



# Matematisk optimering i renovasjon

*Planlegging av avfallsinnsamling*

**Torstein Takvam og Andreas F. Larssen**

**Veileder: Stein W. Wallace**

Masteroppgave, Master i økonomi og administrasjon, Økonomisk  
styring

NORGES HANDELSHØYSKOLE

Dette selvstendige arbeidet er gjennomført som ledd i masterstudiet i økonomi og administrasjon ved Norges Handelshøyskole og godkjent som sådan. Godkjenningen innebærer ikke at Høyskolen eller sensorer innestår for de metoder som er anvendt, resultater som er fremkommet eller konklusjoner som er trukket i arbeidet.

## Sammendrag

Formålet med oppgaven har vært å lage en matematisk optimeringsmodell som skal støtte tjenestetilbydere innen avfallsinnsamling i taktiske og strategiske beslutninger. Økende krav til kildesortering mot private husholdninger påvirker aktører innen renovasjonsbransjen, og stiller stadig høyere krav til systemer for avfallshåndtering. Mens digitalisering og ny teknologi åpner for nye måter å drive avfallsinnsamling, står aktører også overfor forventninger om å drive mer effektivt, og billigere. Hensikten med denne masterutredningen har vært å utvikle et verktøy som kan benyttes i beslutninger om kapasitet og sammensetning av kjøretøysflåte. Modellen er formulert som et blandet lineært heltallsproblem som minimerer kostnader knyttet til kjøretøysflåten og drift av tjenesten, under forutsetning av at gjeldende bestemmelser og krav er ivaretatt.

Opgaven søker å adressere de sentrale utfordringene ved kapasitetskartlegging og ruteoptimering innen avfallsinnsamling, og modellen er bygget rundt dette.

Data som modellen trenger er lastekapasitet på kjøretøy, årlig kostnad for kjøretøy, kostnad for vask, tjenestetilbud, vedlikeholdsbehov, forventede avfallsmengder, ruter per sone, ruter med kjøretøysbegrensninger og antall ruter per kjøretøy. Alt dette er data som allerede er tilgjengelig for tjenestetilbydere med moderne systemer, og vi beskriver nødvendig format, hvordan dette kan kartlegges, og hvordan dette benyttes. Modellens funksjon illustreres i resultatkapitlet ved hjelp av et numerisk eksempel. Eksempelet er basert på grunnlagsdata fra Bergen interkommunale renovasjonsselskap (BIR), men siden datagrunnlaget er mangelfullt blir det derfor ikke en case-studie.

Vi finner at modellen kan benyttes til å oppnå høyere kapasitetsutnyttelse og mer kostnadseffektiv sammensetning av kjøretøysflåte under endrede forutsetninger, herunder forbedret soneinndeling, bruk av kjøretøy med flere kamre, og justering av hentefrekvens for enkelte avfallstyper. Kombinering av enkelte avfallstyper i samme kammer og volumbegrensninger er også analysert. Alt dette er ment for å vise hvordan verktøyet kan benyttes til støtte i taktiske og strategiske beslutningsprosesser.

## Forord

Denne oppgaven ble skrevet som en del av masterstudiet økonomi og administrasjon ved Norges Handelshøyskole (NHH), innen hovedprofilen økonomisk styring, våren 2020.

Oppgaven har både krevd tilegning av ny kunnskap i tillegg til oppfriskning av gammel kunnskap, kanskje mest av alt innenfor matematikk og statistikk. Selv under denne spesielle tiden opplever vi at NHH har gitt oss både tilgang og hjelp til alt det vi trenger for å likevel kunne løse oppgaven slik vi har ønsket.

Takk til veileder Stein W. Wallace for gode tilbakemeldinger og diskusjoner. Det har vært en meget behagelig tilnærming til veiledning, og innspillene har bidratt til en betydelig forbedring av oppgaven.

Takk til Bergens interkommunale renovasjonsselskap (BIR) ved Eirik Lunde, Margrethe Sognnæs og Kestutis Kliunka for å bruke tid med oss, selv i en hektisk hverdag, og gitt oss et innblikk i de utfordringer de møter i tjenesten.

Og spesielt takk til Høyskolelektor Knut Meen som har brukt av sin fritid på å hjelpe en gammel kadett med matematiske formuleringer. Både dialogen, Vulgara og andre undervisningsnotater har vært svært nyttige.

## Forkortelser og begrepsforklaringer

ALNS – Adaptive large neighborhood search heuristic

ARP - Arc routing problem

CARP – Capacitated arc routing problem

CCPP – Capacitated chinese postman problem

CVRP – Capacitated vehicle routing problem

FSM – Fleet size and mix

LNS – Large neighborhood search heuristic

MILP - Mixed integer linear programming

NNS – Nearest neighborhood search heuristic

NP – Non-deterministic polynomial time. Innenfor kompleksitetsteori er dette en type beslutningsproblem der løsningen kan verifiseres i polynomiell tid med en deterministisk Turing maskin. Selve løsningen trenger likevel ikke nødvendigvis å finnes i polynomiell tid med en deterministisk Turing maskin.

NP-Hard – En type problem som per nå ikke kan løses i polynomiell tid (for eksempel eksponentiell tid) med en deterministisk Turing maskin, og der funn av en slik algoritme vil kunne benyttes til å løse alle NP problem i polynomiell tid. Det vil si at NP-Hard problem er minst like vanskelig som problemene i NP, men kan også være vanskeligere. TSP og VRP er eksempel på problem som er ansett som NP-Hard.

OR - Operations research

TSP – Travelling salesman problem

TW – (with) Time windows

VRP – Vehicle routing problem

# Innholdsfortegnelse

<b>SAMMENDRAG .....</b>	<b>II</b>
<b>FORORD .....</b>	<b>III</b>
<b>FORKORTELSER OG BEGREPSFORKLARINGER .....</b>	<b>IV</b>
<b>FIGURLISTE.....</b>	<b>VII</b>
<b>TABELLER .....</b>	<b>VIII</b>
<b>1. INTRODUKSJON .....</b>	<b>1</b>
1.1 BAKGRUNN.....	2
1.1.1 <i>Regulering av bransjen og utfordringer i tiden som kommer</i> .....	3
1.2 AVGRENSNING .....	5
1.3 OPPGAVENS STRUKTUR .....	6
<b>2. LITTERATUR .....</b>	<b>7</b>
2.1 OPERASJONSANALYSE OG AVFALLSHÅNTERING .....	7
2.2 MATEMATISK PROGRAMMERING .....	8
2.2.1 <i>Lineær programmering</i> .....	8
2.2.2 <i>Heltallsvariabler</i> .....	9
2.2.3 <i>Binære variabler</i> .....	9
2.2.4 <i>Myke og harde begrensninger</i> .....	10
2.3 RUTEOPTIMERING .....	10
2.3.1 <i>Travelling salesman- og vehicle routing problem</i> .....	10
2.3.2 <i>VRP og heuristikker i avfallshåndtering</i> .....	11
2.3.3 <i>Usikkerhet</i> .....	12
2.4 OPPSUMMERING .....	13
<b>3. PROBLEMSTILLING .....</b>	<b>14</b>
3.1 OMFANG .....	14
3.2 HENSYN .....	16
3.3 RELIABILITET .....	17
3.4 VALIDITET .....	18
<b>4. OPTIMERINGSMODELL.....</b>	<b>19</b>
4.1 KONSEPTUELL LØSNING .....	20
4.1.1 <i>Avfallsmengde</i> .....	20
4.1.2 <i>Ruter</i> .....	21
4.2 OPTIMERINGSMODELL .....	22
4.2.1 <i>Sett</i> .....	22
4.2.2 <i>Parametre</i> .....	22
4.2.3 <i>Variabler</i> .....	24
4.3 MINIMERING AV KOSTNADER .....	25
4.3.1 <i>Objektfunksjon</i> .....	25
4.3.2 <i>Begrensninger</i> .....	26
4.4 MAKSIMERING AV TILGJENGELIGHET .....	32
4.4.1 <i>Objektfunksjon</i> .....	32
4.4.2 <i>Begrensninger</i> .....	32
4.5 SVAKHETER.....	33
<b>5. DATA.....</b>	<b>35</b>
5.1 BESKRIVELSE AV DATA .....	35
5.1.2 <i>Soneinndeling</i> .....	36
5.1.3 <i>Kjøretøy</i> .....	37
5.1.4 <i>Avfallsmengder</i> .....	37

---

5.1.5	<i>Ruter</i> .....	39
5.1.6	<i>Øvrige begrensninger</i> .....	43
5.1.7	<i>Kritikk</i> .....	44
5.2	NUMERISK EKSEMPEL.....	48
5.2.2	<i>Soneinndeling</i> .....	52
5.2.3	<i>Kjøretøy</i> .....	52
5.2.4	<i>Avfallsmengder</i> .....	53
5.2.5	<i>Ruter</i> .....	57
5.2.6	<i>Kommentarer</i> .....	63
<b>6.</b>	<b>RESULTAT</b> .....	<b>64</b>
6.1	VURDERING AV SONEINNDELING .....	64
6.2	FLÅTESAMMENSETNING .....	70
6.3	JUSTERINGER AV TJENESTETILBUD (HENTEFREKVENS).....	71
6.4	KONTROLL AV LØSNING .....	76
6.5	VOLUM .....	78
6.6	SAMLASTING AV PAPIR- OG PLASTAVFALL .....	79
6.7	OPPSUMMERING .....	80
<b>7.</b>	<b>KONKLUSJON</b> .....	<b>82</b>
7.1	FORSLAG TIL VIDERE FORSKNING.....	83
	<b>LITTERATURLISTE</b> .....	<b>85</b>
	<b>VEDLEGG</b> .....	<b>91</b>

## Figurliste

Figur 1.1: Avfallsregnskap for Norge .....	2
Figur 1.2: Avfallsmengder i Norge .....	3
Figur 4.1: Tildeling av kjøretøy for å dekke total avfallsmengde .....	20
Figur 4.3: Tildeling av kjøretøy for å dekke antallet ruter .....	21
Figur 5.1: Eksempel på ruteinndeling .....	40
Figur 5.2: Konsernstruktur BIR AS .....	49
Figur 5.3: Illustrasjon av BIRs pålagte oppgaver .....	49
Figur 5.4: Soneinndeling i Bergen kommune .....	51
Figur 6.1: Geografisk soneinndeling .....	64
Figur 6.2: Antall husstander og kunder ved innledende soneinndeling .....	65
Figur 6.3: Antall husstander og kunder ved omfordelt soneinndeling .....	65
Figur 6.4: Total kapasitet for kjørende biler med innledende soneinndeling .....	66
Figur 6.5: Total kapasitet for kjørende biler med omfordelt soneinndeling .....	67
Figur 6.6: Total kapasitet for kjørende biler med myk begrensning .....	68
Figur 6.7: Total kapasitet for kjørende biler etter uke. Sammenligning av løsningene .....	70
Figur 6.8: Innsamlingsplan ved optimal løsning .....	74
Figur 6.9: Total kapasitet for kjørende biler med justert tjenestetilbud 1 .....	75
Figur 6.10: Total kapasitet for kjørende biler med justert tjenestetilbud 2 .....	75
Figur 6.11: Antall ruter med hensyn til tidsbegrensning .....	77
Figur 6.12: Innsamlingsplan ved samlastning .....	80

## Tabeller

Tabell 5.1: Gjennomsnittlig vekt per $m^3$ for avfallstypene .....	45
Tabell 5.2: Kjøretøytyper .....	52
Tabell 5.3: Antall tonn per uke, forventet .....	56
Tabell 5.4: Antall tonn per uke med prediksjonsintervallet .....	56
Tabell 5.5: Antall kunder i hver sone, og gjennomsnittlig antall innbyggere per husstand... 58	
Tabell 5.6: Antall ruter i hver sone .....	58
Tabell 5.7: Antall ruter per kjøretøy per dag.....	60
Tabell 5.8: Standardavvik per rute .....	61
Tabell 5.9: Slakk i maksimalt antall ruter per kjøretøy .....	61
Tabell 5.10: Eksempel på standardavvik per rute ved hentefrekvens 1.2.4.4. ....	62
Tabell 6.1: Gjennomsnittlig antall tonn per rute .....	69
Tabell 6.2: Antall kjøretøy og kostnader. Sammenligning av løsningene .....	71
Tabell 6.3: Maksimalt antall kg per beholder .....	71
Tabell 6.4: Laveste hentefrekvens basert på beholderkapasitet .....	72
Tabell 6.5: Mulige optimale hentefrekvenser .....	73
Tabell 6.6: Mulige optimale hentefrekvenser inkludert plast .....	73
Tabell 6.7: Sannsynlighet for tilstrekkelig kapasitet .....	76
Tabell 6.8: Antall ruter per kjøretøy, vekt-, tid- og volumbegrensning .....	78
Tabell 6.9: Mulige optimale hentefrekvenser ved samlastning.....	79



# 1. Introduksjon

Dagens samfunn har en stadig økende tilgang på data. Virksomheter måler og bruker data i større omfang enn tidligere, og teknologi som utnytter data blir stadig mer utbredt. Denne utviklingen treffer også bransjen som driver med renovasjon. Renovasjon er funksjonen som sørger for innsamling og håndtering av avfallet som genereres hos husholdninger og fra næringslivet. I dette ligger ansvaret for å operere mottakspunkter, innsamling, sortering og videreføring av avfall til neste ledd i kjeden (SNL, 2018).

Digitale verktøy for ruteplanlegging og avfallsregistrering er i utbredt bruk for å minimere kostnader, og fakturere kundene riktig. GPS<sup>1</sup>-teknologi kan benyttes til å måle og analysere avstander mer nøyaktig og effektivt, og dermed forbedre ruteplanleggingen. RFID<sup>2</sup>-brikker benyttes til å identifisere og lokalisere avfallsbeholdere og sørge for at kundene betaler for mengden de produserer. Smarte avfallsbeholdere kan gi informasjon om mengden avfall i beholderne, og digitale plattformer kan oppdatere kjøreruter fortløpende. Med andre ord har teknologisk utvikling utvidet mulighetsrommet for aktørene innenfor renovasjon. Samtidig som ny teknologi innføres, vil kundene også ha en økende forventning til effektiv drift. Systemene skal løse alt på en bedre måte, og når kundene som regel er de som betaler, blir forventningen at driften både skal bli bedre, og billigere.

Dagens urbanisering fører til økt avfallsmengde i storbyene, som igjen øker behovet for- og kompleksiteten i renovasjon. Nye krav fra EU, stat, kommune og kunder vil alle kunne kreve endringer i måten avfallet samles inn. Leverandøren av tjenesten står da overfor flere dilemma. Skal man bygge videre på allerede etablerte systemer, eller skal man tenke nytt? Hva er fordelene og ulempene med ulike løsninger, og hvordan sørger man samtidig for å ivareta alle de pålagte kravene? Strategiske beslutninger vil kunne ha stor innvirkning på driften av tjenesten i lang tid fremover. Det er derfor svært viktig at disse beslutningene fattes på riktig grunnlag.

Formålet med denne oppgaven er å lage et verktøy som skal støtte i denne typen beslutningsprosesser. I oppgaven har vi utviklet en flerperiodisk modell basert på blandet lineær heltallsprogrammering (MILP<sup>3</sup>). Modellen tar sikte på å minimere kostnader for en

---

<sup>1</sup> Global Positioning System

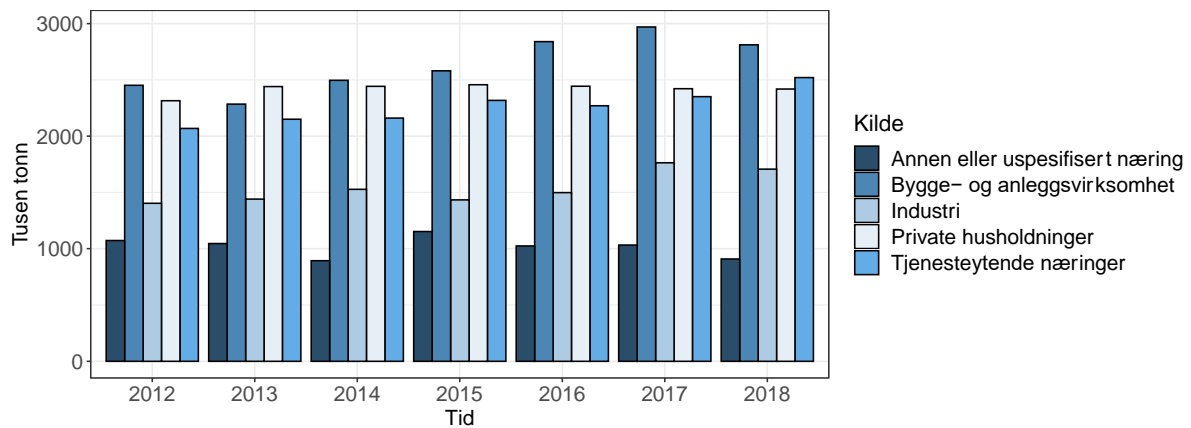
<sup>2</sup> Radiofrekvensidentifikasjon

<sup>3</sup> Mixed Integer Linear Programming

kjøretøysflåte ved test av ulike inngangsverdier, mens den samtidig sørger for at gjeldende reguleringer og krav ivaretas.

## 1.1 Bakgrunn

Mengden avfall som håndteres sier noe om den samfunnsmessige betydningen av funksjonen til renovasjonstjenesten. I følge tall fra SSB<sup>4</sup> er det over 9000 ansatte innen næringen «vann, avløp og renovasjon», med en betydelig andel innen renovasjon (2018b). Både næringslivet og private husholdninger genererer store mengder avfall. Tall fra det norske avfallsregnskapet (SSB, 2020a) viser at hver nordmann i gjennomsnitt kaster 421kg husholdningsavfall hvert år, og avfall fra private husholdninger er en av de største kildene til den totale avfallsmengden.



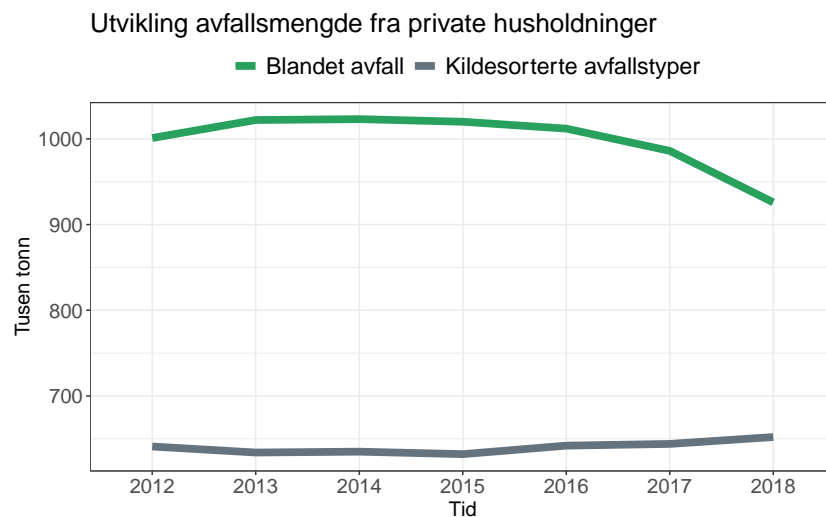
Figur 1.1: Avfallsregnskap for Norge etter kilde (SSB, 2019)

Det er imidlertid forskjeller i innsamlingen av avfall fra næringslivet og private husholdninger. Mens kunder i næringslivet gjerne har få og store beholdere lokalisert innenfor mindre geografiske områder, er private kunder som regel spredt over et stort område hvor hver av dem har små beholdere. Det kan derfor oppstå ulike utfordringer for renovasjonstilbydere ut fra hvem som er kundene, der innsamling hos private husholdninger kan bli betydelig mer kompleks. De mest kompliserte og spennende problemstillingene anser vi derfor i hovedsak å ligge i innsamlingen fra private husholdninger.

<sup>4</sup> Statistisk sentralbyrå

### 1.1.1 Regulering av bransjen og utfordringer i tiden som kommer

Miljø- og klima tar mye plass i den politiske debatten, hvor flere aktører har ambisjoner om å drive samfunnet mot et grønt skifte. I dette skiftet spiller også avfallsbransjen en viktig rolle. Statistikk fra SSB viser en nedadgående trend i mengden blandet avfall som produseres fra husholdninger i Norge, sammen med en økning i typiske kildesorterte avfallstyper.



Figur 1.2: Avfallsmengder i Norge, hentet fra SSB (2019). Kildesorterte avfallstyper inkluderer plast, papir, papp, kartong, glass, metall og våtorganiskavfall

Ut fra statistikken kan man se at norske husholdninger kildesorterer stadig mer avfall. Forklaringen på dette kan ligge i økte krav og bestemmelser fra myndighetene de seneste årene, kombinert med insentiver fra tjenestetilbydere. Gjennom EØS-avtalen er Norge underlagt regler fra EU, og den norske avfallspolitikken har tydelig sammenheng med dette. Siden Norge har adoptert EUs mål for materialgjennvinning har det også oppstått et brudd i sammenhengen mellom konsum og genererte avfallsmengder, hvilket indikerer at regulering både fungerer og er ønskelig i fremtiden (Bjørnerud, Syversen & Dalen, 2019). En studie av Hong (1999) finner blant annet også at økte avgifter for husholdninger fører til at husholdninger resirkulerer mer. Forurensningsloven sier at avfallsgebyr bør differensieres dersom det kan medføre reduserte avfallsmengder og ("Forurensningsloven," 1983, §34), noe som også er vanlig praksis i store deler av Norge (BIR, 2016a; Eggen, 2018). Det er med andre ord også mulig å insentivere kundene til å kildesortere.

Avfall Norge (Wilsgaard, 2018) påpeker at det nye avfallsdirektivet fra EU vil sette enda flere og strengere nasjonale krav til håndtering av avfall. I kravene finner vi blant annet ytterligere

krav til materialgjenvinning samt kildesortering av tekstiler og matavfall. Kravet om sortering av matavfall er det første som trer i kraft og vil være gjeldende fra 2023. Dette stiller nye krav til renovasjonstjenesten, med også ytterligere krav i vente.

Alt dette indikerer at kildesortering både blir mer utbredt og mer omfattende i fremtiden. For aktører innen renovasjon vil derfor endringer i lovverk og insentivordninger kunne kreve flere omstillinger.

Store deler av kostnadene ved renovasjon er knyttet til innsamlingen av avfall (Doğan & Süleyman, 2003). En empirisk studie av Greco et al. (2015) viser at kostnadsdriverne varierer mellom avfallstyper og at separat innsamling har en signifikant påvirkning på avfallsspesifikke kostnader. Blant norske renovasjonsselskaper er det også registrert betydelige forskjeller i enhetskostnader for ulike avfallstyper. Merkostnaden skyldes blant annet flere beholdere, mer tidkrevende innsamlingsordninger og mer administrasjon (Eggen, 2018). Dette taler for at man må være ekstra oppmerksom ved innføring av nye avfallstyper, siden noen avfallstyper kan medføre høyere innsamlingskostnader enn andre.

Dette er noen av de momentene en tjenestetilbyder må ta med seg inn i de strategiske planleggingsprosessene. Utnyttelse av ny teknologi og systemer kan drive tjenesten mer effektivt, og samtidig skape forventninger om billigere og bedre tjenester. Større byer fører til mer komplekse nettverk, med svært mange mulige løsninger. Små mengder avfall kan samtidig være spredt over store områder med varierende befolkningstetthet, alle med krav om innsamling av flere ulike avfallstyper. Samtidig øker antallet avfallstyper, grunnet nye reguleringer med krav om kildesortering. Den beste løsningen for å dekke dette behovet er med andre ord ikke lenger åpenbar.

## 1.2 Avgrensning

### Tjenestesegment

Oppgaven har sin bakgrunn i at matavfall skal samles inn fra husholdninger i Bergen og omegn senest innen 2023, og at dette vil kreve endringer i den rutegående innsamlings-planen. Innholdet og beskrivelser i oppgaven er derfor primært rettet mot den delen av renovasjonstjenesten som håndterer avfall fra husholdninger med rutegående kjøretøy.

Oppgavens modell er samtidig ikke begrenset til å bare kunne vurdere dette segmentet. Siden denne delen av tjenesten er det mest krevende, vil de fleste beskrivelser i oppgaven likevel bære preg av dette segmentet.

### Ruteinndeling

Vår modell er i seg selv ikke egnet for detaljert kartlegging av ruter. Det er et stort antall studier som tar for seg ruteplanleggings- og ruteoptimeringsproblemer, og mye av tiden brukt på oppgaven har medgått i å sammenfatte og forstå de ulike tilnærmingene. Tjenestetilbydere bygger sine ruter på ulike måter, og dette avhenger av måten de planlegger den konkrete rutetildelingen. Nåværende oppbygging hos en tjenestetilbyder vil derfor trolig være annerledes enn det modellen trenger. I oppgaven beskriver vi hvilken informasjon som er nødvendig for å benytte modellen, hvordan denne kan samles inn, og vi foreslår en tilnærming som kan dekke dette behovet. Den detaljerte ruteinndelingen derimot, gjennomføres ikke.

### Rutetildeling

Når modellen har funnet optimal løsning vil output vise hvor mange ruter de ulike kjøretøtypene kan håndtere, for hver avfallstype hver dag. Den sier med andre ord ikke nøyaktig hvilke kjøretøy som skal kjøre hvor, men fordeler i stedet et antall kjøretøy til ulike avfallstyper ved ulike tidspunkt. Vi vil beskrive en foreslått metode for konkret fordeling av ruter, men gjennomfører ikke dette i detalj. Dette er både fordi vi ikke har tilgang på data, og fordi bransjen har egne verktøy utviklet spesifikt for formålet.

## 1.3 Oppgavens struktur

Kapittel 2 presenterer litteratur innen OR<sup>5</sup> som handler om avfallshåndtering, og beskriver hvilken relevans dette har for oppgaven. Kapitlet inneholder også det teoretiske grunnlaget for den matematiske optimeringsmodellen som er utarbeidet i oppgaven.

