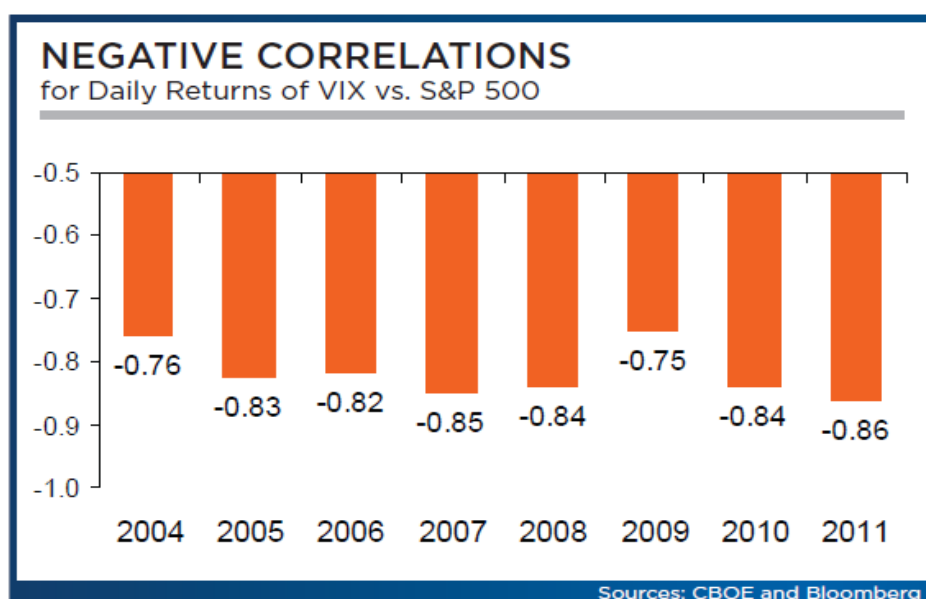
⁴ Euronext, som består av børsene i Amsterdam, Brussel, Paris og Lisboa, ble fusjonert med New York Stock Exchange (NYSE) i 2007.

2.4 Hvordan kan volatilitetsindekser benyttes av aktørene i finansmarkedet?

Dette delkapittelet vil i stor grad baseres på VIX, ettersom dette er den originale og mest kjente volatilitetsindeksen. Således er det for denne volatilitetsindeksen det eksisterer mest informasjon. Informasjonen og metodene jeg presenterer nedenfor kan dog utvides til å gjelde også andre volatilitetsindekser.



Figur 2-1: Sammenligning av utviklingen i VIX og S&P 500



Figur 2-2: Korrelasjon, daglige endringer i VIX og S&P 500

2.4.1 Som egen aktivklasse i porteføljeforvaltning

VIX benyttes av finansaktører på flere måter. Statistiske analyser viser at VIX de siste årene har en betydelig negativ korrelasjon med S&P500. Figurene ovenfor (CBOE, 2009) viser at VIX og S&P 500 i stor grad har beveget seg i motsatt retning siden 2002. Fra 2004 til 2011 har den årlige negative korrelasjonen mellom daglige endringer i VIX og S&P 500 variert mellom 0,75 og 0,86. Gjennomsnittet for de 8 årene er en negativ korrelasjon på 0,819. Etter at CBOE lanserte muligheten for å handle i VIX Futures i 2004, ble det mulig for investorer, porteføljeforvaltere og andre markedsaktører å diversifisere bort risiko ved å investere i volatilitet direkte. CBOE publiserte i 2008 en artikkel kalt «Using VIX in a Diversified Portfolio». Her presenterer de en diversifisert portefølje, hvor allokeringen er som følger:

- 35 % i aksjer med stor markedsverdi («Large Cap»)
- 20 % i asjer med lavere markedsverdi («Small Cap»)
- 30 % i obligasjoner, jevnt fordelt mellom kort og lang sikt
- 15 % i utenlandske aksjer

De brukte deretter historiske data til å analysere avkastning og volatilitet for årene 2005 til 2008. Resultatene av denne analysen var slik:

Return			Volatility		
Year	Diversified Portfolio	SPY	Year	Diversified Portfolio	SPY
2005	4.73%	3.01%	2005	8.41%	10.33%
2006	11.16%	13.74%	2006	9.90%	10.99%
2007	4.51%	3.24%	2007	12.10%	15.86%
2008	-20.99%	-38.28%	2008	23.90%	41.25%
4-Year	-3.87%	-25.34%	4-Year	14.90%	23.29%

Figur 2-3: Avkastning og volatilitet, diversifisert portefølje, 2005-2008

Som vi ser presterer den diversifiserte porteføljen bedre enn benchmark (S&P 500) både hva gjelder avkastning (3 av 4 år) og volatilitet (samtlige 4 år). Totalt er den diversifiserte porteføljen betydelig bedre. Det CBOE deretter gjorde, var å spørre seg selv; hva skjer med avkastning og volatilitet i den samme perioden om man i tillegg inkluderer VIX Futures i allokeringen? Artikkelen presenterer to porteføljer hvor VIX Futures inkluderes i

allokeringen. I den ene, «VIX Enhanced 15 %», erstattes de 15 prosentene i lange obligasjoner med 15 % i VIX Futures. I den andre, «VIX Enhanced 30 %», erstattes samtlige 30 % i obligasjoner med 30 % i VIX Futures. Nedenfor presenteres resultatene.

	Diversified Portfolio	VIX Enhanced Portfolio - 15%	VIX Enhanced Portfolio - 30%
2005 Return	4.73%	0.70%	-2.57%
2006 Return	11.16%	8.44%	5.42%
2007 Return	4.51%	10.70%	16.84%
2008 Return	-20.99%	-13.08%	-2.92%
4-Year Return	-3.87%	5.07%	16.50%
Avg. Annual Compounded Return	-0.98%	1.24%	3.89%
Std. Deviation	3.03%	1.93%	2.14%
Sharpe Ratio	-0.41	-0.31	0.07

Figur 2-4: Inkludering av VIX Futures i en allerede diversifisert portefølje

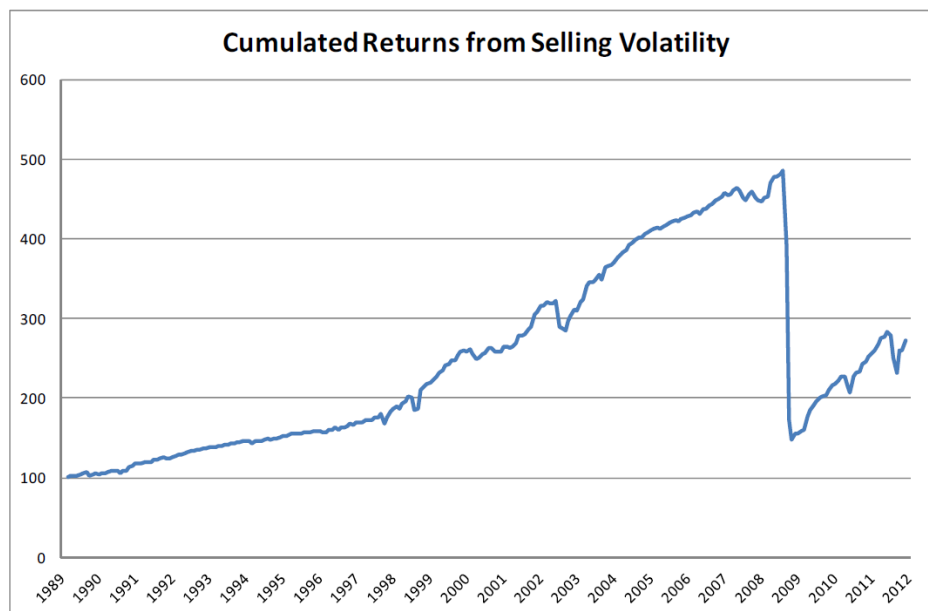
Som vi ser, blir den totale avkastningen bedre for de 4 årene når VIX Futures inkluderes i allokeringen. Dog ser vi at porteføljen uten VIX Futures er bedre i 2005 og 2006. Dette var perioder preget av lav forventet volatilitet, se figur 2-3. I lange perioder med lav volatilitet vil kostnaden med å eie VIX Futures bli høy. Således foreslår CBOE å endre vektingen av VIX Futures ut fra den enkelte investors forventninger til volatilitet. I krisen i 2007 og 2008, derimot, ser vi hvor fordelaktig det kan være å inkludere VIX Futures i allokeringen. På denne måten kan en investoren redusere risikoen forbundet ved å eie aksjer i turbulente tider.

2.4.2 Salg av volatilitet

Andrew Ang, professor ved Columbia University, skriver i "Asset Management" (Ang, 2012) om bruken av VIX som en risikofaktor i porteføljevaltning. Dette kan sees i sammenheng med allokeringsseksemplet jeg nevnte ovenfor. På grunn av den negative korrelasjonen mellom VIX og aksjeindekser, vil en inkludering av VIX i en allerede diversifisert portefølje ha en positiv effekt på avkastning, særlig i turbulente tider.

Ang beskriver videre en annen mulighet for å tjene penger på VIX. I gjennomsnitt er investorer såpass redde for volatilitet at de er villige til å betale for å unngå volatilitet,

fremfor å få betalt for å påta seg risikoen for volatilitet. Dette har gjort det mulig å oppnå god avkastning ved å selge forsikring mot volatilitet, altså ved å selge salgsopsjoner med volatilitet som underliggende. I perioden fra 1989 frem til finanskrisen i 2007-08 kunne investorer ha oppnådd meget god avkastning ved å selge volatilitet. En slik strategi er dog ikke uten risiko, noe finanskrisen viste. Når man selger forsikring, vil en markant økning i markedsvolatilitet kunne føre til store tap. I løpet av september og november 2008 måtte selgere av volatilitet tåle tap på nesten 70 %. Figuren nedenfor viser utviklingen i kumulativ avkastning fra 1989 til 2012.



Figur 2-5: Kumulativ avkastning ved å selge volatilitet (Ang, 2012)

2.4.3 Prediksjon av volatilitet

En annen måte markedsaktørene kan benytte VIX med positiv gevinst, er i forbindelse med prediksjon av fremtidig realisert volatilitet. Volatilitet er et viktig aspekt i utallige finansielle operasjoner. Et vanlig eksempel er i prisingen av opsjoner og andre finansielle derivater, men også når det gjelder mer generelle operasjoner som risikohåndtering er volatilitet viktig. Således, om man er i stand til å predikere fremtidig volatilitet, og da bedre enn ved bruk av historiske data, vil dette kunne gi en investor eller porteføljeforvalter et fortrinn. Forskning på bruken av VIX i prediksjon av fremtidig realisert volatilitet vil bli gjennomgått i neste kapittel, og vil være hovedfokuset i denne utredningen.

3. Forskning på prediksjon av volatilitet

3.1 Presentasjon av modeller

3.1.1 Oversikt

Helt siden CBOE lanserte sin første volatilitetsindeks (CBOE Volatility Index – VIX) i 1993, har økonomer forsøkt å estimere sammenhenger mellom den implisitte fremtidige volatiliteten som VIX indikerer og markedets realiserede avkastning, eller rett og slett markedets utvikling. De siste tiårene har stadig mer detaljerte finansielle data blitt tilgjengelige, og dette har inspirert forskerne til å analysere disse dataene sin verdi i forhold til prediksjon av volatilitet. Jeg vil i dette kapittelet forsøke å oppsummere noe av denne forskningen.

Poon og Granger (2003) oppsummerer mye av forskningen på prediksjon av volatilitet i årene frem til 2003 i en artikkel kalt «Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review». I tillegg kommer jeg til å presentere noen resultater fra forskning gjennomført i årene etter at nevnte Poon og Granger presenterte sin oppsummeringsartikkel.

I all hovedsak kan forskningen deles opp i to hovedgrupper; prediksjon basert på historiske data, og prediksjon basert på implisitt volatilitet utledet fra opsjonsmarkedet.

3.1.2 Prediksjon basert på historiske data

Når man velger å analysere prediksjonseffekten hos historiske data, kan man selv velge hvor komplisert man ønsker å gjøre det. Den enkleste formen for prediksjon er såkalt «random walk», altså at $\sigma_t = \sigma_{t-1}$, altså bruk av volatilitet på dag t-1 som et estimat på volatilitet på dag t. Denne tankegangen kan videreføres til hacket mer avanserte modeller, slik som prediksjon av fremtidig volatilitet basert på historisk gjennomsnittlig volatilitet, hvor alle historiske data benyttes i predikeringen. Andre modeller kan baseres på glidende gjennomsnitt, hvor eldre data utelates. Eksponentielle modeller kan også brukes. Enten kan alle data benyttes, men med forskjellige vekter, eller modeller som benytter eksponentielt vektet glidende gjennomsnitt (bedre kjent som EWMA), hvor de eldre observasjonene

utelates. De to eksponentielle modellene skiller seg fra de to enkle modellene ved at de legger mest vekt på nylige observasjoner.

I løpet av de siste tiårene har det blitt mulig å benytte avkastningstall med høy frekvens (High Frequency Returns) i forskningen. Man bruker fortsatt mye av de samme metodene som ovenfor, men i stedet for å bruke daglige, ukentlige eller månedlige avkastningstall, så bruker man her avkastningstall helt ned i intervaller på 5-15 minutter.

Eksempler på avanserte modeller med utgangspunkt i historiske data, er prediksjon basert på såkalte «Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Models» (ARCH Models). Jeg kommer ikke til å benytte slike modeller i mine analyser, men det kan være greit å gi et raskt overblikk over hvordan de er bygget opp og brukes i forskning av prediksjon av volatilitet.

3.1.3 ARCH- modeller

«Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Models», gjerne forkortet til «ARCH Models», ble først benyttet i prediksjon av volatilitet i 1982. Siden den gang har bruk av slike modeller blitt meget populært. Heteroskedastisitet betyr «varierende varians», og innebærer at feilleddene ε_t til en fordeling ikke er konstante. «Conditional Heteroscedasticity» kan da oversettes til «betinget heteroskedastisitet». Hvis man har en fordeling hvor det innimellom perioder med lav volatilitet, inntreffer kortere perioder med høy volatilitet, kan man si at fordelingen fremviser tegn på betinget heteroskedastisitet. De fleste finansielle serier kan hevdes å ha en slik oppførsel (Rakkestad, 2002). Autoregressivitet («Autoregression») beskriver en stokastisk prosess⁵ hvor fremtidige observasjoner er basert på et vektet anslag av summen av tidligere observasjoner (Investopedia.com, 2012). Rakkestad (2002) definerer autoregressivitet som en «regresjon på seg selv». I forhold til volatilitet, vil dette si at ARCH- modeller forsøker å predikere fremtidig realisert volatilitet ut fra historiske data. De er dog mer avansert enn de enkle

⁵ Ordet stokastisk er et synonym for tilfeldig. Således kan en stokastisk prosess kan defineres som en tilfeldig prosess som er en funksjon av tid.

modellene jeg presenterte ovenfor. Gjennomgangen nedenfor vil baseres på Rakkestad (2002).

De enkleste ARCH- modellene modellerer gjerne betinget forventet avkastning slik:

$$r_t = k + \varepsilon_t$$

hvor k er et konstantledd som uttrykker den forventede avkastningen, mens ε_t er en stokastisk variabel som uttrykker den uforventede avkastningen, eller mer nøyaktig det forventede avviket i avkastning. ε_t antas å være betinget normalfordelt, med betinget varians lik σ_t^2 . Den betingede variansen modelleres gjerne i en eller flere ligninger, som kommer til tillegg til ligningen ovenfor. Det finnes utallige varianter av ARCH- modeller, og det er gjerne i modelleringen av den betingede variansen de skiller seg fra hverandre.

I en enkel ARCH- modell vil den betingede variansen kunne modelleres slik:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2$$

$$\alpha_0 > 0, \alpha_1 \dots \alpha_p \geq 0$$

Fra modellen ovenfor ser vi at alle verdier for koeffisientene α skal være over eller lik 0, slik at den betingede variansen er positiv. Variansestimateret er avhengig av kvadratet av de p foregående verdiene for uforventet avkastning ε_t , og vil således variere over tid. Dette innebærer at hvis markedet svinger kraftig i løpet av de p foregående periodene, vil det føre til et høyere estimat for volatiliteten.

Den enkle ARCH- modellen ovenfor kan lett utvides. Ved å legge til q autoregressive ledd vil man oppnå en generalisert ARCH- modell, bedre kjent som GARCH- modeller. I slike vil det inkluderes en vektet sum av de q foregående volatilitetsestimatene:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \dots + \beta_q \sigma_{t-q}^2$$

$$\omega > 0, \alpha_1 \dots \alpha_p \geq 0, \beta_1 \dots \beta_q \geq 0$$

Denne modellen inkluderer de p foregående verdiene for uforventet avkastning ε_t og de q foregående verdiene for betinget varians σ_t^2 . Hvis man setter $p = q = 1$, får man modellen kjent som GARCH(1,1):

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$$

$$\omega > 0, \quad \alpha \geq 0, \quad \beta \geq 0$$

Modellen ovenfor kan forenkles ytterligere. Om man setter $\omega = 0$, $\alpha = 1 - \lambda$ og $\beta = \lambda$ vil man få en modell som ligner på EWMA- modellen som jeg nevnte tidligere. Dog, i en EWMA- modell vil koeffisientene alltid være lik 1, mens de i en GARCH(1,1)- modell vil kunne variere over tid. Rakkestad (2002) skriver at man ved bruk av GARCH- modeller ofte vil finne verdier av β på ca 0,7, mens verdien av koeffisienten α som regel vil være lavere enn 0,25. I en GARCH(1,1)- modell må summen av de to koeffisientene være lavere enn 1. Disse størrelsene er det som avgjør hvordan modellen reagerer på ulike utslag i tidsserien modellen anvendes på. For eksempel, om β er høy vil det ta lang tid før en høy betinget varians i en periode ikke gjør seg gjeldende i senere estimater. En høyere verdi for α vil gjøre at modellen reagerer raskt på store utslag i tidsserien.

Prediksjon av forventet fremtidig volatilitet basert på (G)ARCH- modeller vil gi et volatilitetsestimert som varierer over tid. Dette gjøres ved å ta kvadratroten av de betingede variansparameterne som fremkommer av GARCH- modellen, og annualisere disse. Det spesielle med slike volatilitetsestimert er at de har den egenskapen at de vender tilbake til gjennomsnittet («mean reversion»), hvilket ofte kjennetegner andre finansielle tidsserier (Rakkestad, 2012).

3.1.4 Prediksjon basert på implisitt volatilitet

Volatilitetsindekser som VIX bruker som nevnt tidligere opsjonspriser for å kalkulere implisitt volatilitet. Denne implisitte volatiliteten kan sees på som markedets forventninger til fremtidig realisert volatilitet, og er altså en markedsbasert volatilitetsprediksjon. Således bør en kunne anta at slike volatilitetsprediksjoner er bedre enn prediksjoner basert på historisk volatilitet (Poon og Granger, 2003).

Volatilitetsindeksen som jeg kalkulerer (basert på CBOE VIX), hvis metode blir presentert i kapittel 5.2 (samt de fleste andre volatilitetsindekser), er skalert slik at de gir et anslag på volatiliteten de 30 neste kalenderdagene. Dette tilsvarer i snitt 21 handelsdager. Videre, den er beregnet ut fra et stort antall opsjoner. Denne metoden ble dog ikke lansert før

2003, så all forskning før dette benytter den gamle metoden (VXO), med 8 opsjoner vektet slik at de var "på-pengene". Etter 2003 er det eksempler på forskning som benytter både den gamle og den nye metoden. I tillegg er det eksempler på forskning basert på andre volatilitetsindekser enn den amerikanske VIX.

3.2 Presentasjon av tidligere forskning

Ovenfor har jeg gitt en oversikt over de forskjellige metodene brukt i forskningen i prediksjon av volatilitet. Videre skal jeg forsøke å gi en oversiktlig gjennomgang av de viktigste resultatene og innsiktene som denne forskningen har resultert i. Jeg kommer først til å presentere forskning av prediksjon basert på historiske data. Deretter kommer jeg til å ta for meg forskning hvor implisitt volatilitet benyttes. Til slutt skal jeg forsøke å oppsummere, og sammenligne, resultatene ved bruk av de forskjellige metodene. Mange av resultatene frem til 2003 er hentet fra boken "A Practical Guide to Forecasting Financial Market Volatility", skrevet av Ser-Huang Poon (2005), og vil ikke nevnes spesifikt i kildelisten (kapittel 9). Dette da jeg ikke har benyttet disse publikasjonene direkte, men i stedet sitert Poon (2005). Resultater av forskning datert etter 2005 er hentet fra de enkelte publikasjonene, og vil spesifiseres i kildelisten.

Prediksjon av volatilitet er et relativt "ungt" forskningsområde, hvor de eldste publikasjonene er datert på midten av 1980-tallet. Frem til ARCH-modeller ble introdusert på slutten av 1980-tallet, og prediksjon basert på implisitt volatilitet ble introdusert etter CBOE sin lansering av den opprinnelige VIX (VXO) i 1993, kan de benyttede metodene hevdes å være relativt enkle og oversiktlige. Felles for denne forskningen er at modellene ble basert på historiske avkastningstall, rapportert med lav frekvens (daglig, ukentlig, månedlig osv.). Av de få resultatene jeg har funnet (mye del av forskningen undersøkte sammenhenger som ligger utenfor denne oppgaven, for eksempel prediksjon av volatilitet i valutamarkedet, Taylor, 1987), kan den viktigste innsikten være viktigheten av å bruke en lang nok estimeringsperiode når volatilitet skal predikeres over en lengre tidsperiode (Alford og Boatsman, 1995, Figlewski, 1997, Figlewski og Green, 1999). Keith Sill (1993) fant at volatiliteten var høyere i nedgangstider, og at inkludering av amerikanske "T-bills" i prediksjonen førte til bedre resultater. Alford og Boatsman (1995) anbefaler å bruke

avkastningstall med ukentlige og månedlige rapporteringsintervaller når volatilitet skal predikeres mer enn 6 måneder frem i tid, og at volatiliteten bør beregnes ut fra 5 års historiske data når volatiliteten skal predikeres for de neste 5 årene.

Noen av de første publikasjonene som predikerer volatilitet ved bruk av ARCH- modeller, er Taylor (1986) og Akigray (1989). Sistnevnte publikasjon er en av de mest siterte i senere forskning. I løpet av tiåret etter Akigray sin publikasjon, ble det gjennomført mer enn 20 lignende analyser. Resultatene av disse er nokså blandede. Cao og Tsay (1992), Heynen og Kat (1994), Lee (1991) og Pagang og Schwert (1990) finner alle at EGARCH (en modifisert versjon av GARCH) best predikerer fremtidig volatilitet. Andre studier finner få klare sammenhenger, mens ytterligere studier viser at ARCH/GARCH- modeller er underlegne enklere modeller eller modeller hvor implisitt volatilitet er benyttet. En forklaring på dette kan være at ARCH/GARCH- modeller forutsetter stasjonæritet i variansen (variance stationarity), hvilket gjør at slike modeller blir unøyaktige når nivået på volatilitet endres signifikant (Poon, 2005).

Bruk av implisitt volatilitet i predikering av fremtidig realisert volatilitet har blitt meget populært etter lanseringen av VIX i 1993. Flere av publikasjonene har rapportert høye verdier for R^2 , altså modellenes forklaringskraft (se kapittel 5.1.2). Fleming, Ost diek og Whaley (1995) forsøkte å predikere volatiliteten den neste måneden for S&P 100, og fant en forklaringsgrad $R^2 = 15\%$ for perioden januar 1986 til desember 1992. De ekskluderte deretter perioden i forbindelse med børskrakket i oktober 1987, og fant da at $R^2 = 45\%$. De sammenlignet disse resultatene med forklaringskraften hos historiske data, og fant at implisitt volatilitet var klart best. Dog viste resultatene at modellen basert på implisitt volatilitet overestimerte fremtidig volatilitet med opp til 580 basispoeng. Ved å korrigere modellen med den gjennomsnittlige prediksjonsfeilen de siste 253 dagene, ble overestimeringen mindre, samtidig som den høye forklaringskraften ble beholdt. Blair, Poon og Taylor (2001) oppnådde $R^2 = 50\%$ når de kombinerte implisitt volatilitet og historiske data, hvor de historiske dataene var omtrent like relevant som implisitt volatilitet med henhold til forklaringskraft. Også her var prediksjon av volatiliteten på S&P 100 målet. Det samme gjelder en analyse av Canina og Figlewski (1993), med data samlet inn for perioden mars 1983 til mars 1987. De viste at implisitt volatilitet bidro lite i forhold til historiske data med henhold til forklaringskraften. Dog, predikering av volatilitet i perioden

før børskrakket i 1987 ga ofte slike resultater. Implisitt volatilitet synes å være mer relevant i predikering av fremtidig volatilitet i perioden etter børskrakket enn før (Poon, 2005).

