



En empirisk test av standardmodellen og en rekursiv prisingsmodell, ved bruk av «Generalized Method of Moments»

Amund Myhre og Øyvind Alrek Myhre

Veileder: Jørgen Haug

Masteroppgave, Master i økonomi og administrasjon,
Økonomisk analyse (ECO)

NORGES HANDELSHØYSKOLE

Dette selvstendige arbeidet er gjennomført som ledd i masterstudiet i økonomi- og administrasjon ved Norges Handelshøyskole og godkjent som sådan. Godkjenningen innebærer ikke at Høyskolen eller sensorer innestår for de metoder som er anvendt, resultater som er fremkommet eller konklusjoner som er trukket i arbeidet.

Sammendrag

Formålet med oppgaven er å teste og å sammenligne to konsumbaserte prisingsmodeller for finansielle aktiva. De to modellene som testes er «standardmodellen», som er basert på «tids-separable von Neuman-Morgenstern-preferanser», og en «rekursiv prisingsmodell», som er basert på «rekursive nytte-preferanser».

I de to prisingsmodellene inngår parametere som bestemmer preferanser for relativ risikoaversjon, utålmodighet og intertemporal substitusjonselastisitet. Å teste prisingsmodellene innebærer, i denne oppgaven, hovedsakelig å estimere de mest sannsynlige parameterkombinasjonene for hver av prisingsmodellene, for så å vurdere hvorvidt de estimerte kombinasjonene av parameterverdier kan sies å være realistiske eller ikke.

Oppgaven tar utgangspunkt i amerikanske data for konsum og avkastning fra finansielle aktiva. Tidsseriene med data som benyttes er hentet fra perioden 1959 - 2016.

For å estimere prisingsmodellenes mest sannsynlige parameterkombinasjoner benytter oppgaven «Generalized Method of Moments». Implementering av dette estimeringsverktøyet er derfor en sentral del av oppgaven. Oppgaven gjennomfører også en empirisk undersøkelse for hver av prisingsmodellene, uten bruk av «Generalized Method of Moments», hvor det undersøkes hvorvidt det kan sies å eksistere realistiske parameterkombinasjoner som sørger for at prisingsmodellene kan forklare forholdet mellom risiko og meravkastning i henhold til historiske data for finansielle aktiva og konsumvekst.

Flere av oppgavens tester av standardmodellen gir resultater som tilsier at urealistiske parameterkombinasjoner må til for at standardmodellen skal stemme. Resultatene viser også at det ikke eksisterer parameterkombinasjoner for standardmodellen som kan forklare forholdet mellom meravkastning og risiko. Testene av den rekursive prisingsmodellen viser at den rekursive prisingsmodellen ikke har tilsvarende problemer. Oppgaven konkluderer derfor med at standardmodellen ikke holder som en generell prisingsmodell for finansielle aktiva, mens det derimot ikke kan konkluderes med at den rekursive prisingsmodellen ikke holder.

Resultatene ved bruk av «Generalized Method of Moments» som estimeringsverktøy viser seg å være sensitive ovenfor små endringer i data. Det er derfor ikke mulig å konkludere med at den rekursive prisingsmodellen faktisk holder, selv om resultatene i oppgaven indikerer at dette kan være tilfellet.

Forord

Denne oppgaven er skrevet som en avsluttende del av vår mastergrad i økonomisk analyse ved Norges Handelshøyskole (NHH), og tilsvarer et semester med fulltidsstudier.

Arbeidet med oppgaven har vært interessant, utfordrende og lærerikt. Motivasjonen for å skrive akkurat denne oppgaven er en sterk interesse for måten nyttefunksjoner er modellert på for å tallfeste nytten av konsum, hvordan nyttefunksjoner benyttes i konsumbasert prising av finansielle aktiva, og på hvilken måte det kan gjennomføres empiriske tester av denne typen prisingsmodeller. Etter hvert som vi fordypet oss i disse emnene vekket spesielt en konsumbasert prisingsmodell, basert på rekursive nyttepreferanser, stor nysgjerrighet.

Det selvstendige arbeidet med oppgaven har vært svært givende og gitt stort læringsutbytte. Vi vil takke vår veileder, Jørgen Haug, for et godt samarbeid med konstruktive tilbakemeldinger, og at du tok deg god tid til oss hver gang vi kom innom kontoret ditt.

Bergen, juni 2018

Amund Myhre og Øyvind Alrek Myhre

Innholdsfortegnelse

Innhold

SAMMENDRAG	2
FORORD	3
INNHOLDSFORTEGNELSE	4
1 INTRODUKSJON	7
1.1 OM OPPGAVEN	7
1.2 PROBLEMSTILLING	9
2 TEORI	10
2.1 GENERELL TEORI OM PRISING AV FINANSIELLE AKTIVA	10
2.1.1 <i>Euler-ligningen</i>	11
2.2 OPPGAVENS NYTTEFUNKSJONER	12
2.2.1 <i>Forventet nytte og tids-separable forventet nytte-funksjoner</i>	12
2.2.2 <i>Realrenta og intertemporal substitusjonselastisitet</i>	14
2.2.3 <i>Epstein-Zins rekursive nyttefunksjon</i>	17
2.2.4 <i>Sammenhengen mellom oppgavens to nyttefunksjoner</i>	20
2.3 REALISTISKE PARAMETERVERDIER	20
2.4 OPPGAVENS TO PRISINGSMODELLER	24
2.4.1 <i>Forutsetninger for utledning av stokastisk diskonteringsfaktor</i>	24
2.4.2 <i>Prising av finansielle aktiva i henhold til standardmodellen</i>	25
2.4.3 <i>Prising av finansielle aktiva i henhold til den rekursive prisingsmodellen</i>	27
3 EMPIRISK METODE	29
3.1 “GENERALIZED METHOD OF MOMENTS”-GMM	29
3.1.1 <i>Bruk av Euler-ligningen som «momentbetingelse»</i>	30
3.1.2 <i>Overspesifiserte modeller</i>	31

3.1.3	<i>Matematisk oppsett av GMM i oppgaven</i>	32
3.1.4	<i>Valg av vektingsmatrise</i>	33
3.1.5	<i>Iterativ GMM</i>	36
3.1.6	<i>Bruk av instrumenter</i>	36
3.1.7	<i>Sargan-Hansen J-test og estimert standardfeil for parameterestimer</i>	38
3.1.8	<i>GMM-oppsett for standardmodellen og den rekursive prisingsmodellen</i>	40
4	OPPGAVENS DATA	41
4.1	VALG AV UTVALGSDATA	41
4.1.1	<i>Valg av konsumdata</i>	42
4.1.2	<i>Valg av mål på inflasjon</i>	43
4.1.3	<i>Valg av finansielle aktiva som skal testes</i>	45
4.1.4	<i>Valg av mål på formuesavkastning i den rekursive prisingsmodellen</i>	48
4.2	KARAKTERESTIKKER AV OPPGAVENS DATA	50
5	ANALYSE AV EMPIRISKE RESULTATER	53
5.1.1	<i>Test av prisingsmodellenes evne til å forklare meravkastning</i>	53
5.2	REPLIKERING AV HANSEN OG SINGLETON (1982) - MED FOKUS PÅ IMPLIKASJONER AV GMM SOM ESTIMERINGSVERKØY I OPPGAVEN.....	56
5.2.1	<i>Globale minimumspunkter i første steg</i>	57
5.2.2	<i>Effekten av optimal vektingsmatrise</i>	60
5.2.3	<i>Sammenligning av resultater med Hansen og Singleton</i>	64
5.2.4	<i>Heteroskedastisitet og autokorrelasjon</i>	65
5.2.5	<i>Replikering av Hansen og Singleton med data frem til desember 2016</i>	66
5.2.6	<i>Replikering av Hansen og Singleton med data frem til desember 2016 – låst beta</i> ...	70
5.3	TEST AV PRISINGSMODELLER MED INDUSTRIPORTEFØLJER OG ULIKE INSTRUMENTSETT	71

5.3.1	<i>Test av standardmodellen med industriporteføljer og et risikofritt aktivum som testaktiva.....</i>	72
5.3.2	<i>Test av standardmodellen med industriporteføljer som testaktiva</i>	73
5.3.3	<i>Test av den rekursive prisingsmodellen med industriporteføljer og risikofritt aktivum som testaktiva</i>	77
6	DISKUSJON	85
7	KONKLUSJON	88
8	APPENDIKS	90
8.1	SIC-KODER FOR INDUSTRIPORTEFØLJER.....	90
	LITTERATURLISTE	94

1 Introduksjon

1.1 Om oppgaven

Gjennom finansrelaterte fag og temaer relatert til konsumbasert prising av finansielle aktiva, stiftet oppgavens forfattere god kjennskap til standardmodellen, også kjent som konsumbasert kapitalverdimodell. Ut ifra det mange vil mene er rimelige antakelser om hvordan rasjonelle investorer bør betrakte forholdet mellom risiko og avkastning, kan standardmodellen sies å fremstå som en fornuftig måte å prise finansielle aktiva på. Da oppgavens forfattere gjennom ulike kurs ved Norges Handelshøyskole ble presentert for utfordringer knyttet til å vise at standardmodellen holder for historiske data, vekket dette derfor stor nysgjerrighet.

Etter å ha blitt introdusert for en annen type nyttefunksjon, nemlig en rekursiv nyttefunksjon, hvor nytten av fremtidig konsum er gitt på en annen måte enn det som er tilfellet i standardmodellen, fikk oppgavens forfattere et ønske om å teste hvorvidt en konsumbasert prisingsmodell, basert på denne rekursive nyttefunksjonen, i større grad evner å forklare prisen til finansielle aktiva. Etter hvert som arbeidet med å lese seg opp på «rekursiv nytte», og hvordan en konsumbasert prisingsmodell kan genereres med utgangspunkt i denne nyttefunksjonen kom i gang, ble det klart at det ville være ønskelig å teste både standardmodellen, og prisingsmodellen basert på rekursive preferanser. Da standardmodellen fortsatt er mye brukt, mens den rekursive nyttefunksjonen fremsto som «et nytt og spennende alternativ», falt det seg naturlig å teste begge de to prisingsmodellene, for også å kunne sette de opp mot hverandre. Det var derfor også ønskelig å gjennomføre disse testene med utgangspunkt i samme testaktiva, data og estimeringsmetode slik at resultatene i størst mulig grad ville være sammenlignbare.

En stor utfordring med oppgaven var å finne ut hvordan de empiriske testene på best mulig måte skulle gjennomføres. Fordi sammenhengene mellom parametere og statistiske variabler i begge modellene ikke inngår i en lineær sammenheng, ble det raskt klart at «standard estimeringsmetoder», lært gjennom statistikk- og økonometrirelaterte fag tidligere i utdannelsen, ikke ville være tilstrekkelig. I samråd med oppgavens veileder, Jørgen Haug, ble det klart at «Generalized Method of Moments» kunne være en potensiell måte å gjennomføre de empiriske testene på. Neste steg i prosessen ble dermed å lære seg, og å forstå, denne estimeringsteknikken. Dette var omfattende og tidkrevende, men det ble etter hvert klart for oppgavens forfattere at det å teste standardmodellen og en rekursiv prisingsmodell, ved hjelp

av dette meget generelle rammeverket for regresjon, ville gi stort læringsutbytte. Det ville også oppsummere og tilføre mye ny kunnskap innenfor sentrale fagområder som «asset pricing», statistikk, økonometri og optimering m.m.

For å kunne analysere oppgavens resultater ble det helt avgjørende å tilegne seg inngående kunnskaper om «Generalized Method of Moments». Som det beskrives i detalj, senere i oppgaven, hadde GMM-applikasjonen i «Stata» problemer med å komme frem til riktige løsninger. Oppgaven har derfor implementert GMM ved å sette opp og løse de aktuelle ligningene ved manuell programmering. Dette har også bidratt til stort læringsutbytte innenfor mer «ukjente» fagområder for oppgavens forfattere.

Fordi Hansen og Singleton benyttet «Generalized Method of Moments» for å teste standardmodellen i 1982 (Hansen og Singleton, 1982), og Epstein og Zin gjennomførte tilsvarende tester av en rekursiv prisingsmodell i 1991 (Epstein og Zin, 1991), vil dette være tidligere forskning som står sentralt i oppgaven. Særlig ønsker oppgaven å gjennomføre tilsvarende tester, også på nyere data, for dermed å kunne analysere hvordan endringer i økonomiske sammenhenger i nyere tid eventuelt påvirker prisingsmodellenes evne til å forklare avkastningen på finansielle aktiva.

Oppgaven starter med en introduksjon av generelle sammenhenger relatert til prising av finansielle aktiva. Oppgaven vil hele veien referere til sammenhenger gitt i dette kapittelet. Videre introduserer oppgaven nyttefunksjonene de aktuelle prisingsmodellene tar utgangspunkt i, før det beskrives i detalj hvordan dette sys sammen til selve prisingsmodellene oppgaven ønsker å teste. I dette kapittelet vil også realistiske parameterverdier drøftes. Videre presenteres teori om «Generalized Method of Moments», og hvordan dette benyttes som estimeringsverktøy i denne oppgaven. Da resultatene viser seg å være svært sensitive overfor små endringer i data, vil omfattende drøftelser og avklaringer knyttet til både estimeringsmetode og valg av data stå sentralt i oppgaven. Presentasjon og drøftelse av oppgavens valg av data er derfor neste steg. Etter at teori, data og metode er presentert vil oppgaven presentere og analysere selve testene av prisingsmodellene.

Ved testing av prisingsmodellene er oppgavens hovedfokus å undersøke, ved hjelp av GMM, hvilke kombinasjoner av parametere i hver av prisingsmodellene som med størst sannsynlighet forklarer historiske data, for så å vurdere hvorvidt disse parameterkombinasjonene kan sies å være realistiske. I tillegg til å bruke GMM til å teste hvilke konkrete kombinasjoner av

parameterverdier som med størst sannsynlighet forklarer historiske avkastningstall for finansielle aktiva i henhold til prisingsmodellene, undersøker oppgaven om det i det hele tatt eksisterer kombinasjoner av realistiske parameterverdier, for hver av prisingsmodellene, slik at modellene stemmer overens med historiske data for «meravkastning».

1.2 Problemstilling

Etter å ha analysert resultatene fra samtlige tester avsluttes oppgaven med en endelig konklusjon hvor følgende spørsmål besvares:

«Hvor godt evner henholdsvis standardmodellen og oppgavens rekursive prisingsmodell, med utgangspunkt i historiske data, å forklare avkastning for finansielle aktiva?»

Dette er oppgavens problemstilling.

2 Teori

Dette kapitlet vil omhandle sentrale sammenhenger for prising av finansielle aktiva, oppgavens nyttefunksjoner og drøftelse av realistiske parameterverdier. Deretter settes teoriene i sammenheng slik at oppgavens prisingsmodeller presenteres i sin helhet.

2.1 Generell teori om prising av finansielle aktiva

Generelt kan prisen for et finansielt aktivum på tidspunkt t skrives på følgende form:

$$P_{n,t} = E_t \left[\sum_{u=t+1}^{\infty} (m_{t,u} \times D_{n,u}) \right] \quad (2.1)$$

Her er $D_{n,u}$ fremtidige, på tidspunkt t ikke-observerte, dividendeutbetalinger fra aktivum n . $m_{t,u}$ er den stokastiske diskonteringsfaktoren som diskonterer dividender fra tidspunkt u «tilbake til» tidspunkt t .

(2.1) innebærer at $u \in (t + 1, \infty)$ benyttes som notasjon for ikke-observerte perioder, større en t . Diskonteringsfaktoren multipliseres altså med fremtidige dividender slik at prisen til aktivum n på tidspunkt t tilsvarer nåverdien på tidspunkt t av alle fremtidige forventede kontantstrømmer aktiva n genererer. Dersom man kjenner sannsynlighetsfordelingen til fremtidige dividendeutbetalinger for «aktivum n », samt prosessen for den stokastiske diskonteringsfaktoren, kan dette brukes til å prise «aktivum n ». De eneste forutsetningene som ligger til grunn i dette generelle rammeverket er forutsetningene om perfekte kapitalmarkeder, og at $\frac{m_u}{m_t} = m_{t,u}$, noe som innebærer at arbitrasjemuligheter ikke er til stede.

Videre kan prisen i periode $t+1$ (etter utbetaling av dividende i $t+1$) skrives på tilsvarende måte:

$$P_{n,t+1} = E_{t+1} \left[\sum_{u=t+2}^{\infty} (m_{t+1,u} \times D_{n,u}) \right]$$

Dette, og at sammenhengen $\frac{m_u}{m_t} = m_{t,u}$ holder, vil medføre at følgende forhold holder:

$$P_{n,t} = E_t \left[m_{t+1} (D_{t+1} + E_{t+1} \left[\sum_{u=t+2}^{\infty} (m_{t+1,u} \times D_{n,u}) \right]) \right] = E_t \left[\sum_{u=t+1}^{\infty} (m_{t,u} \times D_{n,u}) \right]$$

Derfor kan prisen til det finansielle aktivumet n også uttrykkes som:

$$P_{n,t} = E_t[m_{t+1}(D_{n,t+1} + P_{n,t+1})] \quad (2.2)$$

2.1.1 Euler-ligningen

At man kan uttrykke prisen på et finansielt aktivum slik som i (2.2), medfører at:

$$\frac{P_{n,t}}{P_{n,t}} = \frac{E_t[m_{t,t+1}(D_{n,t+1} + P_{n,t+1})]}{P_{n,t}}$$

Dette impliserer at:

$$1 = E_t[m_{t,t+1} \times R_{n,t+1}] \quad (2.3)$$

$R_{n,t+1}$ er i oppgaven definert som avkastningsfaktoren som gir en avkastning i periode $t+1$. Med avkastningsfaktor menes $(1 + \text{avkastning i prosent})$. I avkastningen inngår altså både avkastning i form av eventuelle dividendeutbetalinger og prisendring.

Denne sammenhengen mellom stokastisk diskonteringsfaktor og avkastning skal altså holde for alle finansielle aktiva. Uttrykket i (2.3) kan også skrives som:

$$0 = E_t[(m_{t,t+1} \times R_{n,t+1}) - 1] \quad (2.4)$$

At denne sammenhengen kan skrives slik vil vise seg å være nyttig senere i oppgaven.

(2.4) skrevet på ubetinget form vil også være en sentral sammenheng i denne oppgaven:

$$0 = E[(m_{t,t+1} \times R_{n,t+1}) - 1] \quad (2.5)$$

Med utgangspunkt i (2.3) kan risikofri realrente (et risikofritt aktivum som med sikkerhet utbetaler én enhet konsum i neste periode) uttrykkes med den stokastiske diskonteringsfaktoren. Videre kan definisjonen av kovarians brukes for å forme følgende generelle uttrykk for den totale avkastningen, og meravkastningen, fra finansielt aktivum n .

$$R_{n,t+1} = R_{f,t+1} - \frac{\text{Cov}_t(m_{t,t+1}, R_{n,t+1})}{E_t[m_{t,t+1}]} \quad (2.6)$$

Avkastningsfaktoren med den totale avkastning aktivum n genererer kan altså deles inn i to komponenter: risikofri avkastning og meravkastning, som er uttrykt ved leddet med kovariansen mellom stokastisk diskonteringsfaktor og avkastningsfaktoren for aktivum n , delt på forventningsverdien av stokastisk diskonteringsfaktor.

2.2 Oppgavens nyttefunksjoner

Sammenhengen mellom optimale konsumtilpasninger og kontantstrømmer fra finansielle aktiva er utgangspunktet for konsumbasert prising av «finansielle aktiva». For å drøfte og sammenligne konsumtilpasninger for en konsument, heretter omtalt som «en agent» og/eller «en investor», trengs nyttefunksjoner som tallfester verdien av agentens konsum. Det antas i denne sammenhengen at nytte er en funksjon av konsum, og i så måte er konsum den eneste kilden til nytte for agenten. Avhengig av elementer som i hvilken periode antall konsumenter konsumeres, og i hvilken grad konsumet er deterministisk eller stokastisk, forsøker nyttefunksjoner å tallfeste nytten agenten har av den aktuelle «konsumsammensetningen» (fremtidig konsum). Dette gjør det mulig å sammenligne alternativer for konsumsammensetninger og å drøfte optimale konsumtilpasninger for konsumenten. Fordi nyttefunksjonenes utforming vil avgjøre hvordan de to stokastiske diskonteringsfaktorene oppgaven ønsker å teste vil se ut, vil dette kapitlet presentere forutsetninger og implikasjoner for de aktuelle nyttefunksjonene.

2.2.1 Forventet nytte og tids-separable forventet nytte-funksjoner

En svært vanlig måte å modellere aggregert nytte på er ved bruk av nyttefunksjoner på følgende form:

$$u(c) = E_t[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(\tilde{c}_t)] \quad (2.7)$$

E_t representerer forventningen til fremtidig fordelinger for konsum, i periode t . Nytten i hver periode er gitt av en «forventet nytte»-funksjon for et «én-periode-lotteri». β^t er «utålmodighets-diskonteringsfaktoren» for periode t , og $u(\tilde{c}_t)$ nytten av konsum i periode t , hvor konsum kan være stokastisk. Forutsetningen for at agentens nytte i en periode kan modelleres på denne måten, er at aksiomene for forventet nytte holder (Neumann et al, 1947).

Aksiomene vil ikke drøftes nærmere i denne oppgaven, men dersom agentens preferanser tilfredsstiller aksiomene innebærer dette, som det fremgår av formelen, at nytten av mulige utfall med tilordnede sannsynligheter (omtalt som «lotteri»), kan skrives som en lineær kombinasjon av nytten fra lotteriets alternative utfall multiplisert med utfallenes respektive sannsynligheter.

De mest brukte nyttefunksjonene for å tallfeste nytten av usikkerhet i en periode er såkalte «power utility»-nyttefunksjoner. Denne «klassen» av nyttefunksjoner kalles også «isoelastiske nyttefunksjoner» og tar følgende form:

$$u(x) = \begin{cases} \frac{x^{1-\alpha}}{1-\alpha}, & \alpha \neq 1 \\ \ln(x), & \alpha = 1 \end{cases} \quad (2.8)$$

Hvor:

$$u'(x) = x^{-\alpha}$$

$$u''(x) = -\alpha x^{-(\alpha+1)}$$

$$R(x) = \frac{-u''(x)}{u'(x)} \times x = \alpha$$

Dersom parameteren α er positiv betyr dette at agenten er risikoavers. En viktig egenskap ved denne nyttefunksjonen er at relativ risikoaversjon, uttrykt ved Arrow-Pratts mål på relativ risikoaversjon $R(x)$, fra Pratt (1964) og Arrow (1965), tilsier at relativ risikoaversjon vil være konstant og lik α . Nyttefunksjoner i denne klassen representerer med andre ord «konstant relativ risikoaversjon»-preferanser (omtalt som CRRA-preferanser fra «constant relativ risk aversion» på engelsk). I hele oppgaven vil denne klassen av nyttefunksjoner være utgangspunktet for å tallfeste nytten av konsum i en periode.

Det fremgår av (2.7) at agenten også antas å ha preferanser slik at aggregert nytte kan skrives som summen av nytten i hver periode justert for agentens «utålmodighet», her representert ved parameteren β . Dersom β er under 1 innebærer dette at et alternativ med et bestemt konsumnivå på et fremtidig tidspunkt gir mindre nytte enn et alternativ med tilsvarende konsumnivå i dag. Nyttefunksjoner som denne, hvor det forutsettes at nytten i en periode er uavhengig av nytten i andre perioder, og hvor nytten av usikkert konsum i hver periode er gitt av forventet nytte, kalles for «tids-separable von Neuman-Morgenstern forventet nytte-

funksjoner». Måten å modellere aggregert nytte på, gitt i (2.7), hvor nytten i hver periode er modellert med en «power-nytte»-funksjon (gitt i (2.8)), danner grunnlaget for den første prisingsmodellen oppgaven ønsker å teste. Aggregert nytte er da gitt av følgende uttrykk, og skrevet på «forventingsform» blir dette:

$$u(c) = E_t \left[\sum_{t=0}^{\infty} \left(\beta^t \times \frac{c_t^{1-\alpha}}{1-\alpha} \right) \right] \quad (2.9)$$

2.2.2 Realrenta og intertemporal substitusjonselastisitet

Fra (2.9) kan også økonomiske størrelser som risikofri realrente og intertemporal substitusjonselastisitet for deterministisk konsum utledes med utgangspunkt i «tids-separable von Neuman-Morgenstern forventet nytte-preferanser». Dette innebærer at dersom denne måten å modellere nytte på stemmer med virkeligheten, vil risikofri realrente (avkastning som oppnås ved å holde et finansielt aktivum som garantert gir én enhet konsum én periode frem i tid) kunne bestemmes med utgangspunkt i (2.9). Betydningen av intertemporal substitusjonselastisitet er en avgjørende faktor i diskusjonen og sammenligningen av de to nyttefunksjonene oppgaven tar for seg. Fordi aversjon mot svingninger i intertemporalt konsum også i henhold til den rekursive prisingsmodellen er modellert på en tilsvarende måte, og fordi utledningen gir god innsikt i viktige sammenhenger og forutsetninger for konsumbasert prising av finansielle aktiva, er det satt av plass til en utledning og tolkning av denne økonomiske størrelsen.

Med utgangspunkt i en økonomi, hvor antall konsumentheter over to perioder er gitt eksogent og det ikke er knyttet usikkerhet til nivået på eksogent gitt konsum, kan risikofri realrente for økonomien utledes relativt enkelt. I denne oppgaven vil dette nå bli vist ved å innføre en «representativ agent». En representativ agent tilsvarende en gjennomsnittlig aktør i markedet, i den forstand at agenten hverken vil etterspørre eller tilby flere konsumentheter dersom markedet er i likevekt. At markedet er i likevekt betyr i denne sammenhengen at konsumenthetene som tilbys i periode én og to, tilsvarende henholdsvis etterspørsel i periode én og to, slik at markedet klareres for eksogent gitt konsum. I denne økonomien eksisterer finansielle aktiva slik at det er mulig «å bytte» konsumentheter i periode én med konsumentheter i periode to. Den renta som sørger for at deterministisk eksogent gitt konsum klareres, er dermed realrenta.

Nærmere bestemt innebærer dette at dersom markedet skal være i likevekt må altså prisforholdet mellom konsumenter i periode én og to være slik at markedet klareres for eksogent gitt konsum i begge perioder. Realrenta kan dermed utledes gjennom muligheten den representative agenten har for «bytte» av eksogent gitt konsum i periode én med eksogent gitt konsum i periode to. Dette skjer ved kjøp av det risikofrie aktivumet i periode én. Avkastningen i form av antall konsumenter agenten får igjen i periode to, i forhold til hvor mange konsumenter som ble byttet bort i periode én, er da gitt av realrenta « r ». For at markedet skal være i likevekt må det altså være optimalt for den representative agenten å etterspørre null enheter av det risikofrie aktivumet, nettopp fordi dette impliserer at markedet klareres. Her representerer « ε » eksogent gitt konsum for den representative agenten.

Det er viktig å presisere at antall konsumenter c_t er representert ved den reelle verdien av konsum. Det er altså snakk om en reell størrelse, hvor det er tatt hensyn til inflasjon ved at c_t er «antall enheter konsum» som konsumeres. Med andre ord vil, isolert sett, prisstigning på konsum medføre at den reelle avkastningen fra finansielle aktiva reduseres.

Aggregert nytte over to perioder, som representativ agent maksimerer ved å bestemme hvor mye av ε_1 som skal spares, s , er gitt av (2.9) hvor nytten over to perioder summeres.

$$\varepsilon_1 - s = c_1 \quad (\text{impliserer markedsklarering av konsum i periode 1 dersom } s = 0)$$

$$\varepsilon_2 + s(1 + r) = c_2 \quad (\text{impliserer markedsklarering av konsum i periode 2 dersom } s = 0)$$

Førsteordensbetingelse for optimalt konsum:

$$\frac{\partial U}{\partial s} = 0 \rightarrow u'(\varepsilon_1 - s) = \beta u'(\varepsilon_2 + s(1 + r))(1 + r)$$

$$\frac{u'(c_1)}{\beta u'(c_2)} = (1 + r) \quad (2.10)$$

Intertemporal substitusjonselastisitet for deterministisk konsum (over to perioder) er definert som relativ endring i optimalt konsum delt på relativ endring i realrente. Helt konkret beskriver intertemporal substitusjonselastisitet hvor stor relativ endring i optimalt konsum vil være i forhold til en ett-prosentpoengs økning i realrenten. Dette sier altså noe om hvor villig agenten er til å endre sin konsumtilpasning som følge av endringen i realrenten, og kan videre tolkes som et mål på hvor «følsom» agenten er overfor «intertemporale endringer» i konsum.