Kapittel 3 er problemstillingen, og beskriver omfanget og de ulike hensynene som skal inkluderes i modellen.

Kapittel 4 forklarer modellformuleringen, først med den konseptuelle løsningen, deretter den matematiske formuleringen med tilhørende beskrivelse. Modellen kjøres i to steg, hvor første steg minimerer kostnader og steg to maksimerer vedlikeholdstid. Kapitlet avslutter med en beskrivelse av svakheter ved modellens oppbygging.

I Kapittel 5 beskriver vi all data som er nødvendig for å benytte modellen, hvordan dette kan samles inn og hvilke forutsetninger som ligger til grunn for at modellen skal oppnå formålet. Beskrivelsen avslutter med en kritikk av formatet på dataen, og hvilke tiltak som kan fattes for å redusere disse problemene. Videre presenteres et numerisk eksempel for å vise hvordan modellen kan brukes som et verktøy for å besvare oppgavens problemstilling. I tilfeller der nødvendig data ikke er tilgjengelig beskriver vi først hvordan vi ville ha samlet det inn, etterfulgt av en beskrivelse av hvordan vi har laget datagrunnlaget som blir brukt.

Kapittel 6 inneholder analysen for å vise modellens funksjon, ved testing av ulike konseptuelle løsninger.

Opgaven avslutter med en konklusjon av funn, sammen med forslag til videre forskning i kapittel 7.

---

<sup>5</sup> Operations Research

## 2. Litteratur

Dette kapittelet tar først for seg litteratur innen OR-studier relatert til avfallshåndtering. Deretter presenteres det teoretiske grunnlaget for den matematiske optimeringsmodellen som er benyttet i oppgaven, sammen med studiene innen avfallsinnsamling med høyest relevans for oppgaven.

### 2.1 Operasjonsanalyse og avfallshåndtering

*«Operations research is a discipline that deals with the application of advanced analytical methods to help make better decisions» (INFORMS, 2020).*

INFORMS beskriver OR som en disiplin der man anvender avanserte analytiske metoder for å gjennomføre bedre beslutninger (2020). Studier innen OR og avfallshåndtering adresserer et bredt spekter av problemstillinger knyttet til allokering av avfallsstrømmer, beslutninger knyttet til innsamling, lokalisering av prosesseringsanlegg og beslutninger vedrørende oppbygging og nedbygging av kapasitet (Ghiani, Lagana, Manni, Musmanno & Vigo, 2014). Noen studier er rettet mot allokering og utnyttelse av spesifikke avfallstyper (Alumur & Kara, 2007; Garibay-Rodriguez, Laguna-Martinez, Rico-Ramirez & Botello-Alvarez, 2018), mens andre fokuserer på mer strategiske og langsiktige beslutninger, som optimal plassering av avfallsdeponi eller oppbygging av kapasitet i avfallssystemer (Cheng, Chan & G.H., 2003; Li & Huang, 2006). Optimering av kjøreruter er også utbredt (Apaydin & Gonullu, 2007; De Brucker, Beliën, De boeck, De Jaeger & Demeulemeester, 2018; Sulemana, Donkor, Forkuo & Oduro-Kwarteng, 2018; Tung & Pinnoi, 2000).

Ghiani, et al. (2014) gjennomførte en empirisk studie for å kartlegge den mest relevante OR litteraturen innen de taktiske og strategiske utfordringene ved avfallshåndtering. Studien viser at litteratur som tar for seg reduserte problemer av de mer komplekse aspektene innen avfallshåndtering er svært utbredt, herunder spesielt plassering av anlegg for prosessering og resirkulering, samt deponier. Denne typen studier er primært rettet mot det strategiske nivået, mens inkludering av et mer taktisk perspektiv er funnet til å være mindre utbredt. Eksempelvis fremheves det at litteratur som tar hensyn til avfallsstrømmer med ulike typer avfall, skalafordeler, tidsdimensjonen og usikkerhet i generering av avfall er mindre utbredt (Ghiani et al., 2014).

Det er flere likhetstrekk mellom studier innen avfallshåndtering på taktisk nivå. Blant annet er det vanlig at studiene må ta hensyn til flere områdespesifikke faktorer, som for eksempel avstander, infrastruktur og hvordan husstander ligger plassert. Sulemana, et al. (2018) konkluderer med at effektiviteten i systemer for ruteplanlegging kan økes ved å modifisere henteplaner, hver enkelt kjørerute, og av miljøhensyn, inkorporering trafikkinformasjon for å unngå dannelse av kø. Likevel påpekes det at optimering av kjøreruter ofte kun medfører en delvis løsning på problemet, og at svakhetene ved løsningene gjerne oppstår fordi man ikke fullt ut klarer å ta hensyn til alle begrensninger i veinettet. Samtidig er det en rekke studier som kan vise hvordan matematisk programmering faktisk reduserer tidsbruk, antall nødvendige kjøretøy og totale kostnader (Apaydin & Gonullu, 2007; Ramdhani, Baihaqi & Siswanto, 2018; Tung & Pinnoi, 2000), hvilket tilsier at metoden er egnet til formålet. Studiene som er mest relevante for denne oppgaven bruker også matematisk programmering som metode. Vi går derfor først gjennom teorien bak matematisk programmering, før vi presenterer studiene som er mest relevante for oppgaven.

## 2.2 Matematisk programmering

Dette delkapittelet tar først for seg det teoretiske grunnlaget for den matematiske modellen i oppgaven, herunder lineær programmering, bruk av heltall, og binære variabler. Modellen i oppgaven er en kombinasjon av denne typen variabler.

### 2.2.1 Lineær programmering

Lineær programmering er en metode for å løse et optimeringsproblem, ved enten å maksimere eller minimere verdien av en målfunksjon, underlagt en eller flere lineære restriksjoner. Lineære programmer er problem som kan uttrykkes som:

$$\text{Min } \{cx\}$$

Gitt begrensningene:

$$Ax \geq b$$

$$x \geq 0$$



Her er  $A$  en  $m$  ganger  $n$  matrise med koeffisienter,  $c$  og  $b$  som henholdsvis  $n$ - og  $m$ -dimensjonale vektorer med koeffisienter,  $x$  en vektor for beslutningsvariabler, og  $cx$  er objekt-funksjonen som i dette tilfellet skal minimeres (Wolsey, 1998).

### 2.2.2 Heltallsvariabler

Ved å tillegge restriksjoner som begrenser variablene til kun å være heltall, vil dette kjennetegnes som et *lineært heltallsprogram* (ILP<sup>6</sup>). Når modellen både inneholder diskrete og kontinuerlige variabler karakteriseres programmet som et *blandet lineært heltallsprogram* (MILP). Et blandet lineært heltallsprogram kan formuleres som:

$$\text{Max } \{ cx + hy \}$$

Gitt begrensningene:

$$Ax + Gy \leq b$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0 \text{ og heltall}$$

Her er  $G$  en  $m$  ganger  $p$  matrise,  $h$  en  $p$ -dimensjonal rekkevektor, og  $y$  en  $p$ -dimensjonal kolonnevektor av heltallsvariabler (Wolsey, 1998).

Innen OR for avfallshåndtering er det vanlig at enkelte variabler må være heltall, mens andre kan uttrykkes som kontinuerlige. For eksempel gir det lite mening å bruke 1,7 renovasjonsbiler, men naturlig å kunne samle inn 1,7 tonn avfall. Problemet må derfor inneholde en blanding av kontinuerlige og heltallsvariabler.

### 2.2.3 Binære variabler

Problemer kan også formuleres med binære variabler, og vi vil i dette tilfellet karakterisere programmet som et binært heltallsprogram (Wolsey, 1998), eksempelvis:

$$\text{Max } \{ cx \}$$

Gitt begrensningene:

$$Ax \leq b$$

$$x \in \{0, 1\}^n$$

Binære variabler (som  $x$ ) er ofte brukt dersom man ønsker å inkludere situasjonsbestemte variabler. I avfallshåndtering kan dette for eksempel være om innsamling gjennomføres eller

---

<sup>6</sup> Integer Linear Program

ikke. Programmer kan formuleres med både binære, diskrete og kontinuerlige variabler, og karakteriseres da også som et *blandet lineært heltallsprogram*. Det er en slik modell som er utviklet i denne oppgaven.

### 2.2.4 Myke og harde begrensninger

Harde begrensninger i en modell er begrensninger som må innfris. Myke begrensninger er som regel ønskelig å innfri, men er ikke påkrevd på samme måte som harde begrensninger. Myke begrensninger kan inkluderes i objekt-funksjonen ved å tillegge målverdien en «straff» dersom enkelte variabler benyttes. Dette kan anses som en fleksibilitet i modellens krav til begrensningsinnfrielse, eksempelvis en tillatelse av små avvik mellom tilbud og etterspørsel (Wallace, 2005, s. 45). Man kan på denne måten unngå at modellen tvinges til å velge løsninger på bakgrunn av ubetydelige avvik fra oppnåelsen av enkelte begrensninger. I tilfeller der det ligger usikkerhet i datagrunnlaget kan en myk begrensning indirekte ta hensyn til dette, og til dels sørge for at ikke ubetydelige og usikre parametre fjerner muligheten til en bedre løsning. Samtidig vil myke begrensninger kunne kreve en kvalitativ vurdering av resultatene i etterkant.

## 2.3 Ruteoptimering

### 2.3.1 Travelling salesman- og vehicle routing problem

Et kjent problem innen OR er TSP<sup>7</sup>. Problemet går ut på at en selger skal besøke et gitt antall byer før hun til sist returnerer til den opprinnelige byen hun reiser fra. Eksempelvis; Med et gitt antall kilometer mellom alle byene, er oppgaven å finne reiseruten som minimerer total reiselengde. Ved  $n$  byer, vil antall mulige reiseruter være gitt ved  $\frac{1}{2}n!$ . For å illustrere vil 13 ulike byer medføre 3 113 510 400 mulige reiseruter, og mulige løsninger stiger raskt dersom man inkluderer flere byer. Dette er også årsaken til at TSP kan bli krevende å løse. Dantzig og Ramzer (1959) presenterte første gang «*The Vehicle Routing Problem*» VRP, som er en generalisering av TSP, hvor forskjellen primært ligger i at VRP introduserer kapasitetsbegrensninger. I dag finnes det et bredt spekter av ulike versjoner av VRP med ulike

---

<sup>7</sup> The Travelling Salesman Problem

tilleggsbegrensninger. Både TSP og VRP karakteriseres som NP-Hard<sup>8</sup>, og det vil være tidkrevende å finne den optimale løsningen ved et høyt antall noder.

### 2.3.2 VRP og heuristikker i avfallshåndtering

Det er en klar parallell mellom VRP og avfallsinnsamling, men med svært mange noder i et område for innsamling vil som sagt VRP kunne bli en ineffektiv metode for å fordele kjøretøy til ulike ruter. Med formålet å finne en effektiv løsning på VRP (og SP<sup>9</sup>) presenterte Solomon (1987) en NNS<sup>10</sup> heuristikk. Heuristikken velger nærmeste punkt fra nåværende posisjon, og dette gjentas helt til alle punktene som kjøretøyet må besøke er inkludert i løsningen. Løsningen har betydelige svakheter og er lite utbredt i nyere litteratur.

LNS<sup>11</sup>-heuristikker tar først utgangspunkt i en mulig løsning på problemet. Deretter låses noen, gjerne tilfeldig valgte punkter (variabler) i denne løsningen, før man på nytt løser problemet. Dersom den nye løsningen oppnår et bedre resultat, blir denne benyttet videre. Ved å gjenta prosessen flere ganger, kan man komme frem til gode løsninger på problemer med et høyt antall punkter (Shaw, 1998). Generelt er også tiden brukt på å finne gode løsninger ved LNS betydelig lavere enn ved «branch & cut» tilnærminger. Mens LNS-heuristikk benytter en relativt enkel metode for å forbedre løsningen, kan ALNS<sup>12</sup> benytte flere ulike metoder. Spesielt ALNS har blitt benyttet mye i studier innen avfallsinnsamling (Buhrkal, Larsen & Ropke, 2012; Tung & Pinnoi, 2000).

Bruk av VRP er også utbredt i studier innen avfallsinnsamling (Henke, Grazia Speranza & Wascher, 2015; Lan Vu, Tsun Wai Ng, Fallah, Richter & Kabir, 2020; Muyltermans & Pang, 2010). Henke et al. (2015) har utviklet et VRP med kapasitetsbegrensning og muligheten for at kjøretøy kan ha flere kamre av ulik størrelse. Studien er bygget rundt en problemstilling for innsamling av glass med ulike farger. De ulike fargene kan ikke blandes og må samles inn av separate kjøretøy, eller av kjøretøy med separate kamre, hvor sistnevnte reduserer antallet turer. Muyltermans og Pang (2010) har utviklet et VRP som i likhet med overnevnt studie, og tar hensyn til at kjøretøy kan ha flere kamre og dermed muligheten til å håndtere flere avfallstyper samtidig. Muyltermans og Pang finner at det er mer effektivt å benytte flerkammer enn ett-kammer kjøretøy. Studien presiserer at dette gjelder når antall avfallstyper

---

<sup>8</sup> Non-deterministic Polynomial-time Hard

<sup>9</sup> Scheduling Problem

<sup>10</sup> Nearest Neighborhood Search

<sup>11</sup> Large Neighborhood Search

<sup>12</sup> Adaptive Large Neighborhood Search

øker og når lokasjonen til avfallsdepot er mer sentral. Det samme gjelder når avfallet er mer kompakt og når husholdningene er lokalisert nær hverandre (2010).

Lan Vu et al. (2020) har studert sammenhengen mellom avfallstyper, hentefrekvens, metode for innsamling og kammerkonfigurasjon på kjøretøy. Ved bruk av GIS<sup>13</sup> nettverksanalyse løses ulike VRP-modeller i studien. Studien konkluderer med at ved å benytte kjøretøy med flere kamre kan man oppnå reduksjon i både distanse kjørt og reisetid.

Et viktig element i VRP-modeller er data på avstander og/eller tidsbruk i nettverket. Som fremhevet i (Ghiani, Guerrieri, Manni & Manni, 2015) avhenger reliabiliteten til resultatene av presisjonen på disse dataene. Dersom det er et høyt antall punkter kjøretøy kan reise mellom, kan prosessen med å samle inn denne informasjonen være krevende. Ghiani et al. (2015) har forsøkt å automatisere denne innsamlingsprosessen ved bruk av GPS-data for å oppnå et presist datagrunnlag til ruteplanlegging. Optimering på bakgrunn av denne dataen har vist seg å fungere bedre enn det studien beskriver som ekspert-vurderinger.

De siste årene har ny teknologi også gjort at denne type data er mer tilgjengelig. Blant annet har AI<sup>14</sup> blitt benyttet ved innsamling av data for ruteplanlegging (Nowakowski, Szwarc & Boryczka, 2020). Det er med andre ord mulig å skaffe nødvendig informasjon om et avfallsnettverk ved bruk av moderne teknologi og stordata, som senere kan benyttes til å kartlegge ruter og optimere innsamlingen.

### 2.3.3 Usikkerhet

Avfallsinnsamling innebærer som regel usikkerhet rundt avfallsmengder, og her finner vi også ulike tilnærminger. Markov, Bierlaire, Cordeau og Maknoon (2020) har utviklet et stokastisk ruteoptimeringsproblem formulert som et ikke-lineært blandet heltallsprogram, og løses ved å benytte en ALNS-heuristikk. Huang, Baetz og Patry (1995) presenterer en GIP<sup>15</sup>-metode for å løse et lokasjonsproblem under usikkerhet. Gjennom å formulere noen parametre som intervaller fremfor spesifikke tall, søker metoden å ta hensyn til usikkerhet som oppstår i et avfallssystem. Det kan samtidig være vanskelig å fastsette disse intervallene, og med usikkerhet knyttet til flere parametere vil også løsningen kunne bli vanskelig å vurdere.

---

<sup>13</sup> Geographic Information System

<sup>14</sup> Artificial Intelligence

<sup>15</sup> Grey Integer Programming

## 2.4 Oppsummering

Det er mye litteratur innenfor OR som tar for seg avfallshåndtering, og de mest relevante for vår oppgave er formulert som VRP. Flere studier løser VRP-modeller ved hjelp av heuristikker og konkluderer med at dette kan gi gode løsninger til optimeringsproblemet. De fleste studiene tar da datagrunnlaget for gitt, mens nyere studier ser på hvordan moderne teknologi kan forenkle eller automatisere innsamlingen av denne dataen. Disse studiene har som regel et begrenset omfang. Studier som tar hensyn til et høyt antall hentepunkter, ulike avfallstyper, heterogene kjøretøysflåter i tillegg til usikkerhet ser ut til å være lite utbredt. Dette er noen av momentene vi mener kan være relevante i vurderingen av ulike løsninger for innsamling. I neste kapittel vil vi gå gjennom de mest relevante utfordringene renovasjonsbransjen står overfor, og ut fra dette forklare hva modellen i oppgaven tar hensyn til.

### 3. Problemstilling

*Formålet med oppgaven er å lage en matematisk optimeringsmodell som kan støtte aktører innen avfallsinnsamling i taktiske og strategiske beslutninger. Verktøyet skal kunne benyttes til beslutninger om kapasitet, sammensetning av kjøretøysflåte, og effektivt utarbeide en overordnet henteplan for ulike avfallstyper.*

For dette formålet har vi utviklet en MILP-modell som minimerer kostnader knyttet til kjøretøysflåten og drift av tjenesten. Modellen sørger også for at gjeldende bestemmelser og krav til tjenestetilbud overholdes. For å vise modellens funksjonalitet vil vi gjennomføre en analyse av et numerisk eksempel. I dette kapitlet beskriver vi de relevante utfordringene som renovasjonsbransjen står overfor, og derved hva modellen skal ta hensyn til. Kapitlet avsluttes med en diskusjon om validitet og reliabilitet.

#### 3.1 Omfang

Som tidligere beskrevet er det endringer i reguleringer knyttet til avfallshåndtering flere steder i Europa, og herunder spesielt krav til kildesortering av matavfall (Tajani & Pavlova, 2018). Dette er hovedårsaken til vår valgte problemstilling. Til tross for at mengden matavfall er relativt liten, vil det bli behov for mer rutegående innsamling fra husholdninger.

En tilnærming til dette vil være å videreføre det nåværende innsamlingssystemet som det er, og kjøpe inn nye kjøretøy for å håndtere denne nye avfallstypen helt separat. Dette kan bli kostbart. Et annet alternativ er å inkorporere den nye avfallstypen i det allerede etablerte innsamlingssystemet. Dette vil kunne kreve revidering av hele den nåværende kjøreplanen.

Mengden av den nye avfallstypen er relativt liten, og i Norge er dette en av årsakene til at denne avfallstypen har en høy enhetskostnad (Eggen, 2018). Det kan derfor antas å være lite hensiktsmessig å planlegge for en separat løsning kun for denne avfallstypen. Inkorporering av en ny type avfall i et allerede etablert system kan samtidig være utfordrende. Beste løsning for å møte dette behovet vil også avhenge av flere andre forhold som diskuteres i oppgaven.

### **Avfallsløsninger**

I området hvor innsamling skal utføres kan det være ulike løsninger, for eksempel enkeltbeholdere knyttet til husstander, samleområder for beholdere, overflate- og nedgravde containere og avfallsnettverk med sentraliserte oppsamlingsområder. Modellen er i utgangspunktet bygget for å vurdere rutegående innsamling fra beholdere, men kan også potensielt benyttes til vurdering av alle disse løsningene, forbeholdt noen justeringer.

### **Antall kjøretøy**

Det er som regel ønskelig med en høy kapasitetsutnyttelse av kjøretøyflåten. God kapasitetsutnyttelse vil innebære at mengden avfall som kjøretøyene håndterer ligger tett opp mot kapasiteten, at antall kjøretøy er tilstrekkelig, samtidig som det ikke er for mange. Kjøretøyene må både ha plass til avfallet de er tiltenkt å hente, og de må ha tid til å håndtere kjørerutene innenfor gitte tidskrav. Modellen må innfri disse og flere andre begrensninger, samtidig som antallet kjøretøy minimeres.

### **Kammerkonfigurasjon**

Enkelte renovasjonskjøretøy er konfigurert med delte kamre som gjør det mulig å håndtere flere ulike avfallstyper samtidig. Isolert sett fremstår dette som et gunstig alternativ, siden det sparer både tid og øker antallet ruter håndtert per kjøretøy. På den andre siden er disse kjøretøyene tyngre og har en mer komplisert kammeranordning som medfører en høyere investerings- og driftskostnad. Modellen må stille disse momentene opp mot hverandre for å oppnå en optimal kombinasjon av kjøretøy, som dekker behovet til en lavest mulig kostnad.

### **Hentefrekvens**

Som tidligere nevnt er det reguleringer for renovasjonsbransjen, og tilbyderer må gjerne forholde seg til bestemmelser for hvor ofte avfallstyper må samles inn. Bestemmelsene er utformet for å ivareta helse- og miljømessige forhold, og krav fra kundene. Dette kan bety at renovasjonsselskaper må samle inn avfall selv om avfallsmengden i beholdere er liten, som igjen kan medføre lav kapasitetsutnyttelse. Modellen skal også kunne vurdere innvirkning av justerte hentefrekvenser og optimere disse, mens den samtidig ivaretar gjeldende bestemmelser.

## 3.2 Hensyn

### **Variabilitet og ulike avfallstyper**

Det er som regel usikkerhet knyttet til hvor mye avfall hver husstand produserer. Produksjonen kan ha stor variasjon fra dag til dag, uke til uke, og ut fra tid på året (Phuc Than, Matsui & Fujiwara, 2010). Økt kildesortering øker usikkerheten ytterligere, fordi hver husstand nå har flere typer avfall som alle kan variere. Modellen må derfor kunne håndtere flere ulike avfallstyper, og løsningen må i tillegg kunne håndtere svingninger i avfallsmengdene for alle disse.

### **Veibegrensninger**

Reguleringer for veinettet kan ha innvirkning på hvordan innsamlingen kan gjennomføres. Smale veier og vektbegrensninger kan begrense tilgangen for enkelte typer kjøretøy (Vegvesen, 2020), som igjen kan ha innvirkning på hvilken kjøretøyflåte som er best. Dette hensynet er derfor mulig å inkludere i modellen.

### **Vedlikehold**

Bruk av kjøretøy over tid vil kreve vedlikehold. Dette vil medføre at kjøretøy noen ganger må tas ut av drift, som igjen kan påvirke den optimale kjøretøyflåten. Planlegging med et minimum av vedlikeholdstid bør derfor være en del av modellen. Modellens output inneholder informasjon om hvor mange kjøretøy som skal være i drift, både for å kunne planlegge for vedlikehold, men også for å kartlegge mulighetsrommet i tilfeller der det oppstår operasjonelle utfordringer. Antallet kjøretøy som står ubrukte ved ulike tidspunkt vil også gi en indikasjon på modellens kapasitetsutnyttelse og operasjonelle fleksibilitet.

### **Vask**

Veksling mellom avfallstyper i de samme kjøretøyene vil kreve vask av kamre. Dette er fordi avfall som ligger igjen i kammeret vil blandes med den nye avfallstypen og ødelegge kildesorteringen. Samtidig er vasking en tidkrevende prosess som i utgangspunktet er uønsket. Vasking er ikke alltid nødvendig, og modellen planlegger bruken av kjøretøy på en slik måte at antallet vask blir minimert.



## Ruter

Ved store avstander mellom innsamlingspunktene vil tidsbruk kunne bli en begrensning. I tillegg til avfallsmengde vil antall kjøretøy derfor også avhenge av det geografiske området hvor innsamling skal gjennomføres. Dette må modellen ta høyde for, slik at antall kjøretøy både har fysisk plass til alt avfallet, og i tillegg har tilstrekkelig tid til å gjennomføre innsamling for de gjeldende rutene.

Alle disse overnevnte momentene skal modellen kunne vurdere og balansere for å oppnå en best mulig kjøretøyflåte, for å ivareta alle krav og bestemmelser til en lavest mulig kostnad. Modellen formuleres i neste kapittel.

## 3.3 Reliabilitet

Reliabilitet kan adresseres ved tre ulike spørsmål:

- *Will the measures yield the same results on other occasions?*
- *Will similar observations be reached by other observers?*
- *Is there transparency in how sense was made from the raw data?*

(Saunders, Lewis & Thornhill, 2009, s. 156).

Med andre ord handler reliabilitet om hvorvidt metoden for analyse vil gi konsistente resultater. Det er derfor viktig at metoden er tydelig beskrevet slik at også andre har mulighet til å benytte modellen. Det er også viktig at data som brukes i modellen er tydelig beskrevet, slik at resultatene kan gjenskapes.

Vår oppgave har ikke tilstrekkelig datagrunnlag til å gjennomføre en pålitelig analyse av en konkret case. Oppgavens numeriske eksempel er i stedet ment til å vise hvordan modellen kunne vært brukt, og hvilke momenter den har mulighet til å belyse. For å ivareta reliabiliteten i dette eksempelet, forsøker vi å være tydelige på hvor data er hentet fra og hvordan vi har gjennomført beregningene. Dette er likevel mindre viktig, siden det kun er ment som et eksempel. Vi er i stedet mer opptatt av å beskrive hvilke input modellen får, og løsningene dette fører til. Vi har derfor vedlagt et fullstendig datasett som har blitt benyttet i modellen, sammen med resultatet for de viktigste variablene, slik at disse kan etterprøves.

## 3.4 Validitet

Validitet er en betegnelse på hvor godt man klarer å måle det man har til hensikt å måle (Saunders et al., 2009, s. 603). Dersom oppnådd resultat er basert på riktige premisser vil det anses som valid, og motsatt dersom resultatet er basert på uriktige premisser.