Et resultat som går igjen i tidligere forskning, er at det eksisterer en asymmetrisk sammenheng mellom volatilitetsindekser og avkastningen på en aksjeindeks. Med dette menes at volatilitetsindekser har en tendens til å øke mer ved fall i den underliggende aksjeindeksen, enn den øker ved tilsvarende oppgang i aksjeindeksen. Dhanaiah et. al. (2012) er et eksempel på en publikasjon som finner en slik sammenheng.

Av nyere forskning har jeg funnet lite forskningsrapporter som søker å predikere volatiliteten på amerikanske børsindekser, slik som S&P 100 eller S&P 500. Det har dog blitt gjennomført analyser på mindre markeder. Yang og Liu (2012) forsøker å estimere fremtidig realisert volatilitet på den taiwanske børsindeksen TAIEX. Som forklarende variabler benytter de både historiske data (enkle modeller, samt GARCH), implisitt volatilitet direkte fra opsjoner (utledet fra opsjonsprisindeksformler) og volatilitetsindeksen TVIX. Underliggende for TVIX er den taiwanske indeksen TAIEX, og indeksen er kalkulert med utgangspunkt i metoden benyttet i kalkuleringen av VIX. De finner at implisitt volatilitet direkte fra opsjoner og fra volatilitetsindeksen TVIX er tilnærmet like gode, og at de to er bedre enn modeller som benytter historisk volatilitet (inkludert GARCH). De finner at modellene som bruker implisitt volatilitet har forklaringskraft R^2 som varierer fra 27-30 %. Denne stiger videre til R^2 lik 33-36 % når dataene blir logtransformerte. Alt i alt konkluderer de med at volatilitetsindeksen TVIX fungerer bra til predikering av fremtidig realisert volatilitet.

I artikkelen «Implied Volatility Indices – A Review» (2009) sammenligner forfatterne Siriopoulos et. al. informasjonsinnholdet i 12 forskjellige volatilitetsindekser. De finner at samtlige volatilitetsindekser inneholder informasjon om fremtidig realisert volatilitet, og at informasjonsinnholdet er større enn hos historisk volatilitet.

Ovenfor har jeg gått gjennom en del resultater og innsikter. Jeg vil nå oppsummere resultatene, slik de er presentert av Poon (2005):

- Når relativt enkle modeller basert på historisk volatilitet har blitt sammenlignet med GARCH- modeller, har historisk volatilitet kommet best ut 22 av 39 ganger (56 %). GARCH har kommet best ut de resterende 17 gangene (44 %).
- Når historisk volatilitet har blitt sammenlignet med implisitt volatilitet, har implisitt volatilitet kommet best ut 26 av 34 ganger (76 %), mot 8 ganger (24 %) for historisk volatilitet.
- Ved sammenligning av implisitt volatilitet og GARCH har GARCH kommet best ut kun 1 av 18 ganger (6 %). Med best prediksjonsevne i 17 av 18 analyser (94 %) er implisitt volatilitet klar bedre.

Som vi ser av oversikten ovenfor, er bruk av implisitt volatilitet i modellene klart best. Historisk volatilitet er samtidig hakket bedre enn GARCH. Det at bruk av implisitt volatilitet er best er ganske intuitivt, da slike modeller ofte benytter et større og mer relevant datasett. De er også spesifikt konstruert for bruk i analyse av finansielle tidsserier, i motsetning til de andre som har et mer generelt bruksområde.

4. TEORI

4.1 Volatilitet

4.1.1 Hva er volatilitet?

Volatilitet kan defineres som spredningen av alle sannsynlige utfall for en usikker variabel (Poon, 2005). Satt i sammenheng med denne oppgavens tema, er altså volatilitet et mål på spredningen i avkastningen til et finansielt aktiva, eventuelt en indeks. Det er viktig å påpeke at det er avvikene fra den forventede avkastningen som måles. Jeg vil i de neste avsnittene presentere de formler som benyttes i estimeringen av målingen/estimeringen av volatilitet.

4.1.2 Aritmetisk avkastning og gjennomsnitt

Tidligere forskning på predikering av fremtidig realisert volatilitet har benyttet utallige forskjellige estimater på volatilitet. Dette gjelder både estimering av historisk volatilitet og realisert volatilitet. Disse to er dog det samme. Realisert volatilitet i en periode vil være historisk volatilitet i den neste. Boken "A Practical Guide to Forecasting Financial Market Volatility" av Poon (2005) oppsummerer en del benyttede metoder.

Beregningen av volatilitet bygger i stor grad på en finansielle tidsseriers avkastning for en gitt periode. Det vanligste er å benytte daglig, aritmetisk avkastning. Formelen for å finne den aritmetiske avkastningen er slik:

$$r_t = \frac{v_t}{v_{t-1}} - 1$$

hvor

r_t er daglig avkastning

v_t verdi på tidspunkt t

v_{t-1} verdi på tidspunkt t-1

Den daglige aritmetiske avkastningen over tid kan videre benyttes til å finne den gjennomsnittlige aritmetiske avkastningen i løpet av perioden:

$$\mu = \frac{\sum_{t=1}^N r_t}{N}$$

hvor

μ er den gjennomsnittlige aritmetiske avkastningen

N antall dager i perioden

4.1.3 Forskjellige volatilitetsmodeller

Den enkleste måten å måle realisert volatilitet på, er å beregne en finansiell tidsserie sitt standardavvik. Formelen som benyttes er som følger:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{t=1}^N (r_t - \mu)^2}$$

hvor

r_t er avkastning, dag t

μ gjennomsnittlig avkastning de siste N dager

Denne kan sees i sammenheng med en finansiell tidsseries varians, som også benyttes som et estimat for volatilitet. Variansen er lik kvadratet av standardavviket, og er således et veldig likt estimat. Det er dog flere grunner til å benytte standardavvik. Det er blant annet mer stabilt enn variansen, og har videre samme måleenhet som selve tidsserien som benyttes⁶ (Poon, 2005).

For å finne volatiliteten ved bruk av formelen ovenfor, er man nødt til å bestemme seg for hvor stor tidsperiode man vil benytte. Det er normalt å beregne volatiliteten ut fra en tidsperiode som er lik den perioden man ønsker å estimere volatiliteten for.

⁶ Hvis tidsserien består av beløp i kroner, vil standardavviket måles i kroner, mens variansen vil måles i kroner opphøyd i andre.

Volatilitetsindekser, slik som min egen versjon av VIX, samt Oslo Børs sin volatilitetsindeks, måler gjerne forventet annualisert volatilitet over de neste 30 kalenderdagene, hvilket tilsvarer 21 handelsdager i snitt. Således skal jeg benytte $T=21$ i mine beregninger. Hittil er det kun endags-volatiliteten som er funnet. Jeg må derfor skalere volatiliteten, slik at den gjelder horisonten på T -dager. Dette gjøres ved å multiplisere volatiliteten med $\sqrt{T} = \sqrt{21}$ ⁷. Videre må volatiliteten skaleres slik at den blir annualisert. Rakkestad (2002) skriver at ved antakelse om 250 handledager per år, vil skaleringsfaktoren bli $\sqrt{250/t}$. Den endelige formelen for volatiliteten blir dermed slik:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{t=1}^N (r_t - \mu)^2} \sqrt{t} \sqrt{250/t} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{t=1}^N (r_t - \mu)^2} \sqrt{250}$$

Volatilitetsmodellen ovenfor vil i resten av denne masteroppgaven være kjent som volatilitetsmodell 1, og volatiliteten vil noteres $VOL_{OBX,t}$ og $VOL_{OBX,t-1}$ for henholdsvis fremtidig realisert volatilitet og historisk volatilitet.

En annen metode for å beregne realisert volatilitet, er ved å ta utgangspunkt i høyeste og laveste noteringer for indeksen en gitt dag, og sammenligne med dagens sluttverdi. En slik metode har blitt benyttet av blant annet Yang og Liu (2012), og formelen nedenfor er en modifisert versjon av deres formel:

$$\sigma = \left(\frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T \frac{H_t - L_t}{C_t} \right) \sqrt{250}$$

hvor

H_t er Høyeste notering, dag t

L_t Laveste notering, dag t

C_t Sluttnotering, dag t

⁷ Mens varians øker proporsjonalt med tiden, øker standardavviket (og således volatilitet) med kvadratroten av tid. I denne oppgven, hvor vi bruker daglig avkastning til å finne standardavviket for en periode med $T=21$, er vi nødt til å skalere volatiliteten med kvadratroten av 21.

For å kunne sammenligne med volatilitetsindeksene, er vi nødt til å benytte $T=21$. Modellen er i tillegg skalert med $\sqrt{250}$ for å annualisere volatiliteten. Denne modellen vil videre være kjent som volatilitetsmodell 2, og noteringen vil være $VOL_{OBXHL,t}$ og $VOL_{OBXHL,t-1}$.

En tredje modell er presentert i artikkelen "Implied Volatility Indices - A Review" av Siriopoulos et. al. (2009). Forfatterne estimerer den realiserte volatiliteten i måned m slik:

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{365}{n_m} \sum_{t=1}^{n_m} (R_t)^2}$$

hvor

n_m er antall kalenderdager i måned m

R_t avkastning, dag t

Denne tredje volatilitetsmodellen (volatilitetsmodell 3) vil i resten av masteroppgaven noteres slik: $VOL_{OBXM,M}$ og $VOL_{OBXM,M-1}$.

Alle de tre metodene ovenfor vil benyttes, både i estimeringen av historisk volatilitet (som skal være den forklarende variabelen, se kapittel 5.1 om regresjon), og estimeringen av fremtidig realisert volatilitet (som skal være den forklarte variabelen). I tillegg vil volatilitetsindeksen fra Dagens Næringsliv bli brukt som forklarende variabel. Denne volatilitetsindeksen vil i resten av oppgaven noteres VDN. I kapittel 7 vil resultatene fra analysene presenteres. Disse vil være grunnlaget for en diskusjon rundt informasjonsinnholdet i VDN, i relasjon til fremtidig realisert volatilitet, sammenlignet med tilsvarende informasjonsinnhold i historisk volatilitet.

4.2 Statistiske begreper

I kapittel 7 vil en del deskriptiv statistikk presenteres. Nedenfor skal jeg forklare to av begrepene som benyttes. Skjevhet og kurtose er statistiske begreper som kan brukes for å forklare hvordan en tidsserie oppfører seg, sammenlignet med en normalfordeling.

En tidsseries skjevhet beskriver hvor asymmetrisk forskjøvet observasjonene er, sammenlignet med en normalfordeling. En normalfordeling har en skjevhet lik 0. Om en

tidsserie sin skjevhet er negativ, vil venstre hale være lenger enn den høyre, og mesteparten av observasjonene vil ligge på høyre side av gjennomsnittet. Motsatt, ved positiv skjevhet, vil høyre hale være lengst, og mesteparten av observasjonene vil ha verdier lavere enn gjennomsnittet. Ofte vil medianen være større enn gjennomsnittet ved negativ skjevhet, mens medianen vil være mindre enn gjennomsnittet ved positiv skjevhet. Formelen for skjevhet er som følger:

$$= \frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^3}{(n-1)\sigma^3}$$

hvor

S er skjevhet

y_t verdi, dag t

\bar{y} gjennomsnittlig y

σ tidsserien sitt standardavvik

n antall observasjoner

En normalfordeling har en kurtose- verdi lik 3. Overskuddskurtose (excess kurtosis) er lik kurtose minus 3. Om en tidsserie har overskuddskurtose > 0 indikerer dette at fordelings haler er lange og tykke, og at toppen er lav. En slik fordeling er kjent som en leptokurtisk fordeling. Negativ overskuddskurtose indikerer at de fleste observasjonene er samlet rundt gjennomsnittet. Dette vil resultere i en høy topp, og korte, tynne haler. En slik fordeling er kjent som en platokurtisk fordeling.

Kurtose blir ofte karakterisert som volatilitetens volatilitet. Om kurtosen er høy, indikerer dette at sannsynligheten for å få en høy verdi er stor. Dette da halene er lange og tykke, som jeg skrev ovenfor.

Formelen for å beregne kurtose er som følger (med samme inndata som formelen for skjevhet):

$$K = \frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^4}{(n-1)\sigma^4}$$

4.3 Korrelasjon

Korrelasjon er en statistisk metode som benyttes for å måle i hvilken grad to stokastiske variabler beveger seg sammenlignet med hverandre. I relasjon til min oppgave, vil korrelasjonskoeffisienten således illustrere hvordan de to volatilitetsindeksene beveger seg sammenlignet med underliggende, OBX Total Return Index. Formelen som benyttes er som følger:

$$\rho_{VDN,OBX} = \frac{Cov(VDN,OBX)}{\sqrt{\sigma_{VDN}^2 * \sigma_{OBX}^2}}$$

hvor

$\rho_{VDN,OBX}$ er korrelasjonskoeffisienten mellom utviklingen i VDN og OBX

$Cov(VDN,OBX)$ kovariansen mellom utviklingen i VDN og OBX

En korrelasjonskoeffisient lik 0 indikerer at de to variablene er helt uavhengige av hverandre. Motsatt vil en korrelasjonskoeffisient lik 1 (eller -1), kalt perfekt korrelasjon, tilsa at det er en lineær avhengighet mellom de to variablene. De vil da bevege seg helt likt, eventuelt motsatt ved negativ korrelasjon.

Korrelasjon i paneldata⁸ er viktig i den finansielle verden. For eksempel, en porteføljes risiko kan deles opp i systematisk og usystematisk risiko. Ved å benytte de egenskaper som korrelasjon i paneldata medfører, kan porteføljeforvalteren diversifisere bort deler av den usystematiske risikoen.

⁸ Paneldata er en kombinasjon av tverrsnitt- og tidsseriedata. Tverrsnittsdata sammenligner flere variabler på ett gitt tidspunkt, og tidsseriedata sammenligner en variabel på flere forskjellige tidspunkter. Paneldata sammenligner således flere variabler over tid.

4.4 Opsjoner

4.4.1 Derivatmarkedet

Oslo Børs åpnet for handel i derivater i 1990. Først ut var opsjoner, både med enkeltaksjer og OBX Total Return Index som underliggende. I 1992 ble det åpnet for handel i indeksfutures, mens det i 1997 ble åpnet for handel i futures og forwards for enkeltaksjer. Nedenfor følger en oversikt over utviklingen i det norske derivatmarkedet fra 1990 frem til 2011, målt i antall handlede kontrakter (Oslo Børs, 2012).



Figur 4-1: Utvikling, omsatte kontrakter, Oslo Børs, 1990-2011

Av figuren ovenfor ser vi at omsetningen av derivater har økt betydelig siden introduksjonen på 1990-tallet. Det bør dog bemerkes at omsetningen har vært en del lavere de siste årene enn toppene i 2006 og 2007. På den annen side viser statistikk fra

Oslo Børs at også omsetningen av aksjer på Oslo Børs er redusert betydelig siden finanskrisen i 2007 og 2008⁹.

Hittil har jeg gitt en rask oversikt over derivatmarkedet på Oslo Børs. I resten av dette kapittelet skal jeg fokusere på opsjoner, og da spesielt indeksopsjoner. Jeg skal gjennomgå hva opsjoner er, hvordan de fungerer og hvordan de handles på Oslo Børs. Denne delen vil baseres på «Derivater - Alt du trenger å vite om opsjoner, forwards & futures» (Oslo Børs, 2012), om ikke annet spesifiseres.

4.4.2 Om opsjoner

Opsjoner kan defineres som en rett, men ikke en forpliktelse, til å kjøpe (kjøpsopsjon) eller selge (salgsopsjon) et finansielt produkt (underliggende) til en avtalt pris på et avtalt, fremtidig tidspunkt. Dette gjelder når man kjøper en opsjon. Man kan også utstede (selge) opsjoner. Da vil man motta en opsjonspremie, men utstederen må til gjengjeld forplikte seg til å innfri opsjonen om kjøperen skulle ønske dette. Videre, det finnes to typer opsjoner med hensyn på utøvelse. Europeiske opsjoner kan kun utøves på opsjonens forfallsdato, mens amerikanske opsjoner kan utøves når som helst frem til forfallsdatoen. Opsjoner kan i tillegg handles på samme måte som aksjer, altså løpende handel. Prisen på opsjoner endres i takt med utviklingen i markedet/aksjen, og en investor kan enkelt stenge sin posisjon (selge opsjonen) i markedet.

Løpende handel av opsjoner krever standardisering, slik at prisene for de enkelte opsjoner blir sammenlignbare. Dette innebærer at vilkårene er like for alle opsjoner i en opsjonsserie er like. De må for det første ha samme underliggende (eksempelvis OBX Total Return Index). Det er viktig å merke seg av hver opsjonskontrakt normalt gjelder 100 underliggende enheter, slik at total investering vil være opsjonspremien multiplisert med 100. Videre, det må tilbys flere forskjellige utøvelsespriser med faste intervaller, og forfallsdatoene må være like for et sett med opsjoner. På Oslo Børs er forfallsdagen som

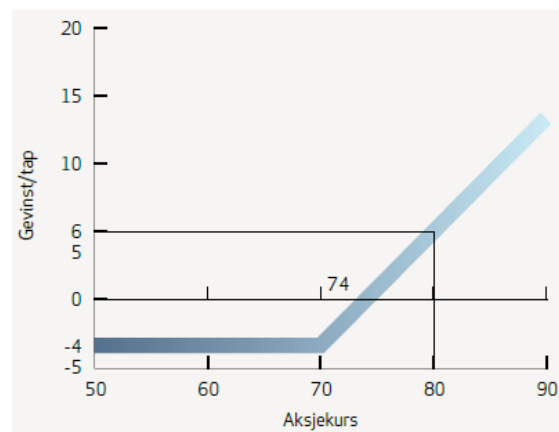
⁹ Omsetningshastighet er av Oslo Børs definert som gjennomsnittet av annualisert omsetning per måned dividert med markedsverdi ved utgangen av hver måned. Lavere markedsverdi, slik dagens situasjon er sammenlignet med før finanskrisen i 2007/2008, skulle dermed ha ført til høyere omsetningshastighet, gitt lik omsetning. Til tross for dette er omsetningshastigheten på Oslo Børs er redusert fra toppen på 156,8 i 2007 til 95,5 i 2011. (Oslo Børs, 2012).

regel den tredje torsdagen i hver måned (unntakene er om denne torsdagen er en helligdag, i så fall vil forfall skje på siste handelsdag før forfallsdatoen). Det er også viktig at opsjonene har oversiktlige tickere (navn/kode). På Oslo Børs ser tickeren for en indeksoption med OBX Total Return Index slik ut: OBX2K400. Her indikerer OBX at det gjelder indeksen OBX Total Return Index, 2-tallet forteller at det gjelder en indeksoption med forfall i kalenderåret 2012, bokstaven K forteller oss at forfallsmåned er november (K er bokstav nummer 11, november er måned 11), mens tallet 400 representerer utøvelsesprisen. Når det gjelder forfallsmåned, brukes bokstavene A-L for kjøpsopsjoner, mens M-X benyttes for salgsoptionene.

4.4.3 Gevinst/tap ved handel med opsjoner

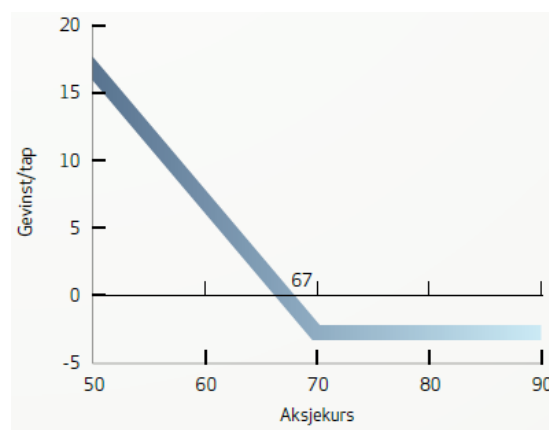
Hvis en investor tror at markedet, eller en spesiell aksje, skal stige fremover, kan han kjøpe en kjøpsoption med indeksen (OBX Total Return Index) eller aksjen som underliggende. Investoren må da betale en pris for opsjonen, kalt opsjonspremie. Ved handel i opsjoner, vil tapet være begrenset til denne opsjonspremien. Hvis investoren får rett, og aksjen stiger, vil investoren ved forfall kunne benytte seg av opsjonen, og således kjøpe aksjen til den avtalte prisen, og umiddelbart selge aksjen i markedet. Nedenfor vises avkastningsprofilen for en kjøpt kjøpsoption, hvor utøvelsesprisen er lik 70 kroner.

I figuren til høyre (figur 4-2) ser vi at maksimalt tap er 4 kroner per opsjon. Dette er det investoren har betalt for opsjonen, altså opsjonspremien. Hvis aksjekursen stiger til 74 kroner ved forfall, vil investoren dermed gå i null. All prisstigning utover en aksjekurs på 74 kroner vil føre til positiv avkastning for investoren.



Figur 4-2: Avkastningsprofil, kjøpsoppsjon

En annen situasjon er når investoren forventer at markedet/en aksje skal falle i verdi i løpet av de neste ukene eller månedene. I så fall kan investoren kjøpe en salgsoption. Figuren til høyre (figur4-3) viser at maksimalt tap, gitt ved opsjonspremien, er 3 kroner. Ved kurs lik 67 ved forfall vil investoren gå i null. Ytterligere fall i aksjekursen vil føre til positiv avkastning for investoren. Dette da han kan kjøpe aksjen til en pris < 67 kroner i market, og deretter selge den til 70 kroner i henhold til opsjonskontrakten.



Figur 4-3: Avkastningsprofil, salgsoption

4.4.4 Prising av opsjoner

Prisingen av opsjoner skjer i dag i markedet, og avhenger således av markedsaktørens forventninger til videre utvikling. Jeg vil likevel presentere noen av de viktigste komponentene som benyttes i teoretisk prising av opsjoner. En av de mest kjente utledningene på dette området, er den såkalte Black-Scholes-formelen. Denne ble utledet av Fisher Black og Myron Scholes, og ble presentert i 1973 i deres artikkel «The Pricing of Options and Corporate Liabilities». Formelen er som følger, slik den er presentert av Bodie, Kane og Marcus (2011):

$$C_0 = S_0 N(d_1) - X e^{-rT} N(d_2)$$

hvor

$$d_1 \text{ er } \frac{\ln\left(\frac{S_0}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

- $N(d)$ kumulativ distribusjon fra normalfordelingen. Kan tolkes som sannsynligheten for at opsjonen skal havne «i pengene» ved forfall
- C_0 opsjonens pris
- S_0 nåværende pris, aksjen
- X utøvelsespris
- r risikofri rente
- T gjenværende tid til forfall
- σ standardavviket til aksjens avkastning, volatilitet

Av komponentene ovenfor, er det kun σ , volatiliteten, som ikke kan observeres direkte i markedet. Denne komponenten er også den mest diskuterte. Black-Scholes forutsetter at volatiliteten er konstant, men jeg viste i kapittel 2 (Om volatilitetsindekser) at volatiliteten er langt fra konstant over tid. Dette har gjort det populært å bruke Black-Scholes på en annen måte. I stedet for å regne ut hva opsjonens pris er ved å bruke formelen slik den er presentert ovenfor, kan en investor heller regne ut hvilken implisitt volatilitet som forsvarer den observerte prisen i markedet. Hvis investoren mener at virkelig volatilitet for en aksje overstiger den implisitte volatiliteten, vil det indikere at den «korrekte» prisen for opsjonen er høyere enn den observerte (Bodie, Kane og Marcus, 2011).

5. Metode

Jeg vil i dette kapittelet gjennomgå de metoder jeg bruker i analysedelen. Jeg vil også presentere metodene som blir brukt i kalkuleringen av de to volatilitetsindeksene.