Fordi realrenten avhenger av β og konsumnivået i de to periodene, og vi antar at nivået på konsum er gitt eksogent, bør intertemporal substitusjonselastisitet heller betraktes som spørsmålet om hvor mange prosent eksogent gitt konsum må endre seg, for at realrenten skal endre seg med ett prosentpoeng.

Utledningen av realrenten ga oss følgende sammenheng:

$$\frac{w(c_1)}{\beta w(c_2)} = (1 + r)$$

Med utgangspunkt i «power-nytte»-funksjonen oppgaven tar utgangspunkt i, gitt i (2.8), gir (2.10):

$$\beta \left(\frac{c_2}{c_1} \right)^\rho = (1 + r)$$

For å «isolere» sammenhengen mellom konsum og risikofri realrente settes $c_1 = c_2$ og $\beta = 1$ (ingen «utålmodighet»). Dette gir $r = 0$ og vi får følgende sammenheng:

$$\frac{c_2}{c_1} = (1)^{\left(\frac{1}{\rho}\right)}$$

Prosentvis endring i $\frac{c_2}{c_1}$ (gitt av venstre side i (2.11), hvor $\left(\frac{c_2}{c_1}\right) \Delta$ representerer absolutt endring i $\frac{c_2}{c_1}$) som følge av at realrente øker med ett prosentpoeng kan derfor uttrykkes ved:

$$\frac{\left(\frac{c_2}{c_1}\right) \Delta}{\left(\frac{c_2}{c_1}\right)} \times 100 = \left(\frac{\left(\frac{1}{\rho}\right) \times \left(1 + \frac{r}{100}\right)^{\frac{1}{\rho}}}{\left(1 + \frac{r}{100}\right)^{\frac{1}{\rho}}} \right) \times \frac{1}{100} \times 100 = \frac{1}{\rho} \quad (2.11)$$

Dette resultatet innebærer at intertemporal substitusjonselastisitet er lik den inverse av parameteren som tilsvarende relativ risikoaversjonen i nyttefunksjonen oppgaven tar utgangspunkt i. Med andre ord impliserer denne «tids-separable» måten å uttrykke aggregert forventet nytte på, at konsumentens følsomhet overfor intertemporale endringer i konsum er direkte gitt av samme parameter som gir agentens relative risikoaversjon. Parameteren for relativ risikoaversjon angir altså både agentens relative risikoaversjon og intertemporale substitusjonselastisitet.

Dersom konsumnivået i periode to ikke er deterministisk (det vil si at konsumnivået kan ha flere ulike utfall) kan risikofri realrente bestemmes ved å legge sammen prisen til alle finansielle aktiva som i periode to til sammen gir én enhet konsum i hvert av økonomiens utfall, og ingen i alle andre utfall. Denne porteføljen med finansielle aktiva er dermed garantert å gi nøyaktig én enhet konsum i neste periode, og har følgelig samme pris som et risikofritt aktivum. Prisen på hvert av disse finansielle aktiva kan følgelig finnes ved å bestemme en avkastning for hvert av de finansielle aktiva som medfører at markedet klareres for eksogent gitt konsum i alle økonomiens utfall, med utgangspunkt i samme prinsipp som vist i tilfellet med deterministisk konsum. Uansett vil den risikofrie realrenta og intertemporal substitusjonselastisitet i markedet, i henhold til «tids-separable von Neuman-Morgenstern forventet nytte-preferanser», kun være bestemt av den representative agentens utålmodighet og hvordan parameteren for relativ risikoaversjon påvirker nytten gjennom nivået på konsum.

2.2.3 Epstein-Zins rekursive nyttefunksjon

Til forskjell fra nyttefunksjoner som tar utgangspunkt i tids-separable von Neumann–Morgenstern forventet nytte-preferanser, er nyttefunksjoner med utgangspunkt i «rekursive preferanser» ikke «tids-separable». Rekursive nyttefunksjoner er med andre ord ikke modellert slik at nytten i en periode er uavhengig av nytten i andre perioder. Videre innebærer/tillater rekursive preferanser at nyttefunksjonen modelleres slik at preferanser knyttet til intertemporale variasjoner i konsum, og preferanser for risiko i fremtidige perioder, ikke må være bestemt av samme parameter.

Den andre nyttefunksjonen, som danner grunnlaget for den andre prisingsmodellen oppgaven tar utgangspunkt i, er en nyttefunksjon som baserer seg på tilsvarende rekursive preferanser som Epstein og Zin (1989). Dette er en spesifisering av en rekursiv nyttefunksjon og generelt kan den skrives på følgende form:

$$V_t = F(c_t, R_t(V_{t+1})) \quad (2.12)$$

Her er V_t , som er aggregert nytte av fremtidig konsum i periode t , gitt av kjent konsum på tidspunkt t , og $R_t(V_{t+1})$ som er en sikkerhetsekvivalent til fremtidig usikker nytte. At $R_t(V_{t+1})$ er en sikkerhetsekvivalent til fremtidig usikker nytte innebærer at $R_t(V_{t+1})$ er den sikre verdien som gir samme nytte som fremtidig usikker nytte (Eeckhoudt et al, 2005, side

10). Med andre ord er nytten i t uttrykt ved nytten av konsum i t og sikkerhetsekvivalenten til alt fremtidig konsum.

I modelleringen av sikkerhetsekvivalenten for V_{t+1} , tas det utgangspunkt i oppgavens nyttefunksjon, gitt i (2.8), for et «én-periode-lotteri». Dette er som beskrevet tidligere en «power-nyttefunksjon» med konstant relativ risikoaversjon.

Videre er:

$$F(c_t, R_t(V_{t+1})) = ((1 - \beta)(c_t^{1-\rho}) + \beta(R_t(V_{t+1}))^{1-\rho})^{\frac{1}{1-\rho}}$$

Dette gir følgende uttrykk for nytte:

$$V_t = \left((1 - \beta)(c_t^{1-\rho}) + \beta(E_t[V_{t+1}^{1-\alpha}]^{\frac{1-\rho}{1-\alpha}} \right)^{\frac{1}{1-\rho}} \quad (2.13)$$

Denne måten å modellere nytte på innebærer altså at det tas hensyn til preferanser for risikoaversjon over fremtidig nytte og preferanser for intertemporale fluktuasjoner i konsum gjennom to forskjellige «komponenter».

Den første «komponenten» er måten nytten av fremtidig konsum er modellert på med hensyn til usikkerhet i fremtidig konsum. Her kan $R(V_{t+1})$ på generell form skrives som:

$$G^{-1}(E[G(V_{t+1})]) \quad (2.14)$$

G er definert som nyttefunksjonen til fremtidig aggregert nytte, V_{t+1} . Denne måten å modellere $R(V_{t+1})$ er gitt av ligningen for sikkerhetsekvivalenten til nytten av et lotteri, og stemmer overens med hvordan begrepet «sikkerhetsekvivalent» er definert; den sikre verdien av V_{t+1} , som gir samme nytte som den usikre verdien av V_{t+1} . Ved å uttrykke verdien av fremtidig nytte på denne måten innebærer dette at dersom V_{t+1} er uten usikkerhet vil $R(V_{t+1}) = V_{t+1}$. Dersom $G(V_{t+1})$ er konkav innebærer dette at $R(V_{t+1})$ er mindre enn $E[V_{t+1}]$, hvor V_{t+1} er stokastisk. Da tilfredsstillers $G(V_{t+1})$ risikoaverse preferanser fordi usikkerhet i fremtidig konsum fører til lavere nytte for agenten.

Den andre komponenten i funksjonen er måten $F(c_t, R(V_{t+1}))$ er modellert på. F representerer en homogen funksjon av første orden, og kan ses på som «tidsaggregatoren». Også i denne nyttefunksjonen representerer parameteren β utålmodighet, hvor lavere nivåer av β indikerer større utålmodighet. Som nevnt innebærer fremtidig nytte uten usikkerhet at $R(V_{t+1}) = V_{t+1}$.

Dersom Q_t defineres som $V_t^{(1-\rho)}$ gir dette $Q_t = (1 - \beta)c_t^{(1-\rho)} + \beta Q_{t+1}$. Uttrykket tilsvarer en tids-separabel von Neumann–Morgenstern forventet nyttefunksjon hvor $u(c_t) = c_t^{(1-\rho)}$. Dette illustrerer dermed på en enkel måte hvordan parameteren ρ isolert sett angir agentens preferanser for intertemporale svingninger i konsum slik det ble vist i avsnitt (2.2.2). Dersom fremtidig konsum er usikkert vil det å erstatte fremtidig usikkert konsum med sikkerhetsekvivalenten ($R(V_{t+1})$) la ρ alene bestemme intertemporal substitusjonselastisitet.

Måten funksjonen F er modellert på innebærer altså at intertemporal substitusjonselastisitet er gitt av ρ , hvor intertemporal substitusjonselastisitet tilsvarer den inverse av ρ . Dette er i tråd med utledningen av intertemporal substitusjonselastisitet for deterministisk konsum, vist i (2.11). I dette tilfellet er det sikre nivået av konsum uttrykt med sikkerhetsekvivalenten til fremtidig usikkert konsum, $R(V_{t+1})$. Dersom preferansene tilfredsstillers $\rho > 0$ vil nytten altså være gitt av en konkav funksjon, noe som innebærer at fluktuasjoner i konsum over tid ikke vil være å foretrekke for agenten.

At intertemporal substitusjonselastisitet og relativ risikoaversjon i et én-periode-lotteri ikke må være gitt av samme parameter er den mest sentrale forskjellen mellom en Epstein-Zins rekursive nyttefunksjon og en tids-separabel von Neumann–Morgenstern forventet nyttefunksjon, hvor dette bestemmes av én og samme parameter. Videre er det slik at ved modellering av nytte gjennom den Epstein-Zins rekursive nyttefunksjon tillates det at agenten kan ha preferanser knyttet til når det er ønskelig at risikoavklaring skjer. En tids-separabel von Neumann–Morgenstern forventet nyttefunksjon modellerer preferanser hvor tidspunkt for risikoavklaring er irrelevant for agenten. For en rekursiv nyttefunksjon er det slik at dersom $\alpha > \rho$ vil agenten foretrekke tidlig fremfor sen risikoavklaring, mens $\alpha < \rho$ vil føre til at agenten foretrekker sen fremfor tidlig risikoavklaring. Aase (2015) konkluderer med at preferanser som innebærer at hverken sen eller tidlig risikoavklaring er å foretrekke, kan betraktes som direkte urealistiske. Det påpekes likevel at det i den finansielle verden kanskje vil være mest naturlig å foretrekke tidlig risikoavklaring.

2.2.4 Sammenhengen mellom oppgavens to nyttefunksjoner

Dersom $\alpha = \rho$ i oppgavens rekursive nyttefunksjon, gir dette følgende uttrykk:

$$V_t = \left((1 - \beta)(c_t^{1-\rho}) + \beta(V_{t+1}^{1-\rho}) \right)^{\frac{1}{1-\rho}} \quad (2.15)$$

Om $V_{t+1}^{1-\rho}$ defineres som Q_t , akkurat som vist over, gir altså dette en tids-separabel von Neumann–Morgenstern forventet nyttefunksjon. I dette tilfellet er det antakelsen om at $\alpha = \rho$ som sørger for at den rekursive nyttefunksjonen tilsvarer en tids-separabel von Neumann–Morgenstern forventet nyttefunksjon. Med andre ord er den første nyttefunksjonen et spesialtilfelle av Epstein-Zins rekursive nyttefunksjon, hvor intertemporal substitusjonselastisitet «tvinges» til å være lik den inverse av relativ risikoaversjon. Oppgavens rekursive nyttefunksjon lar altså preferanser for intertemporal fluktusjon i konsum og risikoaversjon bestemmes av uavhengige parametere, og dersom parameterne er like får vi en tids-separabel von Neumann–Morgenstern forventet nyttefunksjon.

2.3 Realistiske parameterverdier

I denne oppgaven estimeres de mest sannsynlige parameterverdiene for hver av prisingsmodellene i henhold til historiske avkastningstall for finansielle aktiva. Dersom de estimerte parameterverdiene viser seg å ikke være i tråd med realistiske preferanser for henholdsvis utålmodighet, relativ risikoaversjon og intertemporal substitusjonselastisitet, innebærer dette at prisingsmodellene ikke holder for virkelige data. En grundig drøftelse av intervaller for realistiske parameterverdier er derfor en grunnleggende del av oppgaven.

Når det gjelder utålmodighetsparameteren (diskonteringsfaktoren for utålmodighet), må den være under 1 for at agenten skal ha preferanser som faktisk uttrykker utålmodighet. Dersom utålmodighetsparameteren er over 1 medfører dette at agenten isolert sett foretrekker konsum i senere perioder fremfor i dag. Implisitt betyr dette i teorien at det er hensiktsmessig å «konsumere i evigheten», noe som ikke vil være tilfellet. Med tanke på at fremtiden i seg selv er usikker, og man i verste fall ikke lever i neste måned, vil det være urealistisk at det å utsette konsum til senere perioder øker samlet nytte. Videre bør heller ikke den månedlige diskonteringsfaktoren være for lav. Dersom utålmodighetsparameteren er veldig lav vil agenten være «nærsynt» og neglisjere nytten av konsum i fremtidige perioder.

Det er blitt gjort flere undersøkelser der individer står overfor valget mellom en viss pengesum i dag og en annen pengesum i fremtiden, slik at man på den måten kan kartlegge hvor utålmodig individet er og herav estimere individers diskonteringsrate. Preferanser for utålmodighet viser seg å variere mye mellom individer og mellom grupper, og avhenger ofte av mange forhold som geografi og demografi. Andersen et al (2014) fant for eksempel at individuell diskonteringsrate var 8,9% årlig, noe som tilsvarer en månedlig utålmodighetsparameter på 0,9929. På den andre siden konkluderte Coller og Williams (1999) med at årlig diskonteringsrate kan være så høy som 17,5-20 prosent, men ved å informere deltakere om hvilken rate valget deres indikerte og om mulige markedsrenter, falt estimatene til 15-17,5 prosent. Dette impliserer månedlig utålmodighetsparameter på henholdsvis 0,9867-0,9849 og 0,9884-0,9867. Det er også viktig å vurdere i hvilken grad «normale personer», som i dette tilfellet til og med ikke utviste rasjonell adferd, faktisk er representative for prisingen av finansielle aktiva. Som et innspill til dette kan det nevnes at mesteparten av verdens aksjeandeler eies og kontrolleres av profesjonelle aktører. Aase (2017) benytter parameterverdier på 0,945-0,955 (årlig), 0,95 årlig tilsvarer en månedlig diskonteringsfaktor lik 0,9957, som sannsynlige verdier på utålmodighetsparameteren. Samtidig henviser han til et studium hvor han estimerer diskonteringsfaktoren til å være 0,99 (årlig) på norske data (1971-2014). Dette tilsvarer en månedlig utålmodighetsparameter så høy som 0,9992.

Med drøftelsene overfor som utgangspunkt, synes rimelige verdier for den månedlige utålmodighetsparameteren å være realistisk i intervallet mindre enn 1, men ikke lavere enn rundt 0,99 (tilsvarende en årlig diskonteringsrate i overkant av 10%).

På lik linje med utålmodighetsparameteren, er det gjort flere undersøkelser som har til hensikt å kartlegge individers risikopreferanser og estimere den relative risikoaversjonen. Eckel og Grossman (2008) gjennomførte en laboratorie-undersøkelse hvor individer sto overfor et valg mellom forskjellige lotterier, og hvor valget av lotteri impliserte individets relative risikoaversjon. Det ble her forutsatt konstant relativ risikoaversjon. Gjennomsnittet av valgene gir et estimat på relativ risikoaversjon rett i overkant av 0,5, men det kommer frem at risikoaversjon avhenger av flere forhold og kan variere mye fra individ til individ. Gandelman og Hernández-Murillo (2014) skriver at det ikke finnes et allment akseptert estimat på relativ risikoaversjon og at tidligere estimerer varierer mellom alt fra 0,2 til 10, men at det trolig er størst aksept for verdier mellom 1 og 3. Deres estimerer for ulike land varierer fra mellom 0

og 3, hvorav estimert relativ risikoaversjon for USA er 1,39. Aase (2017) mener på sin side at en relativ risikoaversjon på rundt 2 er realistisk.

En relativ risikoaversjon på null innebærer at agenten er risikonøytral. Relativ risikoaversjon under null uttrykker risikosøkende adferd. Dermed er det rimelig å konkludere med at realistiske parameterverdier for relativ risikoaversjon er positive, og spørsmålet blir dermed hvilken øvre grense som kan sies å være realistisk. Dette vil nå illustreres gjennom et eksempel hvor agenten står overfor en investering med lik opp- og nedside. Eksempelet illustrerer konsekvensene av høy relativ risikoaversjon. Agenten har initial formue w , som skal investeres med risikabel avkastning X , hvor $E[X] = 0$. Ved å se på hvor stor andel av den initielle formuen agenten er villig til å betale for å kvitte seg med risikoen, uttrykt gjennom den relative risikopremien Pr , fremgår det at veldig høy relativ risikoaversjon vil fremstå som urealistisk. I tabell (2.1) er Pr beregnet ut i fra sammenhengen $E[u(w(1 + X))] = u(w(1 - Pr))$ for forskjellige verdier av relativ risikoaversjon. Nyttfunksjonen som benyttes er identisk med nyttfunksjonen for et usikkert lotteri som benyttes i hele oppgaven. Nyttfunksjonen er beskrevet i avsnittet om oppgavens nyttfunksjoner, og den impliserer konstant relativ risikoaversjon. I eksempelet står agenten overfor en opp- og nedside på 10%. Som følge av CRRA-preferanser vil større verdier for X gi større verdier på Pr (med lik sannsynlighet for opp- og nedside), mens størrelsen på w ikke påvirker Pr så lenge opp- og nedsidene er en prosentandel av w .

α	Pr (i % av formue)	Pr (i % av nedside)
0,1	0,05 %	0,50 %
0,5	0,25 %	2,50 %
1	0,50 %	5,00 %
1,5	0,75 %	7,50 %
2	1,00 %	10,00 %
4	1,97 %	19,70 %
8	3,70 %	37,00 %
10	4,42 %	44,20 %
100	9,37 %	93,70 %

Tabell 2.1

Tabell (2.1) viser den relative risikopremien for forskjellige verdier av relativ risikoaversjon, og hvor stor prosent av den potensielle nedsidene agenten er villig til å betale for å kvitte seg med risikoen. Når $\alpha = 4$ vil agenten betale nesten 20% av nedsidene for å kvitte seg med

risikoen, selv om det er 50% sannsynlighet for at agenten får en tilsvarende oppside. Ved relativ risikoaversjon på 10 vil agenten betale nesten halvparten av en potensiell nedside. Størrelsen på lotteriet, eller nærmere bestemt potensiell positiv/negativ avkastning på formuen en agent står overfor, vil naturligvis være av betydning for holdningen overfor risiko. Allikevel kan det, med utgangspunkt i disse resultatene, sies at en relativ risikoaversjon større enn 4 nærmer seg å være urealistisk høyt. Om tidligere undersøkelser også legges til grunn, vil det gis støtte for at en relativ risikoaversjon mellom 0,5 og 2 kan betraktes som et realistisk intervall for relativ risikoaversjon.

Sammenlignet med utålmodighet og relativ risikoaversjon, finnes det færre undersøkelser og tidligere studier som direkte tar for seg den intertemporale substitusjonselastisiteten (i avsnittet forkortet til EIS). Hva som kan anses som realistiske verdier for EIS er rett og slett drøftet i langt mindre grad.

Til forskjell fra standardmodellen, hvor EIS kan uttrykkes som den inverse av relativ risikoaversjon, tar den rekursive prisingsmodellen utgangspunkt i at EIS og relativ risikoaversjon ikke må være gitt av samme parameter. Estimer av EIS, hvor standardmodellen benyttes til å estimere parameterverdien, vil derfor være meningsløse å henvise til i denne sammenhengen fordi det nettopp er denne prisingsmodellen, sammen med den rekursive prisingsmodellen, det er ønskelig å teste i oppgaven.

Havranek et al (2015) samlet 2735 estimer på EIS fra ulike artikler, estimert ut i fra forskjellige modeller med undersøkelser fra forskjellige land og tidsperioder, og fant at gjennomsnittlig estimat på EIS var rundt 0,5 for alle undersøkelser. Den estimerte verdien for USA tilsvarte 0,594. Dette er ikke studier som kartlegger EIS direkte. Studien forteller i stedet hvilke verdier av EIS som impliseres av ulike modeller. Igjen, fordi oppgaven ønsker å teste nettopp denne typen modeller, er heller ikke dette en god kilde for realistiske verdier av EIS.

Aase (2017) benytter i en artikkel om den rekursive prisingsmodellen, kilder på EIS hvor EIS er forskjellig fra den inverse av relativ risikoaversjon. Han refererer til tidligere statistiske resultater som fant realistiske verdier av EIS til å ligge mellom 1 og 1,5 for norske data. Da den norske og den amerikanske befolkningen er relativt like når det gjelder både velstandsnivå og deltakelse i aksjemarkedet, kan det argumenteres for at realistiske nivåer for EIS i USA er ganske identiske med de norske nivåene for denne størrelsen.

Som det ble vist i kapittelet om oppgavens nyttefunksjoner, kan EIS forklares som den prosentvise endringen i forholdet mellom optimal konsumtilpasning i to perioder som følge av én prosentpoengs endring i realrenten fra den ene perioden til den andre. EIS kan derfor sies å være relatert til hvor mye sparingen øker som følge av en økning i realrenten. Fordi en økning i realrenten vil føre til større avkastning på sparing og dyrere finansiering, vil det være urealistisk at EIS er negativ. Som det blir forklart nærmere i kapittelet om valg av data, er konsum representert av ikke-varige goder og service. Denne variabelen inneholder relativt liten variasjon. Fra et økonomisk perspektiv, og med utgangspunkt i kjennskap til variabelen for konsum, kan det sies å være klare begrensninger i hvor mye konsumet realistisk sett vil reduseres som følge av renteendringer, da agenten kan sies å være avhengig av et visst nivå av konsum for å oppfylle sine basisbehov. Selv om nytten av å spare vil bli høyere ved at realrenten økes, så vil også nytten av å redusere konsum i periode én gå ned. Det kan derfor sies at en rasjonell agent, også i tråd med det som er skrevet om oppgavens nyttefunksjoner, ikke vil redusere konsumet betraktelig dersom realrenten øker noe. Svært høye verdier på EIS vil derfor virke urealistisk, men nøyaktig hvor høy denne grensen vil være er vanskelig å svare på. Oppgaven konkluderer likevel med at en øvre grense på mellom 5 og 10 i alle fall ikke virker urimelig.

2.4 Oppgavens to prisingsmodeller

I avsnitt (2.1) ble sammenhengen mellom den stokastiske diskonteringsfaktoren og et finansielt aktivums avkastning presentert. I avsnitt (2.2) ble to måter å tallfeste verdien av fremtidig konsum, i form av to ulike nyttefunksjoner, presentert. Ved å sette dette sammen kan det formuleres modeller for prising av finansielle aktiva. I dette avsnittet vil de to modellene som testes i oppgaven presenteres i sin helhet.

2.4.1 Forutsetninger for utledning av stokastisk diskonteringsfaktor

Både den stokastiske diskonteringsfaktoren som er basert på en tids-separabel von Neumann–Morgenstern forventet nyttefunksjon, og den stokastiske diskonteringsfaktoren som er basert på den rekursive nyttefunksjonen, tar utgangspunkt i en økonomi hvor konsum er gitt eksogent. For å utlede likevektspriser tas det også utgangspunkt i en representativ agent.

Prinsippene er de samme som ved den detaljerte utledningen av risikofri realrente i avsnittet om realrenta og intertemporal substitusjonselastisitet. I tilfellet hvor det investeres i et risikabelt aktivum er det, til forskjell fra et risikofritt aktivum, slik at aktivumet genererer ulik avkastning i forskjellige utfall. På denne måten vil det, med utgangspunkt i agentens nyttefunksjon, også optimeres med hensyn på dette ved utledningen av likevektspriser.

Som ved utledningen av realrenten innebærer eksogent gitt konsum at produksjon i hver periode ikke bestemmes i modellen. Dette, og at nytten som agenten ønsker å optimere kun bestemmes av agentens fremtidige konsum, medfører at den stokastiske diskonteringsfaktoren vil være slik at det er forholdet mellom forventningen til det som konsumeres og forventningen til avkastning på aktivum n som bestemmer prisen på aktivum n .

Denne måten å betrakte en økonomi på (i denne oppgaven den amerikanske økonomien), og derav hvordan prisdannelse skjer, er selvsagt en forenkling av «virkeligheten». I hvilken grad disse relativt store «forenklingene» medfører at oppgavens konsumbaserte prisingsmodeller feilpriser finansielle aktiva er ikke enkelt å svare på. Blant annet er det utfordrende å finne data som representerer den representative agenten på en god måte. I tillegg kan det stilles spørsmål til hvorvidt konsum kan betraktes som eksogent (noe som i realiteten innebærer at det ikke tas hensyn til produksjon i modellen). For å gjøre riktigst mulig antakelser, og for å forstå hvilke data som best representerer sammenhengene prisingsmodellene tester, er det essensielt å se nærmere på oppbygning til hver av prisingsmodellene.

2.4.2 Prising av finansielle aktiva i henhold til standardmodellen

Antakelsen om eksogent gitt konsum og en representativ agent som optimerer sin nytte under forutsetning om markeder i likevekt, danner altså utgangspunktet for sammenhengen som i konsumbaserte prisingsmodeller uttrykker prisen til et finansielt aktivum. Som vist i kapittelet om nyttefunksjoner er nytten i hver periode, for en nyttefunksjon basert på tids-separabel von Neumann–Morgenstern preferanser, uavhengig av nytten i andre perioder. Den matematiske utledningen av prisingsmodellen og stokastisk diskonteringsfaktor (Lucas, 1978) er derfor relativt enkel.

Fra kapittelet om generell teori om prising av finansielle aktiva har vi at det generelle uttrykket for sammenhengen mellom pris, forventning til fremtidig konsum og forventningen til

fremtidig dividende kan skrives slik det er vist i (2.2). Med utgangspunkt i tids-separabel von Neumann–Morgenstern preferanser gir dette:

$$P_{n,t} = E_t \left[\beta \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\alpha} \times (P_{n,t+1} + D_{n,t+1}) \right] \quad (2.16)$$

$$\text{Hvor: } m_{t,t+1} = \beta \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\alpha} \quad (2.17)$$

Uttrykket er dermed i tråd med det generelle uttrykket i (2.2). Dette er den første av de to prisingsmodellene oppgaven har som formål å gjennomføre empiriske tester av. Den refereres ofte til som «standardmodellen» eller «den konsumbasert kapitalverdimodellen», eller «Lucas' Asset Pricing Model», fra Lucas (1978). I denne oppgaven vil den omtales som «standardmodellen».

Den økonomiske tolkningen av modellen vil basere seg på at en risikoavers investor vil ha større nytte av et sikkert konsumnivå enn tilsvarende forventede, men usikre konsumnivå. Likevektsprisene for finansielle aktiva vil derfor være slik at en investor vil betale mindre for finansielle aktiva som betaler mye i utfall hvor konsumnivået er høyt, og lite når konsumnivået er lavt, sammenlignet med aktiva som betaler mye når konsumnivået er lavt og lite når konsumnivået er høyt. Aktivumet i første eksempel er typisk en aksje som er positivt korrelert med resten av markedet, og som sådan er forventet å betale en avkastning ut over risikofri avkastning. I henhold til standardmodellen (til forskjell fra prisingsmodeller som CAPM) vil det være korrelasjonen med konsumvekst, og ikke korrelasjon med markedsavkastningen direkte, som vil være avgjørende for avkastningskravet som stilles til det finansielle aktivumet. Et aktivum av sistnevnte type kan betraktes som en forsikring mot lave konsumnivåer for den representative agenten, og vil følgelig ha negativ forventet meravkastning. Uten å på noen måte hevde at standardmodellen stemmer, kan det sies at overordnet er denne tendensen forenlig med «den virkelige verden».