Vi mener vår modell er egnet til å undersøke det den er bygget for. Samtidig må vi være tydelige på hvilke forutsetninger som ligger til grunn, og være bevisste på svakhetene. I kapittel 4 beskriver vi svakhetene i utformingen av modellen. Disse er vanskelige å fjerne, og brukeren av modellen må derfor kjenne til disse svakhetene. Kapittel 5 inneholder et delkapittel med kritikk av forutsetningene som ligger til grunn for modellens input. Denne oversikten er ikke komplett, men lister de utfordringene vi mener kan oppstå ved bruk av verktøyet. Validiteten til det numeriske eksempelet diskuteres også etter at datagrunnlaget er gjennomgått, og etter oppsummering av resultater.

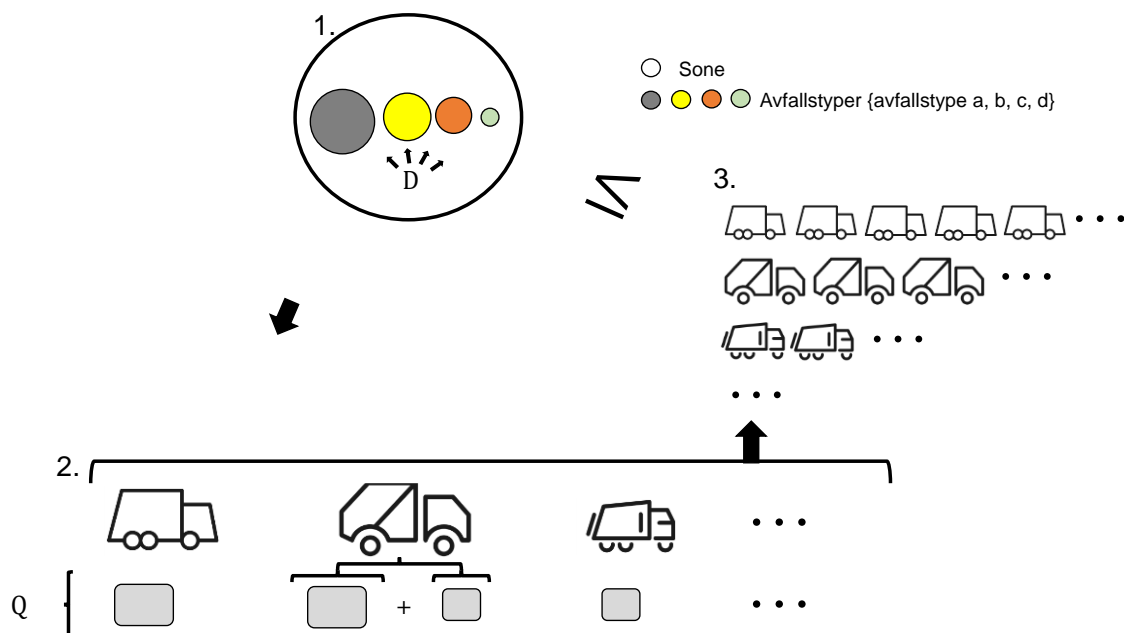
## 4. Optimeringsmodell

I dette kapitlet formuleres modellen for rutegående avfallshåndtering. Modellen er deterministisk, men skal samtidig ta høyde for usikkerhet i mengden avfall som skal hentes. I tillegg til relevant litteratur er hovedgrunnlaget for oppbyggingen basert på samtaler og diskusjon med renovasjonsselskapet som leverer denne tjenesten i Bergen og omegn. Den er likevel ment til å kunne benyttes også andre steder. Modellen formuleres som et lineært problem, med en blanding av kontinuerlige, diskrete og binære variabler (MILP). Formuleringen inneholder to objekt-funksjoner; innledningsvis minimeres kostnader i delkapittel 4.3, og deretter maksimeres tilgjengeligheten i delkapittel 4.4. Det kreves en viss grad av kvalitativ vurdering i etterkant for å kontrollere at modellens løsning kan fungere til en reell ruteplan. Dette forklares mer i kapittel 5 og 6. Modellen er ikke tiltenkt brukt for detaljert planlegging av hvordan enkeltruter skal gjennomføres. Hensikten er i stedet at output skal kunne dekke virksomhetens behov for kjøretøy til en minimert kostnad, samt danne grunnlaget for en detaljert ruteplanlegging. Kapittel 5 inneholder en beskrivelse av hvordan modellens løsning kan benyttes i en ruteplanleggingsprosess. Selve planen derimot, optimeres ikke. I dette kapitlet presenteres først modellens konseptuelle tilnærming for tildeling av kjøretøy, etterfulgt av modellens formulering.

## 4.1 Konseptuell løsning

Modellen i denne oppgaven er konseptuelt utformet på bakgrunn av to faktorer; 1) Avfallet som skal hentes må ha fysisk plass i kjøretøyene som er designert til å hente i en gitt sone, og 2) det enkelte kjøretøy bør ha plass til alt avfallet det skal hente på sin tildelte rute. Det skiller her mellom *skal* og *bør* fordi faktor én anses som viktigere enn faktor to. Dette forklares i mer detalj i kapittel 5.

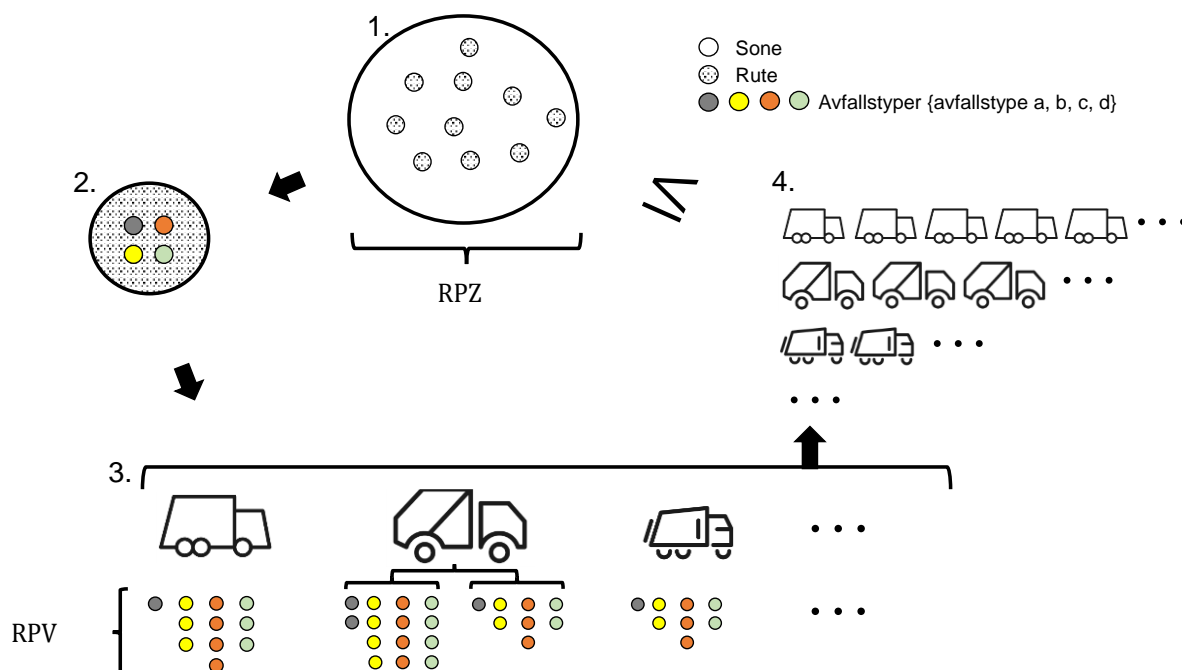
### 4.1.1 Avfallsmengde



Figur 4.1: Tildeling av kjøretøy for å dekke total avfallsmengde

Hver av modellens soner (1) inneholder en avfallsmengde som skal håndteres,  $D$ . Når modellen finner ønsket tidspunkt for henting må kjøretøysflåten som tildeles sonen ha plass til alt avfallet. Modellen sjekker kapasiteten  $Q$  på de ulike kjøretøyene (2) og bygger en hensiktsmessig kjøretøyflåte (3) til å gjennomføre innsamlingen. Det er usikkerhet knyttet til den faktiske avfallsmengden per sone (1), som må tas høyde for.

### 4.1.2 Ruter



Figur 4.2: Tildeling av kjøretøy for å dekke antallet ruter

Hver sone (1) inneholder et gitt antall ruter *RPZ* som må betjenes. Hver rute (2) inneholder en mengde av hver avfallstype. Kjøretøy har også et begrenset antall ruter de har anledning til å betjene *RPV*, enten fordi avfallet på ruten bruker opp kjøretøyets kapasitet, eller fordi innsamlingen tar lang tid. Når modellen finner ønsket tidspunkt for henting må kjøretøyene som tildeles til sonen ha kapasitet til å betjene alle rutene. Modellen sjekker antallet ruter hvert kjøretøy har anledning til å betjene (3) og bygger en hensiktsmessig kjøretøysflåte (4) til å gjennomføre innsamlingen. Avfallsmengden per rute (2) innehar også en grad av usikkerhet, som må tas høyde for.

### Oppsummert

Modellen må sørge for at begge disse faktorene er ivaretatt, og kombinert med dette vurdere og ivareta hentefrekvenser, veibegrensninger, vedlikehold og vask for å oppnå en kjøretøysflåte som ivaretar alle krav til en lavest mulig kostnad.

## 4.2 Optimeringsmodell

### 4.2.1 Sett

$i \in I$ : Innhentingssoner

$a \in A$ : Avfallstyper

$v \in V$ : Kjøretøytyper

$t \in T$ : Tid

*Innhentingssonene* er områdene hvor innsamling skal gjennomføres i løpet av perioden. *Innhentingssoner* representerer både et område og ukedag for innsamling i løpet av en uke.  $i = 1$  er sonen som betjenes første dag i uken. Hver sone er brutt videre ned i mindre områder. Disse mindre områdene er betegnet som ruter. Hensikt og metode for inndeling i soner og ruter er beskrevet i datakapittelet (5.1.5) *Avfallstypene* er de kildesorterings-mulighetene som er definert ut fra tjenestetilbudet. Settet *kjøretøytyper* er de ulike alternativene for kjøretøy, og har alle tilknyttet kammerkapasitet og årlig kostnad. Settet *tid* representerer uker.

### 4.2.2 Parametre

#### Kjøretøy

$Q_v$  = Kapasitet kjøretøy type  $v$

$CV_v$  = Årlig kostnad kjøretøy type  $v$

$C^{OT}$  = Kostnad for uhentet avfall

$C^W$  = Kostnad for vasking av kjøretøykammer

$S$  = Antall vedlikeholdsservicer planlagt per kjøretøy per år

$E$  = Antall ganger kjøretøy tømmes per dag

#### Ruter

$RPZ_i$  = Antall ruter i sone  $i$

$RPV_{vai}$  = Antall ruter per kjøretøy type  $v$  for avfallstype  $a$  per dag i sone  $i$

$L_i$  = Antall ruter med begrenset fremkommelighet i sone  $i$

## Avfallsmengde

$D_{ait}$  = Avfallsmengde av type  $a$  i sone  $i$  ved tid  $t$

## Andre parametre

$M_1$  = Stort tall

$M_2$  = Stort tall

$M_3$  = Stort tall

Parameterne knyttes til kjøretøy, ruter, avfallsmengder og drift av tjenesten. Ved avfallsmengde menes antall tonn.

$D_{ait}$  er forventet avfallsmengde, og skal tilegnes en sikkerhetsmargin. Avfallsmengder er kun knyttet til  $T_{max} - 2$  av modellens uker, og de siste to ukene er tomme. Den siste uken i settet  $T$  som inneholder avfall skrives som  $|T| - 2$ , der  $|T|$  er kardinaliteten til settet  $T$ . Siden modellen skal avsluttes uten gjenstående avfall i alle soner vil de to siste ukene sørge for at behovet for kjøretøy avdekkes i løpet av de tidligere ukene av perioden, og ikke knyttes til behovet for å håndtere alle avfallstyper i alle soner i siste periode. Ved lave hentefrekvenser (sjelden henting) vil modellen kunne benytte disse tomme ukene på en uønsket måte. Løsningen på dette beskrives i begrensningene knyttet til hentefrekvens.

$L_i$  er antall ruter i hver sone som inneholder en form for kjøretøybegrensning, eksempelvis veibredde eller andre topografiske hensyn. Det vil trolig være like mange for hver avfallstype.

$RPV_{vai}$  er antallet ruter et kjøretøy av type  $v$  kan håndtere i sone  $i$ , og defineres ut fra hvordan ruteplanen er bygget opp. Hver rute skal i utgangspunktet være gjennomførbar for alle typer kjøretøy, med unntak av ruter knyttet til  $L_i$ . Parameteren kan også tilegnes ulike verdier i ulike soner dersom antall håndterbare ruter varierer mellom disse. Dette kan for eksempel oppstå dersom avstanden til avleveringspunkt er forskjellig mellom sonene.

Antall ruter per sone,  $RPZ_i$ , kreves for å få et realistisk anslag på et minimum antall kjøretøy. Siden avfallsmengde  $D_{ait}$  kun er oppgitt som tonn tilsv. per sone per tidsenhet vil dette tilsvare at hver sone inneholder ett punkt med en gitt mengde avfall. Et eksempel kan være der  $D_{ait} = 1$  tonn for  $t = 1$ ,  $a =$  Restavfall og  $i = 1$ . Dette tonnet kan i utgangspunktet håndteres av ett kjøretøy med hensyn til kapasitet. På den andre siden kan avfallet kan være spredt over et stort antall ruter og beholdere som ett kjøretøy ikke har mulighet til å håndtere i løpet av en dag. Gjennom ruter i hver sone,  $RPZ_i$ , vil modellen vite at sone 1 har et gitt antall ruter for alle

avfallstyper, og må tilegne sonen et antall kjøretøy til å minimum dekke dette antallet, uavhengig av avfallsmengde ved gitt tidspunkt. Metode for kartlegging er beskrevet i kapittel 5.

$M_1, M_2$  og  $M_3$  er knyttet til binærvariabel  $P_{vait}$  for å gi riktig verdi  $\{0,1\}$  ved riktig situasjon. Disse parameterne må være store nok, slik at de ikke blir en begrensning for modellen. De må samtidig ikke være så store at de fører til numeriske feil for løseren (Fourer & Gay, 2003).

### 4.2.3 Variabler

$X_v$  = Antall kjøretøy type  $v$ . Heltall

$X_{vait}^V$  = Antall kjøretøy type  $v$  som henter avfallstype  $a$  i sone  $i$  ved tid  $t$ . Heltall

$X_{vit}^A$  = Antall kjøretøy type  $v$  ubenyttet i sone  $i$  ved tid  $t$

$X_{vt}^M$  = Antall kjøretøy type  $v$  ledig til vedlikehold ved uke  $t$

$X_{at}^W$  = Antall kjøretøy som vaskes for bruk av avfallstype  $a$  ved tid  $t$

$X_{it}^S$  = Antall små kamre som benyttes i sone  $i$  ved tid  $t$

$F_{vait}$  = Antall ruter håndtert av kjøretøy type  $v$ , avfallstype  $a$ , sone  $i$  ved tid  $t$ . Heltall

$H_{ait}$  = Hentet avfallsmengde av type  $a$  i sone  $i$  ved tid  $t$

$R_{ait}$  = Resterende avfallsmengde type  $a$  i sone  $i$  ved tid  $t$

$K_{ait}$  = Kapasitet for avfallstype  $a$  i sone  $i$  ved tid  $t$

$OT_{ait}$  = Uhentet avfallsmengde type  $a$  i sone  $i$  ved tid  $t$ . Straff.

$P_{ait}$  = Binær variabel: 1 hvis avfallstype  $a$  hentes i sone  $i$  ved tid  $t$ . Ellers 0

$W_{vait}$  = Antall kjøretøy type  $v$  med behov for vask før innsamling av avfallstype  $a$  i sone  $i$  ved tid  $t$

Antall kjøretøy er heltall. Dette er nødvendig for å unngå at modellen benytter brøkdeler av kjøretøy på forskjellige ruter i løpet av samme tidsperiode. Det kan være mulig å dekke behovet i en rute med flere kjøretøy, men siden modellen ikke tar høyde for avstander mellom ruter i høy nok detaljgrad, ser vi bort fra denne muligheten. Ved bruk av en Chase-strategi kan det i teorien være mulig å kjøpe og selge kjøretøy underveis i tidsperioden, og på den måten benytte et kjøretøy og ansatte kun i deler av perioden. Vi velger å anse dette som ikke praktisk gjennomførbart.

Kjøretøy med flere kamre kan også implementeres ved å tilegne hvert kammer til en verdi i settet  $V$ . Kostnaden for kjøretøyet  $CV_v$  må da fordeles mellom kamrene.



## 4.3 Minimering av kostnader

### 4.3.1 Objektfunksjon

#### Minimer kostnad:

Antall kjøretøy type  $v$  · årlig kostnad kjøretøy type  $v$   
 + antall tonn avfall som ikke hentes ved innsamling · kostnad for uhentet avfall  
 + antall kamre som vaskes i perioden · kostnad per vask · antall perioder per år

$$(4.1) \quad \text{Min} \sum_{v \in V} X_v \cdot CV_v + \sum_{a \in A} \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} OT_{ait} \cdot C^{OT} + \sum_{a \in A} \sum_{t \in T} X_{at}^W \cdot C^W \cdot \frac{52}{|T| - 2}$$

Siste ledd av funksjonen er for å få med årlig kostnad for vask. Kostnad for uhentet avfall er benyttet i modellen som en myk begrensning (soft constraint) for å hindre at en ubetydelig avfallsmengde fører til endring av antallet kjøretøy. Planlegging med uhentet avfall er å anse som uhensiktsmessig i kartleggingen av kapasitetsbehov, og det er derfor nødvendig å sette denne kostnaden høyere enn reelt, slik at modellen ikke benytter dette som et normalt alternativ. Kostnaden inntreffer per tonn uhentet avfall, og avfall som håndteres av denne variabelen anses som borte i neste uke.

Minimering av kostnader er normal målsetning i modeller knyttet til avfallshåndtering (Belfiore & Yoshizaki, 2013; Dell'Amico, Monaci, Pagani & Vigo, 2007; Vecchi et al., 2016). Objektfunksjonen i modellen bør ikke tolkes som et nøyaktig beløp for kostnader knyttet til driften av dette segmentet av renovasjonstjenesten. Modellen kartlegger i stedet kjøretøykombinasjonen og innhentingsplan som dekker behovet til lavest total kostnad knyttet til de momenter som vurderes.

### 4.3.2 Begrensninger

#### Avfallshåndtering

##### Håndtert avfall

$$(4.2) \quad \sum_{v \in V} X_{vait}^V \cdot Q_v \cdot E + OT_{ait} \geq H_{ait} \quad \forall a \in A, \forall i \in I, \forall t \in T$$

Avfallsmengden som hentes i hver sone i hver uke kan ikke overgå kapasiteten på kjøretøyene som kjører i sonen. Hvert kjøretøy tømmes  $E$  ganger i løpet av en dag. Det vil si kjøretøyets kapasitet i løpet av en dag er lik  $Q_v \cdot E$ . Dersom avfallsmengden ikke dekkes av kapasiteten medfører dette en straff per tonn for uhentet avfall.

##### Akkumulasjon

$$(4.3) \quad R_{ait} = D_{a,i,t-1} + R_{a,i,t-1} - H_{a,i,t-1} \quad \forall a \in A, \forall i \in I, \forall t \in T: t > 1$$

Alt avfall  $D_{ait}$  må ikke hentes hver uke for alle avfallstyper. Avfallet som ikke blir hentet i uke  $t$  blir da liggende igjen som resterende avfall til neste tidsperiode,  $t + 1$ . Begrensningen gir et uttrykk for mengden avfall  $R_{ait}$  som ikke ble samlet inn forrige periode, og dermed ligger igjen i ruten ved inngangen av nåværende periode.

##### Første uken

$$(4.4) \quad R_{ait} = 0 \quad \forall a \in A, \forall i \in I, t = 1$$

Antatt 0 resterende avfall i beholderne i første periode.

##### Siste uken

$$(4.5) \quad D_{ait} + R_{ait} - H_{ait} \leq 0 \quad \forall a \in A, \forall i \in I, t = |T|$$

Alt avfall må fjernes ved utløp av modellens totale tidsperiode.  $t = |T|$  og  $|T| - 1$  i modellen har avfallsmengde  $D_{ait} = 0$  for å gi modellen anledning til å avslutte innsamling utenom definert hentefrekvens.

**Når i sone**

$$(4.6) \quad M_1 \cdot P_{ait} \geq H_{ait} \quad \forall a \in A, \forall i \in I, \forall t \in T$$

Sikrer at  $P_{ait}$  variabelen får riktig verdi, 1 når innhenting er aktiv og 0 når inaktiv. Samtidig gjør begrensningen at ingen avfall hentes når  $P_{ait} = 0$ .  $M_1$  må være større eller lik den høyeste verdien for  $H_{ait}$ , slik at  $M_1$  ikke begrenser mengden som kan samles inn.

**Når ikke i sone**

$$(4.7) \quad M_2 \cdot P_{ait} \geq \sum_{v \in V} X_{vait}^V \quad \forall a \in A, \forall i \in I, \forall t \in T$$

Sikrer at ingen kjøretøy er i soner der  $P_{ait} = 0$ .  $M_2$  må være større eller lik det høyeste antallet kjøretøykamre som benyttes for å hente en avfallstype i en sone i samme uke.

**Hent alt avfall når i sone**

$$(4.8) \quad M_3 \cdot (1 - P_{ait}) \geq R_{a,i,t+1} \quad \forall a \in A, \forall i \in I, \forall t \in T$$

Sikrer at alt avfall blir håndtert dersom innsamling gjennomføres. Dersom  $P_{ait} = 1$  blir venstre siden av ligningen lik 0, med andre ord skal akkumulert avfall i beholderne til neste uke,  $R_{a,i,t+1}$  være 0. Dette vil modellen oppnå enten ved å tildele nok kjøretøykapasitet, eller å benytte overtid (se begrensning 4.2 og 4.3).  $M_3$  må være større eller lik største mengde akkumulert avfall av samme type i en sone.

**Kapasitet**

$$(4.9) \quad K_{ait} = \sum_{v \in V} X_{vait}^V \cdot Q_v \cdot E \quad \forall a \in A, \forall i \in I, \forall t \in T$$

$K_{tai}$  er mengden avfall kjøretøyene har kapasitet til, uavhengig av mengden de faktisk henter. Denne begrensningen har ingen direkte funksjon i modellen annet enn å beskrive kapasitet, som er en viktig måleparameter i analysen.

## Kjøretøy

### Antall kjøretøy

$$(4.10) \quad X_v \geq \sum_{a \in A} X_{vait}^V \quad \forall v \in V, \forall a \in A, \forall i \in I, \forall t \in T$$

Minimum antall kjøretøy som trengs for å løse planen er det maksimale antallet kjøretøy som benyttes på samme dag i løpet av modellens tidsperiode.

### Ruter per sone

$$(4.11) \quad \sum_{v \in V} X_{vait}^V \cdot RPV_{vai} \geq RPZ_i \cdot P_{ait} \quad \forall a \in A, \forall i \in I, \forall t \in T$$

Begrensningen sikrer at et minimum av kjøretøy tilknyttes soner uavhengig av avfallsmengde, slik at alle ruter kan dekkes. Dette forutsetter at innsamling i sonen skal gjennomføres.

### Ruter

$$(4.12) \quad F_{vait} \leq X_{vait}^V \cdot RPV_{vai} \quad \forall a \in A, \forall i \in I, \forall t \in T$$

Antall ruter som kjøres i hver sone for hver avfallstype avhenger av antall kjøretøy som er benyttet, og antallet ruter hvert kjøretøy kan dekke for hver avfallstype.

### Ruter 2

$$(4.13) \quad \sum_{v \in V} F_{vait} \geq RPZ_i \cdot P_{ait} \quad \forall a \in A, \forall i \in I, \forall t \in T$$

Antallet ruter som dekkes i hver sone for hver avfallstype må minimum være antallet ruter i hver sone for hver avfallstype, dersom innsamling av avfallstypen skal gjennomføres i sonen.

### Gatebegrensninger

$L_i$  beskriver antall ruter som må håndteres av spesifikke kjøretøy i hver sone. Tillatte kjøretøytyper i dette området er i eksempelet  $v = u$ .

$$(4.14) \quad F_{v=u,a,i,t} \geq L_i * P_{ait} \quad \forall a \in A, \forall i \in I, \forall t \in T$$

### Tokammer kjøretøy

I modellen tas det utgangspunkt i at en av kjøretøytypene har to kamre, hvilket kompliserer formuleringen. Antallet ruter hvert kammer kan håndtere vil avhenge av størrelsen, men kamrene kan ikke separeres. I formuleringen under brukes et eksempel der  $v = y$  og  $v = u$  er et tokammer kjøretøy, hvor  $y$  og  $u$  er hvert sitt kammer. Det vil si at dersom ett av kamrene i kjøretøyet benyttes, vil det andre følge med.

#### Knyttet (kammer i tokammer kjøretøy)

$$(4.15) \quad \sum_{a \in A} X_{v=y,a,i,t}^V = \sum_{a \in A} X_{v=u,a,i,t}^V \quad \forall a \in A, \forall i \in I, \forall t \in T$$

#### Avfallsmiks

Grunnet modellens oppbygging vil det kunne oppstå problemer dersom et tokammer kjøretøy tildeles samme avfallstype i begge kamrene. Problemet er at modellen da kan tildele kjøretøyet flere ruter enn kjøretøyet har anledning til å håndtere innenfor tidskravet. Se delkapittel 4.5. Vår valgte løsning er å kreve at antallet store kamre med en gitt avfallstype benyttet i en sone ved tid  $t$  ikke kan være mer enn antallet små kamre med andre avfallstyper i samme sone ved samme tid.  $v = u$  representerer her et stort kammer og  $v = y$  representerer et lite kammer.

$$(4.16) \quad X_{v=u,a,i,t}^V \leq X_{it}^S - X_{v=y,a,i,t}^V \quad \forall a \in A, \forall i \in I, \forall t \in T$$

#### Små kamre

$$(4.17) \quad \sum_{a \in A} X_{v=ait}^V = X_{it}^S \quad \forall i \in I, \forall t \in T, v = y$$

Disse to begrensningene sikrer at alle tokammer kjøretøy har anledning til å kombinere to ulike avfallstyper. Det er ikke et krav at tokammer kjøretøy skal håndtere to ulike avfallstyper, men begrensningene sørger for at det alltid er mulig.