5.1 Regresjonsanalyse

Følgende gjennomgang av metoden bak regresjonsanalyse vil baseres på Wooldridge (2002) om ikke annet er spesifisert.

Regresjonsanalyse er en statistisk metode som benyttes for å analysere sammenhengen mellom to eller flere variabler. En forsøker å forklare endringer i en variabel, kalt den avhengige eller forklarte variabelen, ut fra tilsvarende endringer i en eller flere andre variabler, kalt de uavhengige eller forklarende variablene.

Regresjonsanalyse kan ved første øyekast minne om korrelasjonsanalyse (se kapittel 4). Dog, en korrelasjonsanalyse undersøker kun om variablene beveger seg i samme retning. Korrelasjonskoeffisienten vil dermed ikke indikere om en endring i variabel x fører til en samtidig endring i variabel y . Regresjonsanalysen er litt mer komplisert, men således også mer anvendelig i statistisk analyse. Slik analyse undersøker sammenhengen mellom de forskjellige variablene mer detaljert. Videre, mens korrelasjonsanalyse undersøker sammenhengen begge veier, vil en regresjonsanalyse kun estimere effekten de forklarende variablene har på den forklarte.

Ved bruk av regresjonsanalyse ønsker vi altså å forklare hvordan variabel y endres ved samtidige endringer i variabel x . Den enkleste formen for regresjonsanalyse, en enkel lineær regresjonsmodell med kun en forklarende variabel, kan estimeres slik:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$$

hvor

y er den forklarte variabel

x den forklarende variabel

β_0 regresjonsmodellens konstantledd

β_1 regresjonslinjens stigningstall

ε et feilledd som representerer alle de andre faktorene som, i tillegg til x , påvirker y

Modellen ovenfor kan utvides med ytterligere forklarende variabler. Modellen vil da skifte navn til en multipl regressjonsmodell. Denne er bygget opp på samme måte som den enkle lineære regressjonsmodellen, og kan estimeres slik:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon$$

hvor

y er den forklarte variabel

x_k de forklarende variabler

β_0 regresjonsmodellens konstantledd

β_k mål for endringen i y for gitt endring i x_k , når de andre faktorene holdes fast

ε feilledd

Til slutt kan en av de viktigste forutsetningene for at resultatene fra en regressjonsanalyse skal kunne brukes, nevnes. Det er at den gjennomsnittlige verdien av feilleddene skal være lik 0 (gir videre forventningsverdi lik 0), uansett verdi for variabel x ; $E(\varepsilon|x) = E(\varepsilon) = 0$.

5.1.1 Minste kvadraters metode (OLS)

Som nevnt tidligere, vil en ved bruk av en regresjonsmodell forsøke å estimere sammenhengen mellom variablene y og x . Således er en nødt til å estimere koeffisientene β_0 og β_k fra modellen ovenfor. En mye brukt metode for å estimere disse, er den såkalte minste kvadraters metode (OLS).

Når man gjennomfører en regresjonsanalyse vil metoden forsøke å estimere en regresjonslinje ut fra det tilgjengelige datasettet. Som regel vil ikke denne linjen være perfekt; man vil få såkalte residualer (differanse) fra de faktiske til de estimerte verdiene. Minste kvadraters metode kvadrerer disse residualene¹⁰, og tilpasser regresjonslinjen slik at disse residualene blir minimerte. Rent matematisk kan metoden skrives slik:

$$\hat{\epsilon}_t = (y_t - \hat{y}_t)$$

$$\min \sum_{t=1}^T \hat{\epsilon}_t^2$$

hvor

$\hat{\epsilon}_t^2$ er residualet

y_t faktisk observasjon for tidspunkt t

\hat{y}_t estimert verdi (på regresjonslinjen) for y på tidspunkt t

Summen av residualene ovenfor er kjent som *residual sum of squares* (RSS).

Deretter er det på sin plass å definere den estimerte regresjonslinjen:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$$

¹⁰ Minste kvadraters metode kvadrerer residualene, slik at en unngår at positive og negative residualer blirullet ut av hverandre.

Fra denne har vi at:

$$\hat{y}_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_t$$

hvor

$\hat{\beta}_0$ er det estimerte konstantleddet

$\hat{\beta}_1$ det estimerte målet for endringen i \hat{y}_t for gitt endring i x_t

x_t verdien av x på tidspunkt t

Videre kan \bar{y} defineres som utvalgsgjennomsnitt for y_t , og \bar{x} som utvalgsgjennomsnitt for x_t . En kan da finne et estimat for konstantleddet. Dette er den verdien y vil få om verdien av x er lik 0. Formelen er som følger:

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$$

Først må en dog finne et estimat for $\hat{\beta}_1$. Dette kan gjøres ved å benytte følgende formel:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum(x_t - \bar{x})(y_t - \bar{y})}{\sum(x_t - \bar{x})^2}$$

Ovenfor har jeg vist hvordan en ved bruk av minste kvadraters metode kan finne estimatorer for både konstantledd $\hat{\beta}_0$ og stigningstall $\hat{\beta}_1$.

Ovenfor nevnte jeg begrepet RSS. Minste kvadraters metode går altså ut på å minimere RSS. En annen matematisk definisjon av RSS for en enkel lineær regresjonsmodell er som følger:

$$RSS = \sum_{t=1}^T (y_t - \hat{y}_t)^2 = \sum_{t=1}^T (y_t - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_t)^2$$

Hvis vi utvider regresjonsmodellen til å inkludere 2 uavhengige variabler, altså en multippel regresjonsmodell, vil den estimerte regresjonslinjen, samt formelen for RSS (som skal minimeres), se slik ut:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \hat{\beta}_2 x_2$$

$$\min RSS = \min \sum_{t=1}^T (y_t - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_{t1} - \hat{\beta}_2 x_{t2})^2$$

5.1.2 Vurdering av resultatene

Når en har gjennomført en regresjonsanalyse, er det viktig å kunne forstå resultatene. En av mest brukte målene er den såkalte forklaringsgraden, også kjent som R^2 . R^2 måler hvor stor grad av variansen til den avhengige variabelen som kan forklares av variansen til den uavhengige variabelen. Formelen for forklaringsgraden R^2 er slik:

$$R^2 = 1 - \frac{RSS}{\sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2}$$

hvor

$$RSS \text{ er } \sum_{t=1}^T (y_t - \hat{y}_t)^2$$

y_t observert verdi for variabel y på tidspunkt t

\bar{y} utvalgsgjennomsnitt for variabel y

\hat{y}_t estimert verdi for variabel y på tidspunkt t

R^2 vil gi et svar som ligger mellom 0 og 1, og er gitt i prosent: $0\% < R^2 < 100\%$. Jo høyere verdien for forklaringsgraden R^2 er, desto bedre passer den estimerte regresjonsmodellen til datamaterialet.

5.1.3 Hypotesetesting

Når man gjennomfører statistiske analyser, er det vanlig å benytte såkalt hypotesetesting. Man ønsker å undersøke om det eksisterer en gitt sammenheng mellom to variabler a og b , og definerer derfor en nullhypotese, H_0 : sammenheng mellom a og b . Man definerer dermed en alternativhypotese, som gjerne har et større utfallsrom, H_A : ingen sammenheng mellom a og b . Her er det viktig å skille mellom ensidige og tosidige tester. Hvis nullhypotesen er at gjennomsnittet for en fordeling er lik 0, vil alternativhypotesen ved en ensidig test være eksempelvis at gjennomsnittet er større enn 0 (eventuelt mindre enn 0). Ved en tosidig test vil alternativhypotesen være at gjennomsnittet er ulikt 0.

Etter at hypotesene er definert, gjennomfører man analysene, og forsøker å finne nok bevis til at alternativhypotesen H_A er sann. Man vil ved hypotesetesting få en av to mulige

resultater. Enten at bevisene er sterke nok til å støtte alternativhypotesen (og således forkaste nullhypotesen), eller at det ikke er nok bevis til å forkaste nullhypotesen.

5.1.4 Signifikanstesting

Når man har gjennomført statistiske analyser vil man ofte ønske å teste om resultatene er statistisk signifikante. En vanlig test er en såkalt t-test. En slik test benyttes for å undersøke om en verdi er signifikant forskjellig fra en annen. I regresjonsanalyse, for eksempel, kan man benytte en t-test for å undersøke om en av regresjonskoeffisientene er signifikant forskjellig fra en gitt verdi (ofte 0). Formelen som benyttes for å finne testobservatoren i en t-test er som følger:

$$t = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{SE_1}$$

hvor

$\hat{\beta}_1$ er den estimerte regresjonskoeffisienten

β_1 forventet verdi av den estimerte regresjonskoeffisienten ($E(\hat{\beta}_1)$)

SE_1 estimert standardfeil for $\hat{\beta}_1$

Testen ovenfor har $n - 2$ frihetsgrader og en distribusjon som følger t-distribusjonen. Den estimerte standardfeilen SE_1 beregnes ved bruk av følgende formel:

$$SE_1 = \frac{s_\varepsilon}{\sqrt{(n-1)s_x^2}}$$

hvor

s_ε er standardfeilen til estimatet

n antall observasjoner

s_x^2 utvalgsvariansen til den uavhengige variabelen

Ved bruk av testen ovenfor vil man definere en nullhypotese, som gjerne sier at det ikke er noen sammenheng mellom 2 variabler. I regresjonsanalyse kan man eksempelvis definere nullhypotesen slik: $H_0: \beta_1 = 0$. Alternativhypotesen blir da $H_A: \beta_1 \neq 0$.

En annen mye brukt test er en såkalt t-differansetest. Denne testen kan for eksempel benyttes til å undersøke om to tidsserier har signifikant forskjellig gjennomsnitt. Hvis observasjonene er parete, altså at to og to observasjoner er hentet fra samme t, kan man benytte en såkalt parete t-differansetest. Anta at vi ønsker å undersøke om fordelinger, a og b, er signifikant forskjellige fra hverandre. Altså, nullhypotesen er $H_0: a = b$. Formelen for testobservatoren for en slik parete t-differansetest er som følger:

$$t = \frac{\bar{d}}{SE}$$

hvor

$$\bar{d} \text{ er } \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (a_t - b_t)$$

SE standardfeilen til \bar{d} , gitt ved $SE = \frac{s}{\sqrt{n}}$, hvor s er standardavviket til \bar{d} og n er antall observasjoner

Når testobservatorene er funnet ved bruk av testene ovenfor, gjenstår det å vurdere hvor statistisk signifikante resultatene er, altså hvor troverdige de er. Dette kan for eksempel gjøres ved å vurdere testobservatorene t opp mot en kritisk grense, som avgjøres av valgt konfidensintervall. Om testobservatoren overstiger denne kritiske grensen, skal nullhypotesen forkastes.

En annen metode for å vurdere resultatene sin statistiske signifikans, er ved å se på testen sin p-verdi. Denne p-verdien representerer sannsynligheten for å få et resultat som vårt, gitt at nullhypotesen er sann. Om vi har valgt å benytte 5 % signifikansnivå, og p-verdien er lik 0,0000 (hvilket i de fleste statistikkprogrammer betyr at $p < 0,00001$), skal nullhypotesen forkastes. Dette da det er svært lite sannsynlig å få vårt resultat om nullhypotesen faktisk var sann.

5.1.5 Forutsetninger ved bruk av minste kvadraters metode

Når en skal gjennomføre regresjonsanalyser basert på minste kvadraters metode, er det en del forutsetninger som må oppfylles. Presentasjon av disse, samt metode for testing av forutsetningene, følger under. I tillegg, hvis det er aktuelt, vil jeg forklare hvordan brudd på forutsetningene kan håndteres.

Forutsetning 1: Denne sier at tidsserien er nødt til å følge en modell som er lineær i dens parametere. Denne forutsetningen kan defineres matematisk slik: den stokastiske prosessen $((x_{t1}, x_{t2}, \dots, x_{tk}, y_t)$, hvor $t = 1, 2, 3, \dots$) er nødt til å kunne tilpasses en lineær regresjonsmodell. Dette impliserer at sammenhengen mellom den forklarte og den/de forklarende variablene er nødt til å være lineær. Om man forsøker å analysere ikke-lineære data ved bruk av en lineær modell, vil resultatene av analysen kunne bli svært lite pålitelige.

En oversiktlig metode for å teste forutsetningen om linearitet, er ved å plote residualene mot de estimerte verdiene. Om plottene synes å være symmetrisk distribuert rundt en horisontal linje, kan forutsetningen om linearitet sies å være oppfylt.

Forutsetning 2: Denne forutsetningen er allerede nevnt, og sier at den forventede verdien av feilleddene $\varepsilon_t = 0$ for alle t , gitt de uavhengige variablene for alle tidsperioder. Inkludering av et konstantledd i regresjonsanalysen sørger for at denne forutsetningen er oppfylt.

Forutsetning 3: For at minste kvadraters metode skal kunne benyttes, kan ingen av de uavhengige variablene være perfekt korrelerte med hverandre. Dette er kjent som perfekt multikolaritet. Multikolaritet, altså korrelasjon mellom de uavhengige variablene, lavere enn perfekt korrelasjon er tillatt. I analyse av økonomiske data er denne forutsetningen sjelden brutt, og i min analyse tester jeg ikke for brudd.

Forutsetning 4: For at minste kvadraters metode skal kunne brukes, er variansen til feilleddene nødt til å være konstant, uansett verdi for de uavhengige variablene. Denne forutsetningen kan defineres matematisk slik:

$$\text{Var}(\varepsilon_t|X) = \text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma^2 \quad \text{for alle } t$$

Det at variansen skal være konstant for feilleddene, kalles homoskedastisitet, og impliserer at variablene er uavhengige. Om denne forutsetningen ikke er oppfylt, sier vi at det eksisterer heteroskedastisitet (ulik varians) i datasettet. Heteroskedastisitet vil ikke påvirke selve regresjonskoeffisientene, men deres standardfeil, og således t- og p-verdier, vil kunne bli lite pålitelige. Dette må i så fall korrigeres for.

For å teste om det eksisterer heteroskedastisitet, kan man for eksempel benytte en Spearman Rank- test. Man gjennomfører først den ordinære regresjonsanalysen, hvor y forklares av x. Deretter rangerer man feilleddene mot x, og så mot y, etter absoluttverdier. Deretter kan følgende formel benyttes for å kalkulere en såkalt korrelasjonskoeffisient mellom de to rangeringene:

$$\rho = \frac{S_{ab}}{\sqrt{S_a S_b}}$$

hvor

S_{ab} er kovariansen mellom a og b

S_a variansen til a

S_b variansen til b

Denne korrelasjonskoeffisienten kan deretter brukes til å finne testen sin kritiske t-verdi, ved bruk av følgende formel:

$$t_{kritisk} = \frac{\rho \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-\rho^2}} \quad \text{med } n - 2 \text{ frihetsgrader}$$

Vi kan deretter formulere nullhypotesen H_0 : Ingen avhengighet. Om $t_{kritisk}$ sin p-verdi er lavere enn vårt valgte signifikansnivå, vil nullhypotesen forkastes, og vi kan fastslå at det eksisterer heteroskedastisitet.

Som sagt vil ikke heteroskedastisitet påvirke selve regresjonskoeffisientene, men standardfeilene, samt t- og p-verdiene, kan bli feil. I følge Williams (2012) vil bruk av robuste standardfeil kunne føre til mer pålitelige standardfeil, og i neste omgang mer

pålitelige t-verdier. Dette gjør at vurderingen av koeffisientene sin statistiske signifikant blir mer pålitelig.

Metoden bak robuste standardfeil er en del av Stata12, og vil bli benyttet i analysen om dette skulle være nødvendig.

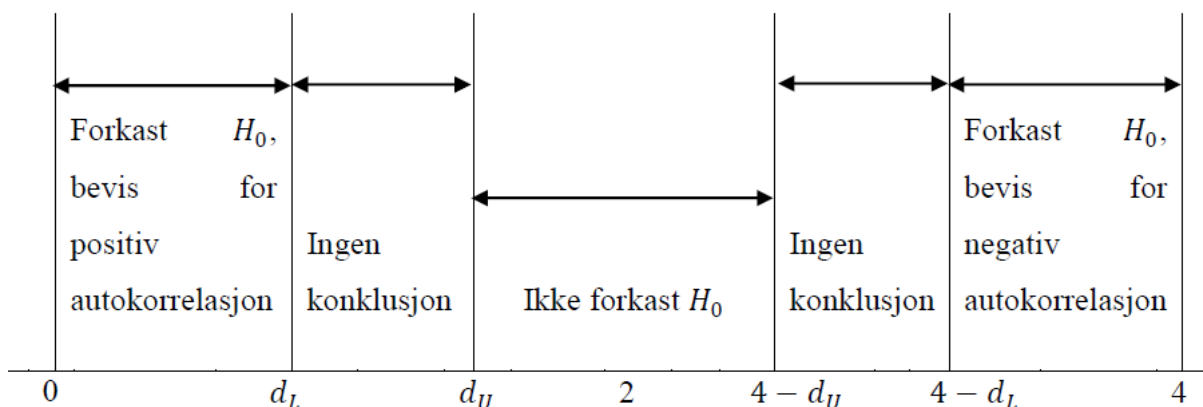
Forutsetning 5: En annen forutsetning er at det ikke skal eksistere noen autokorrelasjon i datasettet. Autokorrelasjon vil si at feilleddene i forskjellige perioder er korrelerte. Matematisk kan denne forutsetningen defineres slik:

$$\text{Corr}(\varepsilon_t, \varepsilon_s | x) = 0 \quad \text{for alle } t \neq s$$

En mye brukt metode for å teste om det eksisterer autokorrelasjon, er den såkalte Durbin-Watson- testen. En slik test vil gi svar på om det eksisterer såkalt første-ordens autokorrelasjon, hvilket vil si at det eksisterer en sammenheng mellom feilleddene i påfølgende tidsperioder. Selve formelen benyttet i en Durbin-Watson- test er som følger:

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^n (\hat{\varepsilon}_t - \hat{\varepsilon}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \hat{\varepsilon}_t^2}$$

Testobservatoren DW vil alltid bli mellom 0 og 4. Om det ikke eksisterer noen autokorrelasjon, vil DW bli 2. Dette kommer av sammenhengen mellom DW og den estimerte korrelasjonskoeffisienten, ρ , som er lik: $DW = 2(1 - \rho)$. Ved testing for autokorrelasjon, vil man definere en nullhypotese H_0 : ingen autokorrelasjon. Om man skal beholde eller forkaste nullhypotesen avhenger av testobservatoren DW i forhold til to kritiske verdier. Disse verdiene er gitt fra en Durbin-Watson-tabell, og avhenger av antall observasjoner, antall forklaringsvariabler K (inkludert konstantleddet) og valgt signifikansnivå α . De kritiske verdiene er representert ved d_L og d_U , altså nedre og øvre grense. Sammenhengen mellom testobservatorene og de kritiske verdiene er gitt ved figur 5-1:



Figur 5-1: Grenseverdier, Durbin-Watson- test for autokorrelasjon (Bruland et.al., 2008)

Forutsetning 6: Den siste egenskapen som forutsettes er normalitet. Dette vil si at alle feilleddene ε_t er uavhengige av de forklarende variablene, samt uavhengig og identisk distribuert i henhold til normalfordelingen. I tillegg skal de som nevnt tidligere ha forventningsverdi lik 0. Matematisk kan dette defineres slik: $Normal(0, \sigma^2)$

Denne forutsetningen kan testes ved å se på et histogram med residualenes (feilleddene) hyppighet langs y-aksen, og residualenes verdi langs x-aksen. Om dette histogrammet ser normalfordelt ut, kan forutsetningen om normalitet godkjennes.

En annen test er det såkalte Jarque-Bera. Denne testen benytter antall observasjoner, skjevhet og kurtose til å beregne en testobservator. Denne testobservatoren skal deretter sammenlignes med en kritisk verdi, hentet fra en Chi^2 - tabell. Jeg vil i min besvarelse ikke legge så mye vekt på testobservatoren i seg selv, men heller benytte Jarque-Bera- testen til å sammenligne mine forskjellige tidsserier i henhold til normalitetsforutsetningen. Formelen som benyttes for å beregne testobservatoren for Jarque-Bera er som følger:

$$JB = \frac{n}{6}(S^2 + \frac{1}{4}(K - 3)^2)$$

hvor

JB er testobservatoren for testen Jarque-Bera

n antall observasjoner

S tidsserien sin skjevhet

K tidsserien sin kurtose

5.2 Kalkulering av VIX

CBOE har på sine hjemmesider en artikkelsamling de kaller "VIX White Papers". En av disse publikasjonene heter "The CBOE Volatility Index – VIX" (2009), og gir en meget detaljert gjennomgang av metoden som benyttes i kalkuleringen av deres mest populære volatilitetsindeks, VIX. Det er denne metoden som vil bli gjengitt, med de nødvendige endringer i forhold til å lage en norsk versjon av VIX. Denne vil i resten av oppgaven betegnes VIXN.

Først og fremst bør det igjen nevnes at volatilitetsindeksen VIX er kalkulert på bakgrunn av en stor mengde indeksoptjoner. I USA benyttes SPX optjoner, altså indeksoptjoner bundet opp mot den amerikanske aksjeindeksen S&P 500. I min egenutviklede volatilitetsindeks, VIXN, kommer jeg til å benytte indeksoptjoner bundet opp mot den norske aksjeindeksen OBX Total Return Index.

Den generelle formelen brukt i kalkuleringen er som følger:

$$\sigma^2 = \frac{2}{T} \sum_i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{RT} Q(K_i) - \frac{1}{T} \left(\frac{F}{K_0} - 1 \right)^2$$

hvor

$$\sigma \text{ er } \frac{VIX}{100} \Rightarrow VIX = \sigma \times 100$$

T Gjenstående tid til forfallsdato

F Fremtidsnivå for aksjeindeksen, utledet fra opsjonsprisene

K_0 Første utøvelsespris lavere enn fremtidsnivået F

K_i Utøvelsespris for "ute-av-pengene" opsjon nummer i; denne er en kjøpsopsjon om $K_i > K_0$ og en salgsopsjon om $K_i < K_0$

ΔK_i Intervallet mellom utøvelsesprisene => halve differansen mellom utøvelsesprisen på hver sin side av K_i :

$$\Delta K_i = \frac{K_{i+1} + K_{i-1}}{2}$$

For opsjonen med lavest/høyest utøvelsespris som er med i kalkuleringsgrunnlaget, vil ΔK være differansen i utøvelsespris mellom nevnte opsjon og den rett over/under.

R Risikofri rente i perioden frem til forfallsdato, annualisert

$Q(K_i)$ Gjennomsnittet av kjøps- og salgsbudene for opsjon med utøvelsespris K_i .

I beregningen av volatilitetsindeksen benyttes det som regel opsjoner med de to forfallsdatoene nærmest kalkuleringsdatoen, kalt korttids- og langtidsopsjoner. Langtidsopsjonene vil alltid ha forfallsdato måneden etter korttidsopsjonene. Det er dog ikke alltid det benyttes opsjonene i de to månedene nærmest kalkuleringsdatoen. Hvis det er mindre enn en uke fra kalkuleringsdatoen frem til nærmeste opsjonsforfall, vil man i stedet benytte opsjoner for måned 2 og 3 (hvor måned 1 er inneværende måned). Dette gjør man for å minimere effektene av feilprising som kan oppstå når opsjonene nærmer seg forfall (CBOE, 2009). For eksempel, i kalkuleringen av 30-dagers implisitt volatilitet den 15.10.2012, er man nødt til å benytte opsjoner med forfall i november (15.11.2012) og desember (20.12.2012). Dette fordi det kun er to hele handelsdager fra den 15.10.2012 til forfall for oktoberopsjonene (18.10.2012).

Gjenværende tid til forfall er, som man ser fra formelen ovenfor, en viktig del av kalkuleringen. CBOE bruker en egen formel for å beregne gjenværende tid T:

$$T = (M_{\text{Nåværende dag}} + M_{\text{Oppgjørslag}} + M_{\text{Andre dager}}) / \text{Minutter per år}$$

hvor

$M_{\text{Nåværende dag}}$ er minutter fra stengetid (16:20) til midnatt = 460 minutter

$M_{\text{Oppgjørslag}}$ minutter fra midnatt til åpningstid (09:00) = 540 minutter

$M_{\text{Andre dager}}$ minutter totalt i dagene mellom nåværende dag og oppgjørslaget

Her bør en bemerke seg at en for hver dag vil få to verdier for T; en for kort sikt og en for lang sikt, illustrert ved henholdsvis T_1 og T_2 .