Som vist i (2.6) kan avkastningen til et finansielt aktivum deles inn i risikofri avkastning og meravkastning. Uttrykket for stokastisk diskonteringsfaktor for standardmodellen, gitt i (2.17), satt inn i uttrykket for sammenhengen mellom meravkastning og risikofri avkastning, gitt av (2.6), gir følgende sammenheng:

$$R_{n,t+1} = R_{f,t+1} - \frac{\text{Cov}_t \left(\beta \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\alpha}, R_{n,t+1} \right)}{E_t \left[\beta \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\alpha} \right]} \quad (2.18)$$

Dette uttrykket er utgangspunktet for oppgavens innledende test av standardmodellens evne til å forklare meravkastning. Fra dette uttrykket er det enkelt å se at dersom agenten er risikoavers, med $\alpha > 0$, vil positiv korrelasjon mellom konsumvekst og avkastning fra aktivum n , $R_{n,t+1}$, medføre negativ korrelasjon mellom stokastisk diskonteringsfaktor og $R_{n,t+1}$. Dette innebærer altså at leddet med meravkastning er positivt.

2.4.3 Prising av finansielle aktiva i henhold til den rekursive prisingsmodellen

På samme måte som standardmodellen, tar oppgavens rekursive prisingsmodell utgangspunkt i en bytteøkonomi og en representativ agent for å utlede stokastisk diskonteringsfaktor, og videre et generelt uttrykk for prisen til et finansielt aktivum. Den rekursive nyttefunksjonen medfører at nytten i en periode avhenger av nytten i alle fremtidige perioder. Dette gjør det mer komplisert å utlede stokastisk diskonteringsfaktor enn tilfellet med tids-separable von Neumann–Morgenstern preferanser. Løsningen for den stokastiske diskonteringsfaktoren er utledet av Epstein og Zin (1991). I deres tilfelle er sikkerhetsekvivalenten til fremtidig usikkert konsum gitt av den inverse av $(E[V_{t+1}^{-\alpha}])^{-\frac{1}{\alpha}}$. Som beskrevet i avsnittet om oppgavens rekursive nyttefunksjon er tilsvarende uttrykk i denne oppgaven gitt av $(E[V_{t+1}^{1-\alpha}])^{\frac{1}{1-\alpha}}$. Stokastisk diskonteringsfaktor med utgangspunkt i denne oppgavens spesifikke rekursive nyttefunksjon er utledet av Aase (2015).

Prisen til aktivum n er gitt av følgende uttrykk:

$$P_{n,t} = E_t \left[\beta^{\frac{1-\alpha}{1-\rho}} \times (R_{t+1}^V)^{\frac{\rho-\alpha}{1-\rho}} \times \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{\frac{-\rho(1-\alpha)}{1-\rho}} \times (P_{n,t+1} + D_{n,t+1}) \right] \quad (2.19)$$

$$\text{Hvor: } E_t[m_{t,t+1}] = E_t \left[\beta^{\frac{1-\alpha}{1-\rho}} \times (R_{t+1}^V)^{\frac{\rho-\alpha}{1-\rho}} \times \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{\frac{-\rho(1-\alpha)}{1-\rho}} \right] \quad (2.20)$$

Her er R_{t+1}^V avkastningsfaktoren som uttrykker avkastningen generert fra sikkerhetsekvivalenten av alt fremtidig konsum fra periode t til periode $t+1$. Denne variabelen drøftes nærmere i kapitlet om valg av data. Som det fremgår av formelen avgjør forholdet mellom α og ρ om avkastning på formue og vekst i konsum er positivt eller negativt korrelert med $R_{n,t+1}$. I avsnittet om kapitlets nyttefunksjoner ble det vist at dersom $\alpha = \rho$ vil den

rekursive nyttefunksjonen tilfredsstillende tids-separable von Neumann–Morgenstern preferanser. Dermed vil også, dersom $\alpha = \rho$, uttrykket med R_{t+1}^W forsvinne, og uttrykket med konsumvekst vil være opphøyet i ρ (hvor $\alpha = \rho$). Det er dermed enkelt å se at stokastisk diskonteringsfaktor gitt i (2.20) vil være identisk med stokastisk diskonteringsfaktor gitt i (2.17) dersom $\alpha = \rho$. Igjen viser dette at standardmodellen bare er et «spesialtilfelle» av den rekursive prisingsmodellen.

Ved å sette inn uttrykket til den stokastiske diskonteringsfaktoren for den rekursive prisingsmodellen fra (2.20) inn i uttrykk (2.6), gir dette følgende uttrykk for meravkastning i henhold til den rekursive prisingsmodellen:

$$R_{n,t+1} = R_{f,t+1} - \frac{\text{Cov}_t \left(\left(\beta^{\frac{1-\alpha}{1-\rho}} \times (R_{t+1}^W)^{\frac{\rho-\alpha}{1-\rho}} \times \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{\frac{-\rho(1-\alpha)}{1-\rho}} \right), R_{n,t+1} \right)}{E_t \left[\beta^{\frac{1-\alpha}{1-\rho}} \times (R_{t+1}^W)^{\frac{\rho-\alpha}{1-\rho}} \times \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{\frac{-\rho(1-\alpha)}{1-\rho}} \right]} \quad (2.21)$$

Dette uttrykket er utgangspunktet for oppgavens innledende test av rekursive prisingsmodellens evne til å forklare meravkastning. I likhet med (2.18) vil andre ledd være positivt, og det risikable aktivumet n gi meravkastning, dersom korrelasjonen mellom den stokastiske diskonteringsfaktoren og forventet avkastning på aktivum n er negativ. I tilfellet med den rekursive prisingsmodellen vil både forholde mellom α og ρ og sannsynlighetsfordelingen til konsumvekst, avkastning på formue og finansielt aktivum n påvirke forventet meravkastning for finansielt aktivum n .

3 Empirisk metode

I dette kapitlet vil «generalized method of moments», som er estimeringsverktøyet oppgaven benytter, presenteres i sin helhet.

3.1 “Generalized Method of Moments”-GMM

«Generalized Method of Moments», heretter omtalt som GMM, er en estimeringsteknikk hvor det tas utgangspunkt i antatte statistiske forhold mellom parametere det er ønskelig å estimere og populasjonsdata. Ut ifra disse antatte sammenhengene kan parametere estimeres ved at sammenhengene modelleres i form av ligninger som i prinsippet skal holde for aktuelle populasjonsdata. En ligning for en slik statistisk «sammenheng» mellom parametere og populasjonsdata kalles for «moment condition», heretter omtalt som «momentbetingelser». Dersom det eksisterer like mange momentbetingelser som parametere det er ønskelig å estimere, betyr dette at det finnes en eksakt løsning med parameterverdier som sørger for at alle momentbetingelser holder. I mange statistiske sammenhenger, herunder tilfeller hvor økonomiske data analyseres, er det gjerne slik at flere antatte forhold mellom parametere og populasjonsdata eksisterer, enn det antallet parametere som skal estimeres. Dette er også tilfellet for begge oppgavens prisingsmodeller. I et slik tilfellet vil systemet av ligninger som skal løses i prinsippet være «overspesifisert». Dersom man kun har et utvalg av data fra populasjonen den statistiske sammenhengen skal holde for, vil det ikke være sannsynlig at det eksisterer en eksakt løsning med parameterverdier hvor alle momentbetingelser i dette overspesifiserte ligningssystemet er tilfredsstilt samtidig. GMM er et rammeverk som tillater, tar hensyn til og utnytter nettopp dette. Overordnet kan det sies at denne estimeringsmetoden (GMM) er en metode for å minimere feilene overspesifiseringen medfører på en «hensiktsmessig» måte. Ved å velge parameterverdier slik at dette er tilfredsstilt, gir dette de parameterverdiene som med størst sannsynlighet forklarer sammenhengen i modellene som testes. Hva som menes med «hensiktsmessig», og hvordan GMM «utnytter» at ligningssystemet er overspesifisert, vil drøftes i dette kapitlet. Dette vil også vises i lys av de konkrete sammenhengene oppgaven har til hensikt å undersøke.

3.1.1 Bruk av Euler-ligningen som «momentbetingelse»

«Euler ligningen», gitt i (2.4), er utgangspunktet for de nødvendige «momentbetingelsene» oppgaven benytter. Hva dette innebærer vil nå beskrives i detalj:

Først og fremst må det argumenteres med at Euler-ligningen faktisk skal kunne benyttes som momentbetingelser i prisingsmodellene, og dette må gjøres ut ifra en økonomisk drøftelse. For at historisk data for statistiske sammenhenger i Euler-ligningen skal kunne benyttes som momentbetingelser i denne oppgaven, er antakelsen om rasjonelle forventninger for den representative agenten avgjørende. Dette innebærer at dersom det antas at agentens forventning på tidspunkt t samsvarer med den sanne sannsynlighetsfordelingen for henholdsvis C_{t+1} og $R_{n,t+1}$, i standardmodellen, og henholdsvis C_{t+1} , R_{t+1}^W og $R_{n,t+1}$, i den rekursive prisingsmodellen, kan betinget forventning skrives som ubetinget forventning som vist i (2.5). Dette forutsetter at sannsynlighetsfordelingen for variablene i tid $t+1$ samsvarer med agentens forventninger på tidspunkt t . Det er viktig å presisere at dette ikke betyr at den representative agenten nødvendigvis vil ha rett om verdien på fremtidige usikre variabler i hver periode, men i større utvalg vil verdien for variablene samsvare med den representative agentens forventninger til sannsynlighetsfordelingen til variablene. Dersom dette er oppfylt kan historiske tidsseriedata for modellenes aktuelle variabler benyttes som utvalgsdata for å estimere parameterverdiene i oppgavens prisingsmodeller.

Fra (2.4) har vi altså at Euler-ligningen, en statistisk sammenheng mellom avkastning fra finansielt aktivum n og stokastisk diskonteringsfaktor, skal gjelde for alle finansielle aktiva. Med utgangspunkt i argumentene presentert i forrige avsnitt kan denne sammenhengen skrives på ubetinget form:

$$0 = E[(m_{t,t+1} \times R_{n,t+1}) - 1] \quad (2.5)$$

Sammenhengen i (2.5) innebærer at gjennomsnittet av stokastisk diskonteringsfaktor multiplisert med avkastningsfaktoren for finansielt aktivum n minus én, av alle fremtidige perioder, skal være lik null. Fordi estimerte parameterverdier i modellen skal gjelde for alle aktiva, kan i prinsippet Euler-ligningen for alle finansielle aktiva inkluderes som momentbetingelser. På denne måten er data for alle finansielle aktiva modellen er antatt å holde for representert som estimatorer for parameterne det er ønskelig å estimere. I prinsippet vil flere momentbetingelser øke parameterens asymptotiske effisiens, noe som i

utgangspunktet er positivt. I praksis er det likevel ikke hensiktsmessig å inkludere for mange momentbetingelser. Problemer knyttet til dette vil beskrives nærmere senere i dette kapitlet. Hvilken type testaktiva det er aktuelt å inkludere i ulike tester drøftes i kapitlet om valg av data. Uansett vil det, i testene denne oppgaven gjennomfører, vise seg å være uproblematisk å inkludere så mange momentbetingelser at regresjonsmodellen blir overspesifisert. For testene som gjennomføres i denne oppgaven finnes aktuelle månedlige data kun i begrensede tidsserier. Flere momentbetingelser gir flere statistiske sammenhenger mellom aktuelle variabler og parameterverdier. Merk at fordi GMM som estimeringsmetode tar utgangspunkt i overspesifiserte ligningssystemer, øker dette også datagrunnlaget som parameterverdiene potensielt kan estimeres ut ifra.

3.1.2 Overspesifiserte modeller

Et overspesifisert ligningssystem, er et ligningssystem av flere ligninger enn ukjente. Fordi dette elementet er sentralt ved bruken av GMM som estimeringsmetode, vil det nå sees nærmere på implikasjonene av dette i denne sammenhengen.

Euler-ligningen, slik den er gitt i (2.5), tilsier at forventningsverdien av produktet mellom sannsynlighetsfordelingen til stokastisk diskonteringsfaktor og avkastningsfaktoren for aktivum n over alle fremtidige perioder skal være lik null. Dersom det hadde eksistert tilgjengelige populasjonsdata over alle fremtidige perioder, og sammenhengen mellom stokastisk diskonteringsfaktor og avkastning faktisk holder for alle finansielle aktiva, vil hele sannsynlighetsfordelingen mellom verdier for aktuelle variabler være representert i henhold til tidligere argumenter om rasjonelle forventninger for den representative agenten. I dette tilfellet vil (2.5) i prinsippet holde, og også et overspesifisert problem som i oppgavens tilfelle vil ha én og samme eksakte løsning. En annen måte å si dette på er at dersom antall perioder med observerte data går mot uendelig, og sammenhengen mellom stokastisk diskonteringsfaktor og avkastning faktisk stemmer for alle finansielle aktiva, gitt samme parameterverdier, vil nødvendigvis alle momentbetingelser, slik de er satt opp i denne oppgaven, være lik null.

Det finnes selvsagt ikke tilgjengelige populasjonsdata for alle fremtidige perioder. Dermed må utvalgsdata brukes for å representere populasjonen det er ønskelig å si noe om. Ved bruk av utvalgsdata vil problemet ikke ha en eksakt løsning. Dette er fordi et utvalg fra populasjonen

nødvendigvis ikke vil være helt representativt for populasjonen det er hentet fra. Selv om sannsynligheten for at utvalget avviker fra populasjonen avtar ettersom størrelsen på utvalget øker, vil det faktum at dataene kun er et utvalg av populasjonen det finnes en antatt statistisk sammenheng for, medføre at det ikke vil finnes én løsning. I denne oppgaven innebærer dette at variablene i tidsserien som utgjør utvalget nødvendigvis ikke vil være helt identisk med variablenes sanne fordeling. Det finnes med andre ord ingen parameterestimerer som sørger for at alle momentbetingelser vil ha én og samme eksakte løsning.

3.1.3 Matematisk oppsett av GMM i oppgaven

Som følge av antakelsen om agentens rasjonelle forventninger, og prinsippet om at prisingsmodellen gitt sanne parameterverdier, skal holde for alle finansielle aktiva, vil Euler-ligninger for ulike finansielle aktiva skrevet på form gitt i (2.5), være utgangspunktet for GMM-estimering av modellens parametere. Euler-ligninger på denne formen betegnes i denne sammenheng som «ortogonale betingelser» fordi ligningen er lik null. Det vil nå vises matematisk hvordan prisingsmodellens parametere er estimert ved bruk av GMM.

Ved å representere den statistiske sammenhengen i (2.5) med observerte data, gir dette en kolonnevektor med følgende ortogonale betingelser:

$$E[\vec{h}(\vec{\theta}, \vec{X}_t)] = \vec{0} \quad (3.1)$$

Her er ortogonale betingelser gitt av kolonnevektor \vec{h} , hvor hver rad er en Euler-ligning på form gitt i (2.5) for aktuelle aktiva, og tidsseriedata for variablene som inngår i sammenhengen på samme tidspunkt er representert ved vektor \vec{X}_t . Ukjente parametere for modellen er representert ved vektor $\vec{\theta}$. $\vec{h}_t(\vec{\theta}, \vec{X}_t)$ er en kolonnevektor som angir avvikene til hver av de ortogonale betingelser på tid t . (3.1) tilsier altså at forventningsverdien til avvikene for hver av de ortogonale betingelsene skal være lik null.

I forrige avsnitt ble det nevnt at GMM har til hensikt å minimere feilleddet for hver av de ortogonale betingelsene på en hensiktsmessig måte. I denne oppgaven er utgangspunktet en tostegs-prosedyre (på engelsk «two-step GMM»). I første steg velges $\vec{\theta}$ for å minimere summen av de kvadrerte feilleddene til de ortogonale betingelsene. Dette gjøres ved å løse

følgende minimeringsproblem, hvor \mathbf{ID} er en identitetsmatrise av samme dimensjon som antall ortogonale betingelser:

$$\min_{\vec{\theta}} g(\vec{\theta}) = E[\vec{h}(\vec{\theta}, \vec{X}_t)^T] \times \mathbf{ID} \times E[\vec{h}(\vec{\theta}, \vec{X}_t)] \quad (3.2)$$

3.1.4 Valg av vektingsmatrise

Valg av vektingsmatriser er relativt teknisk. Oppgaven vil derfor ikke drøfte dette temaet veldig inngående, men vil likevel forsøke å tilføre en intuitiv forståelse av hvordan valg av vektingsmatrisen påvirker parameterestimaten i denne oppgaven, og hvorfor en vektingsmatrise forskjellig fra identitetsmatrisen, som benyttes i steg én, faktisk er nødvendig.

Det kan virke fornuftig å benytte identitetsmatrisen fra første steg som vektingsmatrise fordi identitetsmatrisen tilsynelatende legger gjennomsnittlige avvik for de ortogonale betingelsene like stor vekt, men dette er ikke riktig. I realiteten vil ortogonale betingelser med store feilledd da tillegges større vekt enn de ortogonale betingelsene som avviker lite, som følge av at det gjennomsnittlige avviket for hver av de ortogonale betingelsene kvadreres. I denne oppgaven vil dette for eksempel føre til at ortogonale betingelser, hvor mindre av variasjonen i pris forklares av den aktuelle prisingsmodellen, tillegges større vekt ved estimering av modellens parametere. I tillegg vil det, som det vises i avsnittet under, være slik at bruk av instrumenter vil skalere feilleddene i de ortogonale betingelsene avhengig av instrumentvariabelens størrelse, uten at dette tas hensyn til dersom identitetsmatrisen benyttes som vektingsmatrise. Disse to punktene er i seg selv et godt argument for å utelukke at bruk av identitetsmatrisen som vektingsmatrise er hensiktsmessig.

Ved å erstatte \mathbf{ID} -matrisen med en «hensiktsmessig» vektingsmatrise, \mathbf{W} , gjør GMM-rammeverket det mulig å ta hensyn til problemer av typen som ble nevnt over. Gitt at de ortogonale betingelsene holder, som innebærer at feilleddene for samtlige ortogonale betingelser går mot null i asymptotiske utvalg, kan det vises at så lenge vektingsmatrisen er positiv semidefinit vil GMM-estimatoren være asymptotisk konsistent og normalfordelte (Hansen, 1982). Konsistent er et statistisk begrep hvor konsistente estimater for parameterne innebærer at dersom det er mange nok observasjoner vil estimatene konvergere i sannsynlighet mot den sanne parameterverdien. Med andre ord tilsier de asymptotiske egenskapene teorien er basert på, at alle positiv semidefinit vektingsmatriser vil generere samme verdi for

parameterestimer i asymptotiske utvalg. Som det vil vises i kapittelet hvor testresultatene analyseres kan vektingsmatrisen, i begrensede utvalg, også påvirke hvorvidt parameterestimatene blir konsistente eller ikke.

Under forutsetning om at de ortogonale betingelsene holder kan det vises at ved fravær av autokorrelasjon og heteroskedastisitet i tidsserien med avvikene til de ortogonale betingelsene, vil vektingsmatrisen som minimerer standardfeilen til parameterestimatene i asymptotiske utvalg være den inverse av den asymptotiske kovariansmatrisen generert av de ortogonale betingelsene (Hansen, 1982). I denne kovariansmatrisen tas det altså utgangspunkt i at feilledet for hver av de ortogonale betingelsene faktisk er lik null, slik at (3.1) holder. Bruk av denne inverse kovariansmatrisen som vektingsmatrise, hvor forventningsverdien av feilledet for hver av de ortogonale betingelser settes lik null, gir altså konsistente og mest effisiente parameterestimer i asymptotiske utvalg. Med effisient menes her at parameterverdiene har lavest mulig asymptotisk varians. I praksis betyr dette at i store utvalg vil bruk av den inverse av kovariansmatrisen til de ortogonale betingelsene, hvor det forventede feilledet til hver av de ortogonale betingelsene settes lik null, minimere parameterestimatenes standardfeil. Det er ønskelig å estimere konsistente parameterverdier med lavest mulig standardfeil. Fordi teorien tilsier at alle vektingsmatriser som er positiv semidefinitte gir asymptotisk konsistente parameterestimer, kan den positiv semidefinitte vektingsmatrisen som genererer parameterestimer med lavest mulig standardfeil dermed sies å være «den optimale vektingsmatrisen». Denne optimale vektingsmatrisen vil i oppgaven refereres til som den «asymptotiske vektingsmatrisen», nettopp fordi den tar utgangspunkt i at de ortogonale betingelsene holder, som i teorien vil være tilfellet i asymptotiske utvalg.

Matematisk innebærer dette at gitt uttrykket for standardfeilen til parameterestimer, senere presentert i (3.8), vil optimal vektingsmatrise være løsningen på minimeringsproblemet som har til hensikt å minimere standardfeilen til estimatene ved å velge vektingsmatrisen. Under forutsetning om fravær av heteroskedastisitet og autokorrelasjon i feilledene til de ortogonale betingelsene vil altså vektingsmatrisen, presentert i (3.4), være løsningen på dette minimeringsproblemet. Når utvalgets størrelse øker konvergerer den optimale vektingsmatrisen i sannsynlighet mot inversmatrisen av følgende uttrykk, under forutsetning om at de ortogonale betingelsene holder:

$$\mathbf{\Omega} = \underset{n \rightarrow \infty}{plim} \frac{1}{n} \times \sum_{t=0}^n (\vec{h}(\vec{\theta}, \vec{X}_t) \times \vec{h}(\vec{\theta}, \vec{X}_t)^T) \quad (3.3)$$

Optimal \mathbf{W} settes derfor til å være den inverse av $\mathbf{\Omega}$:

$$\mathbf{W} = \mathbf{\Omega}^{-1} \quad (3.4)$$

Til tross for at utvalgene som i praksis benyttes nødvendigvis ikke er asymptotiske, er vektingsmatrisen gitt i (3.4), hvor (3.1) er antatt å holde, den vektingsmatrisen som i henhold til teorien med størst sannsynlighet vil være optimal. I praksis er det også vanlig å benytte den inverse av kovariansmatrisen til de ortogonale betingelsene, uten å anta at (3.1) holder, som vektingsmatrise. Hva dette innebærer i denne oppgaven, og hvilken effekt denne forskjellen i bruk av vektingsmatriser medfører, vil drøftes i lys av en konkret test oppgaven gjennomfører i avsnitt (5.2).

Sammenhengen mellom en matrise, \mathbf{M} , og den inverse av matrisen, \mathbf{M}^{-1} , er $\mathbf{M} \times \mathbf{M}^{-1} = \mathbf{ID}$. Som følge av en inversmatrisers naturlige egenskaper kan det i denne sammenhengen argumenteres med at det å benytte den inverse matrisen av $\mathbf{\Omega}$ som vektingsmatrise (enkelt sagt) blant annet innebærer å vekke ned ortogonale betingelser hvor feilleddene er store i forhold til ortogonale betingelser med mindre feilledd. Fordi det kan sies at ortogonale betingelser med lik varians, hvor avvikene fra 0 i hver periode i gjennomsnitt er store, forklarer mindre av den totale variasjonen i pris, er det fornuftig at disse tillegges mindre vekt ved estimering av parameterverdier. Bruk av den optimale vektingsmatrisen bidrar dermed til å gjøre estimatene mer effisiente, blant annet fordi kilden til stor variasjon i estimatene vektet ned. Dette er en av de viktige egenskapene, og kanskje den «mest intuitive» egenskapen, ved bruk av den inverse av kovariansmatrisen som vektingsmatrise.

En viktig innsikt ved valg av GMM som estimeringsmetode er bruken av vektingsmatriser og hvilke muligheter dette medfører. Fordi GMM gir opphav til nettopp bruk av vektingsmatriser for å estimere statistiske parametere, og vektingsmatrisen gjør det mulig å finne optimale estimater med hensyn på standardfeil, hvor det til og med kan tas hensyn til autokorrelasjon og heteroskedastisitet i avvikene til de ortogonale betingelsene, gjør dette GMM til en fleksibel estimeringsmetode. Dette, og at GMM er egnet ved estimering av parametere som inngår i ikke-lineære sammenhenger, gjør at GMM i teorien vil være hensiktsmessig ved estimering av parametere i de økonomiske sammenhengene oppgaven ønsker å teste.

3.1.5 Iterativ GMM

Nå som valg av vektingsmatrise er presentert, kan 2-steps GMM settes opp. Vektingsmatrisen, \mathbf{W} , er gitt av den inverse av kovariansen for de ortogonale betingelsene, under forutsetning om at (3.1) holder, som løser optimeringsproblemet gitt i (3.2). Å finne vektingsmatrise er derfor første steg.

Andre steg er å løse følgende minimeringsproblem:

$$\min_{\vec{\theta}} g(\vec{\theta}) = E[\vec{h}(\vec{\theta}, \vec{X}_t)^T] \times \mathbf{W} \times E[\vec{h}(\vec{\theta}, \vec{X}_t)] \quad (3.5)$$

I prinsippet kan andre steg i to-stepsprosessen gjentas flere ganger. Dette innebærer at vektingsmatrisen oppdateres som den inverse av kovariansmatrisen generert i forrige steg. Når man repeterer andre steg flere ganger kalles det iterativ GMM (på engelsk: «Iterated GMM»). Dette vil i prinsippet gjøres for å få enda mer effisiente parameterestimater.

3.1.6 Bruk av instrumenter

Instrumentene er tidsserier med variabler observert på samme tidspunkt som prisen i prisingsmodellene bestemmes. Kravet til instrumentene er at de skal være korrelert med de eksogene variablene i modellen, men de skal ikke være korrelert med tidsserien med avvikene til de ortogonale betingelsene. I denne oppgaven innebærer dette at instrumentvariablene kun påvirker prisingsmodellen gjennom de eksogene variablene i modellen. Verdien for variablene som benyttes som instrumenter må altså være observerbare i samme tid som prisen dannes, altså i tid t . Verdien for variablene til og med tidspunkt t kan derfor betraktes som en del av informasjonssettet til investoren på tidspunkt t .

Fra (3.1) har vi ortogonale betingelser gitt av Euler-ligningen for ulike finansielle aktiva. Inkludering av instrumenter skjer på følgende måte:

$$E[\vec{h}(\vec{\theta}, \vec{X}_t) \otimes \vec{Z}_t] = \vec{0} \quad (3.6)$$

Her er \vec{Z} en kolonnevektor med aktuelle instrumenter og \otimes er kronecker-produktet. Med \vec{Z} og \vec{h} som kolonnevektor innebærer denne operasjonen å multiplisere hver av radene i \vec{h} med alle radene i \vec{Z} .

I første kapittel, hvor generell teori om prising av finansielle aktiva ble presentert, ble det nevnt at det var hensiktsmessig å skrive Euler-ligningen på form som i (2.5). Det ble senere i oppgaven argumentert for hvorfor sammenhengen kan skrives på ubetinget form. I tillegg til at dette forenkler behandlingen av optimeringsproblemet i GMM-prosedyren, er denne måten å skrive uttrykket på veldig nyttig ved inkludering av instrumenter i GMM-modellen. Ved å ta kronecker-produktet mellom vektoren for de ortogonale betingelsene og instrumentene utvides modellen med $((\text{antall rader i } \vec{Z}) - 1)$ nye momentbetingelser for hver opprinnelig momentbetingelse. Fordi Euler-ligningen er skrevet på form gitt i (2.5), hvor venstre side av likhetstegnet er lik null, innebærer dette at også denne utvidede modellen, hvor instrumenter er inkludert, kun vil ha ortogonale betingelser. I prinsippet er det eneste som har skjedd at begge sider av likhetstegnet i (2.5) er multiplisert med instrumentvariabelen.

Fordi det kreves av instrumentene at de ikke skal være korrelert med feilleddet for hver periode, vil ikke instrumentvariablene som tilfredsstillt dette kravet bidra til å forklare noe av variasjonen i modellen. Dette er en viktig forutsetning fordi det kun er sammenhengene i oppgavens prisingsmodeller, uttrykt ved Euler-ligningen, det er ønskelig å teste! Hensiktsmessig bruk av instrumenter forandrer med andre ord ikke sammenhengen mellom modellens variabler, men lar modellens parametere estimeres gjennom flere ortogonale betingelser. Dette innebærer at flere instrumenter sørger for at parameternes asymptotiske varians reduseres, men ved få observasjoner kan det å legge til instrumenter derimot føre til større varians i feilleddene for de ortogonale betingelsene, og det kan til og med medføre ikke-konsistente parameterestimer. Som det fremgår av formelen for parameterestimatenes standardfeil, som presenteres i (3.8), vil økt varians i feilleddene til de ortogonale betingelsene øke standardfeilen. Fordi det i denne oppgaven tas utgangspunkt i et relativt begrenset utvalg, sammenlignet med uendelig antall observasjoner, må det diskuteres i hvilken grad instrumentvariabler bør inkluderes. I tilfeller hvor (2.5) kun er gitt av ved ett aktivum, er bruk av instrumentsett nødvendig for i det hele tatt å få en overspesifisert modell slik at GMM kan benyttes.