#### Vasking

Ved veksling mellom avfallstyper i et kammer krever dette vasking. Modellen tar utgangspunkt i at kjøretøy som håndterer restavfall spyles daglig, og har derfor ikke behov for spesifisering av vask. Det er også uproblematisk å gå fra sorterte avfallstyper for så å fylle kammeret med restavfall. Samtidig er det nødvendig med mer nøye vask av kamre dersom

man går fra restavfall til andre avfallstyper, eller fra én avfallstype til en annen. Alle kamre vaskes siste dag hver uke, og er ikke medberegnet i modellen. Hensikten med å kartlegge dette er å forenkle logistikken og redusere nedetid grunnet vask når mulig.

### Vasking kjøretøy

$$(4.18) \quad X_{v,a,i,t}^W - X_{v,a,i-1,t}^W \leq W_{vait} \quad \forall v \in V, \forall a \in A, \forall i \in I: i \neq 1, \forall t \in T$$

### Vasking total

$$(4.19) \quad \sum_{v \in V} \sum_{i \in I} W_{vait} \leq X_{at}^W \quad \forall a \in A: a \neq REST, \forall t \in T$$

### Tjenestetilbud (hentefrekvens)

Leverandør av renovasjonstjenesten har som regel et tjenestetilbud de må forholde seg til. Under listes noen eksempler på tjenestetilbud og hvordan disse formuleres. Første eksempel er innsamling hver uke, andre eksempel er innsamling minimum hver andre uke, mens i tredje eksempel er  $g$  en minimums hentefrekvens for avfallstype  $n$ , oppgitt i antall uker.

### Tjenestetilbud

$$(4.20) \quad P_{ait} = 1 \quad \forall t \in T: t \leq |T| - 2, a = n, \forall i \in I$$

$$P_{ait} + P_{a,i,t+1} \geq 1 \quad \forall t \in T: t \leq |T| - 3, a = n, \forall i \in I$$

$$P_{ait} + P_{a,i,t+1} + \dots + P_{a,i,t+g-1} \geq 1 \quad \forall t \in T: t \leq |T| - 1 - g, a = n, \forall i \in I$$

For å lage en generisk plan som fungerer over tid, kan det også være ønskelig å etablere en låst hentefrekvens. I flere områder må beholdere aktivt flyttes til samlingspunkt. Det er derfor ikke hensiktsmessig å gjennomføre innsamling utenfor forhåndsdefinert hentefrekvens. Frekvens kan også justeres over tid når avfallsmengder er kartlagt. Etablering av en låst hentefrekvens til avfallstype  $n$  vil innebære å endre  $\geq$  til  $=$  i begrensningene over. Den minst hyppige hentefrekvensen som kan aksepteres er  $\frac{|T|}{2}$ . Ved sjeldnere henting enn dette kan modellen utnytte de to tomme ukene  $|T| - 2$ , og reelt behov for kjøretøy og ruter blir ikke synliggjort.

### Vedlikehold

Grunnet varierende hentefrekvens og avfallsmengder i sonene vil kjøretøy kunne stå ubrukt deler av uken. Dette vil gi anledning til håndtering av oppdukkende oppdrag.

### Ubenyttede kjøretøy

$$(4.21) \quad X_v - \sum_{a \in A} X_{vait}^V = X_{vit}^A \quad \forall v \in V, \forall i \in I, \forall t \in T$$

I tilfeller ved høy kapasitetsutnyttelse vil det være hensiktsmessig å ta høyde for vedlikeholdsplanen i modellen. Dersom et kjøretøy står ubenyttet hele uken vil kjøretøyet være tilgjengelig for vedlikehold. Begrensningene under sikrer at et minimum av vedlikehold på kjøretøyene kan gjennomføres i løpet av tidsperioden. Kartlegging av total potensiell vedlikeholdstid gjøres i modellens neste steg, beskrevet i 4.3.  $X_{vt}^M$  er satt til heltall for å unngå at kun brøkdeler av kjøretøy kan tilfredsstille denne begrensningen.

### Vedlikeholdstid kjøretøy

$$(4.22) \quad X_{vt}^M \leq X_{vit}^A \quad \forall v \in V, \forall i \in I, \forall t \in T$$

### Minimum vedlikeholdstid per kjøretøytype

$$(4.23) \quad \sum_{t \in T: t \leq |T|-2} X_{vt}^M \cdot S \cdot \frac{52}{|T|-2} \geq X_v \quad \forall v \in V$$

Et gitt antall servicer  $S$  må gjennomføres på alle kjøretøy i løpet av året. Dersom settet  $T$  kun inneholder en brøkdel av ukene av et år, må tilsvarende andel kjøretøy planlegges inn på verksted i denne perioden, slik at man i løpet av året får inn alle kjøretøy på alle servicer.

### Ikke negativ

$$(4.24) \quad X_v, X_{vait}^V, X_{vit}^A, X_{vt}^M, X_{at}^W, X_{it}^S, F_{vait}, H_{ait}, R_{ait}, K_{ait}, OT_{ait}, W_{vait} \geq 0 \\ \forall v \in V, \forall a \in A, \forall i \in I, \forall t \in T$$

## Tillegg

Modellen kan håndtere flere eller færre avfallstyper. Her må begrensninger knyttet til vasking og tjenestetilbud tilpasses.

Det er også mulig å benytte modellen til andre segment, som for eksempel kontainerhåndtering. Siden det i utgangspunktet ikke er overlappende avfallsmengder mellom husholdninger og kontainerløsninger bør modellen benyttes til dette separat.

## 4.4 Maksimering av tilgjengelighet

Som nevnt vil kjøretøy ha behov for vedlikehold i perioden. Selv om modellen sikrer et minimum av tilgjengelighet for vedlikehold, vil det være interessant å se hvor mange kjøretøy som ikke er bundet opp i håndtering av innhentingsplanen. Maksimering av tilgjengelighet gjøres på bakgrunn av løsningen funnet ved minimering av kostnader. Et kjøretøy anses som tilgjengelig dersom det finnes et ubrukt kjøretøy av samme type i hver sone i løpet av en uke. Dette kjøretøyet kan da enten vedlikeholdes, eller benyttes til operasjonelle behov, eksempelvis ved brekkasje på andre kjøretøy. Kjøretøy som kun er delvis tilgjengelig i løpet av uken kan også benyttes til operasjonelle behov, men ikke relevant med tanke på vedlikehold.

### 4.4.1 Objektfunksjon

**Maksimer Tilgjengelighet:**

$$(4.25) \quad \text{Maks} \sum_{v \in V} \sum_{t \in T: t \leq |T| - 2} X_{vt}^M$$

### 4.4.2 Begrensninger

Maksimering av tilgjengelighet krever tillegg av begrensninger som låser totalt antall kjøretøy  $X_v$ , antall tonn uhentet avfall  $OT_{ait}$ , antall kamre som vaskes  $X_{at}^W$ , samt total kostnad i henhold til løsning fra første steg. Alt annet likt.



## 4.5 Svakheter

En modell er en forenkling av virkeligheten basert på et sett med antakelser som alle kan diskuteres. Modellen er utarbeidet på bakgrunn av et tiltenkt bruksområde, men tar likevel ikke hensyn til alle potensielle aspekter som kan ha innvirkning. I dette delkapitlet diskuteres ulike utfordringer som har oppstått i utarbeidelsen, og hvilke svakheter som fremdeles foreligger.

### **Tokammer kjøretøy**

Selv om modellen kan tilfredsstillere alle kriterier slik de er formulert matematisk, vil det kunne oppstå problemer med praktisk rutetildeling til kjøretøy med to kamre. Dette illustreres med et tenkt eksempel, etter at antall kjøretøy er kartlagt;

Et tokammer kjøretøy skal hente to ulike avfallstyper. Det lille kammeret benyttes til matavfall, det store til restavfall, og det lille kammeret kan betjene ti ruter mens det store vil være fullt etter to ruter. Ved mange tokammer kjøretøy i samme sone og innhenting av flere avfallstyper samtidig, kan det bli utfordrende å sy det hele sammen til en gjennomførbar ruteplan. Forskjellige ruter vil kunne ha ulike typer avfall stående igjen, og det kan bli vanskelig å tildele kjøretøy på en slik måte at begge kamrene kan fylles fra hver rutes start. Det vil kunne oppstå tilfeller der det ene kammeret ikke fylles i store deler av ruten fordi et annet kjøretøy allerede har vært der. Kjøretøy får da kanskje ikke tid til å hente på alle de tildelte rutene. Det vil derfor være nødvendig med en kontroll av modellens output, for å se om løsningen er praktisk gjennomførbar.

Utfordringer vil også kunne oppstå i tilfeller der kjøretøy av denne typen benytter begge kamrene til samme avfallstype. Modellen tildeler ruter til kjøretøyet uavhengig av om avfallet som hentes i de to kamrene befinner seg i overlappende ruter eller ikke. Eksempelvis kan henting av to ulike avfallstyper i 10 ruter (derav 20 ruter) være uproblematisk, men henting av én avfallstype i 20 ruter kan bryte tids- eller avstandsbegrensninger. Modellen ser ikke forskjellen på disse to scenariene. Vår valgte løsning på dette er å tildele kjøretøy på en slik måte at denne typen kjøretøy i utgangspunktet alltid skal ha anledning til å håndtere to ulike avfallstyper (begrensning 4.16). Samme type avfall i begge kamrene er fremdeles mulig, men tidsbruk og avstander vil kunne bli en utfordring.

## Ruter

Kartlegging og stadfesting av ruter er kritisk for løsnings pålitelighet. Modellen i seg selv tar ikke høyde for ulikheter i avstand mellom ruter og avleveringspunkt, annet enn at kjøretøy kun kan tildeles et gitt antall ruter per dag per sone. Dersom en samling av ruter er i nærheten av et avleveringspunkt vil dette trolig gi anledning til håndtering av flere ruter enn for kjøretøy som håndterer ruter som er lokalisert lengre unna, selv om disse er i samme sone. Dette tar ikke modellen høyde for. Modellen kan i utgangspunktet kun ta høyde for slike ulikheter mellom hver sone, men ikke internt i hver av dem. Dette må derfor løses ved bruk av gjennomsnittlige tall på ruter per kjøretøy *RPV*, eller tilpasning av begrensninger.

## Andre kostnadsdrivere

Kostnader knyttet til driften av tjenesten, for eksempel variable drivstoffkostnader, er ikke inkorporert direkte i modellen. Disse kostnadene skal ivaretas gjennom en årlig kostnad per kjøretøy, men blir derfor unøyaktig. En mulig inkorporering av kostnader knyttet til ulike kjøretøy ut fra antall ruter de kjører har vært vurdert. Dette blir en svært upresis måleparameter, og fører til en betydelig mer tidkrevende kjøring av modellen per gang. Det er altså mulig å inkludere slike kostnader i modellen, men den reelle verdien av ny løsning derimot, er svært vanskelig å vurdere.

## 5. Data

I dette kapitlet beskrives hvilke data som trengs for å benytte modellen. Modellen skal kunne ta høyde for usikkerheten knyttet til avfallsmengder på rute- og sonenivå, og siden modellen i seg selv ikke er bygget for å vurdere usikkerhet må dette ivaretas i grunnlagsdata. Vår metode for dette hviler på to viktige forutsetninger som presenteres på neste side. Modellens output skal kunne benyttes i en mer konkret rutetildeling for videre optimering av drift, og dette diskuteres mer i detalj i løpet av kapitlet.

### 5.1 Beskrivelse av data

Denne delen beskriver ulike typer data som benyttes i optimeringsmodellen, og sammenhengen mellom dem. Modellen trenger følgende data;

- Lastekapasitet på kjøretøy (tonn per kjøretøy)
- Årlig kostnad for kjøretøy (kostnad per år)
- Kostnad for vasking av kammer (kostnad per vask)
- Ønsket tjenestetilbud (min/maks uker mellom henting)
- Forventet ukentlig avfallsmengde (tonn per avfallstype per sone)
- Antall ruter i hver sone
- Antall ruter et kjøretøy kan håndtere per sone
- Antall ruter som må håndteres av spesifikk(e) kjøretøytype(r) (ruter per sone).
- Minimum vedlikeholdstid (uker per år)
- Straff ved uhentet avfall (kostnad per tonn)

Begrepet *avfallsmengde* refererer til vekt. Data om avfallsmengder og ruter er de mest krevende å kartlegge. Vi presenterer hvilke data som er nødvendig, og en metode for kartleggingen, i løpet av kapitlet.

## Forutsetninger

Avfallsmengder produsert av husholdninger hver uke er ganske usikre. Husstanden kan være bortreist, glemme eller unnlate å sette ut sine beholdere, og produsere mer eller mindre avfall av ulik type ut fra diverse aktiviteter. Alle disse avvikene fra gjennomsnittet kan oppstå på ulike tidspunkt for ulike husstander, og vil kunne oppleves som tilfeldige. Avfallsmengden fra de enkelte husstandene fra uke til uke blir dermed upredikerbar for renovasjonsleverandøren, og mengden per husstand kan hverken antas å være normalfordelt eller identiske.

Ut fra metoden for kartlegging av ruter vil hver rute inneholde et varierende, men likevel høyt antall husstander. Variasjon hos den enkelte husstand på en rute vil derfor kunne jevnes ut for ruten som helhet når antallet husstander i ruten øker. Man kan dermed argumentere for at sentralgrenseteoremet til en viss grad vil være gjeldende på rute-nivået (Anupindi, Sundil, Sudhaker, Van Mieghem & Zemel, 2014, s. 336).

Vi antar derfor at avfallsmengdene per rute er normalfordelt med en forventning  $= \mu$  og et standardavvik  $= \sigma$ . Rutene er trolig ikke å anse som helt uavhengige av hverandre siden det er sesongvariasjon, men de er heller ikke helt avhengige.

Videre antas det at avfallsmengden i sonene som helhet er normalfordelt. Siden hver sone inneholder et stort antall ruter som igjen inneholder et stort antall husstander, anser vi dette som en rimelig antakelse, selv om det er en grad av korrelasjon mellom rutene. Disse to antakelsene er de viktigste forutsetningene for at modellen skal fungere som tiltenkt.

En annen forutsetning er at beholderne ikke er smarte. Dersom avfallsmengden per beholder oppdateres fortløpende, bør den konseptuelle løsningen for innsamling endres. Siden denne typen beholdere er lite utbredt i husholdningssegmentet, antar vi i vår videre beskrivelse at de ikke er utstyrt med en slik aktiv varslingsmulighet. Smarte beholderes innvirkning på vår modell vil diskuteres mer i slutten av kapitlet.

### 5.1.2 Soneinndeling

Modellen bygger på områder for innhenting, delt inn i 5 soner. Dette gir en naturlig inndeling basert på 5 dager innsamling i løpet av en uke (mandag – fredag). Soneinndeling bør gjøres på bakgrunn av både kvantitative og kvalitative vurderinger, eksempelvis geografisk lokasjon. Ved å ha flere kjøretøy i samme område til samme tid vil disse kunne støtte hverandre dersom det oppstår problemer med kjøretøy eller store avfallsmengder på enkelte ruter. Vår anbefalte tilnærming til soneinndeling er å etablere disse slik at hver sone har et tilnærmet likt antall

forhåndsdefinerte ruter. Antall ruter, og derved soneinndelingen vil derfor ha sammenheng med antall husstander, historisk avfallsmengde, samt kvalitative vurderinger rundt topografi og geografisk nærliggenhet. Se punkt 5.1.5 om ruter.

### **5.1.3 Kjøretøy**

#### **Lastekapasitet på kjøretøy**

Lastekapasitet oppgis i tonn. Det er også nødvendig å vite volum, siden dette også kan bli en begrensning.

#### **Årlig kostnad for kjøretøy**

Årlig kostnad knyttet til drift av kjøretøy skal inneholde kostnad for investering, drift, vedlikehold, avhending samt kostnader knyttet til renovatørene som skal betjene kjøretøyet. Dette skal kun inkludere de kostnader som oppstår ved anskaffelse og drift av det spesifikke kjøretøyet.

#### **Kostnad for vasking av kammer**

Kostnad knyttet til vasking er lønn for de ansatte, i tillegg til kostnaden for selve vasken. I praksis har denne kostnaden liten betydning annet enn den tapte tiden der kjøretøyet ikke kan benyttes til innsamling. Dersom det foreligger begrensninger knyttet til vaskekapasitet vil det i tillegg være hensiktsmessig å formulere en begrensning på antall vask tillatt per uke.

### **5.1.4 Avfallsmengder**

#### **Ønsket tjenestetilbud**

Minimal hentefrekvens er som regel styrt av krav utenfra, men det kan være tilfeller der dette kan justeres. Ved å fjerne og tilpasse begrensningene knyttet til hentefrekvens, vil man kunne redusere behovet for kjøretøy, og vurdere hvordan dette påvirker planen. Antallet ruter per sone og ruter per kjøretøy utarbeides blant annet på bakgrunn av hentefrekvens.

## Forventet ukentlig avfallsmengde

Modellen er avhengig av data om avfallsmengder på to nivåer. Det første er avfallsmengde per uke i hver av sonene. Det andre er forventet avfallsmengde per rute per hentefrekvens. Sistnevnte benyttes i kartleggingen av ruter, hvilket beskrives i 5.1.5.

Både vekt og volum på avfallet kan være interessant, siden dette varierer mellom avfallstypene. Loggføring av volum er gjerne ikke praktisk gjennomførbart, og blir i stedet beregnet ut fra et gjennomsnitt per kg eller tonn. Se delkapittel 5.1.7 om vekt og volum.

Innsamling av denne dataen krever loggføring av avfallsmengder. En type loggføring som er utbredt er bruk av passiv RFID, der kjøretøyet registrerer hvilken husstand beholderen tilhører, som kobles til vekten på avfallet som tømmes (Purohit & Bothale, 2011; Sirkula, 2018; Winnix, 2020). Selv om avfallsmengden loggføres per husstand vil mengden trolig ikke være predikerbar fra uke til uke, grunnet stor variasjon. Selv om data på dette detaljnivået vil være fordelaktig, er det likevel ikke essensielt i vår tilnærming.

Viktigere er å ha data på avfallsmengder per rute. Dersom beholdere er utstyrt med en passiv RFID brikke og avfallsmengder per husstand loggføres, kan denne dataen trekkes ut derfra. Dersom beholderne ikke er utstyrt med dette, kan mengden i stedet loggføres ved innleveringspunktet. Begge disse tilnærmingene vil tilfredsstillende behovet, men data per husstand vil være fordelaktig dersom ikke rutene allerede er etablert på samme måte som det vi foreslår i delkapittel 5.1.5. Avfallsmengde per sone kan beregnes ut fra den samme loggførte dataen som er nevnt over.

Det er ønskelig å etablere en fast plan for innsamling på bakgrunn av modellens output, og planens lengde vil avhenge av avfallstypen med minst hyppig hentefrekvens. Det vil være nødvendig å plukke ut enkelte uker som grunnlag for etablering av ruteplanen. I dette stadiet er det derfor hensiktsmessig at modellen inneholder en gitt avfallsmengde i hele sonen, og at denne mengden inkluderer en sikkerhetsmargin / er innenfor et prediksjonsintervall som tjenesteleverandøren er fornøyd med. Prediksjonsintervallet er knyttet til beskrivelsen i 4.1.1, altså sannsynligheten for at kjøretøysflåten benyttet i sonen som helhet har kammer-kapasitet til avfallet som skal hentes. Sikkerhetsmarginen bør derfor være relativt høy. Denne parameteren vurderer ikke om kjøretøy kan håndtere avfallet på sine ruter, men at den totale kapasiteten i sonen er høy nok. Hvis mulig kan kjøretøy i samme sone støtte hverandre ved behov, selv om dette i utgangspunktet ikke er ønskelig at skjer for ofte.

## 5.1.5 Ruter

### Antall ruter i hver sone

Hensikten med ruteinndeling er todelt. Det første er å danne grunnlag for tildeling av kjøretøy. Det andre er å etablere en rutetildeling som er mulig å optimere i etterkant. Antallet ruter vil avhenge av ulike begrensninger, og kan defineres på bakgrunn av; 1) begrensning knyttet til lastekapasitet sett opp mot forventet avfallsmengde, 2) tidsbruk på ruten sett opp mot maksimal tidsbruk per rute, eller 3) avstander kjørt sett opp mot begrensning på kjøretøyets rekkevidde. I urbane strøk med tett bebyggelse vil begrensning nummer én som regel møtes først, mens i rurale strøk kan begrensning to og tre i større grad inntreffe. Siden enkelte avfallstyper har ulik forventet mengde og ulik hentefrekvens vil begrensningene kunne inntreffe ulikt mellom dem.

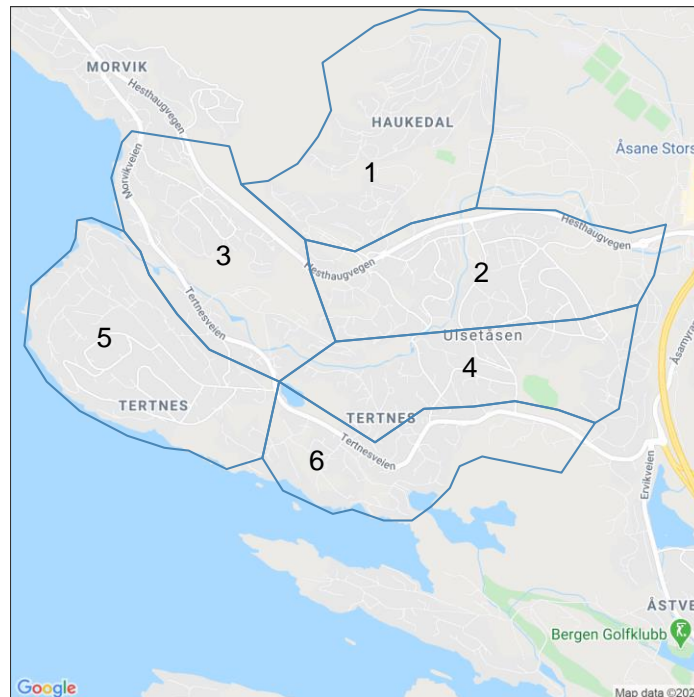
Studiene vi har funnet som ligner mest vårt scenario, «*Fleet size and mix vehicle routing problem*» (FSMVRP), antar en oppgitt tidsbruk eller avstand mellom nodene, der nodene er avfallsbeholdere eller samleområder for disse (Belfiore & Yoshizaki, 2013; Dell'Amico et al., 2007). Kartlegging av tidsbruk over et stort område kan være svært tidkrevende og komplekst (Christofides & Beasley, 1982). Det kan oppstå problemer knyttet til topografien, eksempelvis enveiskjorte gater og andre hindringer som gjør at datagrunnlaget ikke blir riktig. Selv ved god kartlegging av data knyttet til variablene som ønskes minimert, kan usikkerhet knyttet til andre faktorer (avfallsmengder, tidsbruk, fremkommelighet etc.) også begrense planens gjennomførbarhet.

I vår tilnærming benyttes avfallsmengder til å etablere rutene. En forutsetning blir derfor at hver av de definerte rutene inneholder en kjøreplan som kan gjennomføres i løpet av kortest mulig tid. For å danne grunnlaget til dette vil det derfor være nødvendig å kartlegge nettverket av husholdninger og veier i detalj for å avgjøre kjøreplanen i hver rute.

Vår vurdering er derfor at denne prosessen bør segmenteres og gjøres lokalt for et begrenset område av gangen. I de fleste mindre områder vil det være en naturlig kjørerute mellom husstander, enten langs en gate eller vei, eller mellom større innsamlingspunkter. Kjøreplaner kan etableres på bakgrunn av skjønn, og deles deretter inn i ruter basert på data om avfallsmengder. Her er vi avhengig av tilgang på data på avfallsmengder slik vi har beskrevet i delkapittel 5.1.4. På neste side beskriver vi vår metode i detalj.

## Kartlegging

Hver rute må kunne betjenes av modellens minste kammer. Avfallstypen av størst mengde ved gitt hentefrekvens må derfor få plass i dette kammeret. Dette vil typisk være restavfall. Avfallsmengden måles i tonn, under forutsetning om at kjøretøyet primært begrenses på bakgrunn av vekt og ikke volum for denne avfallstypen. Se delkapittel 5.1.7 i avsnittet om vekt og volum.



Figur 5.1: Eksempel på ruteinndeling.

Dersom det beregnes at modellens minste kammer vil ha plass til avfallet i ett av områdene 1 – 6 ved gitt hentefrekvens for avfallstypen av størst mengde, anses hver av disse områdene som en rute. Som nevnt må hver rute inneholde en hensiktsmessig kjøreplan, og rutene kan utvides eller reduseres slik at kriteriet er ivarettatt.

Dette blir måleenheten for å vurdere antallet ruter som kan håndteres av andre typer kammer. Data på avfallsmengden for de andre avfallstypene er også tilgjengelig for hver av rutene, og denne mengden vil være mindre enn kapasiteten på kjøretøyet. Det kan derfor være mulig at de ulike kamrene har plass til avfall fra flere ruter for forskjellige avfallstyper.