En annen faktor i kalkuleringen av volatilitetsindeksen er risikofri rente. For hver enkelt dag, og for kort og lang sikt, skal man benytte den risikofrie renten man kan oppnå frem til gjeldende forfallsdato. I den offisielle kalkuleringen fra CBOE sin side, så benyttes det her den risikofrie renten gitt fra amerikanske "T-bills", med utløpsdato så nærme utløpsdatoen for de gitte opsjonene som mulig. I min kalkulering har jeg valgt å benytte effektiv NIBOR som risikofri rente. Dette skyldes i stor grad det faktum at dette er den eneste norske renten som oppgir rente helt ned til 1 uke. Dette er viktig, da forfall for rentepapirene og opsjonene bør være så like som mulig.

Ovenfor har jeg skissert den overordnede sammenhengen i kalkuleringen av volatilitetsindekser slik som CBOE benytter for VIX. Videre skal jeg skissere fremgangsmåten for hvordan man finner de opsjonene som skal være med i kalkuleringen, og på hvilken måte de skal benyttes.

Steg 1 – finn de opsjonene som skal være med i kalkuleringen av volatilitetsindeksen

Opsjonene som skal være med i kalkuleringen er kort sagt "ute-av-pengene" kjøps- og salgsoptjoner for indeksen OBX Total Return Index. Kun opsjoner med registrerte kjøpsbud skal inkluderes. Det bør nevnes at antallet opsjoner som skal inkluderes kan stige og falle fra dag til dag, avhengig av etterspørselen og tilbudet av opsjoner fra investorenes side.

Det første man er nødt til å gjøre, er å finne fremtidsnivået for aksjeindeksen, F. Dette finner vi fra de opsjonene hvor den absolutte differansen mellom kjøps- og salgsoptjonene er minst. Nedenfor har jeg illustrert hvordan jeg fant nivået med lavest absolutt differanse den 03.09.2012.

Opsjoner, kort tid				Opsjoner, lang tid			
Utøvelsespris	Kjøp	Salg	Absolutt differanse	Utøvelsespris	Kjøp	Salg	Absolutt differanse
400	11.125	3.825	7.3	400	15.875	8.100	7.775
405	7.875	5.600	2.275	405	12.750	9.750	3
410	5.200	8.025	2.825	410	10.125	12.000	1.875
415	3.200	10.875	7.675	415	7.600	14.750	7.15

Tabell 5-1: Hvordan finne utøvelsesprisen som benyttes i utregningen av F

Som vi ser, er den absolutte differansen minst når utøvelsesprisen er 405 for kort sikt, og 410 for lang sikt. Ut fra disse tallene, kan jeg så finne aksjeindeksens fremtidsnivå, F , ut fra følgende formel:

$$F = \text{Utøvelsespris} + e^{RT} \times (\text{Kjøpspris} - \text{Salgspris})$$

Når jeg har funnet F , kan jeg finne K_0 . Dette er utøvelsesprisen rett under F . For eksempel, om F er 405,76, så vil K_0 være 405. K_0 vil videre være den utøvelsesprisen som bestemmer hvor grensen går mellom inkluderte kjøps- og salgsopsjoner i kalkuleringen av volatilitetsindeksen.

Gitt at K_0 er 405, så vil salgsopsjonen med utøvelsespris lik 400 være den første som inkluderes. Deretter beveger man seg nedover i utøvelsespris (lengre og lengre "ut-av-pengene"), helt til man finner to opsjoner uten registrerte kjøpsbud ved handelsdagens slutt. Hvis man finner en opsjon uten registrert kjøpsbud, og neste opsjon har registrert kjøpsbud, så vil prosedyren fortsette. Samme prosedyre følges for kjøpsopsjonen. Gitt at K_0 er 405, vil kjøpsopsjonen med utøvelsespris lik 410 være den første som inkluderes. Her vil man bevege seg oppover i utøvelsespris (lengre og lengre "ut-av-pengene"), helt til man finner to opsjoner uten registrerte kjøpsbud. For alle opsjonene ovenfor er det gjennomsnittet av kjøps- og salgsbudet som skal benyttes videre i kalkuleringen. Til slutt skal man inkludere både kjøps- og salgsopsjonen med utøvelsespris lik $K_0 = 405$. Her vil det følgelig benyttes gjennomsnittet av fire priser; kjøps- og salgsbud for både kjøps- og salgsopsjoner. Til slutt vil man ende opp med en følgende tabell: (data hentet fra 03.09.2012)

Kortsiktig				Langsiktig			
Innløsningskurs	Type opsjon	Snittpris, kjøp/salg	Bidrag	Innløsningskurs	Type opsjon	Snittpris, kjøp/salg	Bidrag
365	Put	0.000	-	370	Put	0.000	-
370	Put	0.000	-	375	Put	0.000	-
375	Put	0.550	0.00001957	380	Put	3.450	0.00011974
380	Put	0.800	0.00002772	385	Put	4.200	0.00014200
385	Put	1.300	0.00004389	390	Put	5.600	0.00018451
390	Put	1.800	0.00005922	395	Put	6.500	0.00020878
395	Put	2.500	0.00008018	400	Put	8.100	0.00025371
400	Put	3.825	0.00011963	405	Put/Call	11.250	0.00034373
405	Put/Call	6.738	0.00020555	410	Call	10.125	0.00030185
410	Call	5.200	0.00015480	415	Call	7.600	0.00022115
415	Call	3.200	0.00009298	420	Call	5.650	0.00016052
420	Call	1.925	0.00005461	425	Call	4.025	0.00011168
425	Call	1.025	0.00002840	430	Call	2.750	0.00007454
430	Call	0.525	0.00001421	435	Call	0.000	-
435	Call	0.225	0.00000595	440	Call	0.000	-
440	Call	0.000	-				
445	Call	0.000	-				

Tabell 6-2: Hvilke opsjoner skal inkluderes?

Steg 2 – Kalkuler opsjonenes volatilitet

I tabellen ovenfor kan man se en kolonne med navn "Bidrag". Disse tallene er funnet ved bruk av følgende formel:

$$Bidrag = \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{RT} Q(K_i)$$

I formelen ovenfor er det viktig at en benytter korrekt T, altså at man bruker T_1 for kort sikt og T_2 for lang sikt. Hvis jeg for eksempel skulle ha regnet ut bidraget for korttidsopsjonen med utøvelsespris 380 (dette er en salgsopsjon), ville utregningen blitt slik:

$$Bidrag_{380, \text{Kort sikt}} = \frac{385-375}{380^2} e^{RT_1} Q(380, \text{kort sikt}).$$

Det siste leddet, $Q(380, \text{kort sikt})$, representerer gjennomsnittet av kjøps- og salgsbud. For salgsopsjonen med utøvelsespris 380, på kort sikt, er gjennomsnittet lik 0,800.

Dette gjøres så for alle opsjonene. Alle bidragene skal så summeres, hvor opsjonene for kort og lang sikt holdes separate. Summene av bidragene ska deretter multipliseres med $\frac{2}{T}$. Beregningene hittil tilsvarer den første delen av formel (1). Prosessen videre består i å

regne ut det siste leddet i formel (1). Når dette er gjort, har man funnet opsjonenes volatilitet, hvor kort og lang sikt er separert, med betegnelsene

Steg 3 – Finn verdien for volatilitetsindeksen

Når man har funnet volatiliteten for opsjonene, har man den informasjonen man trenger for å regne ut 30-dagers implisitt volatilitet som gitt fra volatilitetsindeksen. Formelen som CBOE benytter, er slik:

$$VIX = 100 \times \sqrt{\left\{ T_1 \sigma_1^2 \left[\frac{N_{T_2} - N_{30}}{N_{T_2} - N_{T_1}} \right] + T_2 \sigma_2^2 \left[\frac{N_{30} - N_{T_1}}{N_{T_2} - N_{T_1}} \right] \right\} \times \frac{N_{365}}{N_{30}}} \quad (6)$$

hvor

N_{T_1} er antall minutter fra stengetid til oppgjørstidspunkt for korttidsopsjoner

N_{T_2} antall minutter fra stengetid til oppgjørstidspunkt for langtidsopsjoner

N_{30} antall minutter i løpet av 30 dager

N_{365} antall minutter i løpet av et år (365 dager)

Når korttidsopsjonene har mindre enn 30 dager til forfall, og langtidsopsjonene har mer enn 30 dager til forfall, vil volatilitetsindeks- verdien reflektere en interpolasjon av σ_1^2 og σ_2^2 . Dette da hver individuelle vekt (gitt fra beregningene med antall minutter ovenfor) vil være lik 1 eller mindre, og summen av de to vektene er lik 1.

I det korttidsopsjonene har mindre enn 7 dager til forfall, endres som sagt metoden for valg av opsjoner. Dette gjør at både korttids- og langtidsopsjonene vil ha mer enn 30 dager til forfall. Resultatet er en ekstrapolasjon av σ_1^2 og σ_2^2 . Summen av de to vektene vil fortsatt være 1, men den individuelle vekten for kort sikt vil være større enn 1, mens vekten for lang sikt være negativ.

5.3 Kalkulering av volatilitetsindeksen i Dagens Næringsliv

Dagens Næringsliv publiserer en egen indeks for implisitt volatilitet fra tirsdag til lørdag. Denne indeksen er utarbeidet av derivatavdelingen ved Oslo Børs. Indeks nivåene beregnes klokken 16 mandag til fredag. Jeg skal nå raskt presentere deres metode.

Volatiliteten er beregnet ut fra et snitt av de to nærmeste opsjonsforfallene. Hvilke opsjonsforfall som skal benyttes avhenger av antall dager til forfall for opsjonene med lengst tid til forfall. Rulleringen skjer når det er 30 handelsdager igjen til forfall for de langsiktige opsjonene.

Selve indeksnivået beregnes som et snitt av 16 implisitte volatiliteter. Disse 16 volatilitetene er gitt fra kjøp- og salgsbud for kjøp- og salgsopsjoner, både for kort og lang sikt. Det benyttes opsjoner med utøvelsespris både rett over og rett under dagens verdi for OBX Total Return Index. Altså, de benytter de opsjoner som er minst «inne-i-pengene» og minst «ute-av-pengene». På neste side følger en oversikt over hvilke opsjoner som benyttes, og resten av Excel-modellen som derivatavdelingen ved Oslo Børs benytter¹¹:

¹¹ Fikk denne figuren fra Eivind Sageng ved derivatavdelingen på Oslo Børs, per epost den 04. Oktober 2012.

C28 f: =HoadleyImpliedVolatility2(1;"C";B28;\$D\$24;\$F\$20;D28;\$B\$40)										HISTORIE	
OBX 30-d Volatilitetsindeks										Dato	Indeks
		Front eller Middle month		Bid	Ask	Handelsdager til bortfall		30-dagers Indeks		14.des.01	21.32 %
OBX2J	Spread på call som er minst ITM		17.07 %	19.89 %	11		18.259%		15.des.01	26.00 %	
	Spread på call som er minst OTM		16.81 %	18.98 %					16.des.01	25.03 %	
OBX2V	Spread på put som er minst ITM		16.41 %	18.27 %	30		18.259%		17.des.01	21.32 %	
	Spread på put som er minst OTM		16.96 %	19.47 %					18.des.01	21.32 %	
		Middle eller Back month		Bid	Ask					19.des.01	21.32 %
OBX2K	Spread på call som er minst ITM		17.64 %	19.88 %	30		18.259%		20.des.01	21.32 %	
	Spread på call som er minst OTM		17.66 %	18.99 %					21.des.01	21.32 %	
OBX2W	Spread på put som er minst ITM		17.16 %	19.38 %	30		18.259%		22.des.01	21.32 %	
	Spread på put som er minst OTM		18.01 %	19.81 %					23.des.01	21.32 %	
I dag: 04.okt.12										24.des.01	21.32 %
Bortfallsda: Front 18.okt.12 Middle 15.nov.12 Back 20.des.12										25.des.01	21.32 %
Kalenderd: 14 42 77										26.des.01	21.32 %
Plassér vol i rekke										27.des.01	21.32 %
		OBX	417.57	OBX2J	417.90					28.des.01	21.32 %
		ATM	420.00	OBX2K	418.50					29.des.01	21.32 %
Oppdater priser & voller										30.des.01	21.32 %
		Strike	Imp.Vol	BID	ASK					31.des.01	21.32 %
ITM CALL	415	17.07 %	7.10	8.00	19.89 %					01.jan.02	21.32 %
OTM CALL	420	16.81 %	4.50	5.20	18.98 %					02.jan.02	20.20 %
ITM PUT	420	16.41 %	6.50	7.10	18.27 %					03.jan.02	20.70 %
OTM PUT	415	16.96 %	4.20	5.00	19.47 %					04.jan.02	19.80 %
										07.jan.02	19.02 %
										08.jan.02	19.07 %
										09.jan.02	20.02 %
										10.jan.02	20.60 %
										11.jan.02	20.59 %
										14.jan.02	21.23 %
										15.jan.02	21.27 %
										16.jan.02	21.38 %
										17.jan.02	21.28 %
										18.jan.02	20.90 %
										21.jan.02	21.18 %
										22.jan.02	20.79 %
										23.jan.02	20.79 %
										24.jan.02	19.14 %
										25.jan.02	18.64 %
										28.jan.02	19.21 %
										29.jan.02	18.71 %
										30.jan.02	19.11 %
										31.jan.02	19.02 %
										01.feb.02	18.66 %
										04.feb.02	19.31 %
										05.feb.02	19.42 %
Nibor: 1.86 %											

Figur 5-1: Modell benyttet av Oslo Børs

Fra modellen ser vi at Oslo Børs beregner implisitte volatiliteter for 8 forskjellige opsjoner, og for både kjøps- og salgsbudene registrert for disse 8 opsjonene. For å finne disse volatilitetene, benyttes et Excel-verktøy kalt «Hoadley Options». Dette verktøyet er utarbeidet av Peter Hoadley. Mer informasjon om Hoadley kan leses på www.hoadley.net, hjemmesiden til «Hoadley Trading and Investment Tools». Det nøyaktige navnet på formelen som benyttes i Excel er «HoadleyImpliedVolatility2». Dette er en variant av Black & Scholes sin prisingsformel for opsjoner, hvor ligningen løses med hensyn på volatiliteten. Inndata i ligningen er utøvelsespris, nåværende nivå for OBX Total Return Index, antall kalenderdager til forfall for gjeldende opsjon, gjeldende kjøpsbud (eller salgsbud) for opsjonen, samt rentenivået. Renten er gitt fra NIBOR, hvor løpetiden er gitt fra tid til forfall for opsjonene.

Når alle de 16 implisitte volatilitetene er funnet, finner Oslo Børs nivået for volatilitetsindeksen ved å beregne gjennomsnittet av de 16 volatilitetene.

6. Data

6.1 Hvor er dataene hentet fra?

I analysen vil det blant annet benyttes en volatilitetsindeks, VDN. Denne presenteres i Dagens Næringsliv, men er kalkulert av Oslo Børs. Ved forespørsel til Terje Erikstad, finansiell redaktør i DN, ble jeg satt i kontakt med Oslo Børs, som sendte meg metoden og de historiske data for deres volatilitetsindeks.

I analysen trenger jeg også de daglige sluttnoteringene for OBX Total Return Index, samt høy- og lavnoteringer. Historiske data for disse er hentet på Oslo Børs (2012) sine hjemmesider, på indeksens egen side.

I arbeidet med kalkuleringen av min egen norske volatilitetsindeks, var det et behov for flere typer data. Jeg trengte daglige noteringer for risikofri rente, med forskjellige tider til forfall. Videre trengte jeg en stor mengde data relatert til opsjonspriser.

De daglige noteringene for risikofri rente ble hentet fra Norges Bank (2012), på deres sider for rentestatistikk. Opsjonsprisene fikk jeg tilsendt ved forespørsel til derivatavdelingen ved Oslo Børs.

6.2 Tidsperiode

Valg av tidsperiode er et viktig aspekt i finansielle analyser. Analysen er nødt til å være basert på en tilstrekkelig mengde data. Historiske data for OBX Total Return Index er hos Oslo Børs rapportert fra og med 07.07.2003. Dog er statistikk vedrørende høy og lavnoteringer kun presentert fra og med den 25.08.2004. Dette er likevel tilstrekkelig. Jeg har valgt å benytte data fra og med mandag 30.08.2004.

Historiske data for DN/Oslo Børs sin volatilitetsindeks er inkludert fra den 14.12.2001. Grunnet mangelen på historiske data fra Oslo Børs angående OBX Total Return Index, vil kun data fra og med 30.08.2004 benyttes.

Når det gjelder opsjonsprisene, fikk jeg tilsendt data fra og med 04.01.2010. Dette da Oslo Børs for tiden er i en prosess med å digitalisere/rydde opp i sine data. Arbeidet med å kalkulere min egen volatilitetsindeks har dog vært meget tidkrevende, slik at jeg kun har utarbeidet indeksen fra og med 03.01.2010 til og med 31.08.2012. Nedenfor følger en oppsummering.

Datamateriale	Startdato	Sluttdato
OBX Total Return Index	30.08.2004	31.08.2012
Volatilitetsindeks, DN/Oslo Børs	30.08.2004	31.08.2012
Volatilitetsindeks, VIXN	03.01.2011	31.08.2012

Tabell 6-1: Tidsperiode, datamateriale

De daglige noteringene for risikofri rente fra Norges Bank er oppgitt helt tilbake til 1980-tallet, og jeg kommer til å benytte de noteringene som er nødvendige for min analyse.

6.3 Manglende observasjoner

I datasettet for volatilitetsindeksen fra DN/Oslo Børs var det enkelte manglende observasjoner. Jeg har valgt å benytte interpolasjon for å fylle inn disse observasjonene. Dette vil si at verdien på tidspunkt t , v_t , er lik gjennomsnittet av verdiene på tidspunkt $t-1$ og $t+1$:

$$v_t = \frac{v_{t-1} + v_{t+1}}{2}$$

6.4 Type data

Ved analyseformål er det greit å skille mellom primærdata og sekundærdata. Ved bruk av primærdata i analyse, er det forfatteren selv som har samlet inn informasjonen. Ved bruk av sekundærdata, har forfatteren mottatt informasjonen fra andre, altså sekundære kilder (Church, 2001).

Alle mine data, med unntak av min kalkulerte volatilitetsindeks (selv om denne i seg selv er basert på sekundærdata), klassifiseres som sekundærdata. Således er det viktig å sjekke at denne informasjonen er valid.

6.5 Validitet

Når man benytter sekundærdata i analyser, er det viktig at informasjoner er valid. Altså, informasjonen må være troverdig og korrekt. Mine sekundærdata er hentet/tilsendt fra seriøse aktører som Oslo Børs og Norges Bank. Jeg antar dermed at de dataene jeg benytter i mine analyser er valid.

6.6 Benyttede dataprogrammer

I denne masteroppgaven har jeg benyttet 2 forskjellige dataprogrammer. Jeg har benyttet Microsoft Excel til å samle og bearbeide data. Jeg kalkulerte videre min egen volatilitetsindeks, VIXN, i Excel. Korrelasjonsanalysene ble også gjennomført i Excel. Av spesielle funksjoner kan den innebygde funksjonen PivotTable nevnes. PivotTable ble benyttet for å sortere opsjonsinformasjonen fra Oslo Børs (dette fordi datasettet består av omtrent 1 million celler i Excel).

Majoriteten av analysedelen, altså regresjonen, testingen av koeffisientene og testingen av regresjonens forutsetninger ble gjennomført i Stata 12. Viktige Stata-koder vil presenteres i appendiks.

7. Resultater

7.1 Formulering av regresjonsmodell

I første del av problemstillingen skrev jeg at jeg ønsket å teste en hypotese om at volatilitetsindeksen VDN inneholder mer informasjon om fremtidig realisert volatilitet, sammenlignet med historisk volatilitet. Bakgrunnen for denne hypotesen er at volatilitetsindekser kan sees på som markedets forventning til fremtidig volatilitet. Således er det intuitivt å kunne forvente en sterkere prediksjonseffekt ved bruk av volatilitetsindekser i predikeringen av fremtidig realisert volatilitet.

For å kunne undersøke om min hypotese holder, er jeg nødt til å formulere de regresjonsmodellene jeg skal benytte i analysen. Som jeg skrev i teorikapittelet (kapittel 4) skal jeg benytte 3 forskjellige modeller i beregningen av fremtidig realisert volatilitet, og således den historiske volatiliteten. Årsaken til dette er at relativt like resultater, ved bruk av forskjellige modeller, vil kunne bidra til å øke troverdigheten til mine resultater. Jeg kommer dog ikke til å presentere alle resultatene i dette kapittelet. Av hensyn til oversiktighet kommer jeg kun til å presentere resultatene ved bruk av volatilitetsmodell 1. Resultatene for de to andre volatilitetsmodellene vil presenteres i appendiks (kapittel 10). Alle resultatene vil likevel bli kommentert samlet i dette kapittelet.

Selve regresjonsmodellen min er formulert slik:

$$VOL_{OBX,t} = \beta_0 + \beta_1 VDN_t + \varepsilon_t$$

$$VOL_{OBX,t} = \beta_0 + \beta_2 VOL_{OBX,t-1} + \varepsilon_t$$

$$VOL_{OBX,t} = \beta_0 + \beta_1 VDN_t + \beta_2 VOL_{OBX,t-1} + \varepsilon_t$$

hvor

$VOL_{OBX,t}$ er fremtidig realisert volatilitet de neste 21 handelsdager regnet fra dag t , for OBX Total Return Index (heretter OBX)

VDN_t	nivå på volatilitetsindeksen i DN (VDN) på dag t; et mål på markedets forventning til fremtidig volatilitet på OBX de neste 21 handelsdager
$VOL_{OBX,t-1}$	historisk volatilitet for OBX, 21 foregående handelsdager før dag t
β_0	regresjonsmodellenes konstantledd
β_i	forklaringsvariablenes koeffisienter, hvor $i = 1, 2$
ε_t	feilledd

Modellen ovenfor kan forklares slik. Først skal jeg analysere implisitt volatilitet, gitt ved volatilitetsindeksen VDN, og historisk volatilitet hver for seg. Deretter vil jeg analysere informasjonsinnholdet i forhold til fremtidig realisert volatilitet for de to forklaringsvariablene samlet.

For å kunne avgjøre om VDN inneholder mer informasjon om fremtidig realisert volatilitet, sammenlignet med historisk volatilitet, er jeg nødt til å utlede noen hypoteser. Anta en generell regresjonsmodell som kan defineres slik:

$$VOL_t = \beta_0 + \beta_1 IV_t + \varepsilon_t$$

hvor

VOL_t	er	fremtidig realisert volatilitet, periode t
IV_t		forventet fremtidig volatilitet, periode t
β_0		konstantleddet
β_1		forklaringsvariabelens koeffisient
ε_t		feilledd

I følge Christensen og Prabhala (1998) kan man teste 3 hypoteser ut fra regresjonsmodellen ovenfor. For det første, om den implisitte volatiliteten gitt fra volatilitetsindekser inneholder noen som helst informasjon om fremtidig realisert volatilitet, så skal koeffisienten β_1 være signifikant ulik 0, slik at nullhypotesen $H_0: \beta_1 = 0$ kan forkastes.