Det er også ønskelig at instrumentvariabler skal ha høy korrelasjon med variablene som inngår i hver av prisingsmodellene. I tillegg til kravet om at instrumentvariablene ikke skal være korrelert med feilleddet for hver periode, er kravet om korrelasjon med modellens variabler avgjørende for at instrumentene skal være velfungerende. Dette er fordi et instrument med lav korrelasjon vil øke variansen i feilleddet til de ortogonale betingelsene mer enn dersom

korrelasjonen er høy. Det er allerede nevnt at dette er kritisk, særlig ved små utvalg. Fordi det ikke finnes noe eksakt svar på hva som er et godt instrument, må valg av instrumenter i tillegg gjøres ut ifra en økonomisk drøftelse. Dette vil bli gjort ettersom tester med ulike instrumentsett presenteres ved analyser av de empiriske resultatene.

3.1.7 Sargan-Hansen J-test og estimert standardfeil for parameterestimater

Ved inkludering av flere instrumenter øker antall ortogonale betingelser på samme måte som når flere Euler-ligninger for finansielle aktiva inkluderes i GMM-modellen. Sargan-Hansens J-test sjekker om parameterestimaten asymptotisk konvergerer i sannsynlighet mot den sanne parameterverdien eller ikke. Dersom dette ikke er tilfellet, kan det sies at modellen ikke er «gyldig». Enkelt sagt innebærer dette at det ikke er sannsynlig at de ortogonale betingelsene holder, gitt modellens data. Dersom dette er tilfellet bør kombinasjonen av momentbetingelser endres. Med utgangspunkt i uttrykket som angir det samlede avviket for de ortogonale betingelsene medfører denne overspesifiseringen at det er mulig å teste modellens validitet, ved å beregne om det er sannsynlig at det finnes parameterverdier som sørger for at alle modellens ortogonale betingelser asymptotisk vil holde.

J-verdien er beregnet ut ifra følgende uttrykk:

$$J \equiv N \times \left(\sum_{t=1}^N \vec{h}(\vec{X}_t, \vec{\theta}) \right)^T \times \mathbf{W} \times \left(\sum_{t=1}^N \vec{h}(\vec{X}_t, \vec{\theta}) \right) \xrightarrow{d} \chi_{k-l}^2 \quad (3.7)$$

J-verdien er kjikvadrat-fordelt med frihetsgrader lik antallet ortogonale betingelser, fratrukket antall parametere som estimeres. Større antall ortogonale betingelser reduserer kravet til størrelsen på feilledet. Dette innebærer at et stort samlet avvik for de ortogonale betingelsene vil øke sannsynligheten for å forkaste nullhypotesen og konkludere med at modellen ikke holder. Et større antall observasjoner vil i teorien, med større sannsynlighet, gjøre estimatene mer konsistente. Dette vil i så måte stille strengere krav til størrelsen på J-verdien som estimeres. P-verdien angir sannsynligheten for å konkludere med at modellen ikke er gyldig, gitt at de ortogonale betingelsene faktisk holder. Altså vil en lav p-verdi tilsi at det med større sannsynlighet kan konkluderes med at modellen ikke er gyldig. For eksempel vil en p-verdi under 0,1 bety at det på et 10% signifikansnivå kan konkluderes med at modellen ikke er gyldig. Prinsipielt er det viktig å ikke konkludere med at noe er ugyldig dersom det er stor

sannsynlighet for at dette ikke er tilfellet. Dette medfører at en p-verdi, eksempelvis lik 0,4, ikke bør medføre at instrumentsettet forkastes.

I denne oppgaven er Sargan-Hansens J-test benyttet ved vurdering av hvilke kombinasjoner av ortogonale betingelser, generert av testaktiva og instrumentsett, det er hensiktsmessig å inkludere. I oppgavens tester, hvor spørsmålet om valg av ortogonale betingelser og testens validitet er relevant, er resultatene fra J-testen presentert sammen med resten av resultatene for testen.

Den estimerte variansen til forventningsverdien til parameterestimaten, generert fra GMM-prosessen, er gitt av følgende uttrykk:

$$Var(\theta) = \underset{n \rightarrow \infty}{plim} \frac{1}{N} \times (\Delta \vec{h}^T \mathbf{W} \Delta \vec{h})^{-1} \times (\Delta \vec{h}^T \mathbf{W} \mathbf{\Omega} \mathbf{W} \Delta \vec{h}) \times (\Delta \vec{h}^T \mathbf{W} \Delta \vec{h})^{-1} \quad (3.8)$$

Standardfeilen for et parameterestimat er dermed gitt av den kvadrerte verdien av uttrykket i (3.8). Uttrykket for standardfeilen i (3.8) forutsetter, i tråd med teorien GMM er basert på, at hver av de ortogonale betingelsene er lik null, som altså vil være tilfellet dersom de antatte sammenhengene i de ortogonale betingelsene stemmer, og utvalget går mot uendelig. Dersom dette er tilfellet vil sannsynligheten for at den estimerte standardfeilen er gitt av (3.8) konvergere mot 1. Selv om oppgaven naturligvis ikke benytter uendelig store utvalg benyttes altså uttrykket i (3.8), hvor n tilsvarer antall perioder med observasjoner, til å beregne standardfeilen til oppgavens estimerte parameterverdier. Fordi utvalgene oppgaven benytter må kunne sies å være relativt store er det stor sannsynligheten for at (3.8) gir et godt estimat for standardfeilen til parameterestimaten.

$\Delta \vec{h}$ er den marginale endringen i \vec{h} (feilleddene til de ortogonale betingelsene) ved en marginal økning i parameterverdien det er ønskelig å estimere standardfeilen til. Den marginale økningen skjer i punktet gitt av de estimerte parameterverdiene fra GMM-prosessen. I oppgaven er vektoren med endringene i de ortogonale betingelsene funnet ved å øke den aktuelle parameterverdien med 0,0001 i punktet med verdien parameteren er estimert til å ha. Dette er i så måte en approksimasjon for den partiellderiverte med hensyn på den aktuelle parameteren rundt dette punktet. Standardfeilene GMM-applikasjonen i «Stata» oppgir for tilsvarende parameterestimer er identiske.

3.1.8 GMM-oppsett for standardmodellen og den rekursive prisingsmodellen

(3.1) er det generelle uttrykket for vektoren med ortogonale betingelser. Med utgangspunkt i Euler-ligningen gitt i (2.5), og uttrykkene for stokastisk diskonteringsfaktor, gitt i (2.17) for standardmodellen og (2.20) for oppgavens rekursive prisingsmodell, vil vektoren med ortogonale betingelser, for henholdsvis standardmodellen og den rekursive prisingsmodellen, være gitt av følgende sammenhenger:

$$E[\vec{h}(\vec{\theta}, \vec{X}_t)] = E\left[\beta \left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right)^{-\alpha} \times \vec{R}_{n,t+1} - 1\right] = \vec{0} \quad (3.9)$$

$$E[\vec{h}(\vec{\theta}, \vec{X}_t)] = E\left[\left(\beta(R_{m,t+1})^{\frac{\rho-\alpha}{1-\rho}}\right) \times \left(\left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right)^{\frac{-\rho(1-\alpha)}{1-\rho}}\right) \times \vec{R}_{n,t+1} - 1\right] = \vec{0} \quad (3.10)$$

For (3.9) og (3.10) tilsvareer antall ortogonale betingelser antall rader i vektor $\vec{R}_{n,t+1}$, som angir avkastning i $t+1$ for hvert finansielt aktivum. $\vec{\theta}$ er en vektor bestående av parameterne som skal estimeres i (3.9) og (3.10). Dette er henholdsvis α og β , og α , ρ og β . \vec{X}_t er en vektor med verdier for variablene modellen er gitt av. I (3.9) innebærer dette, i tillegg til avkastning på finansielt aktivum n , konsum i $t+1$ og konsum i t . I (3.10) innebærer dette, i tillegg til avkastning på finansielt aktivum n , også konsum i $t+1$, konsum i t og total avkastning på sikkerhetsekvivalenten til fremtidig konsum, hvor $R_{t+1}^V = R_{m,t+1}$. (Dette forklares nærmere i avsnitt (4.1.4).)

Opgaven vil også inkludere instrumenter på samme måte som vist i (3.6). Dette gir følgende uttrykk for oppgavens ortogonale betingelser etter inkludering av instrumenter for henholdsvis standardmodellen og den rekursive prisingsmodellen:

$$E\left[\left(\beta \left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right)^{-\alpha} \times \vec{R}_{n,t+1} - 1\right) \otimes \vec{Z}_t\right] = \vec{0} \quad (3.11)$$

$$E\left[\left(\left(\beta(R_{m,t+1})^{\frac{\rho-\alpha}{1-\rho}}\right) \times \left(\left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right)^{\frac{-\rho(1-\alpha)}{1-\rho}}\right) \times \vec{R}_{n,t+1} - 1\right) \otimes \vec{Z}_t\right] = \vec{0} \quad (3.12)$$

4 Oppgavens data

Resultatene fra oppgavens test viser seg å være sensitive for valg av data. Det er derfor viktig at valg av data drøftes inngående, slik at oppgavens data representerer sammenhengene i modellene på en mest mulig korrekt måte. Det er også viktig å kjenne dataenes karakteristikk for å kunne tolke resultatene fra oppgavens empiriske tester. Hva som kjennetegner oppgavens data, og hvilke forutsetninger som ligger til grunn for valg av data, presenteres derfor i dette kapitlet.

4.1 Valg av utvalgsdata

Både Hansen og Singleton og Epstein og Zin benytter månedlige data som løper fra 1959 til henholdsvis 1978 og 1986 i sine tester. For å få et så godt sammenligningsgrunnlag som mulig, og for å kunne teste prisingsmodellene på lengst mulige tidsserier med nyere data, vil oppgavens analyser benytte månedlige data fra tre forskjellige tidsserier; én for Hansen og Singleton sin periode (HS-perioden), én for Epstein og Zin sin periode (EZ-perioden) og én for hele perioden, altså med data fra 1959 helt frem til desember 2016.

Særlig nyere data skiller seg på flere områder markant fra de eldre dataene som er benyttet i Hansen og Singleton, og delvis Epstein og Zin, sine tester. Amerikansk økonomi har i perioden 1987-2016 vært vitne til flere betydningsfulle hendelser som kan tenkes å ha markant innvirkning på resultatene. «Black Monday», «IT-boblen» og «finanskrisen» er eksempler på ekstraordinære hendelser som kan tenkes å «forstyrre» sammenhengene modellene ønsker å teste. Spørsmålet er om opptakten til kriser, med høye avkastninger, og påfølgende nedgang i markedet, med negative og lave avkastninger, vil være i tråd med den representative investorens forventning til fordelingen for avkastning til testaktiva, formue og fremtidig konsum. Dersom disse ekstreme utfallene ikke antas å være en del av den forventede fordelingen til disse stokastiske variablene for den representative agenten, er det er mulig å «pause» tidsserien ved store økonomiske hendelser. På denne måten testes bare prisingsmodellene på bakgrunn av tidsserier hvor økonomien mer eller mindre kan sies å være i «normaltilstand». Dette vil allikevel ikke nødvendigvis gi et korrekt bilde på modellenes faktiske egenskaper til å prise finansielle aktiva, da ekstreme utfall og store bevegelser i økonomien er en realitet, og følgelig også bør være representert i utvalgene modellenes

parametere estimeres ut ifra. Videre er det er ikke bare ekstraordinært store bevegelser som har preget økonomien fra 1987 og til i dag, da perioden også preges av høy avkastning på finansielle aktiva. Dette presenteres nærmere senere i kapitlet. Det er interessant å undersøke hvorvidt modellene er i stand til å prise finansielle aktiva på tvers av forskjellige perioder, og å undersøke eventuelle konsekvenser for prisingsmodellene som følge av at nye og endrede sammenhenger i økonomien. Oppsummert har oppgaven på bakgrunn av dette valgt å ikke utelukke enkelthendelser, eller perioder med ekstraordinære bevegelser.

4.1.1 Valg av konsumdata

Det er vanlig å anvende utgifter på ikke-varige goder og servicegoder som mål på konsum når det gjennomføres tester av konsumbaserte modeller, spesielt etter at Hansen og Singleton benyttet seg av disse dataene i 1982. Også Epstein og Zin benyttet samme mål på konsumdata i testen de gjennomførte. Årsaken til at denne variabelen benyttes som mål på konsum er fordi det i denne sammenhengen er ønskelig å måle konsumflyten til en representativ investor. Det er derfor hensiktsmessig å utelukke konsumgoder med lang horisont. Varige konsumgoder som biler, møbler, husholdningsvarer som komfyrer m.m. kan i denne sammenhengen i større grad betraktes som investeringer enn konsum, da det i alle fall vil være vanskelig å relatere «konsumet» av disse varene til én kort periode (Lettau et al, 2001). Når man måler konsumflyt på månedsbasis vil det også finnes ikke-varige goder og servicegoder som kan anses som langvarige. Klær og sko ligger i gråsonen for hva det er rimelig å betrakte som ikke-varige goder, og det samme gjelder for serviceutgifter på medisinsk behandling. Flere har gjennomført tester hvor man utelukker én eller flere av disse godene. Blant annet sammenlignet Epstein og Zin resultater for tester gjennomført med ulike typer konsumdata. Konklusjonen deres var at resultatene ble vesentlig bedre ved å introdusere service sammen med ikke-varige goder. Derimot var innvirkningen på resultatene ved å ekskludere utgifter på klær og sko, samt serviceutgifter på medisinsk behandling, mye mindre.

Prisingsmodellene formes ved å innføre en representativ agent sammen med antakelsen om eksogent gitt konsum. Det må derfor drøftes hvilke grupper i økonomien som er representative for modellen. Chen et al (2011) brukte konsumdata for representative aksjonærer. Deres resultater indikerte en lavere relativ risikoaversjon dersom kun aksjonærer representerer den representative agenten, og ikke en gjennomsnittlig person. Til tross for disse resultatene vil oppgaven, av hensyn til tilgjengelige data og sammenligningsmuligheter med tidligere studier,

gjennomføre testen med en gjennomsnittlig konsument som representativ agent. Dette innebærer at testen gjennomføres med alle utgifter på ikke-varige goder og service, for alle konsumenter, som mål på konsum.

Konsumdata for ikke-varige goder og service er hentet fra FRED's (Federal Reserve Bank of St. Louis) database (FRED, 2017a), (FRED, 2017b). Månedlige populasjonsdata, som er brukt til å omberegne konsumdata på aggregert form (for samlet befolkning) til per innbygger, er også hentet fra FRED's database (FRED, 2017c).

4.1.2 Valg av mål på inflasjon

Ved måling av konsumvekst og avkastning på investeringer i konsumbaserte modeller må det justeres for prisendringer (inflasjon/deflasjon). Som forklart i teorikapittelet tar modellen utgangspunkt i reelle verdier og tallet for konsum beskriver derfor "antall enheter konsum" som konsumeres, uavhengig av prisveksten i ulike perioder. Derfor må det også tas hensyn til inflasjon når aktuelle variabler som avkastning for finansielle aktiva skal beregnes, slik at avkastning i senere perioder også kan måles i konsumentenheter.

Det finnes flere mål på inflasjon. Det mest utbredte målet på inflasjon er CPI (Consumer Price Index). Andre prisdeflatorer som også benyttes er GDP (Gross Domestic Product)-prisdeflator og PPI (Producer Price Index). Konsumprisindeksen, CPI, måler gjennomsnittlig endring i priser for goder og service betalt av en gjennomsnittlig konsument, mens produsentprisindeksen, PPI, baserer endringer i pris på prisendringer på kostnader i produksjonsprosesser i økonomien. BNP(GDP)-deflator tar hensyn til alle goder som er en del av økonomiens BNP, inkludert eksport, men dette målet ekskluderer dermed også import (The FRED Blog, 2015). Med utgangspunkt i diskusjonen om konsumflyt og representative goder, fra avsnittet om valg av konsumdata, kan det også argumenteres for hvilken prisdeflator som er representativ for modellen. BNP-deflator beregner endring i pris fra periode til periode basert på alle goder som er produsert i økonomien. Dette kan ikke alltid sies å være representativt for modellen, spesielt ikke hvis prisendringen hovedsakelig skyldes eksportvarer.

En stor forskjell mellom CPI og PPI er at PPI hovedsakelig brukes til å måle realvekst i produksjon, mens CPIs hovedformål er å justere inntekter og utgifter for å kartlegge endringer

i levekostnad (Bureau of Labor Statistics, 2014). PPI er også mer volatil enn CPI. Dette kan på den ene siden gi større variasjon i reelle konsumdata, som potensielt gir bedre forklaring på sammenhengene i modellen da avkastning for finansielle aktiva viser seg å være langt mer volatil enn konsumvekst. På den andre siden vil ikke prisendringer relatert til produksjonsprosesser nødvendigvis være helt representativt for prisendringene for konsumvarer. Dette kan skyldes at svingninger i produksjonskostnadene kan tenkes å gå både opp og ned før bedrifter faktisk endrer prisen på produktet. På den måten vil kanskje ikke prisendringene påvirke konsumentenes kjøpekraft. Videre kan det argumenteres med at selv om en endring i kostnadspriser som oftest vil føre til en endring i prisen på et produkt, vil ikke dette nødvendigvis skje simultant. Dette innebærer i så fall at PPI vil kunne være høy i én periode, og at CPI ikke vil «følge etter» før én eller flere perioder senere. Kjøpekraften i en gitt periode kan derfor sies å være bedre representert i henhold til de konsumbaserte prisingsmodellene dersom CPI benyttes for å korrigere for reelle priser, spesielt med tanke på at testen benytter månedlige data. I tillegg vil korrigeringsmodellene for inflasjon ved bruk av PPI indirekte ekskludere prisendringer på import (Bureau of Labor Statistics, 2014). Dette kan potensielt ha betydning for konsumflyten til en gjennomsnittlig amerikaner.

Dermed vurderer oppgaven CPI, som måler prisendringer på konsumgoder som en gjennomsnittlig amerikaner konsumerer, til å være det beste målet på inflasjon/deflasjon da det er reell avkastning og reelt konsumnivå for den representative agenten som skal beregnes.

Oppgaven har valgt å bruke Consumer Price Index for All Urban Consumers: All Items fra FRED's database (FRED, 2017d), med indeksår 1984=100. Merk at konsumprisindeksen gjelder for alle goder, på tross av at konsumdata i oppgaven kun inneholder tall for ikke-varige goder og service. Potensielt kan dette gjøre at prisendringene ikke alltid er representative for konsumdataene oppgaven benytter. Da oppgaven ønsker å teste modellen over en lengre periode, og med mange observasjoner, vil tilgjengeligheten av data også begrense hvilke konsumprisindekser som i praksis er mulig å benytte i denne oppgaven. Videre består konsumentbasen i indeksen av "den urbane konsument", noe FRED beskriver som rundt 88 prosent av den amerikanske befolkningen. Dette vil på den ene siden ekskludere deler av populasjonen, men på den andre siden kan det argumenteres med at den urbane konsument vil være mer i tråd med prisingsmodellenes representative agent. En kommentar til dette er at den representative agenten vil være aktiv i finansmarkedet, noe det kan tenkes at den ikke-urbane konsumenten nødvendigvis ikke (i like stor grad) vil være. Konsumprisene er også

sesongjustert, noe som innebærer at det er korrigert for sesongrelaterte prisendringer.

4.1.3 Valg av finansielle aktiva som skal testes

En korrekt prisingsmodell vil, som nevnt i kapittelet som handler om generell teori om prising av finansielle aktiva, holde for alle finansielle aktiva. I praksis viser det seg å være vanskelig å finne en slik modell. Å benytte et utvalg av testaktiva som i størst mulig grad ikke påvirkes av andre faktorer enn sammenhengene som er gitt i prisingsmodellene, vil derfor være hensiktsmessig. Selskapsspesifikk risiko vil for eksempel gjøre det vanskelig å benytte enkeltaksjer som testaktiva. Det vil være nærmest umulig å teste en konsumbasert prisingsmodell på en enkeltaksje, da enkeltaksjens bevegelser i stor grad vil avhenge av andre forhold enn konsumvekst i økonomien. Om man derimot setter sammen et stort antall aksjeselskaper fra samme industri til porteføljer, vil man kunne redusere selskapsspesifikk risiko slik at det i mindre grad vil forstyrre resultatene. Allikevel, så vil også industrispesifikk risiko på samme måte være uheldig for testen. Industrispesifikk variasjon utover markedsvariasjonen vil nødvendigvis ikke korrelere perfekt med økonomien, og dermed vil også prisen på en industriportefølje bestemmes av andre forhold enn variabelen konsum. I beste fall vil denne variasjonen gjøre resultatene mindre effisiente, men i kortere utvalg kan dette også resultere i inkonsistente parameterestimer. På samme måte som alle tenkelige aktiva kunne vært inkludert for å fjerne usystematisk risiko, vil et større antall industriporteføljer kunne redusere både industrispesifikk og selskapsspesifikk risiko. Samtidig vil inkludering av industriporteføljer, fremfor å inkludere alle enkeltaksjene i hver av industriporteføljene som momentbetingelser, sørge for at antall momentbetingelser ikke trenger å bli veldig høyt. Det er også vanlig å anvende markedsporteføljer, eller markedsindekser, som testaktiva. På den måten vil selskaps- og industrispesifikk variasjon være minimalt tilstede.

Som nevnt tidligere benytter oppgaven seg av forskjellige testaktiva. Hansen og Singleton benyttet verdivektet portefølje fra New York Stock Exchange (NYSE) i deres test av standardmodellen fra 1982. Epstein og Zin brukte i sin test av en rekursiv prisingsmodell fire industriporteføljer og et risikofritt aktivum som en av sine testaktiva-grupper. Da den første testen oppgaven gjennomfører er en replikering av Hansen og Singleton sin test, vil det være naturlig å anvende så nærliggende data som mulig. Dermed benyttes New York Stock Exchange-indeksen som testaktiva, hvor avkastningen inkluderer prisendring, dividende og

tar hensyn til endringer i antall aksjer og fusjoner/fisjoner. Dataene for NYSE i perioden februar 1959 til desember 2016 er utviklet av Center of Research in Security Prices, CRSP, og hentet fra Wharton Research Data Services, WRDS (WRDS, 2017a). Videre ønsker oppgaven å teste standardmodellen med industriporteføljer som testaktiva. De samme industriporteføljene vil også anvendes som testaktiva i oppgavens test av den rekursive prisingsmodellen. På denne måten er sammenligningsgrunnlaget for testene av de to modellene så godt som mulig.

Fordi inkludering av et bredt spekter av industriporteføljer altså vil redusere usystematisk risiko, og fordi dette vil teste om prisingsmodellen stemmer for forskjellige finansielle aktiva (som den i prinsippet skal gjøre for å kunne sies å holde), benytter oppgaven et relativt bredt spekter av industriporteføljer. Utgangspunktet for valg av industriporteføljer som testaktiva er ti verdi-vektede industriporteføljer hentet fra Kenneth French sitt databibliotek (French Database, 2017a). Avkastningene inkluderer også dividende og tar hensyn til eventuelle endringer i forholdet mellom antall aksjer og underliggende verdier, slik at avkastningen faktisk gjenspeiler den totale avkastningen. Dette er i tråd med prisingsmodellene som tar utgangspunkt i all avkastningen finansielle aktiva genererer for investoren. Porteføljene er konstruert ved å fordele aksjene fra NYSE, AMEX og NASDAQ på ulike industrier ut i fra SIC-koder (French Database, 2017b). De forskjellige porteføljene dekker industrier for både ikke-varige og varige konsumgoder (NoDur og Durbl), produksjon (Manuf), energi (Enrgy), teknologi (HiTec), telekom (Telcm), engros- og detaljhandel (Shops), helse og medisin (Hlth), generell infrastruktur (Utils), samt andre industrier (Other) (herunder finans, transport, underholdning m.m.). I appendiks (8.1) finnes en mer detaljert oversikt over industriporteføljenes sammensetning.

Testaktiva med spesielle karakteristikkene som sammenhengene i prisingsmodellene vil ha problemer med å forklare, grunnet årsaker som bryter med prinsippene og forutsetningene som ligger til grunn i prisingsmodellene, vil være av liten nytte å inkludere i testen. Dermed kan det argumenteres med at industriporteføljer av slik karakter vil være forstyrrende for testen, og at de derfor bør ekskluderes.

I neste kapittel, hvor de ulike karakteristikkene for dataene fremstilles, kommer det frem at korrelasjonen mellom avkastningen fra henholdsvis industriporteføljene «Utils» og «Enrgy» og den generelle markedsavkastningen, er lave for hele perioden. Dette er spesielt tydelig i perioden etter 1987. Dette vil ikke i seg selv være et godt argument for å fjerne disse

industriporteføljene som testaktiva fra modellene, men det viser seg å være andre argumenter som fører til at dette er blitt gjort i oppgaven og disse vil nå presenteres. "Utilities" er en portefølje bestående av selskaper/bransjer relatert til generell infrastruktur knyttet til vann, gass, strøm, kloakk og andre bransjer som er viktig for landets infrastruktur. Det er slik at denne industrien blir sterkt regulert av staten i USA for å redusere usikkerhet knyttet til infrastruktur som er en viktig bærebjelke i samfunnet. Det kan, i alle fall til en viss grad, sies at denne sterke reguleringen derfor bryter med prinsippet om «frie markeder», som er en forutsetning ved utledningen av prisingsmodellene. Det samme gjelder også for energiselskaper. Med store endringer i energipriser over korte perioder, vil samfunnet være mindre stabilt, og myndighetene velger derfor å regulere bransjen i stor grad. På bakgrunn av dette utelukker oppgaven industriene «utilities» og energi, og benytter de resterende industriporteføljene som testaktiva. Det kan argumenteres med at denne formen for regulering vil være kjent for markedet, og sådan bare medføre at fordelingen til den forventede avkastningen fra disse industriporteføljene vil ha andre karakteristikk enn ikke-regulerte bransjer. Da disse porteføljene er satt sammen av finansielle aktiva som handles på «det frie marked» er dette i og for seg et godt argument, men fordi reguleringene har blitt vesentlig styrket i senere tiår, og ikke er like gjeldende for tidligere tidsperioder, vil i alle fall sammenhengen mellom konsum og avkastning endre karakteristikk i løpet av perioden. Denne ikke-konsistente sammenhengen vil føre til problemer dersom disse industriporteføljene inkluderes som testaktiva i de ortogonale betingelsene. Oppgaven velger derfor ikke å inkludere disse to industriporteføljene som testaktiva, og dette gjøres også i oppgavens tester som ikke benytter nyere data. Grunnen til dette er at oppgaven ønsker å undersøke sammenhenger og forskjeller for tester med like testaktiva, men med ulike tidsserier. Å benytte samme industriporteføljer i alle oppgavens tester vil dermed styrke sammenligningsgrunnlaget.

I tillegg til overnevnte aktiva, så vil også et risikofritt testaktivum benyttes i oppgaven. Modellen skal i teorien holde for alle finansielle aktiva, og dermed også risikofrie aktiva. Som risikofritt alternativ benyttes månedlig avkastning på et 30-dagers amerikansk statssertifikat hentet fra WRDS (WRDS, 2017b).

Avkastningen fra samtlige av oppgavens testaktiva er inflasjonsjustert, på samme måte som drøftet tidligere, slik at de i henhold til teorien representerer realavkastning.

4.1.4 Valg av mål på formuesavkastning i den rekursive prisingsmodellen

I henhold til den rekursive prisingsmodellen, presentert i (2.19), er prisen på finansielle aktiva gitt av både konsumvekst og avkastning på sikkerhetsekvivalenten til fremtidig aggregert konsum for den representative agenten. Som det ble drøftet i avsnittet om oppgavens nyttefunksjoner, og senere gjennom presentasjonen av oppgavens prisingsmodeller, søker den representative agenten å optimere sin nytte gitt av fremtidig konsum. Med utgangspunkt i disse prinsippene kan sikkerhetsekvivalenten til fremtidig konsum sådan betraktes som «formue» for den representative agenten, bestående av eksempelvis investeringer i finansielle aktiva, eiendom, bankinnskudd og fremtidig arbeidsinntekt.

Epstein og Zin brukte en verdivektet markedsavkastning satt sammen av valgte testaktiva som approksimasjon for avkastning på aggregert formue. Det er også vanlig å benytte en markedsindeks som approksimasjon på formuesavkastning. Da oppgaven analyserer forhold i det amerikanske markedet vil det, ved bruk av en markedsindeks som approksimasjon for formuesavkastning, være naturlig å bruke "The Standard & Poor's 500 index", videre omtalt som S&P 500. S&P 500 er en verdivektet aksjeindeks over 500 selskaper som reflekterer ytelsen til de største børsnoterte selskapene i Amerika.