Avfallsmengden knyttet til hver rute per hentefrekvens skal tilegnes en sikkerhetsmargin ut fra et ønsket prediksjonsintervall. Siden både forventet mengde og standardavvik er kjent på hver av rutene, vil dette være mulig. Eksempelvis vil et prediksjonsintervall på 90% bety at hver rute inneholder en avfallsmengde som med 90% sannsynlighet er mindre enn dette. Med andre ord vil det minste kammeret ha en 90% sannsynlighet for å få plass til alt avfallet i hver



rute, det vil si avfallstypen som er av størst mengde. Et høyt prediksjonsintervall vil innebære en økning i antallet ruter, og det vil samtidig sikre at kjøretøy har en høyere sannsynlighet for å få plass til alt avfallet på sine tildelte ruter. Settes prediksjonsintervallet for høyt kan antallet ruter bli styrende for hele modellens løsning. Er det for lavt, vil det oftere bli behov for koordinering mellom kjøretøy. Tjenestetilbyder må derfor vurdere dette ut fra hvilken risiko man aksepterer for at dette kan skje.

Rutene som etableres gjennom denne prosessen definerer antallet ruter i hver sone,  $RPZ_i$ . Oppsummert vil da hver rute inneholde en avfallsmengde av alle typer, og alle ruter er mulig å betjene med alle typer kamre. Antallet ruter som hver kammertype kan håndtere for ulike avfallstyper vil variere. Dette inkorporeres i modellen som beskrevet i neste punkt.

### **Antall ruter et kjøretøy kan håndtere per dag**

Parameteren  $E$  er antallet ganger kjøretøyet tømmes per dag. Dersom det minste kammeret henter den overnevnte avfallstypen, vil  $E = 2$  bety at kjøretøyet kan håndtere to ruter per dag. Antallet ruter kjøretøyet kan håndtere av andre avfallstyper  $RPV$ , bestemmes ut fra en vekting av mengde avfall per hentefrekvens sammenlignet med den største avfallstypen, og kartlegges på bakgrunn av historisk data. Hvis rutenes forventede avfall er tilnærmet identisk i hele området, vil  $RPV$  bli likt overalt. Hvis historisk data tilsier at sonene er svært langt fra identiske, kan  $RPV$  variere mellom sonene. Ved stor variasjon mellom rutene må man benytte et gjennomsnitt per sone, og huske rutene med avvik ved konkret rutetildeling.

Eksempelvis; Dersom restavfall er den største avfallstypen og data indikerer at hver rute i sone 1 i snitt produserer 0,1 kg matavfall per kg restavfall blir vekten for matavfallsmengde 0,1. Hvis det minste kammeret kan håndtere én rute med restavfall hver økt, kan samme kammer i teorien ha plass til matavfallet fra 10 ruter. Hvis en kammertype har dobbel kapasitet av det minste kammeret, vil dette kammeret kunne håndtere to ruter med restavfall og 20 ruter med matavfall, dersom vi utelukkende ser på kapasiteten på kammeret. Dette vil kunne variere mellom sonene, men vil trolig være tilnærmet likt.

Denne prosessen gjennomføres for alle avfallstyper for alle typer kamre i alle soner, og danner grunnlaget for antallet ruter per kjøretøy per avfallstype per sone,  $RPV_{vai}$ . Denne parameteren sammen med ruter per sone,  $RPZ_i$ , vil gi modellen funksjonen som er beskrevet i 4.1.2.

Antallet ruter per kjøretøy vil kunne variere mellom avfallstypene. Som illustrert i eksempelet over, vil store forskjeller i avfallsmengder mellom avfallstypene føre til at  $RPV_{vai}$  blir svært høy. Det maksimale antallet ruter per kjøretøy må derfor også avgrenses basert på tidsbruk

eller avstand.  $RPV_{vai}$  må altså etableres med en viss bruk av skjønn. Dersom volum er begrensningen for en avfallstype må parameteren ta høyde for dette, og antallet ruter per kjøretøy må reduseres. Se 5.1.7 om vekt og volum.

### Behandling av resultat

Det totale området for innsamling er ideelt sett fordelt mellom sonene på en slik måte at arbeidsbelastningen (antall kjøretøy som må benyttes) blir tilnærmet lik i hver sone. Det kan samtidig være praktiske hensyn som gjør dette uhensiktsmessig, og avvik er derfor akseptert. Soneinndeling sørger likevel for at det finnes flere kjøretøy i samme område til samme tid. Ved overskridelse av kjøretøykapasitet eller tidsbruk antar vi en anledning for renovatører å koordinere på operasjonelt nivå for å støtte i håndtering av avfall på tvers av kjøretøy. Dette bør likevel være unntakstilfeller. Hvis det viser seg at enkelte ruter til stadighet opplever kapasitetsproblemer må ruten enten endres, eller andre kjøretøy må benyttes.

Modellens output vil vise hvor mange kjøretøy som benyttes for hver avfallstype i hver sone. Dette kan brukes for å optimere den konkrete tildelingen av ruter. Under beskriver vi en løsning vi anser som god nok.

Innledningsvis er det nødvendig å kartlegge tidsbruk mellom hver av rutene i sonen og tidsbruk tilbake til innleveringspunktet. Registrert tidsbruk mellom hver rute struktureres deretter i en matrise og benyttes som datagrunnlag for en CVRP<sup>16</sup> modell eller tilsvarende. Kapasiteten i CVRP modellen vil være antallet ruter kjøretøyet kan håndtere  $RPV_{vai}$ , og hver node representerer én rute. Deretter kjøres modellen med en objektfunksjon som minimerer tidsbruk, med et gitt antall kjøretøy av hver type. Modellen kjøres på bakgrunn av én av avfallstypene som skal samles inn. Beste plan vil trolig oppnås ved å kjøre modellen på bakgrunn av avfallstypen som er av minst mengde. Andre mulige tilnærminger vil være formulering av CARP<sup>17</sup>, CCP<sup>18</sup>, eller heuristikker for å omgå NP-Hard problemer.

---

<sup>16</sup> Capacitated Vehicle Routing Problem

<sup>17</sup> Capacitated Arc Routing Problem

<sup>18</sup> Capacitated Chinese Postman Problem

### 5.1.6 Øvrige begrensninger

#### **Antall ruter som må håndteres av spesifikk(e) kjøretøytype(r).**

Områder for innsamling kan ha ulike reguleringer for hvilke kjøretøy som tillates, herunder vekt- og breddebegrensninger knyttet til veinett, samt utslipp i spesifikke områder (Vegvesen, 2020). Disse rutene må identifiseres gjennom detaljert gjennomgang av området. Antallet slike ruter i hver sone settes inn i parameteren  $L_i$ . Det kan være hensiktsmessig å ruteoptimere disse separat.

#### **Kostnad for uhentet avfall**

Denne kostnaden er knyttet til modellens myke begrensning. Hensikten med dette er å unntaksvis tillate avvik mellom avfall i beholdere og kapasiteten på kjøretøy. Eksempelvis kan ett tonn avfall føre til at modellen må kjøpe inn et ekstra kjøretøy for å dekke dette behovet. Ettersom hele planen for innsamling ellers fungerer uten dette kjøretøyet, er det uhensiktsmessig å la en ubetydelig avfallsmengde ha en så stor innvirkning. Ved å tillate en straff i form av en kostnad per tonn, vil vi unngå dette problemet. Beløpet må være lavere enn kostnaden for et ekstra kjøretøy, men også høyt nok til at dette ikke benyttes for ofte. Kostnaden må også justeres mellom kjøringene av modellen for å se om det er tiltak som kan gjøres i datagrunnlaget for å oppnå bedre løsninger.

#### **Minimum tid til vedlikehold**

Normal vedlikeholdsplanlegging baserer seg på planlagt vedlikehold ut fra antall kilometer kjørt, eller tid (Sols, 2017, s. 180). Antallet og omfanget av planlagt vedlikehold vil avhenge av vedlikeholdsplanen. Modellen tar utgangspunkt i at hver vedlikeholdsoperasjon krever én uke per kjøretøy. Antallet årlige vedlikeholdsperioder/servicer som skal gjennomføres defineres i parameteren  $S$ .

## 5.1.7 Kritikk

### Avfallsmengder

#### Alle avfallstyper hos alle husholdninger

Vi antar at hver rute inneholder en mengde av alle avfallstyper. Det kan være husstander som kun har beholdere for enkelte avfallstyper, og at øvrig avfall håndteres gjennom andre løsninger. Disse rutene vil da i praksis ikke ha tilhørende avfall av andre typer. For å ta høyde for slike tilfeller kan ruter per sone,  $RPZ$ , tilpasses for å passe med faktisk antall ruter i hver sone for hver avfallstype. På den andre siden vil dette føre til problemer for tildeling av tokammer kjøretøy, siden disse rutene ikke har overlappende avfall av andre typer. Hvis det finnes slike ruter kan dette løses på flere måter, eksempelvis;  $L_i$  kan endres til  $L_{ai}$  og rutene kan legges til der. Dette forutsetter at kjøretøyene som brukes til å håndtere rutene i  $L_i$  er egnet for denne oppgaven.

#### Avhengighet og uavhengighet

Vurdering av avhengighet og/eller uavhengighet mellom forventede avfallsmengder på ulike nivå krever konkret historisk data. Dersom avfallsmengden i sonene er uavhengig fra uke til uke vil spesielt lave hentefrekvenser kunne medføre planlegging for betydelig mer avfall enn det som er realistisk. Dette er fordi at både avfallsmengden  $D_{ait}$  og resterende avfall i beholderne  $R_{ait}$  er fastsatte verdier uten ytterlig vurdering av standardavvik basert på avfallets hentefrekvens. Ruter per sone tar i noe større grad høyde for dette momentet.

#### Prediksjonsintervall

Hvilke prediksjonsintervall som bør settes på de ulike nivåene kan diskuteres. Det er rimelig å anta at sesong også har innvirkning på hvor mye avfall som produseres, også på tvers av ruter og soner. Det kan derfor være unntakstilfeller som bør håndteres separat, eksempelvis perioder med lite avfall. Hvis det viser seg at planen er underdimensjonert for tilfeller med svært mye avfall er det likevel ikke nødvendigvis hensiktsmessig å løse dette ved å anskaffe flere kjøretøy. I stedet kan tilbyder øke kapasiteten ved eksempelvis bruk av flere skift i disse periodene, dersom dette er akseptabelt. Skal vi la de verste scenario være styrende for kapasitetsbehovet, kan dette medføre at tjenesten som helhet blir unødvendig kostbar. Dette gjelder spesielt dersom sesongvariasjonen er predikerbar.

## Vekt og volum

Avfallet i datagrunnlaget er i utgangspunktet oppgitt i tonn, selv om det kan være tilfeller der volum blir den begrensende faktoren for enkelte avfallstyper. Dette har blitt diskutert med BIR. Annet enn at matavfall ikke kan komprimeres i samme grad som restavfall, oppgir BIR at vekt er den primære begrensningen for alle avfallstyper.

Norsk gjenvinnings nettside oppgir en gjennomsnittlig vekt per  $m^3$  for ulike avfallstyper (NorskGjenvinning, 2015). Basert på disse tallene, kombinert med generiske tall på volum i ulike typer renovasjonskjøretøy, ser vi at det likevel vil kunne oppstå problemer knyttet til volum. Av typisk kildesortert avfall er det plast- og papiravfall der dette trolig vil oppstå.

Tabell 5.1: Gjennomsnittlig vekt per  $m^3$  for avfallstypene

Avfallstype	REST	MAT	PLAST	PAPIR
Kg pr $m^3$ ukomprimert	125	500	50	125
Kg pr $m^3$ komprimert	450	500	333	375

Noen av avfallstypene har ikke oppgitt vekt i komprimert tilstand, og vi har beregnet dette ut fra beskrivelser av typiske komprimatorer. Dersom volum viser seg å være et problem er det mest nærliggende å justere antallet ruter per kjøretøy *RPV* for å ta høyde for dette. I resultatkapittelet 6.5 bruker vi våre estimer på volum og kjører modellen på bakgrunn av dette for vise hvilken innvirkning dette kan ha.

## Soneinndeling

Modellen er utformet med fem soner med tilknyttet avfallsmengde av hver type i hver sone. Med noen justeringer vil det være mulig å benytte modellen med kun 1 sone for hele området, tilegne alt ukentlig avfall for hele området til sonen, og tilegne sonen alle rutene. Dette vil kunne gi et lavere optimalt antall kjøretøy i modellen, sammenlignet med en modell med flere soner med ulik avfallsmengde og antall ruter. Antallet ruter kjørt i løpet av uken kan fordeles likt over fem dager, og man vil på den måten oppnå en optimert plan til en lavere kostnad enn når sonene er forhåndsdefinert. Dette medfører likevel noen utfordringer;

Sammenslåing av sonene fører til at avfallsmengden må oppgis på et enda mer aggregert nivå. Ved antakelse om at forventet avfallsmengde er uavhengig og normalfordelt på ett av undernivåene (per sone, per rute e.l.), vil aggregering av data redusere det relative

standardavviket (Anupindi et al., 2014, s. 190). Usikkerheten til forventet avfallsmengde på hver rute vil likevel være den samme. Bruk av én sone vil derfor ytterligere redusere modellens egnethet for håndtering av varierende avfallsmengder i ulike områder til ulike tider. Det er mulig kapasiteten på kjøretøyene i området som helhet er tilstrekkelig for å håndtere alt avfall, men topografiske begrensninger vil kunne føre til at ruteplanen likevel ikke evner å håndtere denne variasjonen. En måte å løse dette på er å øke prediksjonsintervallet, og derav øke forventet avfallsmengde i datagrunnlaget for modellen. Ulempen med dette er at det kan planlegges med en betydelig overkapasitet i deler av området.

Modellens oppbygging med fem soner gir en naturlig inndeling der hver sone representerer en dag for innsamling i løpet av en uke (mandag til fredag). Utdata gir også et mer oversiktlig bilde av faktisk plan, sammenlignet med en modell med kun én sone. Samtidig er dette under forutsetning om at rute- og soneinndelingen er gjort hensiktsmessig. Dersom inndelingen er suboptimal vil dette også føre til en uhensiktsmessig fordeling av kapasitet, og/eller at planen ikke fungerer i virkeligheten.

## Ruteinndeling

### Benchmark-metoden

Vår metode for kartlegging av ruter gjør at alle typer kamre kan brukes til alle ruter. Dette er fordi rutene er laget slik at det minste kammeret skal kunne håndtere én rute av den avfallstypen som er av størst mengde per hentefrekvens. De andre kammertypene kan potensielt håndtere flere ruter enn dette. Dette gjør at det kan oppstå problemer dersom øvrige kammerstørrelser ikke er brøkdeler av kapasiteten på det minste kammeret. Dersom det minste kammeret har kapasitet til tre tonn, vil det være enkelt å tildele et antall ruter til kamre med kapasitet til seks, ni, tolv tonn osv. Har man i stedet et kammer med kapasitet på fire tonn, vil det bli uhensiktsmessig å tildele dette kjøretøyet to ruter per økt siden forventet mengde da gjerne er rundt seks tonn. Én rute vil bli i underkant av tre tonn forventet mengde, som igjen vil føre til dårlig kapasitetsutnyttelse. Man kunne i stedet laget rutene slik at hver rute inneholder eksempelvis ett tonn avfall, og tildele ruter per kjøretøy på bakgrunn av dette. Dersom forventet avfallsmengde per rute er normalfordelt og uavhengig mellom rutene, vil det relative standardavviket igjen synke jo flere ruter et kjøretøy kan håndtere (Anupindi et al., 2014), som igjen vil føre til planlegging med uhensiktsmessig overkapasitet på alle rutene.

### **Ruter per kjøretøy**

Ruter per kjøretøy *RPV* baseres på gjennomsnittlige tall, som er en betydelig svakhet. Siden rutene etableres basert på forventet avfallsmengde av én spesiell avfallstype, vil det kunne oppstå stor variasjon i mengdene per rute for de andre avfallstypene. Selv om dette er den beste metoden vi har klart å finne for å kunne lage en enkel innhentingsplan når vi har kjøretøy med flere kamre, er det likevel en av modellens største svakheter. Hvis det viser seg at kjøretøyene til stadighet opplever å ha både ledig kapasitet og tid til overs, må rutene justeres, antakeligvis manuelt for hver enkelt rute.

### **Smarte beholdere**

Beholdere med aktiv avfallsmåling er lite utbredt hos private husholdninger per i dag. I Trondheim og Oslo har denne teknologien i nyere tid blitt testet på offentlige avfallsbeholdere (Mauland, 2019; Vestreng, 2018). Kombinert med komprimering, fører beholderne til færre bomturer og en reduksjon i kilometer kjørt, selv om prosjektet er av begrenset omfang.

Hvis denne typen teknologi tas i bruk hos private husholdninger, trenger ikke lenger hentefrekvenser være styrende for når avfall hentes, og vår modell slik den er nå, vil være mindre egnet. For at en slik dynamisk planlegging skal være mulig er det imidlertid en forutsetning at beholderne enten står plassert slik at de er tilgjengelig for kjøretøyene til enhver tid, eller at husholdninger får varsel i forkant av hver innsamling. Løsningen må også være så praktisk at kundene aksepterer den. Det er derfor ikke sikkert at en dynamisk plan er mulig for hele området, men i stedet kun deler av det. Det er likevel en mulig gevinst i å innføre denne typen beholdere, selv om det også kompliserer prosessen for kartlegging av kapasitetsbehov.

Selv om beholderne har anledning til å varsle om fyllingsnivå er vår antakelse at det fremdeles vil være behov for en viss form for generisk ruteplan. Dette gjelder spesielt i rurale strøk og dersom kjøretøy med flere kamre benyttes, siden disse har anledning til å ta med seg flere avfallstyper. Modellen i denne oppgaven anser vi som egnet også til dette, forutsatt at det gjøres noen justeringer. Vi mener forskjellene i større grad oppstår i den praktiske planleggingen og gjennomføringen av innsamlingen, og i noe mindre grad påvirker behovskartleggingen hvilket er det modellen er ment til å brukes til. Siden modellen er etablert basert på en beskrivelse av et system uten denne typen beholdere, og nødvendig data ikke har vært tilgjengelig for å foreta en valid analyse av dette momentet, velger vi å ikke vurdere innvirkningen av smarte beholdere videre i denne oppgaven.

## 5.2 Numerisk eksempel

I oppgavens analysedel ønsker vi å vise hvordan modellen kan benyttes som verktøy i en beslutningsprosess knyttet til kapasitetsplanlegging i et område med avfallsinnsamling. For å gjøre dette tar vi utgangspunkt i bakgrunnsdata og tallgrunnlag fra husholdninger i Bergen kommune. Bergen kommunes interkommunale renovasjonsselskap (BIR) håndterer alt avfall fra private husholdninger i Bergen kommune, og innsamling gjennomføres av BIR Transport AS. I dialog med selskapet har vi utarbeidet det kvantitative tallgrunnlaget som trengs for å benytte modellen, samt kartlagt mer case-spesifikke inngangsverdier. Datagrunnlaget er mangelfullt. For å vise modellens funksjonalitet har vi derfor måttet ta flere forutsetninger og gjøre forenklinger. Dette blir derfor ikke en reell case-studie, men i stedet et numerisk eksempel for å vise modellens funksjonalitet.

Modellen er formulert i programvaren AMPL og vi bruker løseren CPLEX versjon 12.9.0.0. Datagrunnlaget er systematisert ved bruk av Excel og makroer for å få riktig format. Output er analysert og visualisert ved bruk av Excel og R-skript.

I utarbeidelsen av datagrunnlaget er de tre viktigste forutsetninger vi bygger på at;

- 1) Antall innbyggere er en egnet måleparameter for å beregne mengden avfall som produseres.
- 2) Mengden avfall som produseres i hver sone hver uke er tilnærmet normalfordelt og uavhengig mellom ukene.
- 3) Mengden avfall som produseres per rute per hentefrekvens er tilnærmet normalfordelt.

Første forutsetning er kun nødvendig siden vi mangler tilgang på nødvendig data, mens de to andre er nødvendige uansett, som beskrevet i datakapittelet.

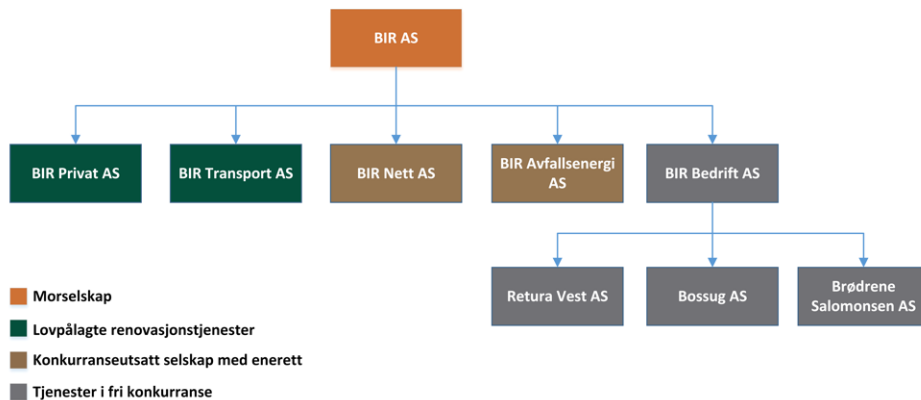
Videre i kapittelet presenterer vi først selskapet, og går deretter gjennom all input data som modellen trenger. På de viktigste stedene i utarbeidelsen av grunnlaget presenterer vi hvordan vi ville benyttet data dersom det hadde vært tilgjengelig, og beskriver deretter hvordan vi faktisk kommer frem til grunnlaget som er brukt. Til slutt kommenterer vi de største avvikene vi tror foreligger mellom eksempelet og hvordan BIR faktisk opererer.



## Bergen interkommunale renovasjonsselskap

BIR er et av Norges største renovasjonsselskap med 450 ansatte og er ansvarlig for håndtering av avfallet til 356.600 mennesker. Selskapet tilbyr løsninger for håndtering av avfall for både private og bedrifter. BIR AS eies i dag av de syv kommunene Bergen, Askøy, Samnanger, Bjørnafjorden, Kvam, Vaksdal og Osterøy (BIR, 2020b).

BIR konsernet kan deles i to strukturer, den ene håndterer lovpålagte renovasjonstjenester knyttet til innsamling, gjenvinning og behandling av husholdningsavfall, mens den andre leverer tjenester i konkurranseutsatte markeder. BIR AS er morselskap i en struktur med fem datterselskaper som leverer ulike tjenester.



Figur 5.2: Konsernstruktur BIR AS

For de lovpålagte renovasjonsoppgavene er BIR AS tildelt enerett og håndterer disse uten konkurranse fra andre aktører. Datterselskapet BIR Transport AS driftes med formålet å sikre innsamling av husholdningsavfall i Bergen og øvrige eierkommuner. Selskapet opererer i dag med ca. 100 årsverk og besitter 55 renovasjonskjøretøy. Virksomheten drives til selvkost, og kostnadene dekkes inn av BIR Privat AS som fakturerer kundene (BIR, 2016b, 2017, 2018).



Figur 5.3: Illustrasjon av BIRs pålagte oppgaver

Virksomheten går ut på at BIR Transport AS samler avfall hos husholdningen og transporterer dette videre til gjenvinningsstasjoner for behandling eller deponering. Avhengig av hvilken type avfall som samles inn, transporteres avfallet enten til anlegget i Rådalen eller Espehaugen.

Innsamling og transport gjøres i hovedsak av fire ulike typer kjøretøy:

- Renovasjonsbiler utstyrt med et eller to komprimerende kamre
- Kjøretøy med kran for håndtering av bunntømte containere
- Kjøretøy for håndtering av stående containere
- Vakuumpstyrte renovasjonskjøretøy for komprimerende containere

I september 2016 beskriver BIR i sin avfalls- og ressursstrategi at virksomheten skal ha høyest mulig grad av kvalitetsgjenvinning for materialer og energi. Blant annet har selskapet en ambisjon om å øke innsamling av tekstiler og glass- og metallemballasje (BIR, 2016a). I samme dokument vurderer selskapet innføring av egne glass- og metall beholdere for eneboliger. Dette er ikke innført i Bergen kommune per 2020, og det er noe uklart om dette faktisk skal gjennomføres.

Det fremgår i avfalls- og ressursstrategien at kundene skal ha et likeverdig tjenestetilbud som oppleves som enkelt, fleksibelt og tilgjengelig. Målsetninger fra konsernstrategien er også å ha en stabil renovasjonspris, hvor BIR skal være blant de 10% billigste. Plan fra 2010, har et mål om en kostnadseffektiv drift, og dette skal oppnås ved blant annet vurdering av nye oppsamlings- og innsamlingsløsninger (BIR, 2016a).

Denne typen delmål har et langsiktig perspektiv, det vil si 5 år eller mer. Arbeidet er påbegynt, men ikke slutført fordi det krever lange prosesser. Utvikling av infrastruktur for å ivareta nye og moderne avfallsløsninger vil nødvendigvis ta tid. Det er derfor særdeles viktig at valg av løsning fattes på riktig grunnlag.

Formålet med vår modell er nettopp å kunne støtte i strategiske beslutningsprosesser som knytter seg til utforming av tjenesten. Vår påstand er at modellen vil kunne støtte i vurderingen av ulike strategiske tilnærminger, og sørge for ivaretagelse av BIRs målsetninger for kundenes tjenestetilbud, så vel som målet om en lav renovasjonspris. Dette forutsetter et godt datagrunnlag, og vi vil i kapitlet nevne hvilke data BIR bør prioritere å samle for å kunne benytte verktøyet fullt ut.

## Beskrivelse av BIR transports innsamlingsplan i Bergen kommune.



Figur 5.4: Soneinndeling i Bergen kommune

Innsamlingsplanen for husholdningsavfall i Bergen kommune er under revidering. I mai 2019 innførte selskapet digital ruteplanlegging for restavfall, og planlegger tilsvarende implementering for papir og plast innen våren 2021. BIR bruker per i dag mellom 16 og 17 kjøretøy som kun håndterer beholdere med restavfall fra husholdninger. Videre må også matavfall implementeres i denne planen for å ivareta ny regulering. En pilot på innsamling av matavfall er planlagt i Samnanger fra januar 2021, og vil gradvis innføres i øvrige kommuner, herunder også Bergen.