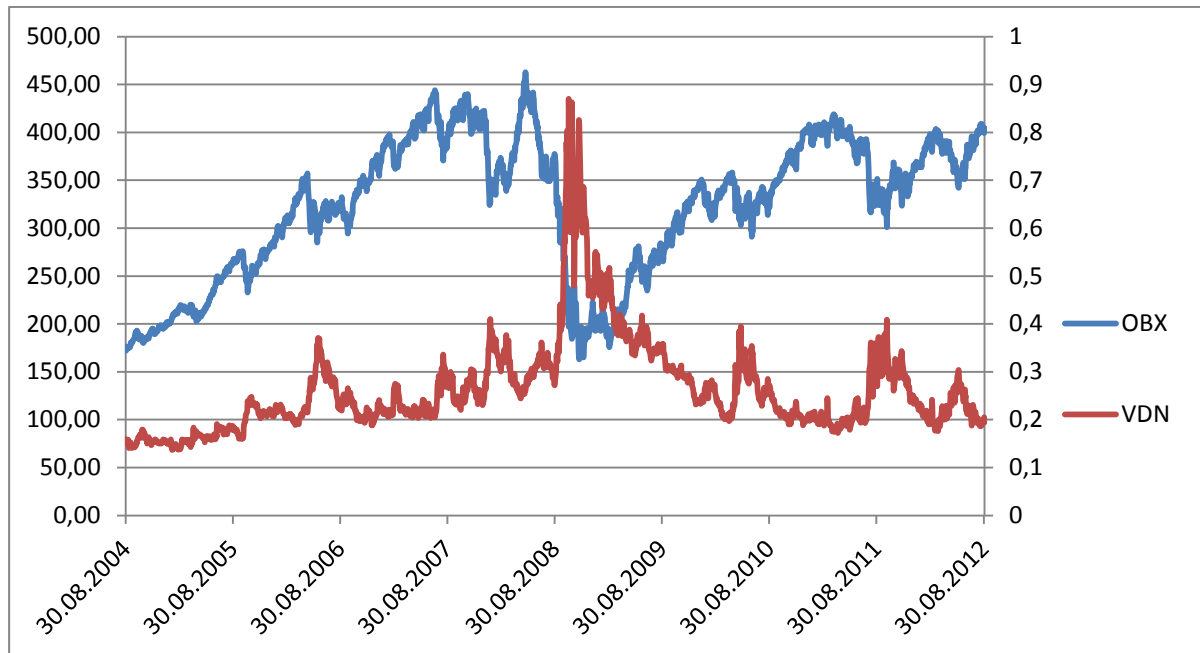
Videre kan vi sjekke om implisitt volatilitet er et forventningsrett estimat på fremtidig realisert volatilitet. Om et estimat skal være forventningsrett, så kan ikke estimatet avvike systematisk fra virkelig verdi. Dette testes ved å definere en felles nullhypotese $H_0: \beta_0 = 0, \beta_1 = 1$, og undersøke om denne kan beholdes på valgt signifikansnivå. Til slutt, om vi skal kunne fastslå at implisitt volatilitet faktisk er et pålitelig estimat på fremtidig realisert volatilitet, bør residualene være ukorrelerte med alle de andre variablene (ingen autokorrelasjon).

Om modellen ovenfor utvides til en multippel regresjonsmodell vil nullhypotesen for hypotesetest nummer 2 bli $H_0: \beta_0 = 0, \beta_1 = 1, \beta_2 = 0$, hvor β_2 representerer den historiske volatiliteten sin regresjonskoeffisient.

Ovennevnte metodikk kan i tillegg utvides til å gjelde regresjonsanalyse hvor historisk volatilitet er den forklarende variabel.

7.2 Innledende analyse

Som nevnt tidligere ønsker jeg å undersøke om det eksisterer en sammenheng mellom forventet og realisert fremtidig volatilitet. Jeg vil i dette delkapittelet presentere en del innledende analyser, slik som korrelasjonsanalyser og en del grafiske fremstillinger av ovennevnte sammenheng.



Figur 7-1: Utvikling, OBX Total Return Index og VDN

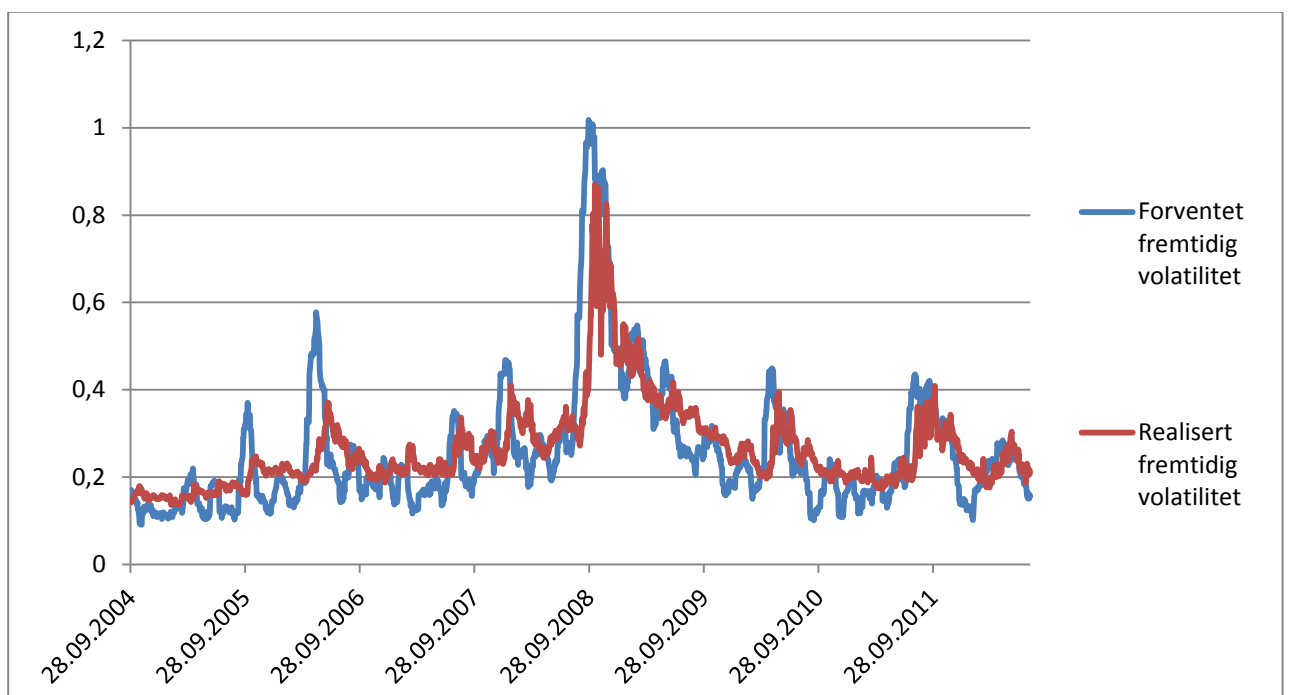
Figur 7-1 viser utviklingen i OBX Total Return Index og volatilitetsindeksen VDN fra 30.08.2004 til 31.08.2012. Som vi ser endres sammenhengen mellom de to fullstendig i forbindelse med finanskrisen i 2007-08. Frem til slutten av august 2008 beveger OBX Total Return Index og VDN seg stort sett i samme retning. Etter august 2008, derimot, har disse to indeksene beveget seg bemerkelsesverdig mye i motsatt retning. Dette kan illustreres ytterligere ved bruk av korrelasjonsanalyse.

Korrelasjonsanalyse	Frem til 29.08.2008	F.o.m. 01.09.2008
Korrelasjon, OBX og VDN	0,638	-0,880

Tabell 7-1: Korrelasjonsanalyse, OBX Total Return Index mot volatilitetsindeksen VDN

Resultatene av korrelasjonsanalysen bekrefter den sammenhengen jeg påpekte fra figur 7-1 ovenfor. I perioden frem til 29.08.2008 var korrelasjonskoeffisienten mellom OBX og VDN 0,638, altså en forholdsvis stor, positiv korrelasjon. I denne perioden beveget altså OBX og VDN seg i samme retning. I perioden fra og med 01.09.2008, derimot, var denne korrelasjonskoeffisienten negativ, lik -0,880. Altså, VDN stiger når OBX faller. I kapittel 2 (om volatilitetsindekser generelt) skrev jeg at den negative korrelasjonen de siste årene også er reell for det amerikanske aksjemarkedet. Dette er årsaken til at den mest kjente volatilitetsindeksen, CBOE VIX, har fått kallenavnet «The Fear Index». Jeg påpekte videre at denne negative korrelasjonen er interessant sett fra en investors perspektiv. En analyse av implikasjonene dette gir for allokeringen i forbindelse med porteføljevaltning ville sikkert vært interessant. Jeg ønsker dog å fokusere på om denne endrede korrelasjonen har hatt noen effekt på informasjonsinnholdet i VDN. Dette bringer meg inn på andre del av problemstillingen. Der skrev jeg at jeg ønsker å undersøke om informasjonsinnholdet i volatilitetsindekser varierer over tid. Denne analysen vil bli gjennomført i kapittel 7-4.

Til slutt i dette delkapittelet skal jeg presentere litt innledende analyse av sammenhengen mellom forventet og realisert fremtidig volatilitet.



Figur 7-2: Utvikling, forventet og realisert fremtidig volatilitet

Figur 7-2 ovenfor viser utviklingen i forventet og realisert fremtidig volatilitet de neste 21 handelsdagene på OBX Total Return Index. Det ser ut til at den forventede volatiliteten i nokså stor grad følger den realiserte volatiliteten. Det kan likevel se ut til grafen for forventet fremtidig volatilitet henger litt på etterskudd. Det kan også nevnes at figuren ovenfor delvis bekrefter Christensen og Prabhala (1998) sin påstand om at den implisitte volatilitet fra volatilitetsindeksen kan sees på som en utjevnet forventning til fremtidig realisert volatilitet. Relasjonen mellom de to grafene kan analyseres videre ved å gjennomføre en korrelasjonsanalyse.

Korrelasjonsanalyse**Korrelasjonskoeffisient****Korrelasjon, fremtidig realisert volatilitet mot VDN****0,777**

Tabell 7-2: Korrelasjonsanalyse, realisert mot forventet fremtidig volatilitet

Som vi ser er korrelasjonen mellom realisert og forventet fremtidig realisert volatilitet lik 0,777. Dette indikerer at de to grafene i forholdsvis stor grad beveger seg i samme retning. Videre, dette forteller oss at det eksisterer en sammenheng mellom markedets forventning til volatilitet de neste 21 handelsdagene, og den faktiske volatiliteten over de samme 21 dagene.

Som en avslutning på denne innledende analysen presenterer jeg nedenfor et såkalt scatter plot som viser sammenhengen mellom forventet og realisert fremtidig volatilitet på en oversiktlig måte.



Figur 7-3: Scatter plot, forventet og realisert fremtidig volatilitet

Figuren ovenfor bekrefter at det eksisterer en sammenheng mellom forventet og fremtidig realisert volatilitet. Dette gjør at det er grunnlag for videre analyse av denne sammenhengen.

Resten av dette kapittelet er bygget opp slik. I delkapittel 7.3 skal jeg analysere informasjonsinnholdet i volatilitetsindeksen VDN i forhold til fremtidig realisert volatilitet, for perioden 2004 – 2012. Informasjonsinnholdet VDN vil videre sammenlignes med den historiske volatiliteten sin evne til å predikere fremtidig realisert volatilitet. I 7.4 skal jeg undersøke om informasjonsinnholdet i volatilitetsindekser endrer seg over tid, når den generelle volatiliteten i markedet endrer seg. Jeg vil her sammenligne to perioder, frem til 29.08.2008 og etter 01.09.2008. Disse datoene er valgt på bakgrunn av diskusjonen rundt figur 7-1. Til slutt har jeg utarbeidet en norsk volatilitetsindeks, VIXN, basert på metoden som benyttes av CBOE i kalkuleringen av VIX. I 7.5 skal jeg sammenligne informasjonsinnholdet i VIXN og VDN.

7.3 Analyse av informasjonsinnholdet i VDN, 2004-2012

I kapittel 7.2 viste jeg at det eksisterer en sammenheng mellom forventet og realisert fremtidig volatilitet. Jeg skal i dette delkapittelet analysere denne sammenhengen mer detaljert, ved bruk av regresjonsanalyse. Denne analysen vil i så fall svare på første del av min problemstilling. I 7.3.1 skal jeg presentere en del deskriptiv statistikk, eksempelvis gjennomsnittlig annualisert volatilitet per 21 handelsdager og volatilitetens standardavvik. Videre, i 7.3.2 skal jeg teste hvorvidt de forskjellige forutsetningene for bruk av regresjonsanalyse er oppfylt. Til slutt, i 7.3.3 skal jeg presentere og diskutere resultatene av selve regresjonsanalysene.

Datamaterialet mitt består blant annet av daglige sluttnoteringer for OBX Total Return Index, samt daglige noteringer for volatilitetsindeksen VDN. Således kan jeg velge hvordan jeg vil håndtere dataene. Jeg har synkronisert mine data, slik at de blir sammenlignbare ved en regresjonsanalyse. Videre har jeg valgt å benytte både overlappende data og data uten overlapping. Ved bruk av overlappende data i kalkuleringen av volatilitet, vil $n - 1$ observasjoner være felles for to påfølgende datoer. Dette kan skape problemer, blant annet i form av autokorrelasjon i datasettet. Ifølge Christensen og Prabhala (1998) vil dette kunne føre til upresise, og til tider lite konsistente, koeffisienter. Jeg har derfor, i tillegg, valgt å utelukke overlappende data, ved å benytte data med $n=21$ dagers mellomrom. Dette vil ofte redusere problemene med blant annet autokorrelasjon. På den annen side vil antall observasjoner reduseres kraftig, og således vil regresjonens resultater kunne bli svekket.

Nedenfor følger en oversikt over start og sluttdato, samt antall observasjoner, for de forskjellige datasettene:

Volatilitetsmodell	Startdato	Sluttdato	Antall obs.
Modell 1, med overlappende data	28.09.2004	02.08.2012	1977
Modell 1, uten overlappende data	28.09.2004	31.07.2012	95
Modell 2, med overlappende data	28.09.2004	02.08.2012	1977
Modell 2, uten overlappende data	28.09.2004	31.07.2012	95
Modell 3, uten overlappende data	Oktober 2004	August 2012	95

Tabell 7-3: Tidsperiode og antall observasjoner for de forskjellige volatilitetsmodellene

Som nevnt tidligere i kapittel 7, har jeg benyttet 3 forskjellige modeller for beregning av realisert/historisk volatilitet. Jeg vil i dette kapittelet kun presentere resultatene for volatilitetsmodell 1. Resultatene for volatilitetsmodell 2 og 3 er presentert i appendiks 10.3. Jeg vil likevel kommentere resultatene for alle 3 volatilitetsmodellene i dette kapittelet.

7.3.1 Deskriptiv statistikk

Når man beskriver volatilitet, benytter man ofte annualisert volatilitet. Jeg har derfor annualisert mine beregnede volatiliteter, basert på en antakelse om 250 handelsdager per år. I tillegg til aritmetiske verdier, har jeg på samme måte som Siriopoulos et. al (2009) kalkulert den naturlige logaritmen av alle tallene. Det kan gjerne være vanskelig å forholde seg til en annualisert volatilitet lik -1,5, men fordelene er at tidsseriene ofte vil oppføre seg mer likt normalfordelingen på denne måten.

Med overlappende data (aritmetisk)	$VOL_{OBX,t}$	VDN_t
Gjennomsnittlig 30-dagers volatilitet	0,259913	0,265912
Median	0,219750	0,237769
Maksimum	1,018264	0,869881
Minimum	0,091227	0,136553
Standardavvik	0,153827	0,102320
Skjevhet	2,426864	2,411156
Kurtose	10,28954	10,42594
n – antall observasjoner	1977	1977

Tabell 7-4: Deskriptiv statistikk, aritmetisk, med overlappende data

Uten overlappende data (aritmetisk)	$VOL_{OBX,t}$	VDN_t
Gjennomsnittlig 30-dagers volatilitet	0,258431	0,263016
Median	0,210944	0,235636
Maksimum	1,014626	0,862857
Minimum	0,095966	0,140326
Standardavvik	0,154808	0,107083
Skjevhet	2,392181	2,785423
Kurtose	10,35810	14,24864
n – antall observasjoner	95	95

Tabell 7-5: Deskriptiv statistikk, aritmetisk, uten overlappende data

Med overlappende data (logaritmisk)	$\ln(VOL_{OBX,t})$	$\ln(VDN_t)$
Gjennomsnittlig 30-dagers volatilitet	-1,470983	-1,381046
Median	-1,515267	-1,436454
Maksimum	0,018099	-0,139310
Minimum	-2,394405	-1,991042
Standardavvik	0,469135	0,319885
Skjevhet	0,740628	0,876725
Kurtose	3,544575	4,218679
n – antall observasjoner	1977	1977

Tabell 7-6: Deskriptiv statistikk, logaritmisk, med overlappende data

Uten overlappende data (logaritmisk)	$\ln(VOL_{OBX,t})$	$\ln(VDN_t)$
Gjennomsnittlig 30-dagers volatilitet	-1,479508	-1,394407
Median	-1,556163	-1,445467
Maksimum	0,014520	-0,147506
Minimum	-2,343766	-1,963790
Standardavvik	0,477141	0,325041
Skjevhet	0,741869	1,007953
Kurtose	3,394542	4,853292
n – antall observasjoner	95	95

Tabell 7-7: Deskriptiv statistikk, logaritmisk, uten overlappende data

I regresjonsanalysen vil jeg, i tillegg til den forventede fremtidige volatiliteten gitt ved volatilitetsindeksen, benytte historisk volatilitet som forklaringsvariabel. Deskriptiv data for historisk volatilitet er ikke inkludert i tabellen. Grunnen til dette er at disse tidsseriene har $n - 2$ (en på hver side) felles observasjoner med tidsseriene for realisert volatilitet, og således vil være meget like når det gjelder den deskriptive statistikken.

Tabellene ovenfor viser blant annet gjennomsnittlig volatilitet og median. Forskjellen er minst ved bruk av volatilitetsmodell 1, hvor gjennomsnittlig forventet fremtidig volatilitet er marginalt større enn fremtidig realisert volatilitet. Ved bruk av de to andre volatilitetsmodellene er differansen større, og for disse er den fremtidige realiserede volatiliteten større enn den forventede fremtidige volatiliteten. Videre ser vi at medianen alltid er lavere enn gjennomsnittet. Dette indikerer at en del store observasjoner (høy volatilitet, relativt til de andre observasjonene) trekker opp gjennomsnittet. Dette blir bekreftet ved at samtlige tidsserier har positiv skjevhet. Differansen mellom

gjennomsnittlig volatilitet og medianen er lavere for de logaritmiske tidsseriene, og samtidig er skjevheten lavere for disse.

Samtlige tidsserier kjennetegnes ved positiv kurtose. Dette impliserer at en stor andel av observasjonene er samlet rundt medianen, relativt til størrelsen på halen. En slik fordeling er kjent som en leptokurtisk fordeling, og kjennetegnes ved høyere spiss og tynnere haler sammenlignet med normalfordelingen.

Det bør også bemerkes at standardavviket til gjennomsnittlig volatilitet er lavere for volatilitetsindeksen enn for tilhørende realisert volatilitet. Dette bekrefter det jeg skrev tidligere i kapittelet, at den implisitte volatilitet fra volatilitetsindeksen kan sees på som en utjevnet forventning til fremtidig realisert volatilitet. Vi kan også legge merke til at maksimumsverdiene for fremtidig realisert volatilitet er mye høyere enn de høyeste forventningene til fremtidig volatilitet, og at minimumsverdiene er lavere (med unntak av volatilitetsmodell 2, som gir et noe høyt anslag på fremtidig realisert volatilitet). Disse resultatene gir intuitiv mening, ovennevnte påstand tatt i betraktning.

7.3.2 Testing av regresjonsmodellens forutsetninger

Før jeg kan begynne å diskutere resultatene fra regresjonsanalysene, er jeg nødt til å teste regresjonsmodellenes forutsetninger. Disse ble beskrevet i metodekapittelet. Det som er viktigst å teste, er om tidsseriene er preget av førsteordens autokorrelasjon, om det eksisterer heteroskedastisitet i tidsseriene, og det bør sjekkes at residualene er normalfordelte. I tabellen under vil jeg presentere de forskjellige modellenes testobservatorer for Durbin-Watson (autokorrelasjon), Spearman Rank (heteroskedastisitet) og Jarque-Bera (normalitet).

Volatilitetsmodell	1, med	DW	Spearman Rank	JB
overlappende data (n = 1977)				
$VOL_{OBX,t}$	(aritmetisk)			6318
$VOL_{OBX,t-1}$	(aritmetisk)	0,047097	0,0000	6206
VDN_t	(aritmetisk)	0,062285	0,0000	6277
$VOL_{OBX,t}$	(logaritmisk)			205
$VOL_{OBX,t-1}$	(logaritmisk)	0,056269	0,0000	187
VDN_t	(logaritmisk)	0,060315	0,0000	376

Tabell 7-8: Testobservatorer, volatilitetsmodell 1, med overlappende data

Volatilitetsmodell 1, uten overlappende data (n = 95)		DW	Spearman Rank	JB
$VOL_{OBX,t}$	(aritmetisk)			305
$VOL_{OBX,t-1}$	(aritmetisk)	1,863818	0,0000	297
VDN_t	(aritmetisk)	1,59526	0,0000	624
$VOL_{OBX,t}$	(logaritmisk)			9,33
$VOL_{OBX,t-1}$	(logaritmisk)	2,124604	0,0000	7,73
VDN_t	(logaritmisk)	1,778594	0,0000	29,68

Tabell 7-9: Testobservatorer, volatilitetsmodell 1,uten overlappende data

Tabellene ovenfor kan leses slik: i tabell 7-8/9 gir den tredje kolonnen oss testobservatoren DW (Durbin-Watson) for et datasett bestående av en forklarende og en forklart variabel. Denne testobservatoren er dermed ikke gjengitt for den forklarte variabelen alene. Det samme gjelder den fjerde kolonnen, som viser p-verdien for en Spearman Rank-test. Til slutt, i den femte kolonnen presenteres testobservatoren JB (Jarque-Bera). Denne testen gjennomføres for alle tidsseriene.

I kolonnen kalt DW presenteres testobservatoren for den statistiske testen kalt Durbin-Watson. En slik test sjekker som nevnt tidligere om det eksisterer autokorrelasjon i datasettet. I kapittel 5.1.5 forklarte jeg hvordan en kan vurdere testobservatorene i tabellene ovenfor. De øvre og nedre grensene, d_U og d_L , for gitt n og signifikansnivå (α , benytter $\alpha = 5\%$), og antall forklaringsvariabler (K, inkluderer konstantleddet) er illustrert i tabellen nedenfor, sammen med de respektive testobservatorene:

Volatilitetsmodell 1, med overlappende data (n = 1977)		DW	d_L	d_U	$4 - d_U$
$VOL_{OBX,t-1}$	(aritmetisk)	0,047097	1,92548	1,92747	2,07253
VDN_t	(aritmetisk)	0,062285	1,92548	1,92747	2,07253
$VOL_{OBX,t-1}$	(logaritmisk)	0,056269	1,92548	1,92747	2,07253
VDN_t	(logaritmisk)	0,060315	1,92548	1,92747	2,07253

Tabell 7-10: Grenseverdier, Durbin-Watson, n=1977, $\alpha = 5\%$, K = 2

Volatilitetsmodell	1, uten overlappende data (n = 95)	DW	d_L	d_U	$4 - d_U$
$VOL_{OBX,t-1}$	(aritmetisk)	1,863818	1,64469	1,68717	2,31283
VDN_t	(aritmetisk)	1,59526	1,64469	1,68717	2,31283
$VOL_{OBX,t-1}$	(logaritmisk)	2,124604	1,64469	1,68717	2,31283
VDN_t	(logaritmisk)	1,778594	1,64469	1,68717	2,31283

Tabell 7-11: Grenseverdier, Durbin-Watson, n=95, $\alpha = 5\%$, K = 2

For datasettene med n = 1977 observasjoner er testobservatoren for DW langt under den nedre grensen $d_L = 1,92548$. Samtlige testobservatorer, både ved aritmetiske og logaritmiske verdier, ligger i intervallet $0,047 < DW < 0,062$. Jeg kan dermed med stor sikkerhet fastslå at det eksisterer autokorrelasjon i disse datasettene. Samme resultater gjelder for regresjonene hvor volatilitetsmodell 2 og 3 er benyttet. Nullhypotesen H_0 : Ingen autokorrelasjon vil dermed forkastes. For datasettene med n = 95 observasjoner er testobservatoren DW nødt til å ligge mellom $d_U = 1,68717$ og $4 - d_U = 2,31283$ for at jeg skal kunne fastslå at det ikke eksisterer noen autokorrelasjon. Når det gjelder datasettene med aritmetiske verdier, er datasettet med den historiske volatiliteten innenfor ovennevnte intervall, og nullhypotesen om ingen autokorrelasjon vil altså beholdes. For datasettene for den forventede fremtidige volatiliteten ligger testobservatorene utenfor intervallet på nedsiden. Nullhypotesen må dermed forkastes. For datasettene med n = 95 observasjoner og logaritmiske verdier, derimot, er begge testobservatorene innenfor ovennevnte intervall. For disse datasettene kan jeg dermed fastslå at autokorrelasjon er fraværende, slik at nullhypotesen kan beholdes. Samme konklusjoner kan trekkes ved testing av forutsetningene ved bruk av volatilitetsmodell 2 og 3. Resultatene ovenfor er i tråd med tidligere forskning som sier at det ved bruk av overlappende data ofte vil eksistere kraftig autokorrelasjon i datasettene.