Til tross for at S&P 500 vil være en god indikator på markedsavkastningen, er ikke nødvendigvis markedsavkastningen en god approksimasjon for avkastningen på «formue», slik formue er definert i denne sammenhengen, da en slik formuesportefølje vil inneholde investeringer utover aksjemarkedet. Wolff (2016) rapporterer at den direkte og indirekte aksjeandelen av totale brutto aktiva hos en gjennomsnittlig husholdning i Amerika, i perioden 1983-2013, har variert mellom omtrent 10 og 25 prosent. I 2013 var aksjeandelen 20,7 prosent. Dette betyr at store deler av variasjonen i formuen til en representativ agent vil skyldes andre investeringer enn aksjeinvesteringer. En stor del av den amerikanske befolkningen planlegger sitt konsum ut i fra fremtidig inntjeningsmuligheter som lønn og pensjon, hvor ikke fremtidig lønn og pensjon nødvendigvis kan betraktes som nåverdien av plasseringer i aksjemarkedet. Dette blir ikke plukket opp av oppgavens modell når formuesavkastning utelukkende betraktes som avkastning fra aksjemarkedet. Det er komplisert å estimere aggregert nasjonalformue, da det må tas hensyn til flere kompliserte og ikke-håndfaste poster. Aase (2016) påpeker at innhenting av data kan by på utfordringer, og at dataene vil være assosiert med en god del usikkerhet. Videre skriver han for eksempel at rundt 72-75 prosent av nasjonalformuen kan

tilskrives humankapital (i Norge). Denne posten kan anses som "immateriell", og mangel på håndfaste data har ført til stor variasjon i approksimasjoner og estimeringsmetoder av humankapital, ifølge Liu og Greaker (2009). Dette er mest sannsynlig hovedårsaken til at de fleste av tidligere studier har tatt i bruk markedsavkastning som approksimasjon på avkastning på den representative agentens formue.

I senere år er det blitt gjort forsøk på å estimere nasjonalformue per innbygger, men disse dataene har relativt få observasjoner, både når det gjelder frekvens og lengden på tidsserien. I oppgaven er det nødvendig med månedlige data som strekker seg fra 1959 og frem til 2016. På bakgrunn av dette velger oppgaven å benytte månedlig avkastning på S&P 500 som approksimasjon på formuesavkastning, vel vitende om at dette ikke nødvendigvis vil være konsistent med den rekursive prisingsmodellen.

Datasettet med tidsserien for S&P 500 er utarbeidet av "The Center for Research in Security Prices" (CRSP), og er hentet fra Wharton Research Data Services (WRDS, 2017c). Månedlig avkastning inkluderer dividende og tar hensyn til eventuelle endringer i forholdet mellom antall aksjer og underliggende verdier, slik at det representerer den all avkastning fra markedet. S&P 500 er justert for prisstigning på samme måte som beskrevet tidligere i oppgaven.

S&P 500 er i oppgaven også benyttet for å beregne variabelen «direkteavkastning» (på engelsk: «dividend yield»). Denne variabelen benyttes i oppgaven som et instrument, og danner sammen med én periode lagget verdi av konsumvekst oppgavens «eget» instrumentsett. Direkteavkastning er definert som utbytte per aksje delt på siste aksjekurs, og det er i oppgaven tatt utgangspunkt i tall fra S&P 500 med og uten dividende. Datasettet med tidsserien for S&P 500 uten dividende er også hentet fra WRDS, (WRDS, 2017d).

4.2 Karakterestikker av oppgavens data

Fordi det i denne oppgaven gjennomføres tester av prisingsmodellene med utgangspunkt i forskjellige tidsperioder, vil det være relevant å kartlegge hva som kjennetegner tidsseriene med aktuelle variabler i de forskjellige tidsperiodene. I dette avsnittet vil de forskjellige tidsseriene fremstilles. Senere i oppgaven, hvor oppgavens empiriske resultater analyseres, vil disse fremstillingene stå sentralt.

<i>Avkastning og vekst</i>	I og etter HS-perioden		I og etter EZ-perioden		Hele perioden
	1959-1978	1979-2016	1959-1986	1987-2016	1959-2016
Konsumvekst	1,002 (0,0048)	1,0012 (0,0034)	1,0018 (0,0049)	1,0013 (0,0028)	1,0015 (0,004)
NYSE	1,0029 (0,0422)	1,0073 (0,0423)			1,0057 (0,0423)
S&P500			1,0049 (0,0422)	1,0066 (0,0428)	1,0058 (0,0425)
Gj.Industriportefølje	1,0038 (0,0447)	1,0082 (0,0451)	1,0061 (0,0453)	1,0073 (0,0448)	1,0066 (0,0417)
T-30	1,0003 (0,0022)	1,0009 (0,0031)	1,001 (0,0028)	1,0004 (0,0028)	1,0007 (0,0028)
NoDur					1,0077 (0,0427)
Durbl					1,0058 (0,0619)
Manuf					1,0061 (0,0489)
HiTec					1,0067 (0,0638)
Telem					1,0059 (0,0462)
Shops					1,0072 (0,0510)
Hlth					1,0075 (0,0495)
Utils					1,0055 (0,0399)
Enrgy					1,0069 (0,0531)
Other					1,0062 (0,0522)

Tabell 4.1

Korrelasjon mellom NYSE og ...	I og etter HS-perioden		I og etter EZ-perioden		Hele perioden
	1959-1978	1979-2016	1959-1986	1987-2016	1959-2016
NoDur	0,9421	0,8197	0,9158	0,8081	0,8639
Durbl	0,8524	0,8056	0,847	0,8054	0,8145
Manuf	0,9651	0,9443	0,9638	0,94	0,9512
HiTec	0,8786	0,7666	0,876	0,7457	0,7976
Telcm	0,7335	0,7501	0,698	0,7874	0,7416
Shops	0,8852	0,8469	0,8736	0,8476	0,8605
Hlth	0,8186	0,7615	0,8231	0,736	0,781
Utils	0,7677	0,5815	0,762	0,5328	0,6481
Enrgy	0,7731	0,6739	0,7341	0,6697	0,7011
Other	0,9428	0,9381	0,9446	0,9353	0,9398
Gj.Industriportefølje	0,9859	0,9682	0,9743	0,9745	0,9743

Tabell 4.2

Korrelasjon mellom konsumvekst og ...	I og etter HS-perioden		I og etter EZ-perioden		Hele perioden
	1959-1978	1979-2016	1959-1986	1987-2016	1959-2016
NYSE	0,2255	0,1463			0,1731
S&P 500			0,2011	0,1481	0,1725
Gj.Industriportefølje	0,2218	0,173	0,2285	0,1429	0,1852
T-30	0,3811	0,3343	0,3185	0,331	0,3181

Tabell 4.3

Av tabell (4.1) fremgår det at konsumveksten er noe lavere for senere perioder. Gjennomsnittlig konsumvekst per måned er høyest i perioden Hansen og Singleton testet for, og er lavest i nyere tid, etter Epstein og Zins testperiode. Tidsserien sett under ett, kjennetegnes av en god periode for amerikansk økonomi med stadig økning i levestandard i tiårene etter krigen, som senere har avtatt og ført levestandarden til mer stabile nivåer. I tillegg bør det igjen nevnes at oppgavens mål på konsumveksten er spesifisert til å bestå av utgifter på ikke-varige goder og service. I senere tiår har i stor grad teknologi og annen innovasjon preget utgifter, og dette er ikke nødvendigvis utgifter til konsum som havner i kategoriene «ikke-varige goder eller service». I tillegg er det relevant å trekke frem at det kanskje vil være begrenset hvor mye mer av enkelte ikke-varige goder det er hensiktsmessig å konsumere dersom velstandsnivået når opp på et visst nivå. Det vil muligens være begrenset hvor mye mer av for eksempel mat og drivstoff som konsumeres ettersom velstandsnivået øker. Det er dermed mulig å argumentere med at høyere velstandsnivåer medfører at relativt mindre andel av disponibel inntekt og kapital havner i kategorien «ikke-varige goder og service».

Gjennomsnittlig månedlig avkastning fra NYSE viser en utvikling som er motsatt av utviklingen til konsumveksten. Gjennomsnittlig avkastning har vært høyere for hele perioden enn i HS-perioden, og perioden etter Hansen og Singleton avsluttet sin test har betraktelig høyere avkastning. Standardavvikene har allikevel holdt seg på relativt like nivåer for alle periodene. S&P 500, som i oppgaven fungerer som en approksimasjon på formuesavkastningen, har tilsvarende utvikling som NYSE, naturligvis. Gjennomsnittlig månedlig avkastning er høyere for perioden etter EZ-perioden, enn hva den er før. Aksjemarkedet har altså opplevd en betydelig høyere vekst i årene etter Hansen og Singleton og Epstein og Zin gjennomførte sine tester. Drøftelser knyttet til konsekvensene disse trendene vil ha for resultatene av de empiriske analysene av prisingsmodellene, vil være en sentral del av kapittelet i oppgaven som analyserer de empiriske resultatene.

Videre viser tabell (4.1) månedlig avkastning for industriporteføljene og deres standardavvik for hele perioden. Som nevnt i avsnittet om valg av testaktiva utelukker oppgaven industriporteføljene «Utilities» og «Energy». Det fremgår av tabell (4.2) at reguleringer fra myndighetens side, særlig i nyere tid, medfører større utslag i senere perioder i form av at korrelasjon med markedet er betydelig lavere enn i tidligere perioder. Korrelasjonen er også lavere enn det som er tilfellet for andre industriporteføljer når hele perioden ses under ett. På bakgrunn av dette vil videre sammenligninger knyttet til industriporteføljene samlet sett omhandle resterende åtte industriporteføljer, representert som gjennomsnittet av avkastningene. Industriporteføljene følger samme utvikling som markedet, og dette fremgår av tabell (4.1). Her kommer det også frem at gjennomsnittlig avkastning for de åtte industriporteføljene er noe høyere enn markedsavkastningen. Noe av grunnen til dette kan blant annet være at industriporteføljen «utilities», med lavest gjennomsnittlig avkastning for hele perioden, er fjernet. Avkastningen fra det risikofrie aktivumet, et 30-dagers amerikansk statssertifikat, er lav og relativt stabil, men med høyere avkastning på 70- og 80-tallet.

Korrelasjonen mellom konsumveksten og avkastningene fra NYSE, S&P 500, industriporteføljene og det risikofrie aktivumet fremgår av tabell (4.3). Korrelasjonen mellom konsumveksten og avkastning fra NYSE og S&P 500 er avtakende og lavere i periodene etter periodene henholdsvis Hansen og Singleton og Epstein og Zin testet for. Dette er i tråd med utviklingen forklart overfor, hvor nyere tid kjennetegnes av en avtakende konsumvekst parallelt med tiltakende markedsavkastning. Det samme gjelder for industriporteføljene, mens det risikofrie alternativet har relativt like verdier for alle perioder.

5 Analyse av empiriske resultater

Nå som sammenhengene i oppgavens prisingsmodeller, metoden for hvordan de empiriske testene av disse modellene skal gjennomføres og dataene som benyttes er presentert, vil oppgaven analysere resultatene av oppgavens empiriske tester. Oppgavens hovedfokus er som nevnt tidligere å estimere eksakte kombinasjoner av parametere for hver av prisingsmodellene ved hjelp av GMM, men oppgaven har også gjennomført en test av hver av prisingsmodellene for å finne ut om det i det hele tatt eksisterer mulige parameterkombinasjoner som kan forklare historisk meravkastning for hver av prisingsmodellene. I første avsnitt presenteres disse testene og resultatene i sin helhet, før samtlige av oppgavens GMM-tester, først av standardmodellen og så av den rekursive prisingsmodellen, presenteres og analyseres. Her vil første del særlig ha fokus på implementeringen av GMM i oppgavens tester. Drøftelser knyttet til praktisk bruk av GMM i oppgaven er helt sentralt da resultatene viser seg å være sensitive overfor dette. Videre vil det legges størst vekt på å analysere de økonomiske sammenhengene knyttet til testenes resultater.

5.1.1 Test av prisingsmodellenes evne til å forklare meravkastning

For å svare på hvorvidt det finnes realistiske kombinasjoner av henholdsvis standardmodellens og den rekursive prisingsmodellens parameterverdier, som kan forklare forholdet mellom risiko og meravkastning for finansielle aktiva, tas det utgangspunkt i (2.6) og månedlige data fra perioden Hansen og Singleton hentet sine data fra. Som det fremgår av henholdsvis (2.18) og (2.21) er sammenhengene gitt av forventede verdier av størrelser på tidspunkt $t+1$ i tidspunkt t . I utgangspunktet behøves altså kunnskap om markedets forventninger til samtlige av modellenes variabler én periode frem i tid for å kunne teste prisingsmodellene. Slike data eksisterer ikke, men ved å anta en stasjonær tidsserie (dette innebærer at variablenes fordeling er uavhengig av tid), og at den representative agenten har rasjonelle forventninger (den representative agentens forventning på tidspunkt t til variablenes fordeling i $t+1$ er i tråd med variablenes faktiske fordeling), kan dataene fra tidsserien Hansen og Singleton tok utgangspunkt i benyttes som estimat for å teste prisingsmodellene. Et tilsvarende argument ble benyttet tidligere i oppgaven da det ble argumentert for å benytte Euler-ligningene på ubetinget form for å generere oppgavens ortogonale betingelser. Hansen og Singletons tidsserie benyttes altså for å representere markedets forventning til variablene i modellenes

fordelinger. I testene av begge modellene er periodens gjennomsnittlige risikofrie realrente representert ved den risikofrie realrenten som ble presentert i kapittelet om oppgavens data. Den risikofrie månedlige avkastningsfaktoren er dermed lik 1,0003.

Fordi den representative agenten må kunne antas å være rasjonell, og i så måte kan antas å ha forventninger i tråd med virkelige data over tid, kan det argumenteres for at ved bruk av en relativt lang tidsserie som denne, vil dataene representere markedets forventning til variabelnes fordeling på en relativt god måte. Som presentert i kapittelet om oppgavens data er dataene, i perioden Hansen og Singleton hentet sine data fra, relativt stasjonære. Hvorvidt det kan konkluderes med at dataene fra tidsserien er stasjonære nok vil ikke drøftes mer inngående i denne testen da den kun er gjennomført for å gi en indikasjon på eventuelle problemer knyttet til prisingsmodellenes evne til å forklare meravkastning.

Ved test av standardmodellen benyttes periodens reelle meravkastning for NYSE som testaktiva. Gjennomsnittlig avkastningsfaktor for NYSE er 1,0029. Videre beregnes kovariansen mellom den stokastiske diskonteringsfaktoren og avkastning med utgangspunkt i dataene for perioden. Forventet stokastisk diskonteringsfaktor beregnes som gjennomsnittlig stokastisk diskonteringsfaktor i perioden.

Ved å benytte overnevnte verdier i (2.18) må relativ risikoaversjon, α , være 54,04 for at sammenhengen faktisk skal holde. $\alpha = 54,04$ indikerer at agenten er ekstremt risikoavers, langt mer enn hva som kan anses som realistisk. Utålmodighetsparameteren, β , som er en konstant i både teller og nevner, vil kunne ta alle verdier forskjellig fra 0. På denne måten vil utålmodighetsfaktoren kun påvirke risikofri realavkastning, som i denne sammenhengen er hentet fra historiske data. Dette illustrerer at meravkastning utover risikofri realavkastning i henhold til standardmodellen kun forklares av relativ risikoaversjon.

Ved testen av den rekursive prisingsmodellens evne til å forklare meravkastning er utgangspunktet at sammenhengen presentert i (2.21) skal holde. Avkastning på formue, med utgangspunkt i drøftelsen i kapittelet om valg av data, er her representert ved avkastning fra S&P 500. Videre er det benyttede testaktivum industriporteføljen «NoDur». Slik det er beskrevet i kapittelet om valg av data er dette en av industriporteføljene i oppgaven med relativt lite «bransjerelatert avkastning». Det er tidligere vist at sammenhengen skal holde for alle aktiva, og sammenhengen skal derfor i prinsippet også holde for en veldiversifisert industriportefølje. Bruk av disse variablene gir avkastningsfaktor for testaktiva lik 1,0041, som

altså er gjennomsnittlig månedlig avkastningsfaktor for «NoDur». Øvrige sammenhenger i (2.21) er beregnet med utgangspunkt i samme prinsipp som tilfellet med standardmodellen.

Til forskjell fra eksperimentet med standardmodellen, vil det være flere kombinasjoner av realistiske verdier for α og ρ som sørger for at sammenhengen i (2.21) holder. β kan også her ta alle verdier forskjellig 0, på samme måte som forklart i tilsvarende test av standardmodellen. En av kombinasjonene av α og ρ , som sørger for at sammenhengen holder, er verdier på henholdsvis 0,8923 og 1,0884. Dette tilsvarer en relativ risikoaversjon på 0,8923 og intertemporal substitusjonselastisitet på 0,9188. Begge verdiene kan i henhold til diskusjonen av realistiske parameterverdier sies å være realistiske! Merk at det selvsagt går an å finne andre realistiske kombinasjoner av parameterverdier som sørger for at sammenhengen holder. Denne undersøkelsen sier altså ikke noe om hvorvidt nettopp denne kombinasjonen av parameterverdier er sannsynlige, men den illustrerer at det er mulig å finne realistiske kombinasjoner av parameterverdier som sørger for at modellen faktisk forklarer meravkastning!

Konsumbaserte prisingsmodellens problemer med å forklare historiske data, i form av urealistiske impliserte parameterverdier omtales ofte som «the equity premium puzzle» (Mehra og Prescott, 1985). I likhet med tidligere publiserte studier, hvor standardmodellens evne til å forklare meravkastning har vært tema, viser testresultatene at relativ risikoaversjon må være ekstremt høy dersom standardmodellen skal kunne forklare forholdet mellom risiko og meravkastning for finansielle aktiva. Den rekursive prisingsmodellen får ikke tilsvarende problemer da det finnes mange realistiske parameterkombinasjoner som sørger for at den rekursive prisingsmodellen kan sies å forklare meravkastning med utgangspunkt i historiske data i henhold til (2.21).

Dersom en prisingsmodell skal kunne sies å stemme må den i prinsippet kunne forklare historiske avkastningsdata for alle finansielle aktiva, og følgelig må den også kunne forklare historiske data for meravkastning. Uten at denne mindre omfattende testen på noen måte skal stå som en endelig konklusjon i oppgaven, indikerer testens resultater at standardmodellen ikke tilfredsstillende dette kravet. Til forskjell fra standardmodellen oppstår ikke samme problem med den rekursive prisingsmodellen. Det kan derfor hevdes at den rekursive prisingsmodellen modellerer preferanser på en bedre måte enn det standardmodellen gjør, men før oppgaven konkluderer vil mer inngående analyser av hvilke faktiske parameterverdier som med størst

sannsynlighet forklarer historiske avkastningstall for ulike finansielle aktiva (og ikke bare meravkastning) gjennomføres.

5.2 Replikering av Hansen og Singleton (1982)

- Med fokus på implikasjoner av GMM som estimeringsverktøy i oppgaven

I Hansen og Singleton, fra 1982, testes det i hvilken grad standardmodellen som prisingsmodell kan forklare månedlig avkastningen på NYSE i perioden februar 1959 til desember 1978. Dette gjøres ved å estimere parameterverdier for modellens parametere ved å benytte GMM som estimeringsmodell, akkurat som vist i denne oppgaven. For å undersøke om dataene og oppsettet for GMM som benyttes i denne oppgaven får tilsvarende resultater, er oppgavens første empiriske analyse en replikering av Hansen og Singletons undersøkelse fra 1982. I denne første testen vil det i stor grad også legges vekt på problemstillinger knyttet til GMM som estimeringsverktøy. Særlig er det av interesse å undersøke hvorvidt det finnes problemer knyttet til estimering av parameterverdier med utgangspunkt i et endelig utvalg. Nettopp fordi teorien er basert på asymptotiske utvalg, mens oppgavens resultater nødvendigvis er basert på et endelig utvalg, er det viktig å finne ut i hvilken grad denne forskjellen mellom teori og praksis potensielt kan ha innvirkning på oppgavens resultater.

I Hansen og Singleton test ble det gjort undersøkelser med flere instrumentsett og ulike type konsumdata. Det ble i avsnittet om valg av data presisert at konsumdata som er benyttet i denne oppgaven kun inneholder tall for ikke-varige goder og servicetjenester. Disse konsumdataene, avkastning fra NYSE og et instrumentsett bestående av én måneds laggede verdier for konsumvekst og avkastning fra NYSE var utgangspunktet for en av testene som Hansen og Singleton gjennomførte. Av undersøkelsene Hansen og Singleton gjennomførte er det denne kombinasjonen av type data og instrumentsett som replikeres i denne oppgaven. Dette instrumentsettet er det første instrumentsettet oppgaven benytter, og det vil heretter refereres til som «instrumentsett 1».

Satt inn i (3.11) gir dette GMM-prosedyrens ortogonale betingelser. Her er vektor $\vec{R}_{n,t+1}$ kun en variabel med tidsserien for NYSEs månedlige realavkastning. Kronecker-produktet mellom denne ortogonale betingelsen og kolonnevektor \vec{Z} (med kolonner bestående av henholdsvis 1, variabelen for én måned lagget verdi av konsumvekst og én måned lagget verdi av reell avkastning for NYSE) gir tre ortogonale betingelser. Ettersom standardmodellen er gitt av to

parametere, henholdsvis parameter for utålmodighet og relativ risikoaversjon, er problemet i dette tilfellet overspesifisert med én ligning mer enn antall parametere det er ønskelig å estimere. Merk at da bruk av GMM krever at modellen er overspesifisert, vil minst to instrumenter altså være nødvendig i denne testen.

I likhet med Hansen og Singleton er utgangspunktet iterativ GMM. Som skrevet i avsnittet om «Iterativ GMM» har første steg til hensikt å generere vektingsmatrisen, mens i andre steg benyttes vektingsmatrisen generert i steg én til å estimere de endelige parameterverdiene. Det vil også drøftes om flere enn to steg er nødvendig i dette tilfellet.

5.2.1 Globale minimumspunkter i første steg

I første steg er målet å finne parameterverdier som løser minimeringsproblemet gitt i (3.2). Det viser seg at første og andreordensbetingelser for et minimumspunkt i dette tilfellet vil være tilfredsstilt for mange betaverdier, gitt en unik alfaverdi. At første og andreordensbetingelser er tilfredsstilt betyr i denne sammenhengen at det finnes en kombinasjon av en beta og alfaverdi som sørger for at en marginal endring i hver av parameterverdiene, mens den andre parameterverdien holdes konstant, akkurat i dette punktet, vil øke funksjonsverdien det er ønskelig å minimere. Selv om første og andreordensbetingelser er tilfredsstilt i mange punkter vil altså likevel samtlige kombinasjoner av parameterverdier, bortsett fra kombinasjonen som gir det globale minimumspunktet, kunne endres slik at funksjonsverdien det er ønskelig å minimere blir mindre. At det i oppgavens tilfeller finnes så mange lokale minimumspunkter gjør søkingen etter et globalt minimumspunkt vanskeligere enn dersom få, eller bare én, kombinasjon av parameterverdier tilfredsstiller kravene til et minimumspunkt. GMM-oppsettet i «Stata», som det i utgangspunktet var meningen å bruke for å gjennomføre alle oppgavens tester, kom frem til minimumspunkter som viste seg å ikke være globale minimumspunkter. Ved å sette opp GMM-prosedyren manuelt kom dette tydelig fram da tilsvarende parameterverdier som Stata oppga som optimale ga nøyaktig samme funksjonsverdi, på tross av at det viste seg å eksistere kombinasjoner av parameterverdier som ga enda mindre funksjonsverdier! Dette er også en av årsakene til at det i oppgaven er valgt å gjennomføre GMM-estimeringen ved å sette opp ligningssystemene for så å løse minimeringsproblemen steg for steg.

Den globale løsningen for minimeringsproblemet i første steg, som presenteres i tabell (5.2), gir $\alpha = -10,5101$ og $\beta = 0,9748$. En beta-verdi lik 0,9748 tilsvarer en årlig beta-verdi lik 0,7362. Å diskontere med denne «utålmodighetsparameteren» innebærer at en tenkt rente, som kun representerer utålmodighet alene, vil være lik 35,84%! Som det vil vises i følgende avsnitt vil beta-verdien bare kunne være så lav i kombinasjonen med en negativ alfa-verdi. En negativ alfaverdi innebærer at relativ risikoaversjon er negativ, noe som igjen innebærer at den representative agenten er risikosøkende. En negativ relativ risikoaversjon, og en diskonteringsfaktor for utålmodighet langt under 1, er svært urealistisk i henhold til det som tidligere i oppgaven er illustrert og referert til som realistiske parameter-verdier.

Dersom identitetsmatrisen benyttes som vektingsmatrise, og de endelige parameterverdiene kun estimeres ut ifra GMM-prosedyrens første steg, blir altså resultatet fra testen at en kombinasjon av utvilsomt urealistiske parameterverdier sørger for at kravet i første steg er tilfredsstilt. Det er nå ønskelig å studere hvordan denne kombinasjonen av parameterverdier kan være løsningen i første steg, og hva dette egentlig innebærer for denne økonomiske modellen. For å analysere hvorfor akkurat denne kombinasjonen av alfa- og beta-verdier faktisk løser minimeringsproblemet i (3.2) må ligningene for de ortogonale betingelsene studeres nærmere.

Ved å studere sammenhengen gitt i (3.9), som de ortogonale betingelsene er gitt av, fremgår det at første ledd, bestående av beta multiplisert med faktor for konsumvekst opphøyd i minus alfa multiplisert med avkastning for NYSE, i gjennomsnitt må være lik én dersom den ortogonale betingelsen skal holde. Merk at dette også er det eneste kravet i denne ligningen. I avsnittet hvor oppgavens data blir fremstilt fremgår det at det er positiv korrelasjon mellom konsumvekst og avkastning for NYSE. Som følge av at faktoren for konsumvekst i gjennomsnitt er mindre enn gjennomsnittlig avkastningsfaktor for NYSE må, dersom beta er lik 1 og representativ agent sådan ikke er «utålmodig», alfa nødvendigvis være større enn én dersom sammenhengen skal være tilfredsstilt. Dette ville vært i tråd med økonomisk teori som tilsier at en representativ agent er risikoavers. Dersom den representative agenten derimot hadde vært risikonøytral, og derav hatt relativ risikoaversjon lik null, ville den eneste forklaringen på positiv forventet avkastning på NYSE være at den representative agenten er «utålmodig» med beta mindre enn én. I dette tilfellet vil investoren, i henhold til standardmodellen, være indifferent til svingninger i konsum, men kreve avkastning for å utsette sitt konsum fordi investoren generelt foretrekker å konsumere tidlig. I

standardmodellen, med preferanser lik de resultatene fra første steg impliserer, innebærer ingen risikoaversjon faktisk at utålmodighet vil gjøre at den representative agenten vil ha størst nytte av å konsumere alt fremtidig konsum med én gang, som følge av at den intertemporale substitusjonselastisiteten er direkte gitt av relativ risikoaversjon.

Videre kan det deles inn i to ulike muligheter for at sammenhengen i (3.9) skal holde: Enten så må beta være tilstrekkelig lav, og under én, i kombinasjon med en passende alfa. Eller, dersom beta er lik én og agenten ikke er «utålmodig», må relativ risikoaversjon være over én.

Konklusjonen i forrige avsnitt motstrider ikke i seg selv resultatene fra første steg, men fordi betaverdien er langt under én må også alfa være veldig lav for at sammenhengen skal holde. At kravet i (3.2) holder betyr ikke at denne løsningen for parameterverdier nødvendigvis forklarer sammenhengen i (3.9) bra i hver periode. Det betyr kun at gjennomsnittlig avvik for alle perioder er tilnærmet null. Med andre ord kan for eksempel ekstreme negative avvik i en periode veies opp av ekstreme positive avvik i andre perioder. Dette betyr i så fall at disse parameterverdiene sørger for at prisingsmodellen har dårlig forklaringssevne periode for periode. Ved å studere feilleddene i de ortogonale betingelsene i denne testen, gitt parameterverdiene som løser (3.2), fremgår det tydelig at nettopp dette er tilfellet. De «ekstreme» parameterverdiene i første steg er med andre ord forklart av at de ortogonale betingelsene i modellen ikke stiller krav til at sammenhengen skal holde for hver periode.