**Espehaugen:** Kjøretøyene står parkert her når de ikke benyttes, og er startpunkt for første rute, uavhengig av avfallstype. Leveringspunkt for papir- og plastavfall fra husholdninger i tillegg til glass/metall gjøres ved BIR returpunkt som ligger 500 meter unna.

**Rådalen:** Dette er per i dag leveringspunkt kun for restavfall fra husholdningene. Avstand fra Rådalen til Espehaugen er 8 kilometer. BIR vurderer å benytte Rådalen også som leveringspunkt for matavfall. Siden avstanden er relativt liten mellom disse punktene, antas det i oppgaven at dette har liten betydning for det modellen skal vurdere.

## 5.2.2 Soneinndeling

Soneinndelingen er basert på postnummer, og innsamling i sonene gjennomføres i hovedsak på egen dag i løpet av en uke, derav 5 soner. I deler av sone 5 (Bergen sentrum) er det etablert et bossnett som på sikt skal ivareta avfallet til 15000 husstander (BIR, 2020a). Noen av de øvrige sentrumsnære husholdningene har kun restavfall knyttet til husstanden, mens øvrig avfall leveres til overflate- eller nedgravde containerløsninger. Nåværende soneinndeling som BIR bruker er noe ujevn med tanke på innbyggere, trolig siden bossnettet ikke er fullt utbygd. I innledende analyse benyttes soneinndelingen som er skissert fra BIR, og vi forsøker deretter å forbedre den for å speile fremtiden. Den nye inndelingen er gjort på bakgrunn av en antakelse om at innbyggertall er en god indikator på hvor mye avfall som produseres.

## 5.2.3 Kjøretøy

### Lastekapasitet på kjøretøy

Tabell 5.2: Kjøretøytyper

Kjøretøy	Type	Lastekapasitet	Størrelse	
1	Ettkammer	6 tonn	To-akslet	
3	Tokammer	6 tonn	Tre-akslet	Stort kammer
4	Tokammer	3 tonn	Tre-akslet	Lite kammer

Selskapet har to typer kjøretøy til denne typen innsamling, hvorav ett av dem har to kamre. Dette kjøretøyet splittes og får benevnelsen  $v = 3$  og  $v = 4$ , der 4 er det minste kammeret på tre tonn. Kjøretøy type 2 benyttes ikke.

### Årlig kostnad for kjøretøy

Kjøretøy type 1 har en antatt kostnad på 2,45 millioner per år. Kjøretøyet type 3 (og 4) med to kamre er noe dyrere. De er dyrere å anskaffe, bruker mer drivstoff og har mer komplisert vedlikehold på grunn av de to kamrene. Kostnad på dette kjøretøyet settes derfor til 3,6 millioner per år. Nøyaktig kostnadssetting per kjøretøy kan alltid diskuteres, og selv om virkelige kostnader kan avvike, vil tallene likevel vise modellens funksjonalitet.

### Kostnad for vasking av kammer

Fra BIR er dette oppgitt i tid. Det vil ta omtrent én til 1,5 timer å vaske et kammer. Dette vil tilsvare en lønnskostnad på NOK 600,- per renovatør. Kostnader knyttet til vaskeanlegg

(strøm, vaskemiddel og vedlikehold) kommer i tillegg. Siden det i Bergen kommune i stor grad kreves to renovatører per kjøretøy benyttes et estimat på NOK 2000,- per vask. BIR har ikke oppgitt et maksimalt antall vask per uke. Dette benyttes derfor ikke som en begrensning i modellen, og vask blir kun en del av målsetningsfunksjonen i kostnadsminimeringen. Vi vil i stedet kvalitativt vurdere behovet for vask underveis for å se om modellens løsning er praktisk gjennomførbar.

## 5.2.4 Avfallsmengder

### Ønsket tjenestetilbud

Innsamlingsfrekvens i Bergen kommune per 2020:

- Restavfall – Hver uke
- Glass & Metall – Hver fjerde uke
- Plast – Hver fjerde uke
- Papir/Papp – Hver fjerde uke

Innsamling av matavfall er ikke implementert, og planlegges med hver andre uke. De fleste beholderne er utstyrt med passiv RFID og mange av dem krever fysisk flytting til samleområder. Med dagens løsning kan man derfor i utgangspunktet ikke ha flytende hentefrekvenser. I den innledende analysen anses frekvensen som låst i henhold til overnevnte frekvenser, og disse kan ikke fravikes. Senere i analysen vurderes innvirkning av å justere hentefrekvensene.

### Forventet ukentlig avfallsmengde

Som grunnlagsdata til modellen, må det tilegnes en avfallsmengde,  $D_{ait}$ , for alle typer avfall, i alle soner i hver uke. Tallene i tabellene er oppgitt i kilogram og tonn.

### Med nødvendig data

Data på avfallsmengder har BIR anledning til å trekke ut helt ned på kundenivå (BIR, 2016a). Kjøretøyene måler vekten på avfallet de samler fra hver beholder. Dataen benyttes til å fakturere kundene, men har per i dag trolig ikke blitt analysert på en slik måte at det kan benyttes i vår modell. Skal verktøyet brukes slik det er tiltenkt, vil det være nødvendig å trekke

ut og systematisere denne dataen slik vi har beskrevet i datakapittelet, og resten av prosessen er skissert i etterkant av beskrivelsen av vår beregningsmetode.

### **Beregningsmetode**

Vårt datagrunnlag er et tall på årlig antall tonn avfall for hver type fra alle husstander i Bergen kommune i 2019. Det er derfor nødvendig å gjøre en rekke antakelser om hvordan avfallet er fordelt i de ulike sonene, hvor mye av dette som kommer fra husholdninger knyttet rutegående kjøretøy, samt hvor mye mengden kan variere ukentlig. Våre beregninger baseres i hovedsak på antallet innbyggere sett opp mot tallet for årlig avfall. Matavfall er per i dag ikke en del av ruteplanen til BIR. Denne avfallsmengden blir derfor også estimert ut fra innbyggertall, og inkluderes i modellen.

#### *Ekskludert fra datagrunnlag*

Glass og metall håndteres per i dag gjennom returpunkt som enten er basert på containerløsninger eller andre typer felles innhentingssystem (BIR, 2020c). Med dagens løsning kan dette avfallet ikke håndteres ved bruk av de rutegående kjøretøyene til husholdningene, og blir derfor ikke tatt med.

Containerløsninger håndterer deler av restavfallet fra husholdninger, og i 2019 var det 337 returpunkter i Bergen kommune (BIR, 2020c). Siden det ikke er mulig å skille ut denne avfallsmengden korrekt, bruker vi historiske tall fra 2019, og anser dette som mengde utenom disse containerløsningene.

Enkeltområder i Bergen Kommune har et annet tjenestetilbud enn de øvrige, for eksempel beholdere for færre avfallstyper. Dette kan tas høyde for gjennom tilleggsbegrensninger i modellen, noe vi ikke har hatt nødvendig oversikt for å gjøre. I oppgaven ser vi derfor bort fra denne kategorien, og det antas at alle de relevante husholdningene har beholdere til alle avfallstypene. Unntaket er matavfall, hvor enkelte kunder er reservert. Denne mengden, og antallet reserverte kunder er så liten at dette anses som ubetydelig for antallet ruter per sone.

#### *Innbyggere*

Først kartlegges innbyggertall fra bydelene i Bergen kommune, og disse fordeles i henhold til sonekart utarbeidet av BIR. I tilfeller der bydelene deles mellom soner, fordeler vi innbyggerne i bydelen mellom de aktuelle sonene. Videre brukes data fra SSB til å dele disse innbyggerne

inn i husstander, siden antall personer per husstand varierer mellom områdene. Bosnettet skal i 2022 dekke 15 000 husstander i Bergen sentrum (Harr, 2018). I følge SSB bor det i snitt 1,69 personer pr husstand i Bergenhus, hvilket innebærer ca. 25 000 innbyggere (SSB, 2020b). Disse blir ekskludert fra innbyggertallet, siden de ikke er en del av ruteplanen. Befolkningsveksten i årene 2015 til 2018 har vært lav, med under 1 % økning årlig (Loodtz, 2019). Dette anses som ubetydelig for forventet avfallsmengde.

#### *Gjennomsnittlige avfallsmengder*

Antall personer per husholdning samt antall husholdninger per sone blir grunnlaget brukt til å fordele avfallsmengden fra 2019 til de respektive sonene. I følge SSB kastet norske husholdninger i gjennomsnitt 411 kg avfall per innbygger i 2019 (SSB, 2020a). 42% av dette avfallet er blandet restavfall, hvilket tilsvarer 173 kg pr innbygger pr år. Historisk data fra 2019 tilsier 44 655 tonn restavfall, som tilsvarer ca. 165 kg pr innbygger pr år. Vi anser dette som tilnærmet likt snittet i landet, og derfor egnet å benytte.

Innsamling for matavfall krever en tilvenningstid for brukerne. Det forventes at mengden matavfall som sorteres vil starte på 15 kg pr innbygger pr år, hvilket tilsvarer 10% av restavfall per 2019. I følge Avfall Norges beregninger av matavfall og matsvinn fra 2018 ligger det totale potensielle matavfallet på ca. 80 kg per innbygger pr år (Miljøverndepartementet, 2013) og avfallsanalyse fra Oslo tilsier 83 kg (Renovasjonsetaten, 2019). I Oslos ordning har mengden sortert matavfall i 2019 vært 40 kg per person, hvilket tilsvarer 44,9% av det totale matavfallet til innbyggerne. Det antas derfor at mengden sortert matavfall per innbygger i Bergen kommune gradvis vil øke etter hvert som ny ordning er implementert og fungerer som tiltenkt. Dette vil medføre en gradvis reduksjon i behov for kapasitet på innsamling av restavfall, med en tilsvarende økning på matavfall. Siden Bergen kommune er i en innføringsfase velger vi å benytte et snitt på 15 kg per innbygger pr år i modellen, med visshet om at dette vil øke over tid og mulig kreve justering av ruteplanen, og kjøretøykombinasjon på lenger sikt. Det forventes at 5% av abonnentene i Bergen kommune reserverer seg mot innsamling av matavfall grunnet egne kompostbinger/ tilsvarende. Disse husstandene antas å være spredt over de mindre urbane sonene, og fjernes fra datagrunnlaget.

#### **Videre beregning av forventet avfallsmengde og variasjon**

Dette steget vil gjennomføres på samme måte, uavhengig av hvilket datagrunnlag som brukes. Tallene i tabellene er fra vår beregningsmetode. Vi antar at avfallsmengden per sone per uke

er normalfordelt med et gitt standardavvik, og uavhengig mellom ukene. Tall på avfall som settes inn i modellen skal være en forventet mengde med et påslag for å representere et prediksjonsintervall sett opp mot standardavviket. Intervallet skal beskrive sannsynlighet for at tilgjengelig kapasitet i sonen som helhet dekker avfallsmengden ved innsamling. Dette sier ikke noe om det enkeltes kjøretøyets sannsynlighet for tilstrekkelig kapasitet på tildelte ruter, men i stedet om avfallsmengden i sonen som helhet får plass i kjøretøyene som er designert til sonen. Dette prediksjonsintervallet bør derfor være høyt. Gjennom dette påslaget sikres det i større grad at sonens kjøretøy har mulighet til dekke all etterspørsel, gitt anledning for koordinering mellom kjøretøy underveis i innsamlingen.

*Tabell 5.3: Forventet antall tonn per uke, basert på antall innbyggere*

<b>Sone/Avfallstype</b>	<b>REST</b>	<b>MAT</b>	<b>PLAST</b>	<b>PAPIR</b>
1	146	15	6	35
2	159	16	6	39
3	163	17	6	39
4	147	15	6	36
5	126	13	5	30

Siden standardavvik er ukjent legger vi til et påslag på 25% av forventet avfallsmengde for alle avfallstyper per uke med unntak av restavfall. For restavfall legger vi til et påslag på 20% av forventet avfallsmengde per uke.

*Tabell 5.4: Antall tonn per uke basert på prediksjonsintervallet. Dette er avfallsmengdene som brukes i modellen.*

<b>Sone/Avfallstype</b>	<b>REST</b>	<b>MAT</b>	<b>PLAST</b>	<b>PAPIR</b>
1	175	19	7	44
2	191	20	8	48
3	195	21	8	49
4	177	19	7	45
5	151	16	6	38

Med dette har vi kartlagt forventet mengde avfall per sone per uke for alle avfallstyper  $D_{ait}$ , og vi antar at disse tallene dekker et ønsket prediksjonsintervall på 99%.



## 5.2.5 Ruter

Kartlegging av ruter har vært en omfattende prosess. Prosessen ble gjennomført to ganger for å synliggjøre hvordan soneinndeling kan påvirke resultatet. Under beskrives prosessen, og tabellene inneholder tallene fra en forbedret soneinndeling utarbeidet til kapittel 6 del 1.

### Antall ruter i hver sone

Kammeret med lavest kapasitet er tre tonn. Dette blir utgangspunktet for beregning av antallet ruter i hver sone. BIR opplyser om at vekten på avfallet er hovedutfordringen ved innsamling, og blir derfor det vi også benytter til kartleggingen innledningsvis.

Først beskrives en tilnærming slik skissert i 5.1.5 der vi har tilgang til data. Deretter beskriver vi vår beregningsmetode med de nødvendige antakelsene og tilpasningene som er gjort basert på det tilgjengelige datagrunnlaget.

### Med nødvendig data

BIR har allerede etablerte kjøreruter i hele kommunen med oversikt over hvor alle husstander er plassert. Denne oversikten kan kombineres med registrerte avfallsmengder for hver husstand, og ut fra dette kan nye ruter etableres. Vi vil ha et prediksjonsintervall på 90%. Det vil si at hver rute skal med 90% sannsynlighet inneholde tre tonn avfall eller mindre hver uke. Dette gjelder alle avfallstypene. Prosessen vil kunne være tidkrevende, men samtidig mulig med tilgang på nødvendig data. Skjønnsmessige vurderinger med tanke på avstand må også med, slik at kjøretøyene har fysisk mulighet til å gjennomføre tildelte ruter.

### Beregningsmetode

Forventet avfallsmengde beregnes per innbygger per uke, og basert på befolkningstall fra SSB finner vi forventet avfallsmengde per husstand i hver sone. Antall innbyggere per husstand varierer også mellom sonene, hvilket vi må ta høyde for.

Tabell 5.5: Antall kunder i hver sone, og gjennomsnittlig antall innbyggere per husstand

Sone	Husstander	Kunder	Kunder matavfall	Per husstand
1	22832	51498	46842	2,26
2	25010	56305	50831	2,25
3	25694	57477	51789	2,24
4	25142	52061	52061	2,07
5	25171	44427	44427	1,77
Total	123848	261768	245949	

På bakgrunn av dette tilegnes avfallsmengder per sone ved gitt hentefrekvens. Mengden avfall tilegnes så et påslag for å simulere et tall som oppnår ønsket prediksjonsintervall.

Tabell 5.6: Antall ruter i hver sone. Ved å beregne en avfallsmengde per husstand per uke kan man med hentefrekvensen beregne en forventet mengde av hver type.

Avfallstype	REST	MAT	PLAST	PAPIR
Hentefrekvens	1 uke	2 uker	3 uker	4 uker

**Antall kg per husstand per hentefrekvens, inkludert konfidensintervall**

Sone	REST	MAT	PLAST	PAPIR
1	7,8	1,6	1,2	7,5
2	7,8	1,6	1,2	7,5
3	7,7	1,6	1,2	7,5
4	7,2	1,5	1,1	6,9
5	6,1	1,2	0,9	5,9

**Gjennomsnittlig antall husstander per rute**

Sone	REST	MAT	PLAST	PAPIR
1	385	1890	2547	398
2	386	1893	2552	398
3	388	1905	2568	401
4	420	2058	2774	433
5	492	2415	3255	508

**Antall ruter i hver sone**

Sone	REST	MAT	PLAST	PAPIR
1	60	13	9	58
2	65	14	10	63
3	66	14	11	65
4	60	13	10	59
5	52	11	8	50

Gjennomsnittlig antall husstander per rute er antallet husstander det minste kammeret i snitt kan betjene før kammeret har nådd grensen. Ved å dele totalt antall husstander på gjennomsnittlig antall husstander per rute, defineres antall ruter per sone;  $RPZ_i$ . Siden antallet restavfallsruter blir høyest, er det dette som brukes i modellen. Kammeret som henter tre tonn restavfall blir dermed benchmark for alle øvrige avfallstyper og kjøretøy.

Det skal være tilnærmet 90% sannsynlighet for at et tre tonns kammer skal få plass til alt restavfallet på sin tildelte rute. Dette ville vært kontrollert mot historisk data og rutene ville blitt justert slik at dette stort sett var riktig. Vi antar i stedet at alle rutene i hver sone er innenfor ønsket prediksjonsintervall.

### **Antall ruter et kjøretøy kan håndtere per dag**

Vi skal nå kartlegge  $RPV_{vai}$ . Siden vi har ulike kjøretøy- og avfallstyper må antallet ruter per kjøretøy per dag beregnes for hver av dem. Det er totalt tolv kombinasjoner, inkludert benchmark.

Kjøretøy gjennomfører innsamling i to perioder i løpet av en dag, fra 09:00 til 11:00 og 11:30 til 14:00. Mellom disse tidspunktene returnerer kjøretøyet for tømning. Dette vil si at kjøretøyet er tomt ved start av begge øktene. I rurale strøk har BIR innført tiltak hvor husholdningene har samlingsområder for beholdere, slik at tidsbruken ved innsamling reduseres. Selve tømmetiden blir kortere, men det vil fortsatt brukes tid på å kjøre mellom samlingspunktene i de rurale sonene.

Vår benchmark, én rute med restavfall per tre tonns kammer per økt, blir utgangspunkt for beregning av antallet ruter de andre type kjøretøyene kan håndtere for alle avfallstyper.

Siden hvert kjøretøy gjennomfører to økter per innsamling blir antallet restavfallsruter det minste kammeret kan håndtere være lik to per dag.

### **Med nødvendig data**

Hver rute vil inneholde en forventet mengde avfall av hver type ved hvert innsamlingstidspunkt. Denne mengden vil også ha tilknyttet et standardavvik. Man summerer opp antallet ruter som skal til for at man fremdeles er innenfor prediksjonsintervallet, slik skissert i 4.1.2. Hvis rutenes forventede avfall er tilnærmet identisk i alle sonene, settes  $RPV$  likt i alle soner. Hvis ikke, vil det bli ulikt mellom sonene. Hvis historisk data tilsier at også

rutene i sonene er svært langt fra identiske, må vi benytte et gjennomsnitt, og huske rutene med avvik ved konkret rutetildeling. Ruter per kjøretøy må også avgrenses på bakgrunn av tidsbruk, slik beskrevet i datakapittelet. Dette blir enten en kvalitativ vurdering, eller basert på målt tidsbruk for innsamling og kjøring mellom rutene. Dersom volum forventes å bli en begrensning for en avfallstype, må antallet ruter *RPV* reduseres for å ta høyde for dette.

### Beregningsmetode

Vi benytter gjennomsnittlig forventet avfallsmengde per rute per hentefrekvens per sone, og beregner *RPV* ut fra en proporsjonalitetsfaktor slik skissert i 5.1.5. Vi antar en begrensning på gjennomsnittlig fire ruter per økt i hver sone grunnet tidsbruk, hvilket er åtte ruter per dag. Dersom lastekapasiteten på kjøretøyet overgår fire ruter i løpet av en økt, vil kjøretøyet likevel bare rekke å gjennomføre dette, uavhengig av hvilken sone det er. I praksis vil dette kunne variere noe, men så lenge det ikke er svært mange tilfeller der fire ruter ikke er praktisk gjennomførbare innenfor tidskravet, vil begrensningen fungere som tiltenkt.

*Tabell 5.7: Begrensning i antall ruter per kjøretøy per dag, ved hentefrekvens henholdsvis 1.2.4.4. Maksimalt antall ruter per dag er 8 på grunn av tidsbegrensning.*

	REST	MAT	PLAST	PAPIR
Proporsjonalitetsfaktor	1	0,1	0,04	0,24

### Ruter per kjøretøy per dag. Kapasitetsbegrensning

Avfallstype/Kjøretøy	1	2	3	4
REST	4	0	4	2
MAT	20	0	20	10
PLAST	26	0	26	13
PAPIR	4	0	4	2

### Ruter per kjøretøy per dag. Kapasitet- og tidsbegrensning

Avfallstype/Kjøretøy	1	2	3	4
REST	4	0	4	2
MAT	8	0	8	8
PLAST	8	0	8	8
PAPIR	4	0	4	2

Ved en gitt kapasitet på kamre og et gitt antall ruter per økt, kontrolleres hvilke standardavvik per innsamling som fører til oppnåelse av ønskede prediksjonsintervall.

*Tabell 5.8: Standardavvik per rute. Dette er de maksimale standardavvikene som fører til et 90% prediksjonsintervall ved bruk av minste kammer.*

<b>Avfallstype</b>	<b>Forventning per økt</b>	<b>Std. avvik per rute</b>	<b>P (3 tonn)</b>	<b>P (6 tonn)</b>
REST	2,46	0,42	90 %	96,5 %
MAT	2,00	0,78	90 %	96,5 %
PLAST	1,49	1,18	90 %	96,5 %
PAPIR	2,38	0,48	90 %	96,5 %

Vi antar at historisk data tilsier at rutene for avfallstypene er innenfor dette standardavviket. Forventet mengde for papiravfall er noe lavere enn restavfall. Dette er fordi kjøretøyet kun har kapasitet til like mange ruter som for restavfall siden benchmark er tre tonn. Det er ikke hensiktsmessig å tildele brøkdeler av ruter siden dette vil skape problemer med konkret tildeling av kjøretøy i etterkant. Det er samtidig ikke ønskelig at modellens mulighetsrom skal begrenses for strengt av antall ruter som må betjenes. Både mat- og plastavfall kan antas å ha en betydelig overkapasitet. Dette er fordi disse har oppnådd begrensningen på 4 ruter per økt. For å vise hvordan modellen balanserer kapasitetsbehovet på bakgrunn av både mengder per sone og per rute, tillater vi modellen å tildele litt flere ruter til kjøretøy som henter papiravfall, selv om dette kan medføre underkapasitet på spesifikke ruter.

*Tabell 5.9: Slakk i maksimalt antall ruter per kjøretøy*

<b>Ruter per kjøretøy per dag. Kapasitet- og tidsbegrensning</b>				
<b>Avfallstype/Kjøretøy</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
REST	4	0	4	2
MAT	8	0	8	8
PLAST	8	0	8	8
PAPIR	5	0	5	3

Dette er grunnlaget for  $RPV_{vai}$ , som forenkles til  $RPV_{va}$  i vårt eksempel. Tilnærmingen kan potensielt medføre at modellen tilegner for få kjøretøy sett opp mot forventet avfallsmengde per rute, uavhengig av om kapasiteten i sonen som helhet er tilstrekkelig. Volum er ikke vurdert i beregningene frem til delkapittel 6.5, og vi viser der hvordan dette kan inkluderes.

Kjøretøy med to kamre kan i tillegg kun kjøre i åtte ulike geografisk plasserte ruter. Dersom rutene er overlappende kan kjøretøyet potensielt håndtere opp til 16 ruter, åtte for hver

avfallstype, i henhold til punkt 4.5. Løsningen må derfor kontrolleres for gjennomførbarhet i etterkant. Ruter per kjøretøy justeres underveis i modellen ved vurdering av tjenestetilbud.

For å vise ulike måleparametre i analysen er det hensiktsmessig å finne et standardavvik på rutene. Her benyttes tallene i tabellen under som et eksempel i analysen. Disse er ikke direkte forankret i virkeligheten, men er antatt til å være verdier som kan forventes. Tallene er nødvendige for å vise hvordan modellens løsninger kan vurderes, og blir brukt i neste kapittel.

*Tabell 5.10: Eksempel på standardavvik per rute ved hentefrekvens 1.2.4.4.*

<b>Avfallstype</b>	<b>% av forventning</b>	<b>Std. avvik per rute</b>
REST	17 %	0,42
MAT	17 %	0,34
PLAST	30 %	0,44
PAPIR	19 %	0,45

### **Antall ruter som må håndteres av spesifikk(e) kjøretøytype(r).**

BIR oppgir at noen av rutene i Bergen kommune må håndteres av to-akslede kjøretøy grunnet smale gater. De anslår at ca. 10% av rutene er av denne typen. I modellen vil disse rutene kun være tilgjengelige for kjøretøy type 1. Disse rutene befinner seg i de mest urbane områdene, hvilket betyr sone 4 og sone 5. 10% av det totale antallet ruter tilsvarer 30 ruter. Disse fordeles likt mellom sone 4 og 5 og vi antar at dette gjelder for alle avfallstyper.

### **Minimum vedlikeholdstid**

BIR planlegger med én obligatorisk service på alle kjøretøy hvert år. Servicen tar fem dager, det vil si én uke i modellen, derav  $S = 1$ .

### **Kostnad for uhentet avfall**

Vi tester ulike verdier for denne parameteren for å kartlegge når den inntreffer, og resultatet vurderes i hvert enkelt tilfelle.

### 5.2.6 Kommentarer

Tømming av restavfall og matavfall skal gjennomføres i Rådalen. Grunnet begrensninger knyttet til lastfordeling på kjøretøy har vi fått oppgitt at det ikke er mulig å kjøre med et fullt og et tomt kammer i kjøretøyet. Dette betyr at tokammer kjøretøy reelt sett kun kan benyttes til en kombinasjon av restavfall og matavfall, eller en kombinasjon av plast og papir, siden dette skal leveres ulike steder. Dette ville blitt en tilleggsbegrensning i modellen, men innføring av disse begrensningene reduserer mulighetsrommet for modellen betydelig. For å vise modellens funksjonalitet velger vi derfor å se bort fra denne begrensningen i analysen, og tillater blanding av alle avfallstyper i tokammer kjøretøy. Dette kunne eksempelvis være løst med en interimløsning i Rådalen, der avfall kan mellomlagres.