Den neste kolonnen i tabell 7-8/9 presenterer p-verdiene gitt ved en Spearman Rank- test. En slik test undersøker om det er innslag av heteroskedastisitet i datasettene. Samtlige p-verdier er lik 0,0000. Dette indikerer dessverre at samtlige datasett innehar innslag av heteroskedastisitet. Nullhypotesen H_0 : Ingen avhengighet mellom variablene, er dermed nødt til å forkastes. Dette resultatet er ikke overraskende. Som Rakkestad (2002) skriver, vil de fleste finansielle tidsserier hevdes å ha innslag av såkalt *betinget heteroskedastisitet*. Dette vil si at det innimellom perioder med lav volatilitet, inntreffer perioder med høyere

volatilitet. Slik heteroskedastisitet vil ikke påvirke regresjonsmodellens koeffisienter, men deres standardfeil, og således t-verdier, vil kunne bli påvirket. Ettersom jeg skal vurdere koeffisientenes signifikans senere, bør dette bli justert for. Forskning viser at bruk av robuste standardfeil er en god løsning (Williams, 2012). Bruk av denne metoden vil ikke påvirke regresjonsmodellenes koeffisienter, men deres p-verdier vil bli mer nøyaktige enn ved regresjon uten robuste standardfeil. Jeg har benyttet robuste standardfeil på alle de modellene som skal analyseres senere i dette kapitlet, og samtlige standardfeil er robuste.

I den siste kolonnen i tabellene ovenfor presenteres testobservatoren for en Jarque-Bera-test for normalitet. Forutsetningen om normalitet er viktig, i den forstand at konfidensintervallene og regresjonskoeffisientenes signifikans forutsetter normalitet. For å vurdere om forutsetningen om normalitet er oppfylt, er jeg nødt til å sammenligne testobservatoren JB med dens kritiske verdi, hentet fra en χ^2 -tabell. Om testobservatoren JB oversiger den kritiske verdien, vil nullhypotesen H_0 : Normalitet forkastes. Kritisk verdi, med signifikansnivå $\alpha = 5\%$ og to frihetsgrader (en for kurtose og en for skjevhet) er 5,99. Samtlige testobservatorer for JB i tabellene ovenfor for volatilitetsmodell 1, samt for volatilitetsmodell 2 og 3 (se appendiks), er større enn denne kritiske verdien. Således bør nullhypotesen H_0 om normalitet forkastes. Testobservatorene for de logaritmiske datasettene uten overlappende data er likevel ikke mye større enn den kritiske verdien. Jeg undersøkte dermed dette nærmere ved å se på et histogram over residualene, hvor y-aksen representerer frekvensen og x-aksen representerer residualenes størrelse. Histogrammet godkjennes under tvil for alle de tre regresjonsmodellene med logaritmiske verdier og ingen overlappende observasjoner.

Ovenfor har jeg gått gjennom de viktigste forutsetningene for regresjonsanalyse. Basert på vurderingene ovenfor, kommer jeg i regresjonsanalysene til å benytte samtlige 3 volatilitetsmodeller, med log-transformerte og ingen overlappende verdier. Dette vil medføre at jeg benytter datasett med $n = 95$ observasjoner fremfor $n = 1977$, men når de store datasettene bryter såpass kraftig med forutsetningene, har jeg ikke noe valg.

7.3.3 Resultater, regresjonsanalyse

Nedenfor følger resultatene for regresjonsanalysene ved bruk av volatilitetsmodell 1. I tabellen vil to stjerner (**) representere signifikans på 1 % nivå.

Volatilitetsmodell 1	$VOL_{OBX,t-1}$	VDN_t	Begge
β_0	(**)-0,488664	0,021333	-0,015690
Standardfeil	0,108132	0,120531	0,121797
t-verdi	-4,52	0,18	-0,13
p	0,0000	0,8600	0,8980
β_1		(**)1,076323	(**)0,946642
Standardfeil		0,083208	0,197155
t-verdi		12,94	4,80
p		0,0000	0,0000
β_2	(**)0,667320		0,096857
Standardfeil	0,068924		0,145961
t-verdi	9,68		0,66
P	0,0000		0,509
R^2	45,33 %	53,26 %	52,95 %
F-testobservator	11,65	3,64	2,55
p	0,000	0,0301	0,0604
n – antall observasjoner	95	95	95

Tabell 7-12: Resultater, regresjon, volatilitetsmodell 1

I tabellene ovenfor er det en god del informasjon som er nødt til å kommenteres. Jeg starter med resultatene for de enkle, lineære regresjonene (kolonne 2 og 3). For det første kan jeg fastslå at implisitt volatilitet gitt ved VDN inneholder informasjon når det gjelder prediksjon av fremtidig realisert volatilitet. Vi ser at t-verdien er stor (12,94) og p-verdien er lavere enn 0,00001. Jeg kan dermed forkaste nullhypotesen $H_0: \beta_1 = 0$, og fastslå at koeffisienten β_1 er signifikant forskjellig fra 0, selv på et 1 % signifikansnivå. Den samme konklusjonen kan trekkes for historisk volatilitet som forklarende variabel. Også her er regresjonskoeffisienten β_2 sin t-verdi stor og p-verdi lavere enn 0,00001. Det bør påpekes at koeffisientene for implisitt volatilitet er mer statistisk signifikante enn de for historisk volatilitet, representert ved høyere t-verdier. Dette kan tyde på at implisitt volatilitet inneholder mer informasjon om fremtidig realisert volatilitet sammenlignet med den historiske volatiliteten. Videre ser vi at konstantleddet β_0 er signifikant forskjellig fra 0 år historisk volatilitet er den forklarende variabel, mens vi ikke kan skille β_0 fra 0 ved bruk av VDN som forklarende variabel. I appendiks XX er resultatene for regresjonsanalyse hvor

volatilitetsmodell 2 og 3 er benyttet presentert, og resultatene tyder på det samme. Både VDN og historisk volatilitet inneholder informasjon om fremtidig realisert volatilitet ved at koeffisientene deres er signifikant forskjellig fra 0. Videre tyder t-verdiene på at implisitt volatilitet inneholder mest informasjon av denne typen.

Basert på resultatene ovenfor kan jeg ikke fastslå at implisitt volatilitet er et forventningsrett estimat på fremtidig realisert volatilitet på et 5 % signifikansnivå. Dette gjelder også historisk volatilitet som forklarende variabel. Dette da en F-test for nullhypotesen $H_0: \beta_0 = 0, \beta_1 = 1$, resulterer i for høye F-verdier og således for lave p-verdier. Derimot, hadde jeg benyttet 1 % signifikansnivå, ville ikke jeg ikke kunne ha forkastet nullhypotesen om VDN som forventningsrett estimat på fremtidig realisert volatilitet. Dette da p-verdien indikerer at sannsynligheten for å få resultatene ovenfor, gitt at nullhypotesen er sann, er høyere enn signifikansnivået på 1 %.

Svaret på den tredje hypotesen, om implisitt volatilitet kan sees på som et pålitelig estimat for fremtidig realisert volatilitet, finner vi i delkapittel 7.3.2. Da testobservatoren DW ikke er signifikant forskjellig fra 2, vil nullhypotesen om ingen autokorrelasjon bli beholdt. Implisitt volatilitet kan dermed sees på som et pålitelig estimat for fremtidig realisert volatilitet. Dette gjelder ved bruk av alle tre volatilitetsmodellene.

Det kan også være greit å se på forklaringsgraden R^2 . Fra tabellen ovenfor ser vi at VDN som forklarende variabel gir høyere forklaringsgrad enn bruk av historisk volatilitet som forklarende variabel. Det samme gjelder for de andre regresjonsanalysene. Dette er et ytterligere tegn på at implisitt volatilitet inneholder mer informasjon om fremtidig realisert volatilitet sammenlignet med den historiske volatiliteten.

Når det gjelder den multiple regresjonen, med både implisitt og historisk volatilitet som forklaringsvariabler, er det et interessant funn som er nødt til å kommenteres. Koeffisienten for historisk volatilitet er alene, i den enkle lineære modellen, signifikant forskjellig fra 0. Når jeg inkluderer implisitt volatilitet som forklaringsvariabel, derimot, er ikke koeffisienten for historisk volatilitet lenger statistisk signifikant forskjellig fra 0. Dette tyder, igjen, på at implisitt volatilitet i større grad inneholder informasjon om fremtidig realisert volatilitet sammenlignet med historisk volatilitet. Et annet resultat som bør påpekes, gjelder de multiple regresjonsmodellenes forklaringsgrad. Vi ser at den

inkrementelle endringen ved å bruke både implisitt og historisk volatilitet som forklaringsvariabler, fremfor kun implisitt volatilitet, er negativ. Dette indikerer altså at implisitt volatilitet alene inneholder mer informasjon om fremtidig realisert volatilitet, sammenlignet med implisitt og historisk volatilitet sammen. Til slutt bør en legge merke til p-verdien for F-testen for volatilitetsmodell 1. Denne er lik 0,0604, og nullhypotesen $H_0: \beta_0 = 0, \beta_1 = 1, \beta_2 = 0$ beholdes dermed på et 5 % signifikansnivå. Vi har dermed ikke nok bevis til å forkaste nullhypotesen om implisitt volatilitet som forventningsrett estimat på fremtidig realisert volatilitet.

Jeg har i tillegg gjennomført multiple regresjonsanalyser ved bruk av volatilitetsmodell 2 og 3, og resultatene av disse samsvarer i meget stor grad med resultatene presentert ovenfor. Dette bidrar til å øke troverdigheten til resultatene av mine analyser.

Alt i alt er disse resultatene i tråd med eksisterende forskning på utenlandske markeder. En god oversikt finnes i Siriopoulos et. al (2009), som gjennomførte samme type analyser som meg på 12 internasjonale volatilitetsindekser.

7.4 Sammenligning av informasjonsinnholdet i VDN i forskjellige perioder

Figur 7-1 i starten av dette kapitlet viste at sammenhengen mellom VDN og OBX Total Return Index endret seg betydelig under finanskrisen i 2007-08. Korrelasjonen mellom de to var positiv frem til 2008, mens korrelasjonen har vært negativ etter finanskrisen. I dette delkapitlet ønsker jeg å undersøke om informasjonsinnholdet i VDN i forhold til fremtidig realisert volatilitet har endret seg over tid, hvilket tilsvarer andre del av min problemstilling.

Jeg kommer kun til å benytte datasett uten overlappende data. Årsaken til dette er at datasett med overlappende data bryter kraftig med forutsetningene, slik som jeg viste i delkapittel 7.3.2. Dette gjelder spesielt forutsetningen om ingen autokorrelasjon. Nedenfor følger en tabell som viser hvilke tidsperioder som skal sammenlignes.

Oversikt over tidsperioder	Startdato	Sluttdato	Antall obs.
Volatilitetsmodell 1/2, før finanskrise	28.09.2004	30.07.2008	47
Volatilitetsmodell 1/2, etter finanskrise	28.08.2008	31.07.2012	48
Volatilitetsmodell 3, før finanskrise	Oktober 2004	August 2008	47
Volatilitetsmodell 3, etter finanskrise	September 2008	August 2012	48

Tabell 7-13: Oversikt over tidsperioder som skal sammenlignes

I 7.4.1 skal jeg presentere og kommentere den deskriptive statistikken. I 7.4.2 skal jeg vurdere hvorvidt de forskjellige datasettene bryter med regresjonsforutsetningene eller ikke. Til slutt, i 7.4.3, skal jeg diskutere spørsmålet om informasjonsinnholdet endres over tid, med bakgrunn i resultatene fra mine regresjoner.

På samme måte som i analysen av informasjonsinnholdet i VDN over hele perioden (kapittel 7.3), kommer jeg kun til å presentere resultatene for volatilitetsmodell 1. Resultatene for de andre modellene vil presenteres i appendiks 10.4. Jeg kommer også til å fokusere på informasjonsinnholdet i VDN, og vil således ikke benytte historisk volatilitet i analysene i dette delkapitlet.

7.4.1 Deskriptiv statistikk

28.09.2004 – 30.07.2008 (Aritmetisk)	$VOL_{OBX,t}$	VDN_t
Gjennomsnittlig 30-dagers volatilitet	0,2089629	0,2246772
Median	0,1923987	0,2159979
Maksimum	0,4832152	0,367867
Minimum	0,0959656	0,1403255
Standardavvik	0,0864209	0,0559488
Skjevhet	1,287732	0,4963986
Kurtose	4,524650	2,509053
n – antall observasjoner	47	47

Tabell 7-14: Deskriptiv statistikk, 28.09.2004 – 30.07.2008, aritmetisk

28.08.2008 – 31.07.2012 (Aritmetisk)	$VOL_{OBX,t}$	VDN_t
Gjennomsnittlig 30-dagers volatilitet	0,3068684	0,3005569
Median	0,2447189	0,2630569
Maksimum	1,014626	0,8628571
Minimum	0,1140552	0,1839457
Standardavvik	0,1891503	0,1302325
Skjevhet	1,902842	2,362944
Kurtose	6,861006	9,751675
n – antall observasjoner	48	48

Tabell 7-15: Deskriptiv statistikk, 28.08.2008 – 31.07.2012, aritmetisk

28.09.2004 – 30.07.2008 (Logaritmisk)	$\ln(VOL_{OBX,t})$	$\ln(VDN_t)$
Gjennomsnittlig 30-dagers volatilitet	-1,638957	-1,522979
Median	-1,648185	-1,532487
Maksimum	-0,7272933	-1,000026
Minimum	-2,343766	-1,96379
Standardavvik	0,3790361	0,2470156
Skjevhet	0,3887199	0,0638468
Kurtose	2,654253	2,153784
n – antall observasjoner	47	47

Tabell 7-16: Deskriptiv statistikk, 28.09.2004 – 30.07.2012, logaritmisk

28.08.2008 – 31.07.2012 (Logaritmisk)	$\ln(VOL_{OBX,t})$	$\ln(VDN_t)$
Gjennomsnittlig 30-dagers volatilitet	-1,323382	-1,268513
Median	-1,407697	-1,335393
Maksimum	0,0145202	-0,1475062
Minimum	-2,171073	-1,693066
Standardavvik	0,514195	0,3447719
Skjevhet	0,6200791	1,138246
Kurtose	2,853270	4,264775
n – antall observasjoner	48	48

Tabell 7-17: Deskriptiv statistikk, 28.08.2008 – 31.07.2012, logaritmisk

Det første som bør påpekes er at perioden fra 28.08.2008 til 31.07.2012 har vært atskillig mer volatil enn perioden fra 28.09.2004 til 30.07.2008. I perioden før finansmarkedene krakket høsten 2008, var gjennomsnittlig, annualisert volatilitet per 21 handelsdager 20,90 %. I perioden fra finanskrisen frem til høsten 2012 har derimot volatiliteten vært 30,69 % i snitt. I og med at volatiliteten er såpass forskjellig i de to periodene, vil analysene som følger senere derfor kunne besvare spørsmålet om informasjonsinnholdet i VDN endrer seg når den generelle volatiliteten i markedet endrer seg.

Vi ser videre at volatiliteten i seg selv har vært mer volatil etter finanskrisen. Med dette mener jeg at volatiliteten i markedet har variert mer. Dette er i tabellene ovenfor forklart av det høyere standardavviket i perioden etter finanskrisen. Vi ser også at skjevheten og kurtosen er større i den siste perioden. Økt skjevhet impliserer at flere observasjoner ligger til venstre for gjennomsnittet, sammenlignet med perioden med lavere skjevhet. Dette blir bekreftet av det faktum at differansen mellom gjennomsnittet og medianen er større i den siste perioden.

Den deskriptive statistikken ved bruk av volatilitetsmodell 2 og 3 gir indikasjoner på lik utvikling som ovenfor, og er dermed ikke kommentert.

Senere i dette delkapittelet skal jeg undersøke om tidsseriens endrede egenskaper har ført til endret informasjonsinnhold i VDN i forhold til fremtidig realisert volatilitet.

7.4.2 Testing av regresjonsmodellenes forutsetninger

Testobservatorer, 28.09.2004 – 30.07.2008		DW	Spearman Rank	JB	Antall obs.
$VOL_{OBX,t}$	(aritmetisk)			18	47
VDN_t	(aritmetisk)	1,957734	0,0000	2,41	47
$VOL_{OBX,t}$	(logaritmisk)			1,42	47
VDN_t	(logaritmisk)	2,165293	0,0000	1,43	47

Tabell 7-18: Testobservatorer, volatilitetsmodell 1, 28.09.2004 – 30.07.2008

Testobservatorer, 28.08.2008 – 31.07.2012		DW	Spearman Rank	JB	Antall obs.
$VOL_{OBX,t}$	(aritmetisk)			59	48
VDN_t	(aritmetisk)	1,238254	0,0000	136	48
$VOL_{OBX,t}$	(logaritmisk)			3,12	48
VDN_t	(logaritmisk)	1,262309	0,0000	14	48

Tabell 7-19: Testobservatorer, volatilitetsmodell 2, 28.08.2008 – 31.07.2012

Med $n = 47$ er øvre og nedre grense for testobservatorene DW, på et 5 % signifikansnivå og med $K = 2$, presentert i følgende tabell, sammen med testobservatorene DW:

Volatilitetsmodell 1, $n = 47$, 28.09.2004 – 30.07.2008		DW	d_L	d_U	$4 - d_U$
VDN_t	(aritmetisk)	1,957734	1,48715	1,57386	2,42614
VDN_t	(logaritmisk)	2,165293	1,48715	1,57386	2,42614

Tabell 7-20: Grenseverdier, Durbin-Watson, $n=47$, $\alpha = 5 \%$, $K = 2$

Volatilitetsmodell 1, $n = 48$, 28.08.2008 – 32.07.2012		DW	d_L	d_U	$4 - d_U$
VDN_t	(aritmetisk)	1,238254	1,49275	1,57762	2,42238
VDN_t	(logaritmisk)	1,262309	1,49275	1,57762	2,42238

Tabell 7-21: Grenseverdier, Durbin-Watson, $n=48$, $\alpha = 5 \%$, $K = 2$

Som vi ser av tabellene ovenfor, vil nullhypotesen om ingen autokorrelasjon beholdes for tidsseriene i perioden frem til finanskrisen høsten 2008. Dette da testobservatorene DW ligger i intervallet $d_U < DW < 4 - d_U$. For perioden fra høsten 2008 til høsten 2012 ser vi at testobservatorene DW er lavere enn den nedre grensen. Nullhypotesen skal dermed forkastes. Resultatene tyder dog på at autokorrelasjonen ikke er alt for betydelig. Dette gjør at jeg likevel skal sammenligne om informasjonsinnholdet i VDN endres over tid.

På samme måte som for hele perioden, innehar tidsseriene heteroskedastisitet. Jeg har derfor valgt å benytte metoden som gir robuste standardfeil.

Når det gjelder normalitet, er enkelte av testobservatorene for lave nok til at nullhypotesen om normalitet vil beholdes. Dette da den kritiske verdien for en slik test er lik 5,99 som jeg skrev tidligere i dette kapitlet. De andre JB testobservatorene er derimot for høye, slik at nullhypotesen forkastes. En innsikt disse testobservatorene gir oss, er at de log-transformerte tidsseriene bryter mindre med egenskapene hos en normalfordeling. Til slutt bør det nevnes at ettersom den kritiske verdien for en Jarque-Bera- test ikke avhenger av antall observasjoner, har jeg valgt å undersøke forutsetningen om normalitet nærmere. Jeg vurderer histogrammene over residualene til å være godkjent, da residualene er nokså normalfordelte.

7.4.3 Resultater, regresjonsanalyse

Nedenfor følger en oversikt over resultatene fra en regresjonsanalyse med $VOL_{OBX,t}$ og VDN_t som henholdsvis forklart og forklarende variabel. I den første tabellen er aritmetiske verdier benyttet, mens resultatene ved bruk av logaritmiske verdier følger i tabell 7-23. Ved å se på tabellene kan man lett sammenligne informasjonsinnholdet i VDN_t i de to periodene.

VDN_t som forklarende variabel	28.09.2004 til 30.07.2008	28.08.2008 til 31.07.2012
β_0	0,0426697	-0,0336929
Standardfeil	0,0333108	0,0311994
t-verdi	1,28	-1,08
p	0,207	0,286
β_1	0,7401427	1,133101
Standardfeil	0,1422802	0,1191598
t-verdi	5,20	9,51
p	0,0000	0,0000
R^2	22,96 %	60,86 %
F-testobservator	2,53	0,65
p	0,0912	0,5289
n – antall observasjoner	47	48

Tabell 7-22: Regresjonsresultater, aritmetiske verdier, volatilitetsmodell 1

VDN_t som forklarende variabel	28.09.2004 til 30.07.2008	28.08-2008 til 31.07.2012
β_0	-0,3064659	0,1131002
Standardfeil	0,2287221	0,1333059
t-verdi	-1,34	0,85
p	0,187	0,401
β_1	0,8749238	1,132414
Standardfeil	0,150608	0,1000016
t-verdi	5,81	11,32
p	0,0000	0,0000
R^2	32,51 %	57,65 %
F-testobservator	3,82	1,43
p	0,0293	0,2502
n – antall observasjoner	47	48

Tabell 7-23: Regresjonsresultater, VDN, logaritmiske verdier, volatilitetsmodell 1

Tidligere i dette kapitlet har jeg vist at den generelle volatiliteten i markedet var atskillig høyere perioden fra og med høsten 2008, sammenlignet med perioden frem til høsten 2008.

Fra modellen kan vi se at VDN inneholder informasjon om fremtidig realisert volatilitet både i den første perioden, med lav volatilitet i markedet, og den andre perioden, som var preget av høyere volatilitet. Vi ser dog at signifikansen til regresjonskoeffisientene for VDN øker når volatiliteten i markedet øker. Dette er representert ved den økte t-verdien for disse regresjonskoeffisientene.

Videre ser vi at sannsynligheten for å få resultatene i tabellen ovenfor, gitt at den felles nullhypotesen $H_0: \beta_0 = 0$ og $\beta_1 = 1$, er større i perioden med høy volatilitet. I denne perioden har vi ikke nok bevis til å forkaste nevnte nullhypotese på et 5 % signifikansnivå, ettersom p-verdien er større enn 0,05. På et slikt signifikansnivå kan vi altså ikke slå fast at VDN ikke er et fordomsfritt estimat på fremtidig realisert volatilitet.

Det resultatet som kanskje er mest tydelig er den store endringen i forklaringsgrad R^2 . Denne har økt fra 22,96 % til 60,86 % og 32,51 % til 57,65 % ved bruk av henholdsvis aritmetiske og logaritmiske verdier. Regresjonsanalysene hvor volatilitetsmodell 1 og 2 er benyttet, resulterte i tilsvarende økninger i forklaringsgraden. Tidligere har jeg vist at perioden fra og med høsten 2008 har vært preget av høy volatilitet. Dette kan tyde på at VDN inneholder mer informasjon om fremtidig realisert volatilitet når den generelle volatiliteten i markedet er høy.

7.5 Sammenligning av VIXN og VDN

I tredje del av problemstillingen skrev jeg at jeg skal sammenligne min egen volatilitetsindeks VIXN med VDN. I kalkuleringen av VIXN benyttes, som nevnt tidligere, en langt større mengde opsjoner enn VDN. Jeg ønsker å undersøke om dette fører til at de to volatilitetsindeksene oppfører seg forskjellig over tid.