I et uendelig stort utvalg vil parameterestimaterne være konsistente så lenge vektingsmatrisen er positiv semidefinit, et krav identitetsmatrisen tilfredsstillende. Steg én ville i så fall vært tilstrekkelig for å oppnå konsistente parameterverdier, men ikke effisiente i form av minimert asymptotisk standardfeil. Selv om instrumentene, i denne modellen bestående av én måned laggede verdier av reell konsumvekst og realavkastning fra NYSE, oppfyller kravene til at de ikke skal være korrelerte med feilleddet i de ortogonale betingelsene, men samtidig være korrelert med variablene som determinerer prisingsmodellen, vil innføringen av denne testens to instrumenter føre til at de tre ortogonale betingelsene ikke kan være lik null samtidig for én kombinasjon av parameterverdier. Fordi det også er snakk om et begrenset antall observasjoner vil med andre ord ikke «sanne parameterverdier» gi en eksakt løsning på problemet. Parameterverdier forskjellige fra de sanne parameterverdiene er altså mulig å oppnå fordi estimeringen foregår med utgangspunkt i et endelig utvalg. Korrelasjonskoeffisienten mellom tidsseriene med avvik for hver av de ortogonale betingelsene er i denne testen veldig høy, tilnærmet én. Denne høye korrelasjonen, og det

faktum at bruk av identitetsmatrisen ikke legger restriksjoner for variansen i de ortogonale betingelsene, gjør altså at løsningen presentert over, med ekstremt lave beta -og alfaverdier, faktisk kan være et globalt minimumspunkt i første steg. Konklusjonen er dermed at parameterverdiene som gir den globale løsningen i første steg er mulig fordi det ikke stilles noen form for krav til at prisingsmodellen skal holde i hver periode, så lenge det gjennomsnittlige avviket er minimert.

5.2.2 Effekten av optimal vektingsmatrise

I steg to er den inverse av kovariansmatrisen, generert av de ortogonale betingelsene, benyttet som vektingsmatrise. Merk at denne vektingsmatrisen ikke er identisk med den optimale vektingsmatrisen gitt i (3.4) fordi det ikke er tatt noen forutsetning om at de ortogonale betingelsene holder ved beregning av kovariansmatrisen slik det er gjort i (3.3). Selv om dette som nevnt tidligere ikke er den teoretisk optimale vektingsmatrisen, vil en tidsserie med 239 månedlige observasjoner sørge for at forskjellen i resultat ved valg av vektingsmatrisen oppgaven benytter, sammenlignet med vektingsmatrisen gitt i (3.4), være marginal. Fordi den er enklere å generere, og fordi resultatene så å si blir tilnærmet identiske, benyttes den inverse av kovariansmatrisen generert av feilleddene i modellens ortogonale betingelser som vektingsmatrise i oppgaven. For å legitimere bruken av denne vektingsmatrisen, vil også resultatene for denne testen, hvor den teoretisk optimale vektingsmatrisen presentert i (3.4) faktisk er benyttet, presenteres i tabell (5.1). På denne måten kan resultatene ved bruk av de to forskjellige vektingsmatrisene kunne sammenlignes for denne testen.

Steg to er dermed å løse minimeringsproblemet gitt i (3.5), hvor vektingsmatrisen er den inverse av kovariansmatrisen, generert i første steg. Parameterverdiene som løser minimeringsproblemet er $\alpha=0,7756$ og $\beta=0,9985$.

Vektingsmatrisen som benyttes i denne oppgaven er som nevnt tidligere konstruert for å minimere standardfeilene til parameterestimaterne. Som det fremgår av (3.8) vil standardfeilene til parameterestimaterne øke dersom variansen i de ortogonale betingelsene øker. Bruk av denne vektingsmatrisen sørger derfor for å minimere feilleddet til hver av de ortogonale betingelsene samtidig som den sørger for at tidsserien med avvik for hver av de ortogonale betingelsene er hensiktsmessig lite med hensyn på lavest mulig asymptotisk standardfeil for estimatene. Dette medfører at parameterverdiene endrer seg drastisk fra

løsningen i første steg. Tidsserien med avvikene for hver av de ortogonale betingelsene vil, med parameterverdiene som utgjør løsningen i andre steg, være langt mindre enn i første steg. Dette innebærer at sammenhengen gitt i (3.9) i snitt er nærmere å holde for hver av observasjonene i testen. Fra et økonomisk perspektiv betyr dette at parameterverdiene, generert i senere steg, sørger for å forklare mer av sammenhengen mellom konsumvekst og avkastning fra NYSE. Det kan derfor sies at vektingsmatrisen i denne testen også sørger for å generere mer konsistente estimater, og ikke bare mer effisiente, slik teorien som tar utgangspunkt i et asymptotisk utvalg tilsier!

I teoridelen ble det nevnt at det i enkelte tilfeller kan være hensiktsmessig å gjennomføre flere enn to steg. Dette innebærer å oppdatere vektingsmatrisen som den inverse av kovariansmatrisen i andre steg, slik det ble gjort i første steg, for så å løse minimeringsproblemet gitt i (3.5) med vektingsmatrisen generert i forrige steg. Denne prosessen bør i prinsippet gjentas helt til resultatene endrer seg lite fra et steg til det neste. Fordi løsningen i første steg ga parameterverdier så forskjellige fra steg to, vil det i dette tilfellet være nødvendig å gjennomføre en tre-steps GMM. Tre steg var tilfredsstillende i alle deltestene som ble gjennomført ved replikeringen av Hansen og Singleton. Resultatene fra ulike steg er vedlagt i tabellene (5.1) - (5.3). I disse tabellene er det også vedlagt løsningsresultater for deltester med restriksjoner om at alfa skal være større enn 0 i første steg. Dette er gjort for å undersøke effekten av hvordan «valg av løsningen» i første steg eventuelt påvirker resultatene forskjellig fra teorien som er basert på asymptotiske utvalg (og dermed tilsier at estimerte parameterverdier vil være konsistente så lenge vektingsmatrisen er positiv semidefinit). Dette er også gjort for å undersøke hvorvidt valget av et ikke-globalt minimumspunkt som løsning i første steg vil ha stor innvirkning på de endelige resultatene dersom GMM-prosessen gjennomføres med hensiktsmessig antall steg i denne testen.

<i>Uten begrensninger i alfa</i>				
<i>Første steg</i>	<i>Andre steg</i>	<i>Tredje steg</i>	<i>Andre steg</i> (<i>W</i> er gitt av 3.4)	<i>Tredje steg</i> (<i>W</i> er gitt av 3.4)
$\alpha = -10,5925$ (2,0637)	$\alpha = 0,7756$ (1,9790)	$\alpha = 1,0745$ (1,0963)	$\alpha = 0,7582$ (1,1618)	$\alpha = 1,0728$ (1,0857)
$\beta = 0,9746$ (0,0046)	$\beta = 0,9985$ (0,0047)	$\beta = 0,9983$ (0,0025)	$\beta = 0,9985$ (0,0026)	$\beta = 0,9983$ (0,0024)

Tabell 5.1

Alfa er begrenset til å være positiv i første steg (Et lokalt minimumspunkt med alfa-verdi større enn 0 er valgt som løsning i første steg)		
<u>Første steg</u>	<u>Andre steg</u>	<u>Tredje steg</u>
$\alpha = 0,1013$ (1,3266)	$\alpha = 0,9871$ (1,1199)	$\alpha = 1,0021$ (1,0885)
$\beta = 0,9975$ (0,0027)	$\beta = 0,9987$ (0,0025)	$\beta = 0,9987$ (0,0024)

Tabell 5.2

Alfa er begrenset til å være positiv i første steg (Et lokalt minimumspunkt (høyere funksjonsverdi enn i tabell (5.2), men med mer realistisk alfa-verdi) er valgt som løsning for første steg)		
<u>Første steg</u>	<u>Andre steg</u>	<u>Tredje steg</u>
$\alpha = 0,9000$ (1,3184)	$\alpha = 1,0013$ (1,0923)	$\alpha = 1,0023$ (1,0878)
$\beta = 0,9991$ (0,0027)	$\beta = 0,9987$ (0,0024)	$\beta = 0,9987$ (0,0024)

Tabell 5.3

Fra tabell (5.1) fremgår det at det er veldig liten forskjell mellom resultatene gitt av GMM-prosessen hvor vektingsmatrisen tar utgangspunkt i (3.4), som er den teoretisk optimale vektingsmatrisen i et asymptotisk utvalg, og vektingsmatrisen som tar utgangspunkt i den inverse kovariansmatrisen uten å forutsette at forventningsverdien til hver av de ortogonale betingelsene er lik null. Dette gjelder for både steg én og steg to, og bekrefter at det vil være tilstrekkelig å bruke den inverse av kovariansmatrisen generert av løsningen i forrige steg i denne testen. På bakgrunn av disse resultatene vil vektingsmatriser generert på samme måte benyttes i de andre testene oppgaven gjennomfører, selv om resultatene fra denne testen strengt tatt ikke beviser at sammenhengen er overførbar for alle andre tester i oppgaven. I

praksis er dette, som nevnt tidligere, en vanlig måte å generere vektingsmatriser på. Valget om å bruke den inverse av kovariansmatrisen som vektingsmatrise, uten å forutsette at de ortogonale betingelsene holder, er derfor ikke veldig kontroversielt.

Et annet interessant funn er at begge deltestene hvor det i første steg er lagt restriksjoner for at alfa ikke skal være negativ, gir litt forskjellige parameterverdier fra testen hvor det globale minimumspunktet er benyttet for å generere vektingsmatrisen til andre steg. At parameterverdiene er forskjellige er i seg selv interessant. Teorien basert på asymptotiske utvalg tilsier jo, som nevnt tidligere, at estimatene vil være konsistente så lenge vektingsmatrisen er positiv semidefinit. Dette kriteriet tilfredsstiller begge vektingsmatrisene selv om de er generert med utgangspunkt i ulike nullpunkter fra første steg. Igjen er konklusjonen at forskjell i estimerte parameterverdier skyldes estimering med utgangspunkt i et endelig utvalg.

Det er ingenting i teorien som tilsier at identitetsmatrisen må benyttes i første steg for å generere konsistente og effisiente resultater. I teorien er identitetsmatrisen som vektingsmatrise i første steg snarere foreslått fordi det normalt sett ikke finnes grunnlag for å velge en annen vektingsmatrise som utgangspunkt i første steg. Derfor er dette også utgangspunktet i oppgaven. Fra testresultatene fremgår det at det endelige resultatet hvor standardfeilene til estimatene er lavest, er deltesten hvor punktet med $\alpha=0,9000$ og $\beta=0,9991$ velges som løsning i første steg (fra tabell (5.3)). Fordi det tidligere er konkludert med at det er sannsynlig at det vil finnes en positiv alfa-verdi, som sannsynligvis vil gi prisingsmodellen bedre forklaringssevne, grunnet den økonomiske sammenhengen som viser positiv samvariasjon mellom konsumvekst og avkastning i NYSE, og at investeringer i NYSE gir positiv meravkastning, kan det konkluderes med at kunnskap om økonomiske sammenhenger faktisk kan generere mer effisiente parameterverdier ved at det tas utgangspunkt i «mer realistiske» parameterverdier i første steg. Merk at det ikke er lagt føringer for parameterverdier ut over antakelsen om positive alfa-verdi i første steg. I så måte kan det å gå frem på denne måten betraktes som en annen måte å starte på, enn å blindt velge løsningen generert av identitetsmatrisen som vektingsmatrise i første steg. På tross av at restriksjoner i parameterverdier i første steg ikke bryter med «premissene for GMM», er det er i utgangspunktet ønskelig å ikke legge for strenge føringer for parameterestimatene i første steg. Dette er fordi en «objektiv» estimering av endelige parameterverdier, etterfulgt av en

økonomisk vurdering om hvorvidt verdiene er realistiske eller ikke, nettopp er hensikten med testen.

Konklusjonen er at realistiske, men ikke strenge restriksjoner for parameterverdier for relativ risikoaversjon i første steg, med utgangspunkt i kunnskap om økonomiske sammenhenger, kan gi mer bedre resultater i et endelig utvalg av typen det er snakk om i denne oppgaven. Det er også verdt å bemerke at forskjellen i de endelige parameterestimaterne og deres standardfeil er svært liten ved å benytte løsningen i første steg hvor $\alpha=0,1013$ og $\beta=0,9975$ (fra tabell (5.2)). Dette viser at strenge restriksjoner om positiv alfa, i dette tilfellet, strengt tatt ikke er nødvendig for å få bedre resultater. På tross av at valget av den globale løsningen i første steg, generert av identitetsmatrisen, gir litt høyere alfa- og beta-verdi, med noe høyere standardfeil, er forskjellen relativt liten. Dette resultatet tyder på at valg av minimumspunkt som løsning i første steg ikke nødvendigvis har veldig stor betydning for endelige resultater i denne testen av standardmodellen, men dette forutsetter altså at tilstrekkelig mange steg gjennomføres i GMM-prosessen.

5.2.3 Sammenligning av resultater med Hansen og Singleton

Resultatene for oppgavens replikering av testen Hansen og Singleton gjennomførte, i samme periode med samme instrumentsett («instrumentsett 1») og testaktiva, kan leses i tabell (5.4). Parameterverdiene Hansen og Singleton estimerte er noe lavere for både relativ risikoaversjon og utålmodighetsparameteren. I likhet med Hansen og Singleton er estimatet på utålmodighetsparameteren høyt og like under 1, med små og tilnærmet identiske standardfeil. Videre er testens estimerte verdi for utålmodighet i tråd med hva som kan anses som realistisk. I likhet med Hansen og Singleton kan det ikke konkluderes med at utålmodighetsparameteren er signifikant mindre enn 1 (på 5% signifikansnivå).

Opgavens parameterestimat for relative risikoaversjonen skiller seg noe mer fra parameterverdien Hansen og Singleton estimerte. Begge estimatene er rundt 1 (Hansen og Singleton estimerte den til å være 0,9001), og sånn sett innenfor intervallet for realistiske verdier på relativ risikoaversjon, men Hansen og Singleton sitt estimat er under 1 og signifikant større enn 0, hvorimot den estimerte relative risikoaversjonen fra denne oppgavens test er minimalt større enn 1, men ikke signifikant forskjellig fra 0. På bakgrunn av oppgavens test kan det derfor ikke konkluderes at den representative agenten med sikkerhet er risikoavers.

I likhet med Hansen og Singleton kan det på bakgrunn av konfidensintervallet for den estimerte parameterverdien for relativ risikoaversjon heller ikke utelukkes at den representative agenten har preferanser med logaritmisk nytte. Selv om de estimerte parameterverdiene for relativ risikoaversjon altså er relativt like, har denne oppgavens estimat større standardfeil. Med utgangspunkt i denne testen er det derfor vanskeligere å konkludere med at den relative risikoaversjonen med sikkerhet befinner seg innenfor et realistisk intervall.

Merk også at til forskjell fra den innledende testen i avsnitt (5.1.1), er den estimerte relative risikoaversjonen både Hansen og Singleton og denne oppgaven kommer frem til ikke innenfor et urealistisk høyt intervall. Dette illustrerer at det er forholdet mellom meravkastning og økt risiko ved å investere i et risikabelt aktivum standardmodellen har åpenbare problemer med å forklare. Dersom avkastningen fra finansielle aktiva testes, og ikke bare meravkastningen, er ikke ekstremt høye nivåer for relativ risikoaversjon nødvendig for at sammenhengen skal holde. Det er altså forholdet mellom økt avkastning relativt til økt risiko ved å investere i risikable aktiva standardmodellen først og fremst ser ut til å ha problemer med å forklare i henhold til historiske data.

5.2.4 Heteroskedastisitet og autokorrelasjon

Som det ble skrevet i avsnittet om valg av vektingsmatrise for oppgaven, forutsettes det ingen autokorrelasjon og/eller heteroskedastisitet i feilleddene for at denne oppgavens vektingsmatrise skal gi effisiente parameterestimater. Det ble også nevnt at det finnes vektingsmatriser som også kan ta hensyn til dette, men at vektingsmatrisen som er optimal dersom heteroskedastisitet og autokorrelasjon i feilleddene ikke forekommer er benyttet i alle oppgavens tester for å begrense omfanget av oppgaven. For denne første testen vil problemer knyttet til dette diskuteres i korte trekk.

Ved å studere tidsserien med avvik for de ortogonale betingelsene fremgår det at det ikke finnes tydelige tegn på heteroskedastisitet. Dette kan undersøkes nærmere ved å sette opp en lineær regresjon mellom tid og størrelsen på feilleddene i de ortogonale betingelsene. Resultatene av disse undersøkelsene viser at det i alle fall ikke er noen lineær signifikant sammenheng mellom størrelsen på feilleddene i de ortogonale betingelsene og tid.

I en lineær regresjonsmodell kan en standard «Durbin-Watson» - test benyttes for å undersøke om det er autokorrelasjon i feilleddene eller ikke. I denne oppgaven er det derimot ikke en lineær regresjonsmodell som testes, og kravene for bruk av en standard «Durbin-Watson» - test er ikke oppfylt. Det finnes også måter å teste for autokorrelasjon i ikke-lineære regresjonsmodeller ved bruk av en «Durbin-Watson» - test tilpasset ikke-lineære regresjonsmodeller (White, 1992). Denne metoden er noe mer komplisert og dette er ikke prioritert i oppgaven. For å få en ide om hvorvidt autokorrelasjon i feilleddene forekommer, og sådan er et problem for denne testen, er det i stedet gjennomført regresjonsanalyser mellom feilleddene for de ortogonale betingelsene og laggede verdier av disse. Analysene av disse sammenhengene for hver av de ortogonale betingelsene viser at det ikke er noen lineær signifikant sammenheng mellom avvikene i de ortogonale betingelsene og laggede verdier av disse. Selv om denne testen ikke er tilstrekkelig for å utelukke at autokorrelasjon i feilleddene til de ortogonale betingelsene kan påvirke resultatene, tyder funnene på at det i alle fall ikke er et omfattende problem. Antakelsen om fravær av autokorrelasjon og heteroskedastisitet i testen antas derfor sies å stemme godt nok til at dette ikke vil påvirke resultatene i veldig stor grad. I et asymptotisk utvalg ville valg av en ikke-optimal vektingsmatrise uansett ikke medført inkonsistente parameterestimer, men fordi dataene for denne testen er et begrenset utvalg vil, som det er vist i denne testen, vektingsmatrisen også kunne påvirke størrelsen på de estimerte parameterverdiene. I denne oppgaven er det derfor viktig å være klar over hvilke antakelser som er gjort, hvorvidt antakelsene holder og hva konsekvensene kan være dersom dette ikke er tilfellet.

I oppgavens resterende tester vil ikke like omfattende analyser og undersøkelser relatert til metode bli gjennomført. Merk at det ikke er sikkert at alle resultatene knyttet til GMM som estimeringsmetode fra denne første testen er overførbare for oppgavens resterende tester. For å begrense oppgavens omfang - hva statistikk og økonometri angår, fordi dataene er mye av de samme i oppgavens resterende tester og fordi problemene som testes er ganske like, antas det at funnene er relativt overførbare.

5.2.5 Replikering av Hansen og Singleton med data frem til desember 2016

I første test ble en av sammenhengene Hansen og Singleton testet replikert så nøyaktig som mulig. Selv om standardfeilene denne oppgaven kom frem til er større enn standardfeilene

Hansen og Singleton estimerte, er parameterverdiene relativt like parameterverdiene Hansen og Singleton estimerte med identiske ortogonale betingelser. Det er nå ønskelig å benytte nøyaktig de samme ortogonale betingelsene for å teste standardmodellen på data som strekker seg fra perioden Hansen og Singleton startet i og helt frem til desember 2016.

I kapittelet som beskriver oppgavens data ble deskriptiv statistikk for modellens data presentert. Det fremgår at det har vært betydelige endringer i dataene etter 1978. Det er interessant å undersøke hvordan endringene i data påvirker resultatene for denne testen av standardmodellen. Det er særlig av interesse å undersøke hva endringene i data innebærer for den økonomiske fortolkningen av standardmodellens evne til å forklare sammenhengen mellom konsum og prisen på finansielle aktiva.

Som det fremgår av tabell (4.3) er korrelasjonen mellom konsumvekst og avkastning for NYSE i perioden Hansen og Singleton undersøkte, uttrykt med korrelasjonskoeffisienten mellom variablene, lik 0,2255. Det fremgår også at det i perioden i gjennomsnitt oppnås meravkastning ved å investere i NYSE. I henhold til standardmodellen innebærer dette at den representative agenten må være risikoavers, noe resultatene fra oppgavens første test indikerer. Samtidig som gjennomsnittlig meravkastning for NYSE i perioden fra 1979 frem til 2016 er høyere enn i perioden Hansen og Singleton undersøkte, er korrelasjonen mellom konsumvekst og avkastning fra NYSE betydelig lavere, med en korrelasjonskoeffisient lik 0,1463. Volatiliteten for NYSE, uttrykt ved standardavviket til avkastningen, er marginalt høyere i perioden fra 1979 til 2016. Likevel er forskjellen så liten at det kan konkluderes med at volatiliteten for NYSE, målt i standardavvik, så å si er konstant over hele perioden. Det er tidligere i oppgaven beskrevet at økt korrelasjon mellom konsum og avkastningen til et finansielt aktivum isolert sett vil føre til at høyere forventet avkastning kreves dersom investoren er risikoavers. Selv om måten oppgavens nyttefunksjon modellerer preferanser på innebærer at investorens preferanser for risiko ikke kan måles i form av standardavvik, gir endringen i data en indikasjon på at den representative investorens preferanser må ha endret seg dersom det skal kunne konkluderes med at standardmodellen evner å forklare avkastning for finansielle aktiva gjennom hele perioden. Dersom dette er tilfellet vil dette, i seg selv, prinsipielt bryte med kriteriene for at momentbetingelser skal holde.

I nyere tid er tendensen altså lavere korrelasjon mellom avkastning fra NYSE og konsumvekst, i kombinasjon med høyere forventet avkastning fra NYSE. En potensiell forklaring på dette er høyere relativ risikoaversjon i nyere tid enn i perioden Hansen og Singleton undersøkte.

Dette vil i så fall medføre at en estimert parameterverdi for relativ risikoaversjon for hele perioden vil være høyere enn den relative risikoaversjonen som ble estimert i perioden Hansen og Singleton undersøkte. Det vil også medføre at parameterestimaten passer dårligere overens med data for hele perioden, ettersom sammenhengen i de ortogonale betingelsene endrer seg underveis. Dersom dette er tilfellet vil det gi utslag på den tidligere omtalte J-testen, som tester i hvilken grad det er sannsynlig at det finnes parameterverdier som sørger for at samtlige ortogonale betingelser holder.

**Resultater - standardmodellen
(NYSE som testaktiva)**

	1959-1978	1959-2016
INST 1	0,9987	0,993
β	(0,0024) {0,9939 : 1,0035}	(0,0015) {0,9901 : 0,9959}
α	1,0023 (1,0878) {-1,1298 : 3,134}	-0,3194 (0,8964) {-2,0763 : 1,4376}
J(1)	1,0358 [0,3088]	2,276 [0,1314]

Tabell 5.4

Resultatet av testen hvor ortogonale betingelser består av sammenhengen mellom reell avkastning for NYSE og reell konsumvekst i perioden 1959 til 2016, med et instrumentsett bestående av én periode laggede verdier av konsumvekst og avkastning på NYSE, gir en oppsiktsvekkende alpha-verdi lik -0,3194 og en beta-verdi lik 0,9930. På tross av at det gjennom flere steg i GMM-prosessen tas hensyn til at de ortogonale betingelsene skal holde periode for periode, slik det ble drøftet i den første testen, er den endelige løsningen gitt av parameterverdier som ikke er i tråd med det som tidligere i oppgaven er definert som «rimelige». Dette innebærer at kombinasjonen av «utålmodighet» og risikoaversjon som med størst sannsynlighet forklarer sammenhengen i prisingsmodellen kan karakteriseres som urealistiske. Dette leder følgelig til en konklusjon som med utgangspunkt i akkurat denne testen vil være at standardmodellen ikke holder mål. Høye standardfeil for parameterestimaten medfører likevel at det ikke kan konkluderes med at relativ risikoaversjon befinner seg utenfor et realistisk intervall på bakgrunn av denne testen. Den lave verdien for J-testen tilsier at det er liten sannsynlighet (13,14 % sannsynlighet) for at de ortogonale betingelsene faktisk kan holde.

Det mest oppsiktsvekkende med resultatet er at relativ risikoaversjon er negativ. Denne løsningen er tilsynelatende merkelig med tanke på den positive korrelasjonen mellom

avkastning fra NYSE og konsumvekst, sammen med det faktum at det i perioden oppnås meravkastning ved å investere i NYSE. Dette kan som tidligere drøftet, i henhold til standardmodellen, kun forklares av at den representative agenten er risikoavers. I denne testen er ikke risikofritt aktivum inkludert. På denne måten tas det ikke hensyn til meravkastning fordi det ikke finnes begrensninger som tilsier at sammenhengen også skal holde for et risikofritt aktivum. Den positive realavkastningen som oppnås ved å investere i NYSE (uten å ta hensyn til hvorvidt det er snakk om meravkastning eller ikke) forklares i stedet av at den representative agenten er ganske utålmodig. Isolert sett utgjør utålmodighet en årlig rente lik 8,8%, og dette medfører positiv avkastning ved å investere i NYSE.

For å utdype hva dette innebærer i en økonomisk kontekst kan konsekvensene av disse preferansene illustreres med et eksempel om valg mellom to lotterier, slik det ble gjort i delen av oppgaven hvor realistiske parameterverdier ble diskutert. I dette eksemplet er lotteriene investeringer i finansielle aktiva som gir avkastning én periode frem i tid, hvor begge lotteriene gir samme forventede avkastning. Det ene lotteriet utbetaler et sikkert beløp, og er i så måte risikofritt, mens det andre lotteriet er risikabelt i form av at beløpet som utbetales er usikkert, slik dette er definert i standardmodellen, hvor størrelsen på utbetalingene er positivt korrelert med konsumvekst. Isolert sett medfører som kjent stor utålmodighet at investoren krever høy avkastning for å utsette sitt konsum, uavhengig av risikoen dette medfører. I henhold til resultatene er det altså denne faktoren som forklarer hvorfor det oppnås positiv avkastning ved å investere i NYSE. Fordi investoren har negativ risikoaversjon vil han kreve mindre avkastning for å delta i det risikable lotteriet enn i lotteriet som er uten risiko med samme forventningsverdi. Følgelig innebærer dette at investoren vil kreve høyere forventet avkastning ved å investere i et risikofritt aktivum enn å investere i et risikabelt aktivum. Dette medfører negativ risikopremie fordi den representative agenten er risikosøkende. Dette er ikke i tråd med den dominerende oppfatningen av den representative investorens preferanser for finansielle aktiva, og i henhold til standardmodellen er det altså ikke i tråd med observerte data for meravkastning.

Oppsummert består løsningen av en kombinasjon av en urealistisk relativ risikoaversjon, som til og med innebærer at representativ agent er risikosøkende, og en utålmodighetsparameter som innebærer høy utålmodighet. Fordi det er en positiv korrelasjon mellom konsumvekst og avkastning fra NYSE, og fordi det oppnås meravkastning ved å investere i NYSE, betyr resultatene implisitt at testen umulig kan holde dersom risikofritt aktiva også inkluderes som en ortogonal betingelse. Dette er i tråd med testen i avsnitt (5.1.1). Her ble observerte data for

risikofri avkastning og avkastning fra NYSE benyttet til å estimere parameterverdier i standardmodellen som kunne forklare forholdet mellom NYSEs meravkastning og risiko. Det ble her vist at en urealistisk høy relativ risikoaversjon må til for å kunne forklare forholdet mellom meravkastning og risiko i standardmodellen.

Oppgaven gjorde også et forsøk på å inkludere risikofritt aktivum som en ortogonal betingelse i tillegg til NYSE. Resultatet av å inkludere et risikofritt aktivum i denne testen var at parameterverdiene ikke konvergente mot en endelig løsning, selv om svært mange steg ble gjennomført i GMM-prosessen. Dette tyder på at de ortogonale betingelsene, når risikofritt aktivum inkluderes, ikke holder samtidig. Det underbygger konklusjonen om at standardmodellen ikke klarer å finne parameterverdier som sørger for at både sammenhengen mellom konsumvekst og risikabelt aktivum og konsumvekst og risikofritt aktivum kan forklares av standardmodellen. Én test med ett instrumentsett er likevel ikke nok til å forkaste standardmodellen. Særlig fordi senere resultater i oppgaven indikerer problemer knyttet til «instrumentsett 1» i tester som strekker seg over hele perioden. Det kan derfor ikke utelukkes at problemer knyttet til instrumentsettet i seg selv har stor påvirkning på utfallet av testen.