BIR oppgir at de benytter mellom 16 og 17 kjøretøy for å hente restavfall. Dette tilsier at de maksimalt kan håndtere mellom 192 og 204 tonn avfall per dag, dersom alle kjøretøy har seks tonns kamre. Selv om gjennomsnittlig avfallsmengde per sone per uke er innenfor denne mengden, har vi en antakelse om at vårt datagrunnlag fremdeles inneholder en del avfallsmengder som håndteres gjennom andre løsninger, herunder spesielt containeravfall. Det har ingen betydning for å vise modellens funksjon, men grunnlaget vil ikke nødvendigvis stemme med virkeligheten.

I Bergen kommunes «Grønn Strategi» (2016) står det at Bergen sentrum skal innføre fossilfri sone innen 2020, og gjøre hele sentrumsområdet fossilfritt innen 2030. BIR planlegger å primært løse dette gjennom utvidelse av bossnettet, samt innfasing av elektriske kjøretøy. Null-utslippssonen er i stor grad overlappende med bossnettet, hvilket vil redusere innvirkningen på det segmentet av tjenesten som vi vurderer. Elektrisk kjøretøy kan likevel legges til i modellen sammen med et krav om at et gitt antall ruter i de aktuelle sonene skal håndteres av denne kjøretøytypen. Siden vi ikke kjenner denne kjøretøytypens begrensninger, og momentet ikke bidrar til å vise mer av modellens funksjon, har vi valgt å se bort fra null-utslippssonen.

## 6. Resultat

Vi benytter informasjon fra BIR og kjører modellen med grunnlaget fra 5.2 for å vise modellens funksjon. Ulike alternativ for soneinndeling, kjøretøysflåte og hentefrekvens testes for å undersøke hvordan og hvorfor disse har innvirkning på optimal løsning. Vi vil også se om volum kan være en begrensning, vise hvordan dette kan inkorporeres, og se om det vil påvirke løsningen. Til slutt testes samlastning av papir- og plastavfall. Modellen formuleres i programvaren AMPL med løseren CPLEX versjon 12.9.0.0. Totale kostnader oppgitt i kapittelet er uten kostnader for uhentet avfall (straff), siden denne ikke er en reell kostnad.

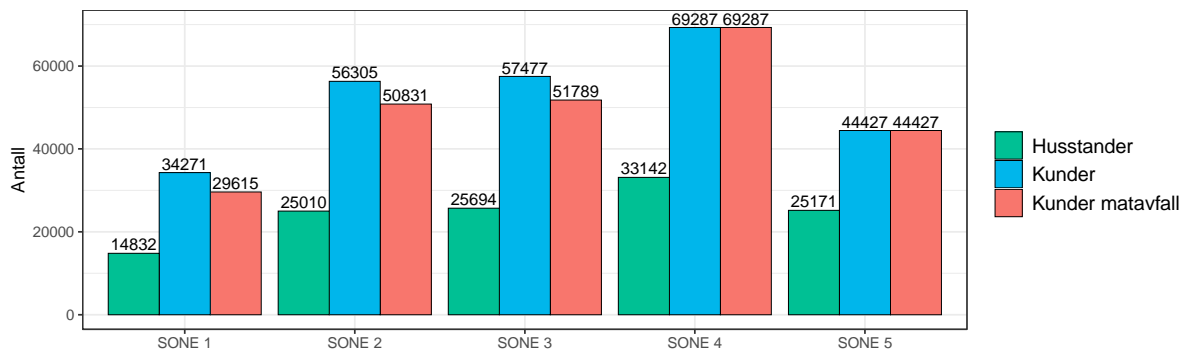
### 6.1 Vurdering av soneinndeling



Figur 6.1: Geografisk soneinndeling

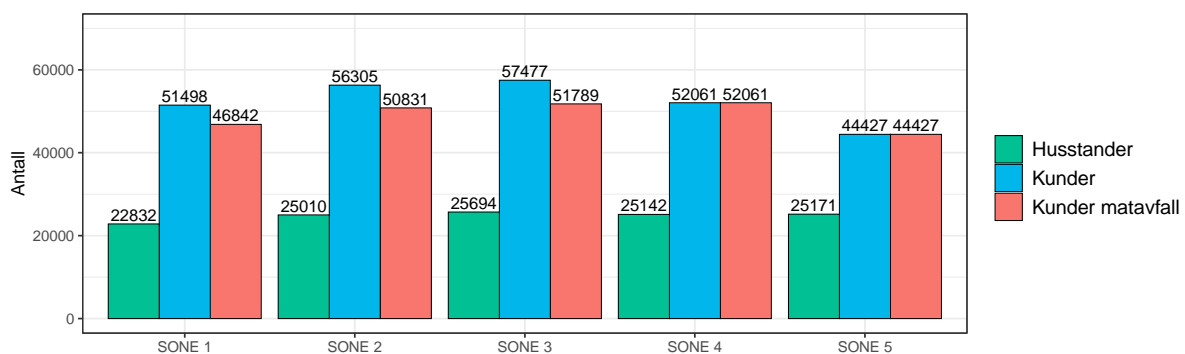
Etter en kvalitativ inndeling av antall husstunder per sone observerer vi noen avvik mellom sonene. Årsak til dette kan være at bossettet ikke ennå er bygget ut (sone 5), og at kartet over sonene ikke har høy nok detaljgrad.





Figur 6.2: Antall husstander og kunder ved innledende soneinndeling. Noen kunder reserverer seg mot matavfall.

Sone 4 har flest husstander og kunder tilknyttet rutegående avfallsinnsamling, mens sone 1 har minst. Vi velger å flytte deler av sone 4 over i sone 5, og deler av sone 5 over i sone 1 for å jevne ut dette antallet. I praksis vil dette bety overføring av husstandene som er i geografisk nærhet til nåværende soneavgrensninger.

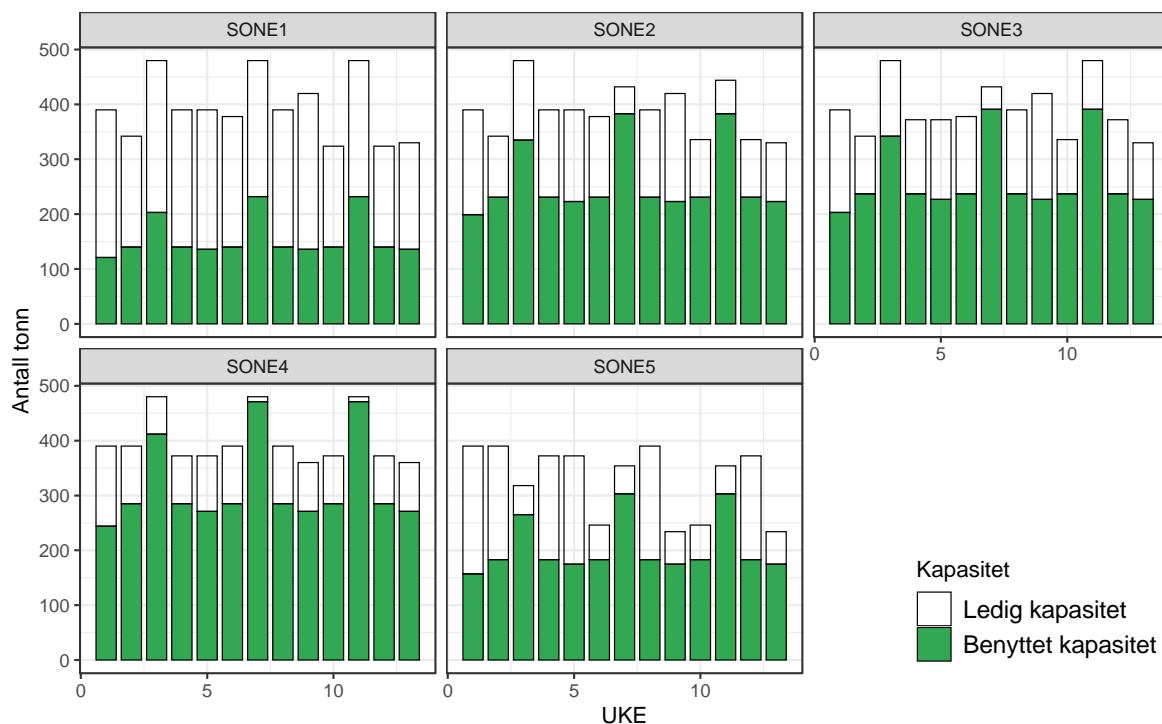


Figur 6.3: Antall husstander og kunder ved omfordelt soneinndeling.

Inndelingen er ikke optimal med tanke på antallet kunder i hver sone, hvilket er vårt utgangspunkt for tildeling av avfallsmengde. Vi antar i stedet at denne inndelingen er optimal på bakgrunn av topografiske hensyn, og medfører at kjøretøyene kan håndtere like mange ruter av hver avfallstype i hver sone. Dette vil også forenkle rutetildelingen i etterkant.

### Sammenligning

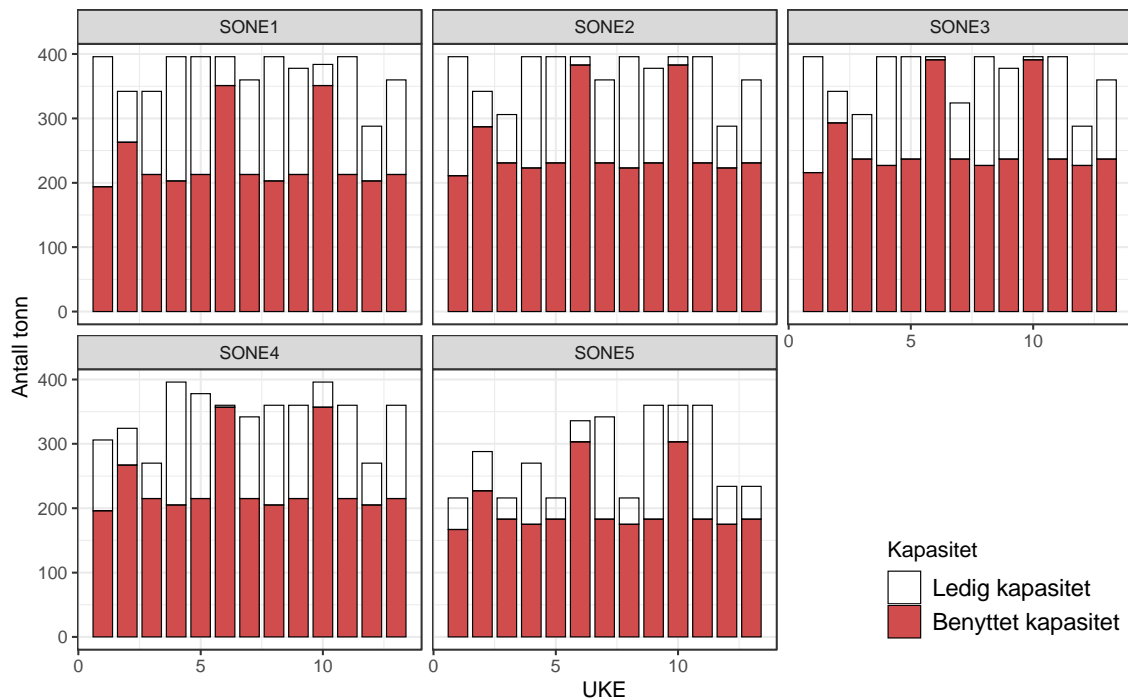
Innledende soneinndeling har et ujevnt antall ruter per sone  $RPZ$ , og derav en mindre jevnt fordelt avfallsmengde per sone  $D_{ait}$ . Vi får vi en total kostnad på NOK 96 350 000, uten myk begrensning. Kombinasjonen er 7 ettkammer kjøretøy og 22 tokammer kjøretøy. Innhentingsplanen er gjort slik at avfallstypene hentes ulike uker; Matavfall hentes i partallsuger, papiravfall i uke 3, 7, 11 og plast hentes i uke 1, 5, 9 og 13. Dette medfører at tilbyder maksimalt må hente én avfallstype hver uke i tillegg til restavfall.



Figur 6.4: Total kapasitet for kjørende biler, fremstilt etter uke og sone, med innledende soneinndeling.

Vi ser at sone 4 fører til det største behovet for kjøretøy i uker der papir- og restavfall må hentes samtidig (uke 3, 7 og 11). Dette igjen fører til mye ledig kapasitet i spesielt sone 1 fordi mengden avfall er mindre. Ved en reell rutetildeling kunne noen av kjøretøyene blitt parkert denne dagen, men de kan ikke bli satt på verksted siden de skal benyttes senere i løpet av uken. Modellen har derfor ingen insentiv til å redusere ledig kapasitet i sone 1, siden behovet for kjøretøy er høyt i sone 4. Høyeste kapasitetsbehovet på samme dag ligger like i underkant av 500 tonn, ved innsamling av rest- og papiravfall.

Etter omfordeling av husstander til ulike soner blir total kostnad NOK 79 650 000, også uten myk begrensning. Antallet kjøretøy er endret til 9 ettkammer, og 16 tokammer. Innhentingsplanen er konseptuelt lik, mens det daglige kapasitetsbehovet er redusert.

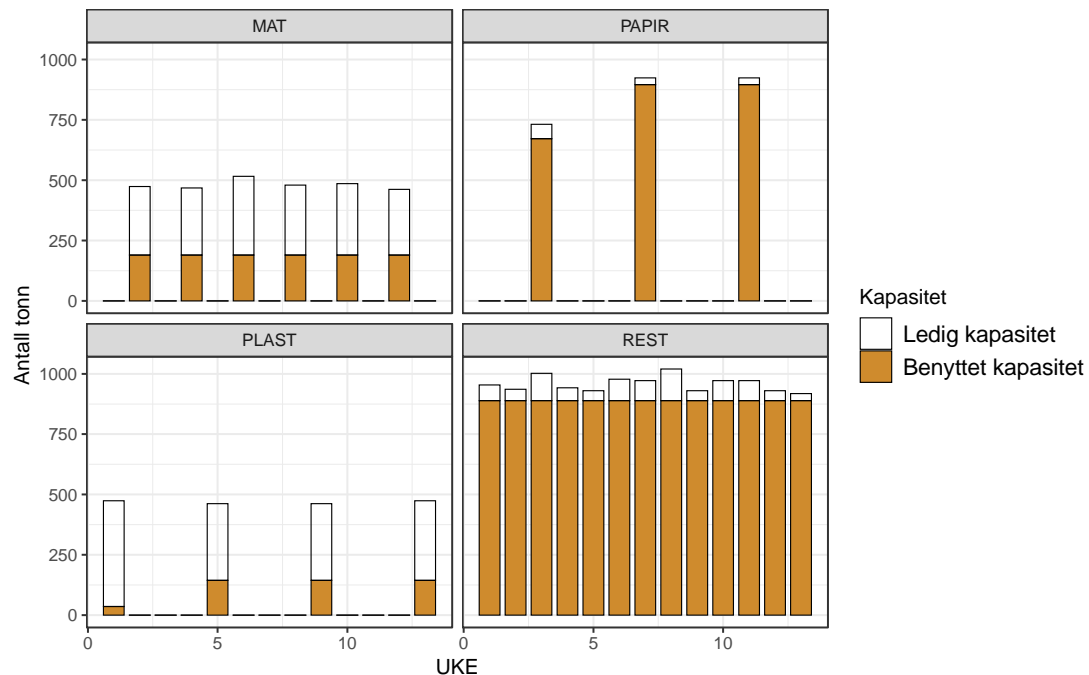


Figur 6.5: Total kapasitet for kjørende biler, fremstilt etter uke og sone, med omfordelt soneinndeling.

Det største kapasitetsbehovet er fremdeles i uker der papir- og restavfall skal hentes, men dette er redusert til under 400 tonn. Kapasitetsbehov, og derav antall kjøretøy benyttet hver dag er også mer stabilt mellom sonene, sammenlignet med opprinnelig soneinndeling. Dette vil være mer hensiktsmessig i en bedrift med fast ansatte som er på jobb hele uken, fordi behovet for renovatører vil være mer stabilt fra dag til dag. Videre fordeling av ruter til andre soner kan potensielt optimeres ytterligere. Siden vi ikke har tilgang på data i høy nok oppløsning, velger vi å ikke gjøre dette.

En viktig observasjon er at modellen ønsker innsamling av samme avfallstype i hver sone i de samme ukene. Dette igjen medfører høyt behov for kjøretøy alle dager i ukene med papirinnsamling. Årsaken til dette er at hentefrekvens på innsamling er streng (både maks og min), og det viktigste for modellen er da at innsamling av papiravfall ikke overlapper med annet avfall. Selv med omfordeling av innsamling, for eksempel ved å tvinge modellen til å gjennomføre innsamling av papirinnsamling i forskjellige uker for noen soner, vil maksimalt kapasitetsbehov, og derav antall kjøretøy bli det samme eller mer. Det vil også føre til behov for mer vask, hvilket modellen ikke ønsker. Innsamlingstidspunkt for mat- og plastavfall har mindre betydning for optimal løsning, så lenge denne innsamlingen ikke gjennomføres i de samme ukene som papirinnsamling. Dette vil vi analysere nærmere i 6.3.

En ny løsning oppstår ved en straff<sup>19</sup> på rundt NOK 150 000 per tonn. To tilfeller slår variabelen inn på papiravfall, hver med fire tonn i sone 3. Optimalt antall kjøretøy skiftes til 7 ettkammer og 17 tokammer, og total kostnad er NOK 78 350 000. Løsningen er stabil ned til en kostnad for uhentet avfall > NOK 50 000 før u hensiktsmessig store mengder avfall blir etterlatt.



Figur 6.6: Total kapasitet for kjørende biler, fremstilt etter uke og avfallstype, løsning med myk begrensning.

Hadde våre tall på avfallsmengder vært basert på konkret historisk data, kan det være hensiktsmessig å omfordele sonene ytterligere, slik at ny løsning ikke oppstår før kostnaden for uhentet avfall er svært lav. Siden vårt datagrunnlag inneholder et påslag på avfallsmengdene hver uke er det rimelig å anta at den nye løsningen vil kunne fungere, selv om modellen sier det vil oppstå en mindre mengde avfall som ikke blir hentet.

<sup>19</sup> Kostnad for uhentet avfall

Tabell 6.1: Gjennomsnittlig antall tonn per rute. Tabellen viser et gjennomsnitt i hver rute i ukene der mest avfall blir hentet. Dette er under forutsetning av at antall ruter kjørt er lik ruter per sone (RPZ).

Avfallstype/Sone	1	2	3	4	5
REST	2,92	2,94	2,96	2,95	2,90
MAT	0,63	0,62	0,64	0,63	0,62
PAPIR	2,93	2,95	2,97	3,00	2,92
PLAST	0,47	0,49	0,49	0,47	0,46

Gjennomsnittlig tonn per rute som står i tabellen er ikke reell siden  $D_{ait}$  er innenfor et prediksjonsintervall, og kjøretøyene kan ha kapasitet til flere ruter enn RPZ. Tabellen gir likevel en indikasjon på hvordan modellens løsning er etablert. Vi ser at den begrensende avfallstypen er papiravfall. Papiravfall har nådd taket på tre tonn per rute i sone 4, og ligger også tett inntil i de andre sonene. Sone 3 er den opprinnelige begrensningen, men på grunn av den myke begrensningen inntreffer taket i sone 4. Papiravfall hentes kun hver fjerde uke, som fører til at den akkumulerte mengden blir stor. Restavfall er også tett opp mot kapasitetsbegrensning. De øvrige avfallstypene begrenses av tidsbruk, og ikke grunnet avfallsmengden.

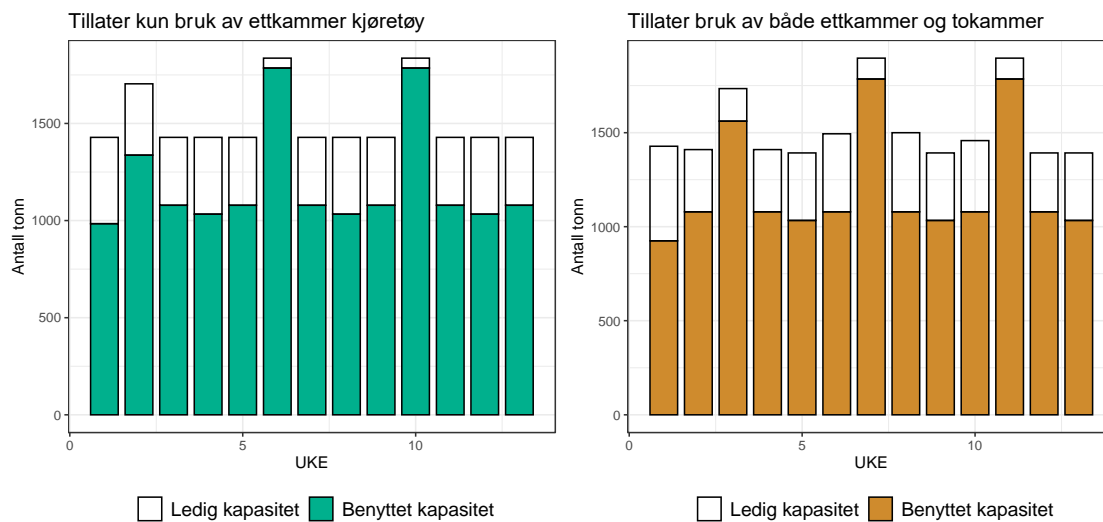
Fordeling av avfallstyper til ulike kamre ser vi at til tider er uhensiktsmessig. Dette er fordi modellen ønsker å redusere behovet for vask av kammer i tillegg til å maksimere tilgjengelighet. Her kan tjenestetilbyder vekte andre faktorer som tidsbruk på ruter og drivstoffkostnader opp mot tidsbruk på vask, slik at avfallskombinasjonen i kamrene blir optimal.

## 6.2 Flåtesammensetning

Det kan oppstå stordriftsfordeler ved en homogen kjøretøysflåte. Vi ønsker derfor kort å vurdere ulikhetene mellom et tilfelle der tjenestetilbyder ønsker å benytte kun ettkammer kjøretøy, versus en kombinasjon av kjøretøytyper.

### Sammenligning

Ved å kjøre modellen med kun ettkammer blir total kostnad NOK 80 850 000. Med en straff på rundt NOK 300 000 per tonn inntreffer denne igjen på fire tonn papiravfall i sone 3 ved to tilfeller, og antallet ettkammer kjøretøy reduseres fra 34 til 33.



Figur 6.7: Total kapasitet for kjørende biler etter uke. Sammenligning av løsningene der kun ettkammer benyttes, og der en kombinasjon benyttes.

Det er høyere kostnader ved bruk av kun ettkammer kjøretøy, og stordriftsfordelene må derfor eventuelt oppstå på bakgrunn av andre faktorer enn det modellen vurderer. Analysen viser også et høyere antall tilfeller der ruter per kjøretøy *RPV* blir begrensningen for kjøretøyene. Trekker vi parallellen til Greco, et al. (2015) og vurderer pris per innsamlet tonn for ulike avfallstyper, ser vi at denne øker for enkelte avfallstyper grunnet lav kammerutnyttelse. Kun ettkammer fører også til en lavere tilgjengelighet (72) sammenlignet med en kombinert løsning (102). En kombinasjon av kjøretøytyper anses derfor som fordelaktig, forbeholdt at det ikke oppstår betydelige stordriftsfordeler basert på andre faktorer som tjenestetilbyderen kjenner til.

Tabell 6.2: Antall kjøretøy og kostnader. Sammenligning av løsningene der kun ettkammer benyttes, og der en kombinasjon benyttes.

	<b>Kun ettkammer</b>	<b>Kombinasjon</b>
Antall ettkammer	33	7
Antall tokammer		17
Totalt antall kjøretøy	33	24
Total kostnad	NOK 80 850 000	NOK 78 350 000
Besparelse		NOK 2 500 000

### 6.3 Justeringer av tjenestetilbud (hentefrekvens).

Ut fra analysen så langt, har vi en antakelse om at justering av hentefrekvens på enkelte avfallstyper vil kunne redusere behovet for kjøretøy. Hentefrekvensene må samtidig være praktiske, for eksempel at beholderne hos husholdningene har plass til det akkumulerte avfallet. Beholderne i Bergen kommune har standard dimensjoner, og de vanligste beholderne for husholdninger er 140L for rest- og papiravfall, mat er tiltenkt 60L beholdere, og plast samles i poser som er noe mindre (BIR, 2020c).

Tabell 6.3: Maksimalt antall kg per beholder. Tall hentet fra Norsk Gjenvinning (2015).

<b>Avfallstype</b>	<b>Vekt pr m<sup>3</sup></b>	<b>Beholder m<sup>3</sup></b>	<b>Maks avfall</b>
REST	125	0,14	17,5
MAT	125	0,07	8,75
PLAST	50	0,05	2,33
PAPIR	125	0,14	17,5

Med et utgangspunkt i at beholdertypene er lik for hver husholdning, vil hentefrekvensen ha en begrensning knyttet til maksimal avfallsmengde per beholder. Når vi kontrollerer dette opp mot forventet avfallsmengde per husstand per uke får vi følgende begrensning.