Jeg skal starte med å presentere litt deskriptiv statistikk for de to tidsseriene, for å se om det er mulig å avdekke noen relevante differanser mellom de to. Videre, om analysene ovenfor har gitt den konklusjon at tidsseriene er signifikant forskjellig fra hverandre, skal jeg undersøke om VIXN inneholder mer informasjon om fremtidig realisert volatilitet, sammenlignet med volatilitetsindeksen i Dagens Næringsliv.

Jeg kommer kun til å benytte tidsserier med overlappende data. Dette da tidsserier uten overlappende data vil ha alt for få observasjoner. Dette gjør at volatilitetsmodell 3, som ser på volatilitet per kalendermåned, ikke vil bli benyttet. Kun resultater ved bruk av volatilitetsmodell 1 blir presentert her, resultater ved bruk av volatilitetsmodell 2 er vedlagt i appendiks 10.5.

7.5.1 Deskriptiv statistikk

Tidsperiode	Startdato	Sluttdato	Antall observasjoner
VDN	03.01.2011	02.08.2012	401
VIXN	03.01.2011	02.08.2012	401

Tabell 7-24: Tidsperiode, VDN og VIXN

Overlappende data, aritmetisk	VDN_t	$VIXN_t$	$VOL_{OBX,t}$
Gj. snittlig 30-dagers volatilitet	0,237436	0,247721	0,235325
Median	0,217432	0,225234	0,214911
Maksimum	0,408980	0,415864	0,435208
Minimum	0,172312	0,166304	0,101981
Standardavvik	0,050231	0,056012	0,084720
Skjevhet	1,016869	1,008820	0,711856
Kurtose	3,159414	2,978188	2,480818
n – antall observasjoner	401	401	401

Tabell 7-25: Deskriptiv statistikk, VDN og VIXN og fremtidig realisert volatilitet, aritmetisk

Overlappende data, logaritmisk	$\ln(VDN_t)$	$\ln(VIXN_t)$	$\ln(VOL_{OBX,t})$
Gj. snittlig 30-dagers volatilitet	-1,458168	-1,418571	-1,508736
Median	-1,525871	-1,490617	-1,537529
Maksimum	-0,894090	-0,877397	-0,831931
Minimum	-1,758447	-1,793941	-2,282971
Standardavvik	0,197415	0,210408	0,350597
Skjevhet	0,714661	0,707084	0,170490
Kurtose	2,486827	2,476702	2,145087
n – antall observasjoner	401	401	401

Tabell 7-26: Deskriptiv statistikk, VDN og VIXN og fremtidig realisert volatilitet, logaritmisk

Fra tabellene ovenfor ser vi at gjennomsnittet er høyere for VIXN enn for VDN, både med aritmetisk og logaritmisk beregning. For VIXN er maksimumsverdiene høyere og minimumsverdiene lavere, sammenlignet med VDN. Dette kan være en av forklaringene for at standardavviket er større for VIXN. Til slutt kan jeg påpeke det faktum at VIXN har lavere skjevhet og kurtose, om så marginalt. Dette indikerer at tidsseriene for VIXN har en fordeling som er mer lik normalfordelingen.

7.5.2 Statistisk signifikante forskjeller?

Den deskriptive statistikken i forrige delkapittel viser altså at det er forskjeller mellom tidsseriene for volatilitetsindeksen VDN og VIXN. Spørsmålet er om disse forskjellene er signifikante, statistisk sett. For å undersøke dette, har jeg gjennomført en såkalt t-differansetest. I tillegg har jeg tilpasset denne, slik at den tar hensyn til det faktum at observasjonene er parvise. Dette er en såkalt paret t-differansetest. Nullhypotesen H_0 er at tidsseriene ikke er statistisk signifikant forskjellig fra hverandre.

t-differansetest	Aritmetisk	Logaritmisk
t-verdi	12,8769	14,3192
p	0,0000	0,0000

Tabell 7-27: t-differansetest mellom VDN og VIXN

Som vi ser av tabellen ovenfor, er forskjellene mellom de to tidsseriene statistisk signifikante. t-verdiene er meget høye, og p-verdiene er således lavere enn 0,00001. Nullhypotesen H_0 om at de to tidsseriene har samme gjennomsnitt skal dermed forkastes. Dette funnet gjør at jeg kan analysere egenskapene hos VIXN, sammenlignet med VDN, videre.

7.5.3 Regresjonsanalyse med VIXN og VDN som forklarende variabler

I dette delkapittelet skal jeg undersøke om VIXN inneholder mer informasjon om fremtidig realisert volatilitet, sammenlignet med VDN. Først skal jeg presentere og kort kommentere testobservatorene i forbindelse med testing av regresjonsmodellenes forutsetninger. Deretter skal jeg presentere og kommentere resultatene fra selve regresjonsanalysene.

Testobservatorer (n=401)		DW	Spearman Rank	JB
$VOL_{OBX,t}$	(aritmetisk)			67
VDN_t	(aritmetisk)	0,103243	0,0000	70
$VIXN_t$	(aritmetisk)	0,092492	0,0000	68
$VOL_{OBX,t}$	(logaritmisk)			14
VDN_t	(logaritmisk)	0,089250	0,0000	39
$VIXN_t$	(logaritmisk)	0,086756	0,0000	38

Tabell 7-28: Testobservatorer, volatilitetsmodell 1, med overlappende data

Fra tabellen ovenfor ser vi at alle testobservatorene for en Durbin-Watson- test for autokorrelasjon er signifikant forskjellig fra 2 (med $n = 400$, $K=2$, $\alpha = 5\%$ er nedre grense $d_L = 1,83089$). Nullhypotesen H_0 om at det ikke eksisterer autokorrelasjon i datasettene skal dermed forkastes. Ut fra p-verdiene gitt ved Spearman Rank kan jeg videre fastslå at det eksisterer heteroskedastisitet i samtlige datasett. Til slutt er jeg nødt til å forkaste nullhypotesen H_0 om normalitet for alle tidsseriene ovenfor, på grunn av de høye testobservatorene gitt ved en Jarque-Bera- test. Nærmere undersøkelse av et histogram av residualene, viser dog at kravet om normalitet godkjennes under tvil.

Når det gjelder heteroskedastisiteten vil jeg på samme måte som tidligere benytte metoden som gir robuste standardfeil ved regresjonsanalyse. I og med at jeg benytter overlappende data, eksisterer det autokorrelasjon i datasettene. Dette er noe jeg må se bort fra, ettersom alternativet er å ekskludere overlappende data. Dette ville ha redusert antall observasjoner til $n = 20$, hvilket sannsynligvis er for lite til å gjennomføre pålitelige regresjonsanalyser. Likevel, i denne delen av analysen er jeg kun ute etter indikasjoner på om VIXN inneholder mer informasjon om fremtidig realisert volatilitet, sammenlignet med VDN. Jeg skal derfor benytte begge volatilitetsmodellene i analysen (resultatene ved bruk av volatilitetsmodell 2 er presentert i appendiks 10.5), med både aritmetiske og

logaritmiske verdier. Det at modellene bryter såpass kraftig med forutsetningene, medfører dog at jeg ikke kan tolke resultatene for bokstavelig.

Volatilitetsmodell 1	VDN_t	$VIXN_t$	$\ln(VDN_t)$	$\ln(VIXN_t)$
β_0	-0,0326929	-0,0135822	0,1069964	-0,0563916
Standardfeil	0,0117651	0,0108942	0,0679423	0,0608531
t-verdi	-2,78	-1,25	1,57	-0,93
p	0,0060	0,2130	0,1160	0,3550
β_1	1,128802	1,00479	1,108057	1,023808
Standardfeil	0,0461223	0,0411232	0,0483297	0,0436987
t-verdi	24,47	24,43	22,93	23,43
p	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
R²	44,76 %	44,13 %	38,93 %	37,75 %
F-testobservator	3,05	7,68	7,60	21,51
p	0,0200	0,0005	0,0006	0,0000
n – antall observasjoner	401	401	401	401

Tabell 7-29: Regresjonsresultater, VDN og VIXN, volatilitetsmodell 1

Som jeg viste i den deskriptive statistikken, samt testingen av forutsetningene, innehar de to tidsseriene for VDN og VIXN mange av de samme egenskapene. Dette gjør at, selv om resultatene regresjonene hver for seg er lite pålitelige, det er mulig å observere visse sammenhenger mellom resultatene for de forskjellige regresjonsanalysene.

Regresjonskoeffisientene for VDN og VIXN er nokså like, både ved bruk av aritmetiske og logaritmiske verdier. Differansen mellom t-verdiene er enda mindre. Samtlige av disse er store, og således er p-verdiene lavere enn 0,00001. Nullhypotesen $H_0: \beta_1 = 0$ skal dermed forkastes. Hadde forutsetningene holdt bedre, kunne jeg dermed ha slått fast at implisitt volatilitet, gitt ved VDN og VIXN, inneholder informasjon om fremtidig realisert volatilitet. Forklaringsgraden R^2 er også veldig lik når en ser på sammenlignbare modeller.

Alt i alt ser det ikke ut til at de to volatilitetsindeksene er spesielt forskjellige. De innehar som sagt samme forklaringskraft, og koeffisientene og deres statistiske signifikans er veldig lik. I og med at VIXN er beregnet ut fra en atskillig større mengde opsjoner, er det litt overraskende at informasjonsinnholdet ikke øker. Disse resultatene skal derfor diskuteres nærmere i neste delkapittel.

7.5.4 Mulige forklaringer på likheten mellom VDN og VIXN

I beregningen av VDN benytter Oslo Børs, som nevnt i kapittel 5.3, 16 implisitte volatiliteter fra totalt 8 forskjellige indeksopsjoner. I beregningen av min egen volatilitetsindeks, VIXN, varierte antall benyttede indeksopsjoner fra 7-8 til over 60. Antall benyttede opsjoner avhenger av aktiviteten i markedet, og investorenes forventninger til fremtidig volatilitet. Om de forventer høy volatilitet, så vil de gjerne kjøpe opsjoner som er langt «inne-i-pengene» eller «ute-av-pengene», hvilket vil øke antall forskjellige indeksopsjoner som benyttes i beregningen av VIXN. Det samme gjelder om markedet generelt sett er mer likvid. Det jeg har forsøkt å undersøke hittil i kapittel 7.5 er om inkluderingen av disse ekstra indeksopsjonene i beregningen av volatilitetsindeksen VIXN tilfører VIXN noen ekstra informasjon angående fremtidig realisert volatilitet. En skulle anta at dette var tilfelle, med tanke på at verdens største opsjonsbørs, CBOE, har endret til denne metoden i kalkuleringen av VIX. Resultatene av mine analyser tyder dog ikke på det.

Når en skal gjennomføre statistiske analyser, er det ofte slik at jo flere observasjoner vi har, desto mer pålitelige og signifikante vil resultatene bli. I mitt tilfelle har jeg 401 observasjoner. I seg selv bør dette være nok, men ettersom tidsseriene består av n-1 overlappende verdier vil datasettene være preget av kraftig autokorrelasjon. Dette kan føre til at resultatene fra regresjonsanalysen blir lite pålitelige. Hvis en ekskluderer overlappende data vil ofte autokorrelasjonen i stor grad elimineres, men dessverre vil dette redusere antall observasjoner drastisk. I mitt tilfelle ville dette ha ført til en regresjonsanalyse basert på 20 observasjoner, og muligens svært lite pålitelige resultater. Det kan derfor tenkes at flere observasjoner (uten bruk av overlappende verdier) kunne ha ført til andre resultater enn hva jeg har kommet frem til.

En annen faktor som må tas hensyn til er likviditet. I kapittel 4 presenterte jeg en figur som viser utviklingen i antall handlede derivat-kontrakter på Oslo Børs. I toppårene 2006-2008 ble det omsatt mellom 1,3 og 1,8 millioner indeksopsjoner årlig. (Oslo Børs, 2012). Til sammenligning ble det omsatt nesten 2,2 millioner indeksopsjoner hos Chicago Board of Options Exchange den 06.10.2008 (CBOE History, 2012). Dette gjør at en kan stille spørsmålstegn ved likviditeten i indeksopsjoner notert på Oslo Børs. Dette kan videre gi utslag i antall indeksopsjoner som skal inkluderes i beregningen av volatilitetsindeksen. Jeg

nevnte ovenfor at jeg på det meste benyttet rett over 60 forskjellige indeksopsjoner i beregningen av VIXN. Dette kan settes i perspektiv ved å nevne at CBOE i "The CBOE Volatility Index – VIX" (2009) gir indikasjoner på at det benyttes over 250 forskjellige indeksopsjoner i beregningen av den originale VIX. Dette bidrar ytterligere til diskusjonen om Oslo Børs er likvid nok til å kunne beregne en pålitelig volatilitetsindeks basert på CBOE sin metode.

Basert på mine resultater, samt diskusjonen ovenfor, er det tvilsomt om det er noe behov for Oslo Børs å endre metodikken de benytter i beregningen av sin volatilitetsindeks. Inntil likviditeten i derivatmarkedet, og spesielt markedet for indeksopsjoner, øker, vil man ikke få fullt utbytte av den teknikken som den originale VIX benytter for å hente ut informasjonen de mange indeksopsjonene inneholder.

8. Konklusjon

I denne masteroppgaven har jeg analysert informasjonsinnholdet i volatilitetsindekser. I tråd med problemstillingen har jeg undersøkt om volatilitetsindeksen som presenteres i Dagens Næringsliv (VDN) inneholder informasjon om fremtidig realisert volatilitet, og sammenlignet dette med tilsvarende informasjonsinnhold i historisk volatilitet. Jeg har videre undersøkt om informasjonsinnholdet i VDN endres når det generelle volatilitetsnivået i varierer over tid. Til slutt har jeg kalkulert min egen volatilitetsindeks, VIXN. Denne er kalkulert ved bruk av samme metode som benyttes av CBOE, verdens største opsjonsbørs, i kalkuleringen av VIX. Sammenlignet med for VDN benyttes det i kalkuleringen av VIXN mer informasjon, hvilket er representert i form av flere benyttede opsjoner. Jeg har undersøkt om denne ekstra informasjonen fører til høyere informasjonsinnhold i VIXN, sammenlignet med VDN.

I første del av problemstillingen skrev jeg at ønsket å undersøke informasjonsinnholdet i volatilitetsindeksen VDN. Den deskriptive statistikken viste at tidsseriene for VDN har oppført seg ganske likt tidsseriene for fremtidig realisert volatilitet. Det ser ut til at den implisitte volatiliteten, gitt ved VDN, kan sees på som en utjevnet forventning til fremtidig realisert volatilitet. Dette da volatilitetens standardavvik er lavere, minimumsverdiene høyere og maksimumsverdiene lavere, sammenlignet med den realiserede volatiliteten. Ved bruk av enkle, lineære regresjonsmodeller fant jeg at VDN sine regresjonskoeffisienter var høyere enn de for historisk volatilitet. De var i tillegg mer signifikante, statistisk sett, relatert til en nullhypotese $H_0: \beta_1 = 0$. Jeg benyttet videre en multipel regresjonsmodell, med både VDN og historisk volatilitet som forklarende variabler. Resultatene av denne viste at VDN fortsatt er signifikant forskjellig fra 0, mens det ikke er mulig å skille regresjonskoeffisienten for historisk volatilitet fra 0. Når det gjelder regresjonsmodellenes forklaringsgrad R^2 , var denne høyere for VDN som forklarende variabel enn for historisk volatilitet. Utvidelsen til den multiple regresjonsmodellen førte ikke til noen markant endring i R^2 .

Disse resultatene tyder på at VDN inneholder informasjon om fremtidig realisert volatilitet, og at dette informasjonsinnholdet er større for VDN enn for historisk volatilitet. En slik konklusjon må sies å være plausibel. I og med at VDN kan sees på som investorenes syn på den fremtidige volatiliteten, er det naturlig å forvente et høyere informasjonsinnhold i volatilitetsindeksen enn for historisk volatilitet.

I problemstillingen formulerte jeg videre et mål om å analysere informasjonsinnholdet i VDN i perioder med forskjellig volatilitetsnivå. Mine innledende analyser viste at sammenhengen mellom VDN og OBX Total Return Index endret seg i forbindelse med krakket i finansmarkedene høsten 2008. Frem til dette beveget var korrelasjonen mellom de to indeksene positiv, og relativt høy. Etter krakket, derimot, har korrelasjonen vært betydelig negativ. Dette gjorde at jeg valgte å sammenligne informasjonsinnholdet i VDN før og etter dette. Analysen viser at perioden etter høsten 2008 har vært betydelig mer volatil enn de fire årene før finanskrisen. Bruk av enkle, lineære regresjonsmodeller med VDN som forklarende variabel viste tegn på at informasjonsinnholdet i VDN er høyere i urolige tider. Regresjonskoeffisientene har vært mer signifikante etter 2008, og forklaringsgraden er betydelig høyere for denne perioden.

Til slutt kalkulerte jeg min egen volatilitetsindeks, VIXN. Denne benytter mer informasjon i kalkuleringen enn VDN. Jeg ville dermed undersøke om dette førte til økt informasjonsinnhold i VIXN, sammenlignet med VDN. Mine analyser tyder dog ikke på det. Regresjonskoeffisientene er omtrent like signifikante, og forklaringsgraden er meget lik. I og med at CBOE har valgt å endre kalkuleringsmetoden for deres VIX, bør en kunne anta at informasjonsinnholdet i volatilitetsindeksen øker av å inkludere ekstra informasjon i kalkuleringen. Jeg diskuterte derfor mulige forklaringer på mitt resultat. Først og fremst pekte jeg på det faktum at flere observasjoner ville ha gjort det mulig å bruke datasett uten overlappende data. Dette kan føre til endrede, og mer pålitelige, resultater. Videre forklarte jeg at likviditeten og handelen i det norske derivatmarkedet er relativt begrenset. Metoden som jeg benyttet i kalkuleringen av VIXN er utledet for å benyttes i svært likvide markeder, slik som derivatmarkedet hos CBOE. Således er det mulig at det norske derivatmarkedet, og da spesielt handelen i indeksopsjoner, er for lite til at en pålitelig volatilitetsindeks for OBX Total Return Index kan beregnes med metoden benyttet i VIXN.

8.1 Forslag til videre arbeid

I løpet av denne oppgaven har jeg undersøkt informasjonsinnholdet i volatilitetsindeksen VDN i relasjon til fremtidig realisert volatilitet. Volatilitetsindekser slik som VDN kan derimot benyttes av aktører i finansverdenen også på andre måter. I kapittel 2 forklarte jeg hvordan en investor kan bidra til å øke avkastningen, samt redusere risikoen, ved å inkludere volatilitet i allokeringen. Det kunne dermed vært interessant å utarbeide en investeringsstrategi, hvor volatilitet er aktivt benyttet i allokeringen. Videre, jeg har kun fokusert på selve prediksjonen av fremtidig realisert volatilitet, ikke hva slik kunnskap eventuelt kan benyttes til.

I kapittel 3 nevnte jeg at det eksisterer et asymmetrisk forhold mellom VIX og S&P 500. En mulig problemstilling kan være å undersøke om denne asymmetrien eksisterer mellom VDN og OBX Total Return Index.

Til slutt, i kapittel 3 forklarte jeg hva ARCH- modeller er, og hvordan de kan benyttes i prediksjon av fremtidig realisert volatilitet. Det kan kanskje være interessant å utvikle en slik modell også for det norske markedet, og sammenligne informasjonsinnholdet i denne med eksempelvis VDN.

9. Kilder

Aboura, S., Villa, C. (1999): *International Market Volatility Indexes: A Study on VX1, VDAX and VIX*. Hentet 14. Oktober 2012 fra Social Science Research Network:

http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=394420

Acock, A. (2010): *A Gentle Introduction to Stata*, 3rd Edition. Stata Press.

Ang, A. (2012): *Factors*, fra Ang sin upubliserte bok *Asset Management*. Hentet 07. Oktober 2012 fra Ang sine hjemmesider hos Columbia University:

<http://www2.gsb.columbia.edu/faculty/aang/book/Factors%2007-17-2012.pdf>

Arnold, T., Earl Jr., J.H. (2007): *Calculating the VIX in Excel*. Hentet 14. Oktober 2012 fra Social Science Research Network:

http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1103971

Blair, B. J., Poon, S., Taylor, S. (2000): *Forecasting S&P 100 Volatility: The Incremental Information Content of Implied Volatilities and High Frequency Index Returns*. Hentet 14. Oktober 2012 fra:

<http://www.smartquant.com/references/Volatility/vol3.pdf>

Bodie, Z., Kane, A., Marcus, A. (2011): *Investments*, 9th Edition. McGraw Hill.

Bruland, K. A., Dalehaug, N. (2008): *Realøkonomi og aksjemarked i Norge*. Masteroppgave, hentet fra:

http://brage.bibsys.no/nhh/handle/URN:NBN:no-bibsys_brage_23277

CBOE.com (2009): *The CBOE Volatility Index – VIX*. Hentet 27. September 2012 fra:

<http://www.cboe.com/micro/vix/vixwhite.pdf>

CBOE.com (2009): *Using VIX in a Diversified Portfolio*. Hentet 27. September 2012 fra CBOE sine hjemmesider:

http://www.cboe.com/publish/ResearchNotes/research_notesV2.pdf

CBOE.com (2012): *CBOE Awards*. Hentet 27. September 2012 fra CBOE sine hjemmesider:

<http://www.cboe.com/AboutCBOE/awards.aspx>

CBOE.com (2012): *CBOE History*. Hentet 27. September 2012 fra CBOE sine hjemmesider:

<http://www.cboe.com/AboutCBOE/History.aspx>

CBOE.com (2012): *CBOE Market Statistics 2011*. Hentet 27. September 2012 fra CBOE sine hjemmesider:

<http://www.cboe.com/data/marketstats-2011.pdf>

CBOE.com (2012): *VIX FAQ*. Hentet 14. oktober 2012 fra CBOE sine hjemmesider:

<http://www.cboe.com/micro/vix/faq.aspx>

Chadwick, S. (2006): *Can the VIX Signal Market Direction?* Hentet 14. Oktober 2012 fra CBOE/Credit Suisse:

<http://www.cboe.com/micro/vix/pdf/vix.pdf>

Christensen, B.J., Prabhala, N.R. (1998): *The Relation Between Implied and Realized Volatility*. Hentet 23. Oktober 2012 fra:

<http://nrprabhala.com/files/jfe1998.pdf>

Corrado, C. J., Miller Jr, T.W. (2003): *The Forecast Quality of CBOE Implied Volatility Indexes*. Hentet 14. Oktober fra Social Science Research Network:

http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=436300

Dhanaiah, G., Reddy, D. R., Prasad, T. N. L. (2012): *India VIX: Examining the Negative and Asymmetric Volatility Index – Market Return Relationship*. Hentet 14. Oktober 2012 fra Social Science Research Network:

http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2078164

Giot, P. (2003): *On the Relationship Between Implied Volatility Indices and Stock Index Returns*. Hentet 14. Oktober 2012 fra Institutional Investor Journals: The Journal of Portfolio Management (krever bruker):

<http://www.ijournals.com/doi/abs/10.3905/jpm.2005.500363>

Glasserman, P., Wu, Q. (2010): *Forward and Future Implied Volatility*. Hentet 14. Oktober 2012 fra Social Science Research Network:

http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1636123

Investopedia.com: *Definition of Autoregressive*. Hentet 09. November 2012 fra:

<http://www.investopedia.com/terms/a/autoregressive.asp#axzz2FPuCMU59>

Koopman, S. J., Jungbacker, B., Hol, E. (2004): *Forecasting Daily Variability of the S&P 100 Stock Index using Historical, Realised and Implied Volatility Measurements*. Hentet 14. Oktober 2012 fra Social Science Research Network:

http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=499744

Kotsè, A., Joseph, A., Naido, N., Boardman, J., de Wet, M. (2009): *Volatility Skew FAQs*. 02. November 2012 fra:

<http://www.quantonline.co.za/documents/Safex%20Volatility%20Skew%20FAQs.pdf>

Morau, F., Navatte, P., Villa, C. (1999): *The Predictive Power of the French Market Volatility Index: A Multi Horizons Study*. Hentet 14. Oktober 2012 fra:

<http://pricing.free.fr/docs/vixforecastpower.pdf>

Oslo Børs: Kontraktsomsetning per produktgruppe, 1990-2011. Hentet 14. Oktober 2012 fra Oslo Børs sine statistiksider:

[http://www.oslobors.no/Oslo-Boers/Statistikk/AArsstatistikk/\(index\)/2](http://www.oslobors.no/Oslo-Boers/Statistikk/AArsstatistikk/(index)/2)

Oslo Børs: Omsetningshastighet. Hentet 14. oktober 2012, fra Oslo Børs sine hjemmesider:

<http://www.oslobors.no/Oslo-Boers/Statistikk/AArsstatistikk>

Oslo Børs (2012): *Derivater – alt du trenger å vite om opsjoner, forwards & futures*. Hentet 14. oktober 2012 Oslo Børs sine hjemmesider:

[http://www.oslobors.no/Oslo-Boers/Produkter-og-tjenester/Publikasjoner/Derivater-opsjoner-forwards-og-futures/\(tab\)/1](http://www.oslobors.no/Oslo-Boers/Produkter-og-tjenester/Publikasjoner/Derivater-opsjoner-forwards-og-futures/(tab)/1)

Poon, S., Granger, C. W. J. (2003): *Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review*. Hentet 03. Oktober 2012 fra Social Science Research Network:

http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=331800

Poon, S. (2005): *A Practical Guide to Forecasting Financial Market Volatility*. John Wiley & Sons: Wiley Finance.