5.2.6 Replikering av Hansen og Singleton med data frem til desember 2016 – låst beta

At risikoaversjonen er estimert til å være negativ er altså kun mulig fordi utålmodighet er estimert til å være høy, og beta dermed lav. At resultatene for hele perioden blir slik, i motsetning til resultatene fra perioden Hansen og Singleton testet, må skyldes at strukturen og sammenhengen mellom dataene i hele perioden er vesentlig forskjellig fra perioden Hansen og Singleton testet. Særlig er altså sammenhengen mellom konsumvekst og avkastning fra NYSE langt mindre i nyere tid. Det kan være at lav korrelasjon mellom modellens variabler fører til mindre effisiente estimater, som også blir sensitive overfor små endringer i dataene. Dette vil senere undersøkes nærmere ved å teste sammenhengen med ulike instrumentsett og testaktiva. På bakgrunn av flere tester vil det kunne gjøres mer robuste konklusjoner knyttet til hvorvidt standardmodellen holder eller ikke.

Før flere tester av standardmodellen, med andre ortogonale betingelser gjennomføres, er det interessant å undersøke hva som skjer dersom beta-verdien antas å være lik det oppgaven estimerte den til å være i den første testen, hvor det ble estimert realistiske parameterverdier.

Med andre ord låses beta-verdien til å være 0,9987 for hele perioden. Dermed er det kun relativ risikoaversjon som estimeres. Resultatet av testen med låst beta-verdi er en relativ risikoaversjon lik 3,0404. Det er høyere enn det relativ risikoaversjon ble estimert til å være i perioden Hansen og Singleton undersøkte (1,0023). Dette er i tråd med det som i innledningen til testen for hele perioden ble skrevet om at risikoaversjonen for hele perioden må være høyere, ettersom det i nyere tid er mindre korrelasjon mellom konsumvekst og avkastning fra NYSE (og dermed mindre risiko for representativ agent), men samtidig oppnås det høyere avkastning.

En overordnet konklusjon med utgangspunkt i en økonomisk fortolkning vil være at dersom det forutsettes en noe mer realistisk utålmodighet, vil det estimerte nivået på relativ risikoaversjon være realistisk. Relativ risikoaversjon vil da altså være høyere, noe som er i tråd med det som ble drøftet om observerte endringer i data i nyere tid og hva dette medfører for økonomiske sammenhenger i standardmodellen. Dermed vil modellen med et gitt nivå på utålmodighet ikke kunne forkastes på bakgrunn av urealistiske estimerte verdier for relativ risikoaversjon. Med utgangspunkt i denne testen kan likevel ikke standardmodellen på noen som helst måte sies å holde, da sammenhengene i denne modellen inneholder en parameter for utålmodighet som også må estimeres.

5.3 Test av prisingsmodeller med industriporteføljer og ulike instrumentsett

Fordi oppgaven benytter S&P 500 som mål på avkastning på aggregert formue, er det hensiktsmessig å inkludere andre testaktiva enn NYSE (som er høyt korrelert med S&P 500), også i standardmodellen. Dermed kan de samme ortogonale betingelsene danne utgangspunktet for tester av begge prisingsmodellene slik at grunnlaget for å sammenligne de to modellene blir så likt som mulig. For alle testene som er gjennomført er både en så lang tidsserie som mulig benyttet (1959 – 2016), og identiske tidsserier med periodene henholdsvis Hansen og Singleton (1959 – 1978) og Epstein og Zin (1959 – 1986) benyttet som datagrunnlag for sine undersøkelser. Dette gir flere resultater som sammenligningsgrunnlag for modellene, og enda flere resultater som grunnlag for å kunne tolke hvordan endingen i økonomiske data potensielt påvirker estimerte parameterverdier i prisingsmodellene.

De følgende testene av standardmodellen og den rekursive prisingsmodellen som blir gjennomført benytter industriporteføljene, presentert i kapittelet om valg av data, som testaktiva. Disse porteføljene, i kombinasjon med ulike instrumentsett, danner altså grunnlaget for de ortogonale betingelsene parameterverdiene estimeres ut ifra. Vurderinger knyttet til hvilke industriporteføljer som er inkludert som testaktiva, og hvorfor akkurat industriporteføljer er hensiktsmessige å benytte, kan leses i kapittelet om valg av data.

I henhold til sammenhengen gitt i (3.1) vil inkludering av åtte industriporteføljer som testaktiva alene gi åtte ortogonale betingelser. Det vil også gjennomføres tester hvor et risikofritt aktivum inkluderes sammen med de utvalgte industriporteføljene. Følgelig gir dette alene ni ortogonale betingelser. I testene som gjennomføres benyttes instrumentsett bestående av to og to instrumenter. Vektor \vec{Z} er (som tidligere) en vektor bestående av tre kolonner med første og andre instrumentvariabler i henholdsvis kolonne to og tre. Som presisert tidligere vil vektingsmatrisen settes til å være den inverse av kovariansmatrisen generert av de ortogonale betingelsene i foregående steg. Utgangspunktet i første steg er identitetsmatrisen som vektingsmatrise. Med bakgrunn i funnene fra første test, relatert til restriksjoner i parameterverdier i første steg, er også dette prøvd ut i tester hvor det har vært hensiktsmessig. Prosessen beskrevet som iterativ GMM, forklart i avsnitt (3.1.5), gjentas i hver av testene helt til verdiene for parameterestimaterne konvergerer mot en endelig løsning. Altså gjentas prosessen helt til løsningen for parameterestimaterne ikke lenger endrer seg selv om flere steg gjennomføres.

I de følgende testene vil fokuset være å analysere resultatene med utgangspunkt i de økonomiske sammenhengene hver av testresultatene impliserer. Sammenhenger relatert til økonometri og GMM som estimeringsmetode er derfor mindre vektlagt, sammenlignet med den innledende testen hvor Hansen og Singletons test ble replikert.

5.3.1 Test av standardmodellen med industriporteføljer og et risikofritt aktivum som testaktiva

Som nevnt flere ganger tidligere i oppgaven skal sammenhengen gitt i (2.5) i prinsippet holde for alle testaktiva dersom prisingsmodellen holder. Derfor skal det også være mulig å inkludere et risikofritt aktivum som testaktivum, på samme måte som det ble argumentert for i testen med NYSE som testaktivum. Dette vil styrke grunnlaget for testens konklusjon, knyttet

til standardmodellens generelle forklaringsevne. Dette er nettopp fordi inkludering av et risikofritt aktivum sørger for at estimeringen av parametere også tar utgangspunkt i et annet type testaktiva, som skiller seg markant fra industriporteføljene. Hansen og Singleton gjennomførte ikke tester med et risikofritt aktivum som testaktiva, mens Epstein og Zin inkluderte risikofritt testaktiva i alle sine tester.

Det er gjennomført tester hvor utgangspunktet for de ortogonale betingelsene er generert av industriporteføljene, et risikofritt aktivum og oppgavens tre instrumentsett. Resultatet for samtlige tester var at parameterestimaterne ikke konvergente mot en endelig løsning selv om svært mange steg ble gjennomført, akkurat som i testen hvor NYSE var testaktiva. Det var heller ikke slik at standardfeilen til parameterestimaterne ble mindre ettersom flere iterasjoner ble gjennomført, slik tilfellet har vært i testene hvor parameterverdiene faktisk har konverget mot endelige løsninger. Dette bekrefter tidligere funn i oppgaven; standardmodellen får problemer dersom sammenhengen også skal holde for et risikofritt aktivum. En økonomisk utdypning av dette, i denne konkrete sammenhengen, er at det ikke finnes parameterverdier som kan forklare sammenhengen mellom konsumvekst og avkastning for risikofritt aktivum, som også kan forklare sammenhengen mellom konsumvekst og avkastning fra de risikable industriporteføljene. Dette tyder på at i henhold til standardmodellen priser ikke markedet risikable og risikofrie aktiva ut ifra konsistente preferanser. En annen måte å si dette på er at gitt én og samme verdi for parameteren «utålmodighet» vil, ifølge denne empiriske undersøkelsen av standardmodellen, ikke risikable aktiva og risikofrie aktiva implisere den samme verdien for relativ risikoaversjon.

5.3.2 Test av standardmodellen med industriporteføljer som testaktiva

Selv om oppgavens tester av standardmodellen viser at den ikke holder, dersom også risikofrie aktiva sammen med risikable aktiva inkluderes, er det interessant å teste sammenhengene gitt i standardmodellen uten inkludering av et risikofritt aktivum. Industriporteføljene er sammen naturligvis høyt korrelert med NYSE, som var eneste testaktiva i replikeringen av Hansen og Singleton. Det er derfor relevant å sammenligne resultatene fra den testen med oppgavens resultater hvor industriporteføljene benyttes som testaktiva. Fordi datagrunnlaget i hver av testene i utgangspunktet skal være relativt likt, kan dette også gi en indikasjon på hvor sensitive resultatene er overfor endringer i data.

Testene uten et risikofritt testaktivum har ulike ortogonale betingelser generert av oppgavens ulike instrumentsett. Her er instrumentvariablene i «instrumentsett 1» tilsvarende de som ble benyttet i replikeringen av Hansen og Singleton, instrumentvariablene i «instrumentsett 2» er konsumvekst lagget henholdsvis én og to perioder, mens «instrumentsett 3» består av en periode laggede verdier av konsumvekst og direkteavkastning. Direkteavkastning er forklart i avsnitt (4.1.4).

Variablene i instrumentsettene kan sies å tilfredsstillere kravet til instrumentvariabler, nevnt i avsnitt (3.1.6). For det første er det ingen signifikant korrelasjon mellom de laggede verdiene av de ulike instrumentvariablene og tidsserien med avvikene til de ortogonale betingelsene. Dersom dette hadde vært tilfellet ville instrumentvariablene nødvendigvis også vært korrelert med avkastningen for testaktiva. Fordi verdien for alle variablene på tidspunkt t er kjent for den representative investoren (laggede verdier av disse variablene kan i så måte sies å være en del av «den representative agentens informasjonssett»), kunne følgelig denne informasjonen vært benyttet til å gjøre bedre prediksjoner av avkastning for testaktiva. Videre er kravet om at instrumentvariablene skal være korrelert med variablene i standardmodellen tilfredsstilt for alle de benyttede instrumentvariablene, men det finnes altså ingen fasit på hvor høy korrelasjonen må være for at instrumentet skal være velfungerende. Resultatene fra J-testen kan, dersom de ortogonale betingelsene holder, gi en indikasjon på om det er problemer knyttet til for lav korrelasjon mellom instrumentvariablene og modellens variabler. Dette fordi instrumentvariabler med liten korrelasjon vil tilføre mer «støy» i modellen som kan forstyrre sammenhengen i de ortogonale betingelsene, og dette vil i følgelig gi utslag i form av høye J-verdier i J-testen.

Det viser seg at sammen med industriporteføljene fungerer «instrumentsett 1», bestående av én periode laggede verdier av henholdsvis konsumvekst og avkastning fra NYSE, dårlig som instrumentsett for hele perioden. Testen som ble gjennomført med dette instrumentsettet hadde problemer med at parameterestimatene ikke konvergente mot endelige estimatverdier ettersom flere iterasjoner ble gjennomført. Dette er det samme problemet som oppstod da risikofritt aktivum ble inkludert som testaktiva. Verdien for J-testen, etter svært mange iterasjoner var gjennomført, viste også at det etter all sannsynlighet ikke er slik at det finnes parameterverdier som sørger for at alle de ortogonale betingelsene holder. Det er ikke så lett å forklare hvorfor bruken av dette instrumentsettet skaper problemer for testen, men som det er nevnt tidligere kjennetegnes dataene for avkastning for NYSE, i tiden etter perioden Hansen og Singleton (og Epstein og Zin) undersøkte, av en god del høyere månedlig avkastning enn i tidligere perioder.

Samtidig er konsumveksten mindre volatil i nyere tid, og det er mulig at disse vesentlige endringene i løpet av perioden testen gjennomføres for skaper problemer for testen. Generelt er avkastning fra NYSE også mer volatil enn de andre instrumentvariablene. Dette tilfører mer «støy» i modellen, og kan på den måten skape problemer ved relativt få observasjoner (som er tilfellet i oppgavens tester). Fordi testen med dette instrumentsettet ikke gir endelige resultater, rapporteres disse heller ikke i tabell (5.5).

«Instrumentsettet 3», hvor én periode lagget verdi av direkteavkastning også benyttes som instrumentvariabel, er et instrumentsett som hverken Hansen og Singleton eller Epstein og Zin har benyttet. I så måte er instrumentsettet et eget instrumentsett for denne oppgaven. Instrumentet tilfredsstillende som nevnt kravet til en instrumentvariabel, og det er derfor interessant å inkludere et relativt «nytt og uprøvd» instrument som dette.

Resultater - standardmodellen
(Industriporteføljer som testaktiva)

	1959-1978	1959-2016
INST 2	0,9991	0,9893
	(0,0013)	(0,0015)
	{0,9966 : 1,0016}	{0,9864 : 0,9924}
β	0,3655	-2,5905
	(0,5805)	(0,9211)
	{-0,7723 : 1,5033}	{-4,3959 : -0,7851}
α	24,3258	15,8424
	[0,3304]	[0,8236]
INST 3	0,9984	0,9956
	(0,0013)	(0,0014)
	{0,9960 : 1,0009}	{0,9929 : 0,9984}
β	1,2923	1,894
	(0,5255)	(0,8185)
	{0,2624 : 2,3222}	{0,2897 : 3,4983}
α	33,1054	24,8453
	[0,0604]	[0,3045]
J(22)		

Tabell 5.5

Resultatene fra testen med «instrumentsett 2» gir en J-verdien som er tilfredsstillende høy for hele perioden. I denne testen er igjen resultatet at den representative investoren er risikosøkende med negativ parameter for relativ risikoaversjon. Sammenhengen er signifikant da konfidensintervallet er negativt. Også her forklares positiv avkastning, som oppnås ved å investere i industriporteføljene, med høy utålmodighet. I dette tilfellet en definitivt urealistisk høy utålmodighet. Dersom beta-verdien låses til å være 0,9987, slik den er gjort tidligere i

oppgaven, gir dette en estimert relativ risikoaversjon lik 2,5843. Dette er ikke så langt fra resultatet oppgaven fikk da tilsvarende ble gjort for testen hvor NYSE var testaktiva.

I perioden 1959 – 1978 er relativ risikoaversjon estimert til å være positiv, men ikke høyere enn 0,3655 med samme instrumentsett. Konfidensintervallet utelukker heller ikke her at den representative agenten ikke er risikosøkende, da konfidensintervallet inneholder negative verdier. Parameterverdien for utålmodighet, lik 0,9991, indikerer at utålmodighet alene vil føre til at investoren krever en årlig avkastning lik underkant av 1,1 %, på samme måte som dette er forklart tidligere i oppgaven. Dette kan dermed ikke sies å være en urealistisk verdi for utålmodighetsparameteren, og en konklusjon på bakgrunn av denne testen vil derfor være at en lav relativ risikoaversjon, i kombinasjon med en realistisk utålmodighet, i henhold til denne testen best forklarer sammenhengene i standardmodellen. Sammenlignet med de ulike resultatene Hansen og Singleton fikk i samme periode, er den estimerte relative risikoaversjonen lav, selv om også Hansen og Singleton testet kombinasjoner av testaktiva og instrumentsett som ga verdier for relativ risikoaversjon ned mot 0,6, og hadde relativt stor spredning i sine resultater for relativ risikoaversjon. At det i perioden 1959 – 2016, med en låst høyere beta-verdi, ga langt høyere estimert relativ risikoaversjon enn i perioden 1959 – 1978, viser igjen at dersom avkastning «tvinges» til å forklares av relativ risikoaversjon, øker risikoaversjonen over hele perioden, i tråd med tidligere økonomiske drøftelser knyttet til endringen i data i nyere tid.

Resultatet fra testen med «instrumentsett 3» gir en realistisk verdi for utålmodighet og relativ risikoaversjon i perioden 1959 – 2016. Konfidensintervallet tilsier også at den representative agenten har relativ risikoaversjon som er signifikant større enn null, og det kan i henhold til resultatene for testen utelukkes at den representative agenten er risikosøkende. Det meste av konfidensintervallet kan også sies å ligge innenfor det som tidligere er definert som et realistisk intervall for relativ risikoaversjon, og relativ risikoaversjon lik 1,984 er absolutt forenlig med et realistisk nivå. Likevel medfører høy standardfeil lite effisiente estimater, og J-verdien er høyere enn J-verdien oppgaven fikk ved bruk av «instrumentsett 2». Dette tyder på at de ortogonale betingelsene holder dårligere for denne testen enn det som er tilfellet for «instrumentsett 2». Utålmodighet er også estimert til en realistisk verdi, noe høyere enn i perioden 1959 – 1978.

I perioden 1959 – 1978 er det estimert en lavere og mer signifikant parameterverdi for relativ risikoaversjon, også denne signifikant positiv. I tråd med karakteristiske endringer i data

indikerer testen for hele perioden høyere relativ risikoaversjon. Relativ risikoaversjon estimert til å være 1,2923 for perioden 1959 -1978 er noe høyere enn det som ble estimert med NYSE, men absolutt realistisk. Utålmodighet er i denne perioden på et realistisk og ganske identisk nivå med det som ble estimert i testen med NYSE som testaktiva. Det er verdt å bemerke at den noe lavere estimerte utålmodigheten i hele perioden også er med på å bidra til en høyere estimert relativ risikoaversjon for hele perioden, da dette fører til at mindre av meravkastningen forklares av utålmodighet.

Også uten å inkludere et risikofritt aktivum medfører bruk av «instrumentsett 1», sammen med industriporteføljene, at de estimerte parameterverdiene ikke konvergerer mot et endelig resultat tross mange iterasjoner. Det er tidligere i oppgaven drøftet hvorfor «instrumentsett 1» potensielt ikke fungerer godt som et instrumentsett i denne sammenhengen. Da bruk av dette instrumentsettet sammen med industriporteføljene ikke gir resultater, kan dette tyde på at resultatene fra testen med NYSE som testaktiva (og samme instrumentsett) heller ikke er veldig robuste.

Inklusive testresultatene hvor NYSE ble benyttet som testaktiva, er det altså gjennomført fire tester av standardmodellen fra perioden 1959 – 2016. Den overordnede konklusjonen for disse testene er at parameterestimaterne varierer mye fra test til test, standardfeilen for relativ risikoaversjon er høy og J-testene viser at det er liten sannsynlighet for at alle de ortogonale betingelsene holder i enkelte av testene. Fordi dataene og de ortogonale betingelsene i modellen er relativt like, bekrefter dette at resultatene er svært sensitive overfor små endringer i data. Resultatene taler for at standardmodellen har problemer med å forklare forholdet mellom konsumvekst og avkastning, men de indikerer også at det, ved bruk av GMM som estimeringsverktøy, er vanskelig å teste denne sammenhengen. Særlig er dette tilfellet i tester med data som strekker seg fra 1959 – 2016.

5.3.3 Test av den rekursive prisingsmodellen med industriporteføljer og risikofritt aktivum som testaktiva

I avsnitt (2.4.3) vises det, med utgangspunkt i den rekursive prisingsmodellen, hvordan prisingsmodellene er identiske dersom parameteren for den inverse av intertemporal substitusjonselastisitet settes til å være lik parameteren for relativ risikoaversjon. I testene av standardmodellen hittil i oppgaven er det altså forutsatt at parameteren for intertemporal

substitusjonselastisitet tilsvarer den inverse av parameteren for relativ risikoaversjon. Tilsvarende tester som ble gjennomført av standardmodellen, med oppgavens åtte industriporteføljer og (i utgangspunktet) oppgavens risikofrie aktivum som testaktiva, vil nå gjennomføres for den rekursive prisingsmodellen. Følgelig tillates det altså at parameteren for intertemporal substitusjonselastisitet kan være forskjellig fra den inverse av parameteren for relativ risikoaversjon, og dermed gir dette tre parameterverdier som estimeres ved hjelp av GMM.

Akkurat som Hansen og Singletons test ble replikert innledningsvis, i en av oppgavens tester av standardmodellen, har oppgaven også gjennomført tester med utgangspunkt i samme tidsserie, og med relativt like data, som testen av den rekursive prisingsmodellen Epstein og Zin gjennomførte. Disse resultatene vil presenteres sammen med resultatene for hele perioden. Dermed vil det også drøftes hvordan parameterestimaterne, estimert med utgangspunkt i samme instrumentsett og testaktiva, endrer seg som følge av endringen i tidsserien parameterestimaterne estimeres ut ifra.

Oppsettet for ortogonale betingelser som utgangspunkt for GMM-estimeringen vil, som presentert i avsnitt (3.1.8), være gitt av sammenhengen i (3.12). Ut over dette er forutsetninger og fremgangsmåten ved bruk av GMM-som estimeringsverktøy i denne delen av oppgaven identisk med det som ble forklart i kapittelet om bruk av GMM som estimeringsmetode, og senere vist i oppgavens første test hvor Hansen og Singletons test ble replikert. Resultater for samtlige tester, med utgangspunkt i ulike instrumentsett og tidsserier, er gitt i tabell (5.6).

Resultater - Rekursiv prisingsmodell

	1959-1986	1959-2016
INST 2	0,9983	0,9987
β	(0,0007) {0,9969 : 0,9998}	(0,0005) {0,9977 : 0,9997}
α	1,0117 (0,0032) {1,0055 : 1,0180}	1,4219 (0,0641) {1,2962 : 1,5476}
ρ	0,9947 (0,0014) {0,9919 : 0,9975}	0,7686 (0,0363) {0,6974 : 0,8397}
$J(24)$	23,5642 [0,4867]	24,5749 [0,4291]
INST 3	0,9999	0,9998
β	(0,0009) {0,9980 : 1,0018}	(0,0006) {0,9987 : 1,0009}
α	1,3176 (0,0625) {1,1952 : 1,4400}	0,6374 (0,0450) {0,5491 : 0,7256}
ρ	0,6604 (0,0754) {0,5126 : 0,8083}	1,2277 (0,0267) {1,1754 : 1,2799}
$J(24)$	45,2825 [0,0054]	31,7272 [0,1339]

Tabell 5.6

Ved å ta en rask titt på tabell (5.6) fremgår det at til forskjell fra testen av standardmodellen, hvor særlig tester for hele perioden ga urealistiske parameterestimater, indikerer disse resultatene langt mer realistiske parameterverdier. Med tanke på at denne testen også har inkludert et risikofritt testaktivum, noe som i testen av standardmodellen førte til at parameterestimaterne ikke konvergente mot en endelig løsning, er dette i seg selv et tegn på at oppgavens rekursive prisingsmodell holder bedre som en generell modell for prising av finansielle aktiva.

Som det ble nevnt i oppgavens avsnitt om karakteristikk av oppgavens data, benyttet Epstein og Zin færre industriporteføljer enn det denne oppgaven har benyttet. Med tilsvarende variabel for konsum som i denne oppgaven (altså konsum bestående av ikke-varige goder og service), og med instrumentsett bestående av laggede verdier av konsumvekst, får Epstein og Zin resultater bestående av relativ risikoaversjon rundt 1, tilnærmet ingen utålmodighet (beta rundt 1) og lav intertemporal subststitusjonselastisitet, godt under 1. Epstein og Zin konkluderer på bakgrunn av sine resultater med at intertemporal subststitusjonselastisitet er signifikant forskjellig fra den inverse av relativ risikoaversjon (som den altså ikke kan være i

standardmodellen). Videre konkluderer de med at beta ikke er signifikant lavere enn én, slik at den representative agenten med sikkerhet ikke kan sies å være «utålmodig». De utelukker heller ikke logaritmiske risikopreferanser, da estimert verdi for relativ risikoaversjon ikke er signifikant forskjellig fra 1.

Fra tabell (5.6) fremgår det at testen med «instrumentsett 2», som tar utgangspunkt i tilsvarende tidsserie som Epstein og Zin, estimerer parameterverdier for relativ risikoaversjon til å være lik 1,0117, parameter for den inverse av intertemporal substitusjonselastisitet lik 0,9947 og parameter for utålmodighet lik 0,9987. Med den inverse av intertemporal substitusjonselastisitet lik 0,9947 gir dette følgelig intertemporal substitusjonselastisitet lik 1,0053. Med utgangspunkt i det som ble drøftet i avsnitt (2.3), må denne verdien for intertemporal substitusjonselastisitet absolutt kunne sies å være realistisk. I tråd med tidligere konklusjoner er også relativ risikoaversjon realistisk. Det samme gjelder parameteren for utålmodighet, som for øvrig er den samme verdien som ble estimert i oppgavens første test. På bakgrunn av konfidensintervallene for parameterestimaterne kan det konkluderes med signifikant utålmodighet, da beta er signifikant lavere enn 1. Videre er intertemporal substitusjonselastisitet signifikant forskjellig fra den inverse av relativ risikoaversjon, og logaritmiske risikopreferanser kan utelukkes da relativ risikoaversjon er signifikant forskjellig fra 1.

Sammenlignet med Epstein og Zins resultater er verdier for relativ risikoaversjon og utålmodighet altså ganske like. Resultatene er først og fremst forskjellige som følge av at oppgaven, til forskjell fra Epstein og Zin, estimerer en verdi for intertemporal substitusjonselastisitet signifikant høyere enn 1. Videre kan de estimerte standardfeilene til oppgavens parameterestimer sies å være på samme nivå, men gjennomgående noe lavere enn standardfeilene Epstein og Zin estimerte for sine parameterestimer. Flere ortogonale betingelser vil, dersom de ortogonale betingelsene holder, medføre mer effisiente parameterestimer. Dette kan være noe av forklaringen på hvorfor oppgaven estimerer parameterverdier med lavere standardfeil enn Epstein og Zin gjorde i sin test. Som nevnt i avsnitt (2.2.3) som drøfter forholdet mellom α og ρ , og hva dette innebærer for agentens preferanser relatert til hva som foretrekkes av tidlig og sen risikoavklaring, innebærer $\alpha > \rho$ at den representative agenten foretrekker tidlig fremfor sen risikoavklaring. Epstein og Zins resultater indikerer det motsatte, men det kan altså ikke argumenteres med at preferanser som innebærer hverken det ene eller det andre strengt tatt kan karakteriseres som urealistisk.

Den andre testen for perioden 1959 – 1986, hvor «instrumentsett 3» er benyttet, får resultater som skiller seg fra testen med «instrumentsett 2» ved at relativ risikoaversjon er estimert til å være noe høyere, mens intertemporal substitusjonselastisitet er estimert til å være noe lavere. Dette innebærer at i forhold til testen med «instrumentsett 2», er risiko knyttet til finansielle aktiva mer avgjørende for pris, mens intertemporale svingninger i konsum, som følge av investering i finansielle aktiva, i mindre grad medfører høyere krav til avkastning. Ut over denne vesentlige forskjellen innebærer disse resultatene overordnet at mange av de samme konklusjonene som ble trukket om investorens preferanser på bakgrunn av testen med «instrumentsett 2» støttes av resultatene fra denne testen. Merk at også denne testen indikerer at relativ risikoaversjon er signifikant forskjellig fra den inverse av relativ risikoaversjon, noe som igjen bryter med sammenhengene i standardmodellen. Det er likevel slik at resultatene fra denne testen ikke kan vektlegges i like stor grad som resultatene med «instrumentsett 2», da J-verdien er betraktelig høyere i denne testen. P-verdien er faktisk så lav at det (på under 10 % signifikansnivå) kan konkluderes med at den rekursive prisingsmodellen med «instrumentsett 3» ikke kan anses som gyldig, på bakgrunn av den lave sannsynligheten for at de ortogonale betingelsene i testen faktisk holder. Standardfeilene til parameterestimaterne er også gjennomgående betraktelig høyere, selv om de fortsatt er på et lavt nivå.

Testene av den rekursive prisingsmodellen med utgangspunkt i data fra både 1959 – 1986 og 1959 - 2016, hvor «instrumentsett 1» benyttes, har igjen problemer med at parameterestimerer ikke konvergerer mot endelige verdier. Riktignok kan det etter et tosifret antall iterasjoner, til forskjell fra tilsvarende tester med «instrumentsett 1» av standardmodellen, se ut som om parameterestimaterne til en viss grad konvergerer mot en løsning bestående av svært negativ relativ risikoaversjon, negativ intertemporal substitusjonselastisitet og med urealistisk høyt nivå på utålmodighet. Problemet, og årsaken til at dette heller ikke kan betraktes som en endelig løsning, er at estimerte standardfeil for parameterverdier ikke går ned ettersom flere iterasjoner gjennomføres. Lagget verdi av markedsavkastning innebærer, som påpekt flere ganger tidligere i oppgaven, at mer «støy» tilføres som følge av at denne variabelen er mer volatil enn de andre instrumentvariablene oppgaven benytter. Igjen viser dette at resultatene er sensitive overfor små endringer i data, og på bakgrunn av dette resultatet og tidligere resultater ved bruk av «instrumentsett 1», konkluderer oppgaven med at «instrumentsett 1» ikke er hensiktsmessig å benytte i oppgavens tester. Det er godt mulig at tilsvarende instrumentsett ikke hadde gitt samme problemer med litt andre data, og/eller større utvalg enn

det denne oppgaven har hatt mulighet til å ta utgangspunkt i, men i denne oppgavens tester fungerer dette instrumentsettet altså ikke.

I henhold til karakteristiske endringer i dataene for prisingsmodellene påpekte oppgaven at preferansene for den representative investoren må ha endret seg dersom standardmodellen skal kunne sies å holde. Dette ble påstått med utgangspunkt i at meravkastningen fra finansielle aktiva i nyere tid er blitt høyere, men samtidig er denne avkastningen altså mindre korrelert med konsumvekst. Selv om testresultatene var lite robuste, indikerte testene av standardmodellen at relativ risikoaversjon estimert med utgangspunkt i en tidsserie med data frem til 2016 var høyere. Dermed kan det sies at oppgavens antakelse viste seg å stemme. Når det kommer til den rekursive prisingsmodellen er det ikke like enkelt å komme med en tilsvarende påstand om hvordan preferanser eventuelt må ha endret seg, som følge av endringer i data, for at modellen skal kunne sies å holde. Fordi den rekursive prisingsmodellen også lar den representative agenten ha egne preferanser for intertemporal substitusjonselastisitet, og at nytten ikke er gitt uavhengig av nytten i senere perioder, kan det tenkes at det finnes strukturelle sammenhenger i data i nyere tid, som på tross av karakteristiske endringer i data, medfører at den rekursive prisingsmodellen er konsistent i begge periodene som testes. Dette vil i så fall innebære at de samme parameterverdiene estimeres både for testen som tar utgangspunkt i tidsserien fra 1959 – 1986, og fra testen som tar utgangspunkt i tidsserien fra 1959 – 2016. Dersom dette hadde vært resultatene fra testene, og dersom parameterverdiene i tillegg kunne vært karakterisert som realistiske, ville konklusjonen vært at den rekursive prisingsmodellen fungerer veldig godt som prisingsmodell for finansielle aktiva da det i utgangspunktet ikke er noen grunn til at preferanser skal ha endret seg betraktelig i nyere tid.

Ved å se på testresultatene fra testen med «instrumentsett 2», hvor tidsserien det tas utgangspunkt i strekker seg fra 1959 – 2016, fremgår det at relativ risikoaversjon har gått opp, mens den inverse av intertemporal substitusjonselastisitet har gått ned. Dette indikerer at den representative agenten har blitt mer risikoavers og samtidig mindre var for intertemporale fluktasjoner i konsum. Med tanke på hvor sensitive resultatene fra GMM-estimering viser seg å være, og med tanke på hvor store endringer i parameterestimerer oppgaven fikk ved å inkludere nyere data i testene av standardmodellen, kan disse resultatene karakteriseres som ganske like de som ble estimert med utgangspunkt i tidsserien fra 1959 – 1986. J-testen viser at de ortogonale betingelsene med omtrent samme sannsynlighet kan antas å holde, og standardfeilene er blitt litt lavere, hvor det kan antas at dette har sin naturlige forklaring i at

størrelsen på utvalget har økt. Resultatene fra denne testen indikerer dermed at på tross av tydelige endringer i konsum- og avkastningsdata for finansielle aktiva, er parameterverdiene som med størst sannsynlighet forklarer sammenhengene mellom variablene i den rekursive prisingsmodellen i tråd med det som kan regnes som realistiske verdier.

Testen av tilsvarende tidsserie (1959 – 2016) testet med «instrumentsett 3» gir også realistiske verdier, men her er endringen i parameterestimater fra testen med tidsserie fra 1959 – 1986 av annen karakter. For «instrumentsett 3» har nemlig relativ risikoaversjon gått ned, mens den inverse av intertemporal substitusjonselastisitet har gått opp slik at den representative agenten henholdsvis er mindre risikoavers, men mer sensitiv overfor intertemporale svingninger i konsum. I tillegg kan det nevnes at den representative agenten tilnærmet ikke er utålmodig, hvor beta ikke lengre er signifikant lavere enn 1. Igjen er de motstridene effektene for testene, med utgangspunkt i hvert sitt instrumentsett, et tegn på at estimatene er svært sensitive overfor små endringer i data. Selv om P-verdien for denne siste testen er høyere enn den var i tilsvarende test, som tok utgangspunkt i tidsserien fra 1959 – 1986, er P-verdien fortsatt lav. Også denne testen med «instrumentsett 3» må derfor kunne sies å være «mindre gyldig» enn testen for samme periode med «instrumentsett 2», da det er mindre sjanse for at de ortogonale betingelsene faktisk holder. På bakgrunn av dette kan det konkluderes med at «instrumentsett 2» også ved test av den rekursive prisingsmodellen fungerer bedre som instrumentsett enn «instrumentsett 3».

Oppsummert indikerer testene av den rekursive prisingsmodellen at denne prisingsmodellen gir realistiske parameterestimater for to av tre instrumentsett. Dette på tross av tydelige endringer i relevante økonomiske data i nyere tid, noe som for øvrig ikke ser ut til å gjøre at de ortogonale betingelsene holder vesentlig dårligere. Samtlige resultater indikerer også at intertemporal substitusjonselastisitet er signifikant forskjellig fra den inverse av relativ risikoaversjon. Med utgangspunkt i resultatene fra testen av den rekursive prisingsmodellen betyr dette implisitt at standardmodellen ikke kan holde. I henhold til resultatene i oppgaven kan det heller ikke sies at den rekursive prisingsmodellen har problemer med å forklare meravkastning for risikable aktiva, da et risikofritt testaktivum er inkludert som ortogonal betingelse i alle testene av den rekursive prisingsmodellen. Resultatene tyder altså på at dersom det tillates at intertemporal substitusjonselastisitet er gitt uavhengig av relativ risikoaversjon, vil prisingsmodellen også kunne forklare forholdet mellom meravkastning og risiko for risikable aktiva.

Resultatene indikerer fortsatt at estimatene er sensitive overfor små endringer i data. Dette kan det konkluderes med på bakgrunn av at tester med «instrumentsett 1» ikke gir endelige resultater, og fordi «instrumentsett 2» og «instrumentsett 3» gir forskjellige parameterverdier og viser motsatte effekter da perioden estimatene estimeres ut ifra også inkluderer nyere data. Særlig på bakgrunn av lav estimert intertemporal substitusjonselastisitet var Epstein og Zin skeptiske til sine resultater, men denne oppgavens parameterestimerer kan faktisk sies å være innenfor et realistisk intervall. På tross av at resultatene ikke er veldig robuste, må dette kunne sies å være et interessant funn!

6 Diskusjon

I denne oppgaven er standardmodellen og den rekursive prisingsmodellen testet, fortrinnsvis ved bruk av GMM. På bakgrunn av den relativt store variasjonen i estimerte parameterverdier de ulike resultatene indikerer, på tross av at det er relativt små endringer i dataene fra test til test, konkluderer oppgaven med at GMM som estimeringsverktøy, i denne sammenhengen, rett og slett er ustabil. Selv om tester av den rekursive prisingsmodellen er langt mer effisiente enn tilsvarende tester av standardmodellen, indikerer relativt stor variasjon, også i disse resultatene, at ustabile resultater er et generelt problem for tester av begge prisingsmodellene i oppgaven. Dette har også vært tilfelle i andre artikler med empiriske tester ved bruk av GMM som estimeringsverktøy. Stock og Wright (2000) refererer til flere studier som har konkludert med at resultatene er lite robuste, og drøfter problematikken knyttet til bruk av GMM som estimeringsverktøy i endelige tidsserier. Videre undersøker de blant annet standardmodellen og den rekursive prisingsmodellen på data frem til 1990 og konkluderer med at resultatene for flere av testene er lite effisiente.

Det er relevant å relatere dette problemet til det oppgaven drøfter angående resultatenes effisiens. I oppgaven er det først og fremst referert til størrelsen på standardfeil og konfidensintervall for estimerte parameterverdier, der resultatenes effisiens diskuteres. Den estimerte standardfeilen er gitt av (3.8), men som det fremgår av avsnitt (3.1.7) er standardfeilen i dette tilfellet nødvendigvis bare en tilnærming, hvor den faktiske standardfeilen er ukjent. Den approksimerte standardfeilen vil blant annet avhenge av størrelsen på endringene i funksjonen som minimeres akkurat i punktet rundt løsningen på minimeringsproblemet. Fordi det er vist at det i oppgavens minimeringsproblemer kan eksistere flere lokale minimumspunkter, og på bakgrunn av at løsningene for optimale parameterverdier kan endre seg mye ved relativt små endringer i de ortogonale betingelsene (for eksempel ved bruk av «instrumentsett 2» og «instrumentsett 3»), kan det stilles spørsmålsteget ved hvor reelle de estimerte standardfeilene for de ulike parameterverdiene faktisk kan sies å være. Dersom små endringer i data kan føre til at minimeringsproblemet gir en helt annen løsning, vil denne estimerte standardfeilen ikke nødvendigvis gi et riktig bilde av resultatenes faktiske effisiens.

Videre kan det også diskuteres hvorvidt datagrunnlaget som utgjør oppgavens utvalg kan sies å være stort nok. Som beskrevet i kapittelet om oppgavens empiriske metode, tar teorien

GMM er basert på utgangspunkt i asymptotiske utvalg ved løsninger for optimale vektingsmatriser, og i beviset som tilsier at bruk av alle vektingsmatriser som er positiv semidefinitte vil medføre konsistente parameterestimer. I oppgavens replikering av Hansen og Singletons test fremgår det at dette nødvendigvis ikke vil gjelde i et begrenset utvalg. Omfattende vurderinger relatert til implementeringen av GMM i denne og lignende oppgaver er derfor helt avgjørende. Fordi det ikke finnes lengre tidsserier for relevante variabler er oppgaven nødt til å ta utgangspunkt i dataene oppgaven har valgt, men det kan likevel stilles spørsmålsteget ved lengden på tidsseriene testene tar utgangspunkt i. En måte å utvide datagrunnlaget på kan være å analysere flere markeder i én og samme test slik at resultatene baserer seg på flere observasjoner, selv om dette naturligvis ikke vil øke lengden på tidsserien. Denne måten å gjennomføre testen på innebærer at parameterverdiene i modellene antas å være identiske i ulike markeder, ettersom bare ett sett av parameterverdier estimeres. Dette innebærer for eksempel at det må antas at relativ risikoaversjon er identisk på tvers av ulike markeder, noe det kan argumenteres for at ikke nødvendigvis vil være tilfellet. Det vil i så fall være et problem for en slik test.

Det er også relevant å igjen trekke frem det som ble nevnt i avsnitt (4.1.4) om bruken av avkastning for S&P 500 som approksimasjon for avkastningen på «formue». Som det da ble nevnt vil ikke denne approksimasjonen nødvendigvis være perfekt. Det kan derfor tenkes at dette vil være med på å påvirke resultatene i testene av den rekursive prisingsmodellen, selv om størrelsen og omfanget av dette vil være vanskelig å spekulere i. Et forslag til videre arbeid vil derfor være å estimere variabelen for «formue», for en så lang tidsserie som mulig, for å undersøke hvorvidt bruk av denne «riktige» variabelen vil ha effekt på resultatene.

Et annet forslag til videre arbeid vil være å gjennomføre tilsvarende tester som oppgaven har gjennomført, men ved å teste sammenhengene med enda flere ulike instrumentsett og testaktiva. Dette vil gjøre konklusjonene mer robuste. Selv om det er gjennomført flere lignende tester, spesielt av standardmodellen, også med nyere data, er særlig oppgavens realistiske resultater ved tester av den rekursive prisingsmodellen et interessant funn. Flere studier hvor den rekursive prisingsmodellen testes vil derfor være relevant.

På bakgrunn av at det finnes få studier som undersøker intertemporal substitusjonselastisitet direkte, er det vanskelig å drøfte hvorvidt parameterestimatene for intertemporal substitusjonselastisitet som oppnås i oppgavens tester faktisk er innenfor et realistisk

intervall. Flere undersøkelser av hva som kan sies å være realistiske parameterverdier for intertemporal substitusjonselastisitet vil dermed gjøre det enklere å trekke konklusjoner for den rekursive prisingsmodellen.

Sammenhengene i modellen, og karakteristiske endringer i data bør også diskuteres litt nærmere i lys av resultatene oppgavens tester har gitt. Særlig for standardmodellen, som for øvrig hadde problemer med å estimere realistiske resultater for hele perioden (hvorav beta ble «låst» for å teste hvorvidt endringene i dataene ville spille inn på parameterestimaten for relativ risikoaversjon), indikerte resultatene at relativ risikoaversjon må ha økt i nyere tid for at modellen skal kunne forklare sammenhengen mellom konsum og avkastning for finansielle aktiva i hele perioden fra 1959 - 2016. Det ble også i avsnittet om fremstilling av oppgavens data drøftet at en av årsakene til mindre volatilitet og avtagende vekst i konsum i nyere tid, kan skyldes at velstandsnivået i USA er blitt så høyt at endringer i inntekt rett og slett vil påvirke mange av elementene i oppgavens mål på konsum i mindre grad enn i tidligere perioder. Ved å inkludere andre elementer enn «ikke-varige goder og service» som et mål på oppgavens konsum, vil det kanskje være en tydeligere sammenheng mellom konsum og avkastning på finansielle aktiva gjennom hele tidsserien fra 1959 - 2016. I så måte vil potensielt korrelasjonen mellom denne «utvidede» definisjonen av konsum og avkastning fra finansielle aktiva være høyere, også i nyere tid. Det kan også tenkes at dette øker volatiliteten til konsumvekst. Dersom dette viser seg å stemme, vil det kunne argumenteres for at sammenhengene mellom konsum og avkastning for finansielle aktiva er mer konsistente i løpet av en lengre periode enn det denne oppgavens data indikerer. Følgelig må ikke nødvendigvis relativ risikoaversjon ha økt for at sammenhengene i standardmodellen skal kunne stemme. Det er også mulig at denne «om-defineringen» av variabelen for konsum hadde medført mer effisiente resultater, som følge av at konsum potensielt ville hatt en sterkere forklaringsevne på avkastningen for finansielle aktiva. Ut over diskusjonen i kapittelet om oppgavens data, kan det videre diskuteres hvorvidt en eventuell «utvidelse» av definisjonen for konsumvariabelen er i tråd med prinsippene som ligger til grunn for prisingsmodellene eller ikke. Uansett vil det være av interesse å gjennomføre tester som undersøker effekten av bruk av andre konsumdata for en så lang periode som mulig.

7 Konklusjon

På bakgrunn av oppgavens resultater for tester av standardmodellen konkluderer oppgaven med at standardmodellen ikke holder som generell prisingsmodell, da den ikke kan forklare meravkastning med utgangspunkt i historiske data. Dette er også i tråd med tidligere forskning som har undersøkt standardmodellens evne til å forklare meravkastning for finansielle aktiva. Videre estimeres urealistiske parameterverdier for standardmodellen i flere av oppgavens tester dersom data fra 1959 – 2016 benyttes, også dersom risikofritt testaktivum fjernes fra testen. Uten bruk av risikofritt testaktivum som ortogonal betingelse oppnås det parameterestimerer som konvergerer mot en endelig løsning. Enkelte av disse testene gir løsninger med parameterkombinasjoner som kan sies å være realistiske, men disse testresultatene er generelt lite robuste. Dermed er heller ikke disse resultatene gode indikatorer på at standardmodellen faktisk forklarer historisk observerte avkastninger for finansielle aktiva med realistiske parameterverdier.

Den rekursive prisingsmodellen gir realistiske parameterestimerer i tester med to av tre av oppgavens instrumentsett. Dette er tilfellet både dersom det tas utgangspunkt i tidsserien 1959 – 1986, og dersom det tas utgangspunkt i perioden 1959 – 2016. Det er heller ikke slik at parameterestimatene endrer seg konsekvent, for alle tester, i den ene eller andre retningen ved at tidsserien det tas utgangspunkt i utvides. Også resultatene fra testene av den rekursive prisingsmodellen er lite robuste, selv om de kan sies å være mer robuste enn resultatene fra oppgavens tester av standardmodellen. Det vil derfor heller ikke være mulig å konkludere med at den rekursive prisingsmodell, som generell prisingsmodell, kan forklare avkastningen fra finansielle aktiva med utgangspunkt i historiske data. I henhold til oppgavens resultater kan det, allikevel, absolutt ikke utelukkes at det kan være slik at den rekursive prisingsmodellen faktisk holder som prisingsmodell for finansielle aktiva.

Som følge av at resultatene fra testene av den rekursive prisingsmodellen indikerer at relativ risikoaversjon er signifikant forskjellig fra den inverse av intertemporal substitusjonselastisitet, og som følge av oppgavens resultater fra testene av standardmodellen viser at denne ikke holder, konkluderer oppgaven med at den rekursive prisingsmodellen på en bedre måte forklarer sammenhengen mellom konsum og avkastning for finansielle aktiva enn det standardmodellen gjør.

Når det kommer til implementering av GMM for å besvare oppgavens problemstilling, fremgår det av resultatene, særlig ved oppgavens replikering av Hansen og Singleton (1982) hvor det fokuseres på GMM som estimeringsverktøy, at det å benytte GMM på begrensede utvalg kan være utfordrende, og at resultater kan avvike fra teorien som er basert på asymptotiske utvalg.

Videre konkluderer oppgaven med at resultater fra tester med GMM som estimeringsverktøy i denne sammenhengen generelt gir ustabile resultater. Overordnet gjør altså dette det vanskelig å trekke bastante slutninger om hvorvidt oppgavens prisingsmodeller med sikkerhet kan sies å holde eller ikke.

8 **Appendiks**

8.1 SIC-koder for industriporteføljer

1 NoDur: Consumer NonDurables -- Food, Tobacco, Textiles, Apparel, Leather, Toys

0100-0999

2000-2399

2700-2749

2770-2799

3100-3199

3940-3989

2 Durbl: Consumer Durables -- Cars, TV's, Furniture, Household Appliances

2500-2519

2590-2599

3630-3659

3710-3711

3714-3714

3716-3716

3750-3751

3792-3792

3900-3939

3990-3999

3 Manuf: Manufacturing -- Machinery, Trucks, Planes, Chemicals, Off Furn, Paper, Com
Printing

2520-2589

2600-2699

2750-2769

2800-2829

2840-2899

3000-3099

3200-3569

3580-3621

3623-3629

3700-3709

3712-3713

3715-3715

3717-3749

3752-3791

3793-3799

3860-3899

4 Enrgy: Oil, Gas, and Coal Extraction and Products

1200-1399

2900-2999

5 HiTec: Business Equipment -- Computers, Software, and Electronic Equipment

3570-3579

3622-3622 Industrial controls

3660-3692

3694-3699

3810-3839

7370-7372 Services - computer programming and data processing

7373-7373 Computer integrated systems design

7374-7374 Services - computer processing, data prep

7375-7375 Services - information retrieval services

7376-7376 Services - computer facilities management service

7377-7377 Services - computer rental and leasing

7378-7378 Services - computer maintenance and repair

7379-7379 Services - computer related services

7391-7391 Services - R&D labs

8730-8734 Services - research, development, testing labs

6 Telcm: Telephone and Television Transmission

4800-4899

7 Shops: Wholesale, Retail, and Some Services (Laundries, Repair Shops)

5000-5999

7200-7299

7600-7699

8 Hlth: Healthcare, Medical Equipment, and Drugs

2830-2839

3693-3693

3840-3859

8000-8099

9 Utils: Utilities

4900-4949

10 Other Other -- Mines, Constr, BldMt, Trans, Hotels, Bus Serv, Entertainment, Finance

Litteraturliste

- Aase, K. K. (2015). Recursive Utility and the Equity Premium Puzzle: A Discrete-Time Approach. *SSRN Electronic Journal*.
- Aase, K. K. (2016). Recursive utility using the stochastic maximum principle. *Quantitative Economics*,7(3), 859-887.
- Aase, K. K. (2017). Risikopremier, realrenten og optimal konsum og porteføljeteori: Hva er problemet? *Magma*,Nr: 3-2017, 87-96.
- Andersen, S., Harrison, G. W., Lau, M. I., & Rutström, E. E. (2014). Discounting behavior: A reconsideration. *European Economic Review*,71, 15-33.
- Arrow, K. J. (1965). Kapittel 2: *The Theory of Risk Aversion*. Aspects of The Theory of Risk-Bearing. Helsinki: Yrjö Jahnsson Säätiö. 28-45.
- Bureau of Labor Statistics; United States Department of Labor. (2014, 19. februar). *Comparing the Producer Price Index for Personal Consumption with the U.S All Items CPI for All Urban Consumers*. Hentet 14. oktober 2017 fra Bureau of Labor Statistics: <https://www.bls.gov/ppi/ppicippi.htm>
- Chen, X., Favilukis, J., & Ludvigson, S. (2011). An Estimation of Economic Models with Recursive Preferences. *National Bureau of Economic Research*,1-45.
- Coller, M., & Williams, M. B. (1999). Eliciting individual discount rates. *Experimental Economics*,2(2), 107-127.
- Eckel, C. C., & Grossman, P. J. (2008). Forecasting risk attitudes: An experimental study using actual and forecast gamble choices. *Journal of Economic Behavior & Organization*,68(1), 1-17.
- Eeckhoudt, L., Gollier, C., & Schlesinger, H. (2005). *Economic and Financial Decisions under Risk*. Princeton: Princeton University Press, s. 10.

Epstein, L. G., & Zin, S. E. (1989). Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns: A Theoretical Framework. *Econometrica*, 57(4), 937-969.

Epstein, L. G., & Zin, S. E. (1991). Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns: An Empirical Analysis. *Journal of Political Economy*, 99(2), 263-286.

FRED(a); Federal Reserve Bank of St. Louis. *U.S. Bureau of Economic Analysis, Personal Consumption Expenditures: Nondurable Goods [PCEND]*, retrieved from FRED, Federal Reserve Bank of St. Louis. Hentet 29. oktober 2017 fra Federal Reserve Bank of St. Louis: <https://fred.stlouisfed.org/series/PCEND>

FRED(b); Federal Reserve Bank of St. Louis. *U.S. Bureau of Economic Analysis, Personal Consumption Expenditures: Services [PCES]*, retrieved from FRED, Federal Reserve Bank of St. Louis. Hentet 29. oktober 2017 fra Federal Reserve Bank of St. Louis: <https://fred.stlouisfed.org/series/PCES>

FRED(c); Federal Reserve Bank of St. Louis. *U.S. Bureau of Economic Analysis, Population: Mid-Month [POPTHM]*, retrieved from FRED, Federal Reserve Bank of St. Louis. Hentet 29. oktober 2017 fra Federal Reserve Bank of St. Louis: <https://fred.stlouisfed.org/series/POPTHM>

FRED(d); Federal Reserve Bank of St. Louis. *U.S. Bureau of Labor Statistics, Consumer Price Index for All Urban Consumers: All Items (CPIAUCSL)*, retrieved from FRED. Hentet 13. oktober 2017 fra Federal Reserve Bank of St. Louis: <https://fred.stlouisfed.org/series/CPIAUCSL>

French Database(a); Kenneth R. French. *Current Research Returns*. Hentet 12. oktober 2017 fra French Database: http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data_library.html

French Database(b); Kenneth R. French. *Detail for 10 Industry Portfolios*. Hentet 12. oktober 2017 fra French Database: http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/Data_Library/det_10_ind_portfolio.html

- Gandelman, N., & Hernandez-Murillo, R. (2014). Risk Aversion at the Country Level. *Federal Reserve Bank of St. Louis-Working Paper Series*, 1-17.
- Hansen, L. P. (1982). Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators. *Econometrica*, 50(4), 1029-1054.
- Hansen, L. P., & Singleton, K. J. (1982). Generalized Instrumental Variables Estimation of Nonlinear Rational Expectations Models. *Econometrica*, 50(5), 1269-1286.
- Hansen, L. P., & Jagannathan, R. (1991). Implications of Security Market Data for Models of Dynamic Economies. *Journal of Political Economy*, 99(2), 225-262.
- Havranek, T., Horvath, R., Irsova, Z., & Rusnak, M. (2015). Cross-country heterogeneity in intertemporal substitution. *Journal of International Economics*, 96(1), 100-118.
- Lettau, M., & Ludvigson, S. (2001). Consumption, Aggregate Wealth, and Expected Stock Returns. *The Journal of Finance*, 56(3), 815-849.
- Liu, G., & Greaker, M. (2009). Measuring the stock of human capital for Norway: A lifetime labour income approach. *Statistics Norway/Research, Statistisk sentralbyrå*, 1-79.
- Lucas, R. E. (1978). Asset Prices in an Exchange Economy. *Econometrica*, 46(6), 1429-1445.
- Mehra, R., & Prescott, E. C. (1985). The equity premium: A puzzle. *Journal of Monetary Economics*, 15(2), 145-161.
- Neumann, J. V., & Morgenstern, O. (1947). *Theory of games and Economic Behavior*. Princeton: Princeton University Press.
- Pratt, J. W. (1964). Risk Aversion in the Small and in the Large. *Econometrica*, 32(1/2), 122-136.
- Stock, J. H., & Wright, J. H. (2000). GMM with Weak Identification. *Econometrica*, 68(5), 1055-1096.
- The FRED Blog; Federal Reserve Bank of St. Louis. (2015, 26. mars). *The many flavors of inflation*. Hentet 14. oktober 2017 fra The FRED Blog: <https://fredblog.stlouisfed.org/2015/03/the-many-flavors-of->

[inflation/?utm_source=series_page&utm_medium=related_content&utm_term=related_resources&utm_campaign=fredblog](https://fredblog.com/inflation/?utm_source=series_page&utm_medium=related_content&utm_term=related_resources&utm_campaign=fredblog)

Wharton Research Data Services(a). *Center for Research in Security Prices, CRSP, NYSE value-weighted return (includes distributions)*. Hentet 25. oktober 2017 fra Wharton Research Data Services:

https://wrds-web.wharton.upenn.edu/wrds/ds/crsp/indexes_a/mktindex/cap_m.cfm?navId=124

Wharton Research Data Services(b). *US Treasury and Inflation Indexes, T30*. Hentet 19. oktober 2017 fra Wharton Research Data Services: [https://wrds-](https://wrds-web.wharton.upenn.edu/wrds/ds/crsp/indexes_a/cti/treasury_inflation.cfm?navId=123)

[web.wharton.upenn.edu/wrds/ds/crsp/indexes_a/cti/treasury_inflation.cfm?navId=123](https://wrds-web.wharton.upenn.edu/wrds/ds/crsp/indexes_a/cti/treasury_inflation.cfm?navId=123)

Wharton Research Data Services(c). *Center for Research in Security Prices, CRSP Index File on the S&P 500 Value-Weighted Return (includes distributions)*. Hentet 13. oktober 2017 fra Wharton Research Data Services: [https://wrds-](https://wrds-web.wharton.upenn.edu/wrds/ds/crsp/indexes_a/sp500/sp500.cfm?navId=125)

[web.wharton.upenn.edu/wrds/ds/crsp/indexes_a/sp500/sp500.cfm?navId=125](https://wrds-web.wharton.upenn.edu/wrds/ds/crsp/indexes_a/sp500/sp500.cfm?navId=125)

Wharton Research Data Services(d). *Center for Research in Security Prices, CRSP Index File on the S&P 500 Value-Weighted Return (excluding dividends)*. Hentet 13. oktober 2017 fra Wharton Research Data Services: [https://wrds-](https://wrds-web.wharton.upenn.edu/wrds/ds/crsp/indexes_a/sp500/sp500.cfm?navId=125)

[web.wharton.upenn.edu/wrds/ds/crsp/indexes_a/sp500/sp500.cfm?navId=125](https://wrds-web.wharton.upenn.edu/wrds/ds/crsp/indexes_a/sp500/sp500.cfm?navId=125)

White, K. J. (1992). The Durbin-Watson Test for Autocorrelation in Nonlinear Models. *The Review of Economics and Statistics*, 74(2), 370-373.

Wolff, E. N. (2016). Household Wealth Trends in the United States, 1962 to 2013: What Happened over the Great Recession? *RSF: The Russell Sage Foundation Journal of the Social Sciences*, 2(6), 24-44.