Rakkestad, K. J. (2002): *Estimering av indikatorer for volatilitet*. Hentet 14. oktober 2012 fra Norges Bank:

<http://www.norges-bank.no/Upload/import/publikasjoner/arbeidsnotater/pdf/arb-2002-03.pdf>

Siriopoulos, C., Fassas, A. (2009): *Implied Volatility Indices – A Review*. Hentet 14. Oktober 2012 fra Social Science Research Network:

http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1421202

Store Norske Leksikon: *Interpolasjon og ekstrapolasjon*. Definisjoner, hentet 06. November 2012 fra:

<http://snl.no/interpolasjon/matematikk>

<http://snl.no/ekstrapolasjon>

VIX FAQ. Hentet 14. oktober 2012 fra CBOE sine hjemmesider:

<http://www.cboe.com/micro/vix/faq.aspx>

Whaley, R. E., (1993): *Derivatives on Market Volatility: Hedging Tools Long Overdue*. Hentet 14. Oktober 2012 fra The Journal of Derivatives (krever passord):

<http://www.ijournals.com/doi/abs/10.3905/jod.1993.407868>

Whaley, R. E., (2008): *Understanding VIX*. Hentet 14. Oktober 2012 fra Social Science Research Network:

http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1296743

Wien, J. (2010): *The VIX Reality Check*. Hentet 14. Oktober 2012 fra CBOE:

<http://www.cboe.com/micro/VIX/TheVixRealityCheckMay10.pdf>

Williams, R. (2012): *Heteroskedasticity*. Hentet 26. November 2012 fra:

<http://www.nd.edu/~rwilliam/stats2/l25.pdf>

Wooldridge, J. M. (2002): *Introductory Econometrics: A Modern Approach*, 2nd Edition. South-Western College Publications.

Yang, M. J., Liu, M. (2012): *The Forecasting Power of the Volatility Index in Emerging Markets: Evidence from the Taiwan Stock Market*. Hentet 14. Oktober 2012 fra International Journal of Economics and Finance:

<http://www.ccsenet.org/journal/index.php/ijef/article/view/14248/9844>

10. Appendiks

10.1 Matematiske formuleringer, volatilitetsmodell 2 og 3

Regresjonsmodell, volatilitetsmodell 2:

$$VOL_{OBXHL,t} = \beta_0 + \beta_1 VDN_t + \varepsilon_t$$

$$VOL_{OBXHL,t} = \beta_0 + \beta_1 VOL_{OBXHL,t-1} + \varepsilon_t$$

$$VOL_{OBXHL,t} = \beta_0 + \beta_1 VDN_t + \beta_2 VOL_{OBXHL,t-1} + \varepsilon_t$$

Regresjonsmodell, volatilitetsmodell 3:

$$VOL_{OBXM,M} = \beta_0 + \beta_1 VDN_{M-1} + \varepsilon_t$$

$$VOL_{OBXM,M} = \beta_0 + \beta_1 VOL_{OBXM,M-1} + \varepsilon_t$$

$$VOL_{OBXM,M} = \beta_0 + \beta_1 VDN_{M-1} + \beta_2 VOL_{OBXM,M-1} + \varepsilon_t$$

hvor

VDN_t	nivå på volatilitetsindeksen i DN (VDN) på dag t; et mål på markedets forventning til fremtidig volatilitet på OBX de neste 21 handelsdager
$VOL_{OBXHL,t}$	fremtidig realisert volatilitet de neste 21 handelsdager på OBX, regnet fra dag t, volatilitetsmodell 2
$VOL_{OBXHL,t-1}$	historisk volatilitet, OBX, de 21 foregående handelsdagene før dag t, volatilitetsmodell 2
$VOL_{OBXM,M}$	fremtidig realisert volatilitet på OBX i kalendermåned M
VDN_{M-1}	nivå på volatilitetsindeksen VDN, siste handelsdag i måned M – 1; et mål på markedets forventning til fremtidig volatilitet på OBX den neste kalendermåned

$VOL_{OBXM,M-1}$	historisk volatilitet, lik realisert volatilitet i kalendermåned $M - 1$
β_0	regresjonsmodellenes konstantledd
β_i	forklaringsvariablenes koeffisienter, hvor $i = 1,2$
ε_t	feilledd/residual

10.2 Koder benyttet i Stata 12

Deskriptiv statistikk:

```
. summarize, detail
```

Regresjon, minste kvadraters metode:

```
. reg «forklart_variabel» «forklarende_variabel»
```

Regresjon, minste kvadraters metode, robuste standardfeil:

```
. reg «forklart_variabel» «forklarende_variabel», robust
```

Spearman Rank- test (heteroskedastisitet):

```
. spearman «forklart_variabel» «forklarende_variabel»
```

Durbin-Watson- test (autokorrelasjon) (benyttes etter at regresjon er gjennomført):

```
. estat dwatson
```

- Denne krever at man først definerer en variabel som tidsserie. Dette har jeg løst ved at jeg har inkludert en kolonne med tallene 1 til n (antall observasjoner), og navngitt denne «Tid». Jeg har deretter brukt følgende kode:

```
. tsset Tid
```

10.3 Resultater, volatilitetsmodell 2 og 3, 2004-2012

10.3.1 Deskriptiv statistikk

Med overlappende data (aritmetisk)	$VOL_{OBXHL,t}$	VDN_t
Gjennomsnittlig 30-dagers volatilitet	0,358965	0,265912
Median	0,299576	0,237769
Maksimum	1,539156	0,869881
Minimum	0,143980	0,136553
Standardavvik	0,207198	0,102320
Skjevhet	2,575493	2,411156
Kurtose	11,58151	10,42594
n – antall observasjoner	1977	1977

Tabell 10-1: Deskriptiv statistikk, aritmetisk, med overlappende data

Uten overlappende data (aritmetisk)	$VOL_{OBXHL,t}$	VDN_t
Gjennomsnittlig 30-dagers volatilitet	0,357442	0,263016
Median	0,294977	0,235636
Maksimum	1,539156	0,862857
Minimum	0,161797	0,140326
Standardavvik	0,211439	0,107083
Skjevhet	2,788291	2,785423
Kurtose	13,75427	14,24864
n – antall observasjoner	95	95

Tabell 10-2: Deskriptiv statistikk, aritmetisk, uten overlappende data

Gjennomsnittlig 30-dagers volatilitet	-1,139741	-1,381046
Median	-1,205389	-1,436454
Maksimum	0,431234	-0,139310
Minimum	-1,938084	-1,991042
Standardavvik	0,450519	0,319885
Skjevhet	0,835970	0,876725
Kurtose	3,704799	4,218679
n – antall observasjoner	1977	1977

Tabell 10-3: Deskriptiv statistikk, logaritmisk, med overlappende data

Uten overlappende data (logaritmisk)	$\ln(VOL_{OBXHL,t})$	$\ln(VDN_t)$
Gjennomsnittlig 30-dagers volatilitet	-1,145665	-1,394407
Median	-1,220857	-1,445467
Maksimum	0,431234	-0,147506
Minimum	-1,821412	-1,963790
Standardavvik	0,454266	0,325041
Skjevhet	0,880574	1,007953
Kurtose	3,780282	4,853292
n – antall observasjoner	95	95

Tabell 10-4: Deskriptiv statistikk, logaritmisk, uten overlappende data

Volatilitet per kalendermåned (aritmisk)	$VOL_{OBXM,M}$	VDN_{M-1}
Gjennomsnittlig volatilitet per måned	0,311893	0,260012
Median	0,246504	0,231613
Maksimum	1,174780	0,619806
Minimum	0,127432	0,137713
Standardavvik	0,183701	0,092551
Skjevhet	2,345731	1,742038
Kurtose	9,613377	6,717500
n – antall observasjoner	95	95

Tabell 10-5: Deskriptiv statistikk, aritmisk, per kalendermåned

Volatilitet per kalendermåned (logaritmisk)	$\ln(VOL_{OBXM,M})$	$\ln(VDN_{M-1})$
Gjennomsnittlig volatilitet per måned	-1,285371	-1,398493
Median	-1,400378	-1,462690
Maksimum	0,161158	-0,478349
Minimum	-2,060171	-1,982587
Standardavvik	0,461510	0,310897
Skjevhet	0,886210	0,702829
Kurtose	3,542099	3,554997
n – antall observasjoner	95	95

Tabell 10-6: Deskriptiv statistikk, logaritmisk, per kalendermåned

10.3.2 Testobservatorer

Volatilitetsmodell 2, med overlappende data (n = 1977)		DW	Spearman Rank	JB
$VOL_{OBXHL,t}$	(aritmetisk)			8252
$VOL_{OBXHL,t-1}$	(aritmetisk)	0,0196295	0,0000	8146
VDN_t	(aritmetisk)	0,0514801	0,0000	6277
$VOL_{OBXHL,t}$	(logaritmisk)			271
$VOL_{OBXHL,t-1}$	(logaritmisk)	0,0264419	0,0000	254
VDN_t	(logaritmisk)	0,0497816	0,0000	376

Tabell 10-7: Testobservatorer, volatilitetsmodell 2, med overlappende data

Volatilitetsmodell 2, uten overlappende data (n = 95)		DW	Spearman Rank	JB
$VOL_{OBXHL,t}$	(aritmetisk)			581
$VOL_{OBXHL,t-1}$	(aritmetisk)	1,883407	0,0000	572
VDN_t	(aritmetisk)	1,616215	0,0000	624
$VOL_{OBXHL,t}$	(logaritmisk)			14,69
$VOL_{OBXHL,t-1}$	(logaritmisk)	2,101594	0,0000	11,67
VDN_t	(logaritmisk)	1,721761	0,0000	29,68

Tabell 10-8: Testobservatorer, volatilitetsmodell 2, uten overlappende data

Volatilitetsmodell 3 (n = 95)		DW	Spearman Rank	JB
$VOL_{OBXM,M}$	(aritmetisk)			260
$VOL_{OBXM,M-1}$	(aritmetisk)	1,939481	0,0000	254
VDN_{M-1}	(aritmetisk)	1,507703	0,0000	103
$VOL_{OBXM,M}$	(logaritmisk)			13,60
$VOL_{OBXM,M-1}$	(logaritmisk)	2,149863	0,0000	11,60
VDN_{M-1}	(logaritmisk)	1,748212	0,0000	9,04

Tabell 10-9: Testobservatorer, volatilitetsmodell 3

10.3.3 Resultater, regresjonsanalyse

Volatilitetsmodell 2	$VOL_{OBXHL,t-1}$	VDN_t	Begge
β_0	(**)-0,271596	(**)-0,392018	0,236369
Standardfeil	0,075641	0,111347	0,136171
t-verdi	-3,59	3,52	1,74
p	0,001	0,001	0,086
β_1		(**)-1,102750	(**)-0,809185
Standardfeil		0,074197	0,223130
t-verdi		14,86	3,63
p		0,0000	0,0000
β_2	(**)-0,760885		0,220851
Standardfeil	0,058056		0,175574
t-verdi	13,11		1,26
P	0,0000		0,212
R^2	58,60 %	61,85 %	62,01 %
F-testobservator	8,60	37,34	25,10
p	0,0004	0,0000	0,0000
n – antall observasjoner	95	95	95

Tabell 10-10: Regresjonsresultater, volatilitetsmodell 2

Volatilitetsmodell 3	$VOL_{OBXM,M-1}$	VDN_{M-1}	Begge
β_0	(**)-0,406426	0,204223	0,064557
Standardfeil	0,094932	0,142652	0,159212
t-verdi	-4,28	1,43	0,41
p	0,0000	0,156	0,686
β_1		(**)-1,065142	(**)-0,756889
Standardfeil		0,099748	0,200760
t-verdi		10,65	3,77
p		0,0000	0,0000
β_2	(**)-0,681146		0,225841
Standardfeil	0,069509		0,131525
t-verdi	9,80		1,72
P	0,0000		0,089
R^2	47,77 %	50,96 %	51,39 %
F-testobservator	10,52	6,09	5,41
p	0,0000	0,0033	0,0020
n – antall observasjoner	95	95	95

Tabell 10-11: Regresjonsresultater, volatilitetsmodell 3

10.4 Resultater, volatilitetsmodell 2 og 3, 2004-2008 og 2008-2012

10.4.1 Deskriptiv statistikk

28.09.2004 – 30.07.2008	$VOL_{OBXHL,t}$	VDN_t	$\ln(VOL_{OBXHL,t})$	$\ln(VDN_t)$
Gj.snittlig 30-dagers volatilitet	0,2895524	0,2246772	-1,305390	-1,522979
Median	0,2606705	0,2159979	-1,344980	-1,532487
Maksimum	0,6849963	0,367867	-0,378342	-1,000026
Minimum	0,1617972	0,1403255	-1,821412	-1,963790
Standardavvik	0,1133865	0,0559488	0,358902	0,247016
Skjevhet	1,268025	0,4963986	0,445575	0,063847
Kurtose	4,713126	2,509053	2,500470	2,153784
n – antall observasjoner	47	47	47	47

Tabell 10-12: Deskriptiv statistikk, 28.09.2004 til 30.07.2008, volatilitetsmodell 2

28.08.2008 – 31.07.2012	$VOL_{OBXHL,t}$	VDN_t	$\ln(VOL_{OBXHL,t})$	$\ln(VDN_t)$
Gj.snittlig 30-dagers	0,423918	0,3005569	-0,989268	-1,268513
Median	0,350935	0,2630569	-1,047340	-1,335393
Maksimum	1,539156	0,8628571	0,431234	0,147506
Minimum	0,191223	0,1839457	-1,654314	-1,693066
Standardavvik	0,260207	0,1302325	0,485955	0,3447719
Skjevhet	2,278282	2,362944	0,828235	1,138246
Kurtose	9,221931	9,751675	3,250758	4,264775
n – antall observasjoner	48	48	48	48

Tabell 10-13: Deskriptiv statistikk, 28.08.2008 til 31.07.2012, volatilitetsmodell 2

Oktober 2004-august 2008	$VOL_{OBXM,M}$	VDN_{M-1}	$\ln(VOL_{OBXM,M})$	$\ln(VDN_{M-1})$
Gj.snittlig 30-dagers volatilitet	0,252479	0,225347	-1,443585	-1,519371
Median	0,226310	0,220983	-1,485849	-1,509670
Maksimum	0,578267	0,377770	-0,547720	-0,973470
Minimum	0,127432	0,137713	-2,060171	1,982587
Standardavvik	0,101960	0,055411	0,358739	0,244897
Skjevhet	1,464151	0,517506	0,580676	0,000656
Kurtose	5,009963	2,869647	2,919842	2,331800
n – antall observasjoner	47	47	47	47

Tabell 10-14: Deskriptiv statistikk, oktober 2004 til august 2008, volatilitetsmodell 3

September2008-august2012	$VOL_{OBXM,M}$	VDN_{M-1}	$\ln(VOL_{OBXM,M})$	$\ln(VDN_{M-1})$
Gj.snittlig 30-dagers volatilitet	0,370070	0,293954	-1,130453	-1,280133
Median	0,295460	0,267484	-1,219599	-1,318789
Maksimum	1,174870	0,619806	0,161158	-0,478349
Minimum	0,153351	0,179051	-1,875024	-1,720084
Standardavvik	0,224346	0,108385	0,500484	0,325110
Skjevhet	1,831607	1,412815	0,732732	0,759823
Kurtose	6,240568	4,542658	2,857802	2,835746
n – antall observasjoner	48	48	48	48

Tabell 10-15: Deskriptiv statistikk, september 2008 til august 2012, volatilitetsmodell 3

10.4.2 Testobservatorer

Testobservatorer, 28.09.2004 – 30.07.2008	DW	Spearman Rank	JB
$VOL_{OBXHL,t}$ (aritmetisk)			18
VDN_t (aritmetisk)	2,093228	0,0000	2,40
$VOL_{OBXHL,t}$ (logaritmisk)			2,04
VDN_t (logaritmisk)	2,171185	0,0000	1,43

Tabell 10-16: Testobservatorer, volatilitetsmodell 2, 28.09.2004 til 30.07.2008

Testobservatorer, 28.08.2008 – 31.07.2012	DW	Spearman Rank	JB
$VOL_{OBXHL,t}$ (aritmetisk)			119
VDN_t (aritmetisk)	1,316071	0,0000	136
$VOL_{OBXHL,t}$ (logaritmisk)			5,61
VDN_t (logaritmisk)	1,195529	0,0000	14

Tabell 10-17: Testobservatorer, volatilitetsmodell 2, 28.08.2004 til 31.07.2012

Testobservatorer, oktober 2004 til august 2008	DW	Spearman Rank	JB
$VOL_{OBXM,M}$ (aritmetisk)			25
VDN_{M-1} (aritmetisk)	1,947837	0,0000	2,13
$VOL_{OBXM,M}$ (logaritmisk)			2,65
VDN_{M-1} (logaritmisk)	2,056226	0,0000	0,87

Tabell 10-18: Testobservatorer, volatilitetsmodell 3, oktober 2004 til august 2008

Testobservatorer, september 2008 til august 2012		DW	Spearman Rank	JB
$VOL_{OBXM,M}$	(aritmetisk)			48
VDN_{M-1}	(aritmetisk)	0,912556	0,0000	21
$VOL_{OBXM,M}$	(logaritmisk)			4,33
VDN_{M-1}	(logaritmisk)	1,215034	0,0000	4,67

Tabell 10-19: Testobservatorer, volatilitetsmodell 3, september 2008 til august 2012

10.4.3 Resultater, regresjonsanalyse

VDN_t som forklarende variabel, volatilitetsmodell 2, aritmetisk	28.09.2004 til 30.07.2008	28.08-2008 til 31.07.2012
β_0	0,005968	0,019178
Standardfeil	0,034050	0,047793
t-verdi	0,18	0,40
p	0,862	0,6900
β_1	1,262187	1,474248
Standardfeil	0,158926	0,194164
t-verdi	7,94	7,59
p	0,0000	0,0000
R^2	38,79 %	54,44 %
F-testobservator	12,30	11,72
p	0,0001	0,0001
n – antall observasjoner	47	48

Tabell 10-20: Regresjonsresultater, aritmetiske verdier, volatilitetsmodell 2

VDN_t som forklarende variabel, volatilitetsmodell 2, logaritmisk	28.09.2004 til 30.07.2008	28.08-2008 til 31.07.2012
β_0	0,262979	0,407352
Standardfeil	0,179062	0,137724
t-verdi	1,47	2,96
p	0,1490	0,0050
β_1	1,029804	1,10099
Standardfeil	0,113551	0,100475
t-verdi	9,07	10,96
p	0,0000	0,0000
R^2	50,23 %	61,02 %
F-testobservator	16,98	20,06
p	0,0000	0,0000
n – antall observasjoner	47	48

Tabell 10-21: Regresjonsresultater, logaritmiske verdier, volatilitetsmodell 2

VDN_{M-1} som forklarende variabel, volatilitetsmodell 3, aritmetisk	Oktober 2004 til august 2008	September 2008 til august 2012
β_0	0,077284	-0,110163
Standardfeil	0,043046	0,061601
t-verdi	1,80	-1,80
p	0,0790	0,0790
β_1	0,777443	1,633699
Standardfeil	0,182456	0,2204268
t-verdi	4,26	7,41
p	0,0000	0,0000
R^2	17,85 %	62,30 %
F-testobservator	2,78	8,69
p	0,0729	0,0006
n – antall observasjoner	47	48

Tabell 10-22: Regresjonsresultater, aritmetiske verdier, volatilitetsmodell 3

VDN_{M-1} som forklarende variabel, volatilitetsmodell 3, logaritmisk	Oktober 2004 til august 2008	September 2008 til august 2012
β_0	-0,271703	0,356608
Standardfeil	0,235604	0,156246
t-verdi	-1,15	2,28
p	0,2550	0,0270
β_1	0,771294	1,161645
Standardfeil	0,155964	1,122264
t-verdi	4,95	9,50
p	0,0000	0,0000
R^2	27,72 %	56,94 %
F-testobservator	2,22	6,57
p	0,1203	0,0031
n – antall observasjoner	47	48

Tabell 10-23: Regresjonsresultater, logaritmiske verdier, volatilitetsmodell 3

10.5 Resultater, sammenligning VIXN og VDN, volatilitetsmodell 2

10.5.1 Deskriptiv statistikk

Overlappende data, aritmetisk	VDN_t	$VIXN_t$	$VOL_{OBXHL,t}$
Gj. snittlig 30-dagers volatilitet	0,237436	0,247721	0,323039
Median	0,217432	0,225234	0,275549
Maksimum	0,408980	0,415864	0,696667
Minimum	0,172312	0,166304	0,182366
Standardavvik	0,050231	0,056012	0,120896
Skjevhet	1,016869	1,008820	1,141844
Kurtose	3,159414	2,978188	3,415912
n – antall observasjoner	401	401	401

Tabell 10-24: Deskriptiv statistikk, VDN og VIXN, samt fremtidig realisert volatilitet, aritmetisk

Overlappende data, logaritmisk	VDN_t	$VIXN_t$	$VOL_{OBXHL,t}$
Gj. snittlig 30-dagers volatilitet	-1,458168	-1,418571	-1,190582
Median	-1,525871	-1,490617	-1,288989
Maksimum	-0,894090	-0,877397	-0,361447
Minimum	-1,758447	-1,793941	-1,701741
Standardavvik	0,197415	0,210408	0,337493
Skjevhet	0,714661	0,707084	0,669998
Kurtose	2,486827	2,476702	2,328245
n – antall observasjoner	401	401	401

Tabell 10-25: Deskriptiv statistikk, VDN og VIXN, samt fremtidig realisert volatilitet, logaritmisk

10.5.2 Testobservatorer

Testobservatorer (n=401)		DW	Spearman Rank	JB
$VOL_{OBX,t}$	(aritmetisk)			67
VDN_t	(aritmetisk)	0,103243	0,0000	70
$VIXN_t$	(aritmetisk)	0,092492	0,0000	68
$VOL_{OBX,t}$	(logaritmisk)			14
VDN_t	(logaritmisk)	0,089250	0,0000	39
$VIXN_t$	(logaritmisk)	0,086756	0,0000	38

Tabell 10-26: Testobservatorer, volatilitetsmodell 2, med overlappende data

10.5.3 Resultater, regresjonsanalyse

Volatilitetsmodell 2	VDN_t	$VIXN_t$	$\ln(VDN_t)$	$\ln(VIXN_t)$
β_0	-0,0319189	-0,0093161	0,4128182	0,2723771
Standardfeil	0,0182778	0,0161945	0,067937	0,0589305
t-verdi	-1,75	-0,58	6,08	4,62
p	0,0820	0,5650	0,0000	0,0000
β_1	1,494964	1,341652	1,099599	1,031291
Standardfeil	0,0722719	0,0600268	0,047640	0,0424218
t-verdi	20,69	22,35	23,08	24,31
p	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
R^2	38,55 %	38,64 %	41,37 %	41,34 %
F-testobservator	201,95	157,53	236,53	165,31
p	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
n	–	antall	401	401

Tabell 10-27: Regresjonsresultater, VDN og VIXN, volatilitetsmodell 2