Tabell 6.4: Laveste hentefrekvens basert på beholderkapasitet

<b>Avfallstype</b>	<b>Maks avfall</b>	<b>Forventning per uke</b>	<b>Min. hentefrekvens</b>
REST	17,5	7,4	2 uker
MAT	8,8	0,7	13 uker
PLAST	2,3	0,3	9 uker
PAPIR	17,5	1,6	10 uker

Dette er med utgangspunkt i gjennomsnittlig vekt på avfallet per husstand og vekt pr m<sup>3</sup>, som i realiteten vil variere betydelig. Tallene viser likevel at beholderkapasitet trolig ikke er et problem annet enn dersom restavfall hentes annenhver uke eller sjeldnere. Minimums hentefrekvens som aksepteres av kundene er også relevant. Matavfall må minimum hentes annenhver uke for å ivareta miljø-, og helsemessige krav. Dersom hentefrekvensen for annet avfall er svært lav, vil det også oppstå problemer når husstander glemmer, eller ikke har anledning til å sette ut sine beholdere. De må da vente til neste innsamlingsvindu før beholderen blir tømt igjen. Det må derfor settes noen begrensninger knyttet til en absolutt minimums hentefrekvens ut fra slike skjønnsmessige vurderinger.

Innledningsvis ønsker vi å kontrollere hvordan modellen vurderer hentefrekvens primært basert på mengden avfall i hver sone, som vil gi en indikasjon på optimal frekvens. Vi lar *RPZ* være lik som før, og setter ruter per kjøretøy *RPV* til 8 for alle kamrene. Deretter fjerner vi alle begrensninger som knytter seg til hentefrekvenser, både minimum og maksimum, med unntak av matavfall som minimum må hentes annenhver uke. Resultatet vil trolig ikke fungere ved en konkret rutetildeling, men gir likevel en indikasjon på optimale hentefrekvenser.

### **Resultat uten rutebegrensning**

Som forventet oppnår modellen optimal løsning med flytende hentefrekvenser. Det er likevel noen tilnærmet stabile frekvenser. Restavfall hentes i 12 av modellens 13 uker med tildelt avfall. Mat- og papiravfall har med få unntak, innsamling i alternerende uker, mens plastavfall utsettes i stor grad til modellens siste uker (14 og 15). Det er altså en stor oppsamlet mengde plastavfall som må hentes de siste ukene av modellen, hvilket betyr at tildelt kapasitet reelt sett er for lav.

Siden hentefrekvensen skal passe inn i en generisk ruteplan er det viktig at dersom modellen ønsker å samle inn avfall annerledes enn opprinnelig hentefrekvens, må innsamling foregå i samme frekvens i hele perioden. De aktuelle alternativene må derfor kartlegges.



### Optimalt tjenestetilbud

Ut fra overnevnte resultat er det 12 ulike kombinasjoner av faste hentefrekvenser som kan gi laveste kostnad. Vi vet at tre ukers intervall ikke er aktuelt fordi dette vil føre til overlappende innsamling av ulike avfallstyper. Hentefrekvens for plast ser ut til å ha minst betydning siden denne mengden er minst, og plastinnsamling settes derfor som flytende. Dette reduserer antall nødvendige kjøringene til fire ulike sammensetninger av hentefrekvenser for de øvrige avfallstypene, og hentefrekvens for plast kan deretter etableres basert på dette.

Vi kjører modellen fire ganger med låst hentefrekvens på alle avfallstyper med unntak av plast, slik skissert under. Dette krever noe justering av *RPV* underveis siden hentefrekvenser påvirker mengden avfall per rute.

*Tabell 6.5: Mulige optimale hentefrekvenser. 1 er lik henting hver uke. Plastavfall er flytende.*

	<b>REST</b>	<b>MAT</b>	<b>PLAST</b>	<b>PAPIR</b>	<b>Kostnad</b>	
Alternativ 1	1	1	?	1	NOK	72 450 000
Alternativ 2	1	2	?	1	NOK	68 850 000
Alternativ 3	1	1	?	2	NOK	71 396 000
Alternativ 4	1	2	?	2	NOK	60 390 000

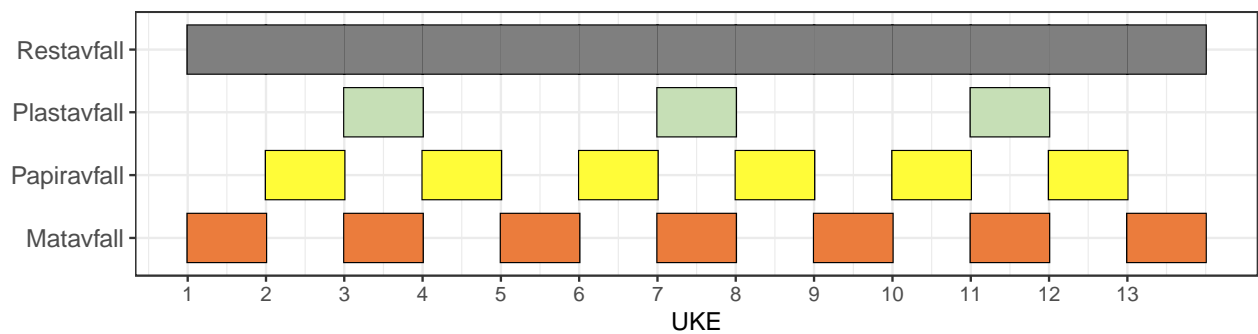
Best resultat oppnås ved innsamling av restavfall hver uke, og med mat- og papiravfall annenhver uke. Med dette som grunnlag, testes deretter ulike hentefrekvenser for plastavfall.

*Tabell 6.6: Mulige optimale hentefrekvenser. 1 er lik henting hver uke. T er tilgjengelighet.*

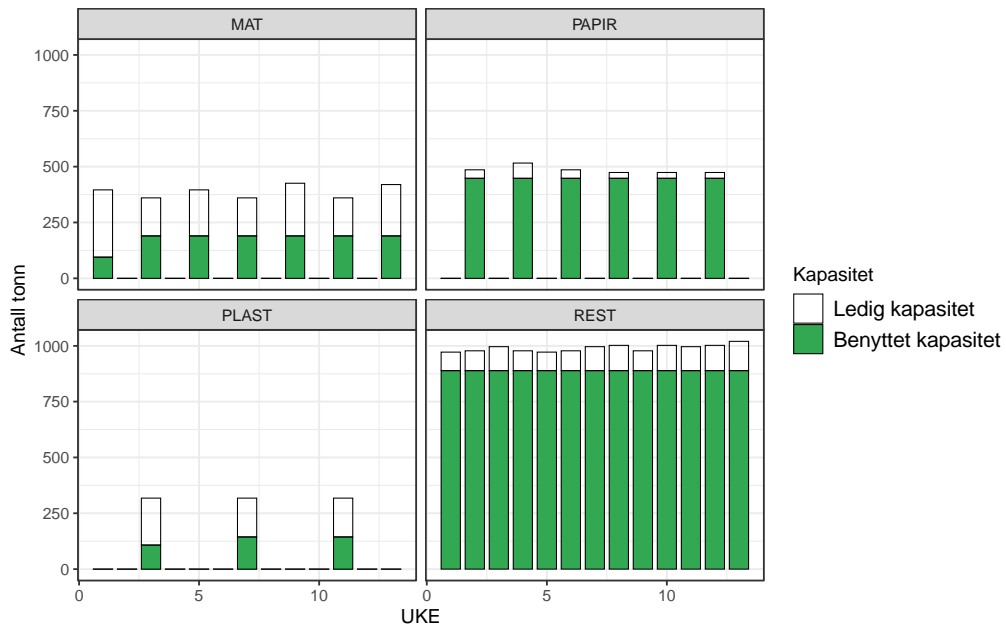
	<b>REST</b>	<b>MAT</b>	<b>PLAST</b>	<b>PAPIR</b>	<b>Kostnad</b>	<b>T</b>
Alternativ 1	1	2	2	2	NOK	68 850 000 28
Alternativ 2	1	2	4	2	NOK	68 850 000 48
Alternativ 3	1	2	6	2	NOK	68 850 000 54

Alle løsningene fører til samme kjøretøykombinasjon; 9 ettkammer og 13 tokammer. Myk begrensning inntreffer ikke, heller ikke når beløpet settes til NOK 0. Dette er fordi det er et gitt antall ruter som må håndteres. Modellen har ikke anledning til å redusere antall kjøretøy fordi den resterende flåten da ikke har anledning til å dekke over antallet ruter. Modellen unngår også vask i alle ukene.

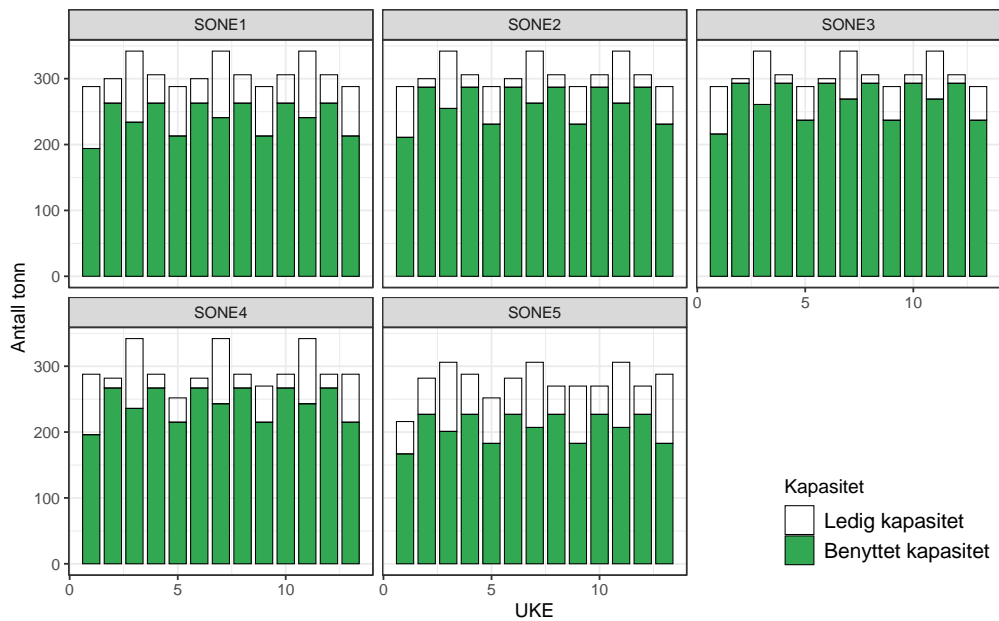
Forskjellen mellom 2, 4 og 6 ukers hentefrekvens på plastavfall er primært tilgjengelighet. Siden alle tre alternativene er godt innenfor påkrevd tilgjengelighet, er det faktorer som for eksempel drivstoffkostnader og krav fra kunder som kan være avgjørende. Eksempelvis kan det anses som enklere for kunden å forholde seg til et fire ukers intervall fremfor seks uker. Posen med plastavfall har mindre innhold per hentefrekvens, og det har mindre konsekvens dersom kunder ikke setter ut sitt plastavfall tidnok. Vi velger derfor å anse en fire ukers hentefrekvens på plastavfall som beste løsning. I denne løsningen er fire ettkammer kjøretøy og 22 tokammer kjøretøy tilgjengelig for vedlikehold i løpet av perioden.



Figur 6.8: Innsamlingsplan ved optimal løsning



Figur 6.9: Total kapasitet for kjørende biler, fremstilt etter uke og avfallstype, med justert tjenestetilbud.



Figur 6.10: Total kapasitet for kjørende biler, fremstilt etter uke og sone, med justert tjenestetilbud

## 6.4 Kontroll av løsning

For å videre undersøke om løsningen kan fungere må den kontrolleres gjennom konkret rutetildeling, med vurdering av sannsynlighet for tilstrekkelig kapasitet. Rutetildeling har vi gjort manuelt, og viser at det er tilstrekkelig med kjøretøy for å fysisk kjøre alle ruter. Løsningen må deretter kontrolleres opp mot historiske tall på avfallsmengder for hver rute. De sonene med gjennomsnittlig høyest antall tonn avfall per rute brukes som eksempel. I beregningen benytter vi eksempel på standardavvik på en rute, i henhold til eksempelet beskrevet i kapittel 5.2.

*Tabell 6.7: Sannsynlighet for at kapasiteten på kjøretøy er tilstrekkelig. Oppgitt standardavvik er eksempelet fra 5.2, justert for å stemme med hentefrekvensen. Antall tonn per rute er basert på historisk mengde, og  $P$  viser sannsynlighet for at ruten inneholder mer avfall enn kapasiteten på kamrene.*

<b>Historisk gjennomsnitt på ruten</b>			
Avfallstype	$\mu$	Sone	Antatt $\sigma$
REST	2,47	3	0,42
MAT	0,50	3	0,34
PLAST	0,37	4	0,44
PAPIR	1,19	3	0,32

<b>Sannsynlighet for underkapasitet</b>			
Stort kammer	$\mu$ pr økt	$\sigma$ pr økt	P
REST	4,93	0,59	0,04
MAT	2,01	0,68	0,00
PLAST	1,49	0,88	0,00
PAPIR	4,78	0,64	0,03

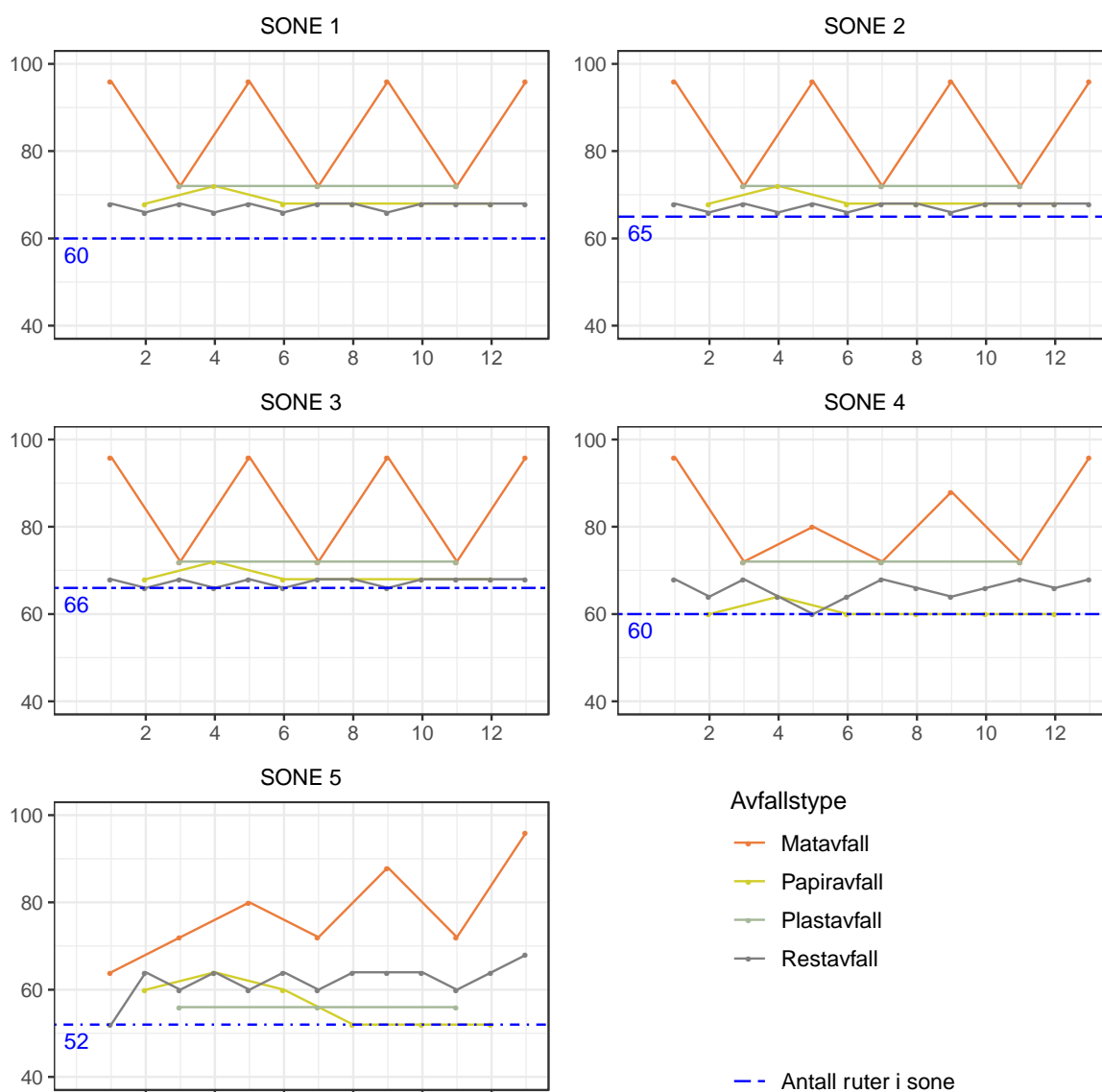
  

Lite kammer	$\mu$ pr økt	$\sigma$ pr økt	P
REST	2,47	0,42	0,10
MAT	2,01	0,68	0,07
PLAST	1,49	0,88	0,04
PAPIR	2,39	0,45	0,09

Ettkammer	$\mu$ pr økt	$\sigma$ pr økt	P
REST	4,93	0,59	0,04
MAT	2,01	0,68	0,00
PLAST	1,49	0,88	0,00
PAPIR	4,78	0,64	0,03

Vi kan kontrollere sannsynlighet for at kjøretøyet blir fullt før ruten er gjennomført,  $P$ . Sannsynligheten er høyest når de minste kamrene benyttes. I eksempelet har vi indikasjoner på at rutene vil være gjennomførbare i de aller fleste tilfeller, spesielt siden restavfall kun unntaksvis hentes med små kamre. Utfordringer vil derfor statistisk sett primært oppstå for mat- og papiravfall i små kamre. Sannsynligheten for at dette oppstår er også relativt liten (hhv. syv og ni prosent). I tillegg har modellen tildelt flere kjøretøy enn strengt nødvendig ved innsamling av disse avfallstypene, hvilket øker muligheten for koordinering mellom kjøretøy.  $P = 0$  oppstår der tidsbegrensningen inntreffer lenge før kapasitetsbegrensning.



Figur 6.11: Antall ruter som flåten kan håndtere med hensyn til tidsbegrensning, fordelt etter uke og sone.

Modellen tildeler flere biler enn nødvendig både med hensyn på avfallsmengde og antall ruter i de fleste tilfeller. Dette er fordi modellen kun ønsker å redusere antallet kjøretøy de gangene

kjøretøyet kan stå ubenyttet i hele uken, og kan derfor tilpasses basert på skjønn. Dette skjer spesielt ofte fordi enkelte ruter i sone 4 og sone 5 må tildeles ettkammer kjøretøy. De største svingningene oppstår i uke 3, 7 og 11 når plastavfall også må samles inn, i tillegg til mindre svingninger når kjøretøy gjøres tilgjengelig for vedlikehold<sup>20</sup>.

## 6.5 Volum

Som nevnt tidligere i oppgaven kan volum bli en begrensning på antallet ruter et kjøretøy kan håndtere. Med utgangspunkt i optimal løsning funnet i 6.4, beregner vi volum for hver av avfallstypene på hver rute, og beregner antall ruter hvert kjøretøy da i snitt kan håndtere.

*Tabell 6.8: Antall ruter per kjøretøy (RPV) med hensyn til vekt-, tid- og volumbegrensning. Antatt gjennomsnittlig vekt per kg og komprimeringsgrad.*

<b>Avfallstype / Kjøretøy</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
REST	4	4	2
MAT	8	8	8
PAPIR	8	8	8
PLAST	8	7	3

Vi ser at volum kun påvirker antall ruter ved innsamling av papiravfall med tokammer kjøretøy. Det store kammeret i tokammer kjøretøyene har et mindre volum sammenlignet med ettkammer kjøretøy, på grunn av komprimatorene. Ved å kjøre modellen på bakgrunn av dette får vi samme resultat som i 6.4. Tilgjengeligheten reduseres til fire ettkammer kjøretøy og 16 tokammer kjøretøy i løpet av perioden, og anses fremdeles som akseptabelt. Sannsynligheten for fulle kamre (P) blir i tillegg redusert fordi tre tonns kamrene som henter papir nå i gjennomsnitt kun håndterer tre ruter i stedet for fire. Volum har med andre ord ingen innvirkning på den overordnede løsningen i dette tilfellet, forutsatt at komprimeringsgraden vi har benyttet er riktig.

<sup>20</sup> Uke 1, 2, 4, 5, 6, 8, 10, 12 og 13.

## 6.6 Samlasting av papir- og plastavfall

Papir- og plastavfall er relativt ensformige avfallstyper. Så lenge ikke posene med plastavfall går i oppløsning under innsamling, komprimering eller transport kan det være mulig å benytte samme kammer til disse avfallstypene. Det er også mulig dersom man kan separere innholdet i etterkant. Dersom dette er tilfelle, vil det være interessant å undersøke hvilken innvirkning samlasting kan ha på optimal løsning.

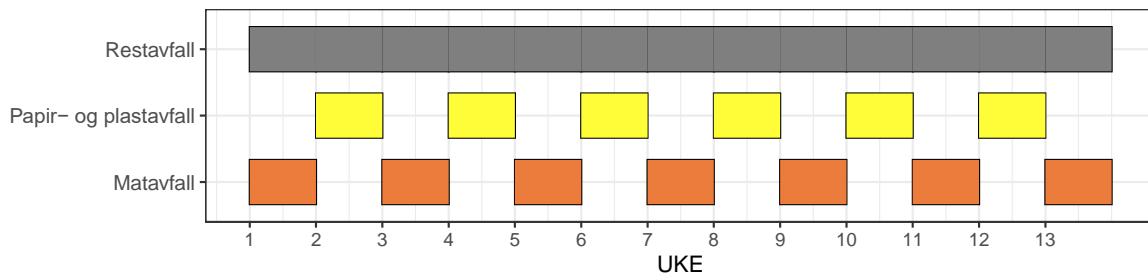
I datagrunnlaget slår vi sammen mengden papir- og plastavfall hver uke, og gjør nødvendige justeringer i modellen med tanke på ruter per kjøretøy *RPV* og ruter per sone *RPZ*. Først gjennomfører vi en innledende analyse uten rutebegrensning, og minimums hentefrekvens på fire uker for alle avfallstyper (igjen med unntak av matavfall). *RPV* tar hensyn til vekt, tid og volum i kjøringen.

Også her hentes restavfall hver uke. Noe flytende frekvens på mat og papir & plast, men en tydelig trend er at innsamlingen optimalt gjennomføres annenhver uke. Ved kontroll av aktuelle frekvenser oppnås følgende resultat.

*Tabell 6.9: Mulige optimale hentefrekvenser ved samlasting av papir- og plastavfall. 1 betyr henting hver uke.*

	<b>REST</b>	<b>MAT</b>	<b>P&amp;P</b>	<b>Kostnad</b>	
Alternativ 1	1	1	1	NOK	72 450 000
Alternativ 2	1	1	2	NOK	77 446 000
Alternativ 3	1	2	1	NOK	68 850 000
Alternativ 4	1	2	2	NOK	66 400 000

Beste resultat oppnås ved en hentefrekvens annenhver uke for mat-, papir- & plast-, og hver uke for restavfall. Antall kjøretøy er 8 ettkammer og 13 tokammer. Myk begrensning slår ikke inn selv ved verdi NOK 0, og løsningen krever ingen vask. Totalt i perioden vil to ettkammer-, og tolv tokammer kjøretøy være tilgjengelige for vedlikehold.



Figur 6.12: Innsamlingsplan ved optimal løsning, med samlasting papir- og plastavfall

Det kunne også vært aktuelt å hente papir annenhver uke og plast hver fjerde uke, kombinert med samlasting. Siden plast er av en så liten mengde, anses dette som uproporsjonalt komplisert å formulere i modellen sett opp mot eventuell gevinst, og kan i stedet vurderes etter at planen har blitt testet. Løsningen forutsetter at avfallet kan komprimeres selv om det samles inn i de samme kamrene. Dersom avfallet ikke kan komprimeres vil samlasting være svært lite hensiktsmessig.

## 6.7 Oppsummering

Ved bruk av et numerisk eksempel har vi forsøkt å vise hvordan modellen kan benyttes til støtte i strategiske og taktiske beslutningsprosesser.

Innledningsvis ser vi hvordan modellen avhenger av en hensiktsmessig soneinndeling, der en tilnærmet lik arbeidsbelastning, med hensyn til avfallsmengder og antall ruter, fører til et bedre resultat. En god fordeling danner også et bedre grunnlag for det taktiske nivået som skal planlegge, kontrollere og justere de konkrete ruteplanene. Selv om modellen kommer med en foreslått overordnet rutetildeling ser vi at denne ikke alltid er hensiktsmessig. Dette er fordi modellen ønsker å minimere vask og maksimere tilgjengelighet. Vi mener likevel at den overordnede løsningen danner det nødvendige grunnlaget for en konkret ruteplanlegging i etterkant.

Når en tjenestetilbyder skal vurdere hvilke kjøretøy de skal kjøpe, ser vi at modellen kan gi et klarere bilde av hvilke alternativ som vil være best for det aktuelle området. Eksempelet viser hvordan en kombinasjon av kjøretøytyper reduserer det totale behovet for kjøretøy, mens man samtidig ivaretar alle krav. Modellen gir også et bedre bilde av hvordan ulike hentefrekvenser påvirker driften, og finner kjøretøyflåten som er optimal for hver frekvenskombinasjon. Utfordringer kan oppstå dersom modellen har flere kjøretøy med to kamre, fordi



rutetildelingen kan bli umulig. Dette problemet oppstod ikke i vår analyse siden vi kun inkluderte én type tokammer kjøretøy.

Vi har også vist hvordan volum kan hensyntas, hvilket i vårt tilfelle ikke hadde betydning for den optimale løsningen. Ved å kombinere plast- og papiravfall var det også mulig å redusere antallet kjøretøy ytterligere.

Innledende soneinndeling resulterte i en løsning med 29 kjøretøy; Syv ettkammer og 22 tokammer. Kjøring etter forbedringer førte til 22 kjøretøy; Ni ettkammer og 13 tokammer, og 21 kjøretøy; Åtte ettkammer og 13 tokammer ved samlastning av papir og plast.

### **Validitet av resultatene for BIR**

BIR bruker ettkammer kjøretøy til å samle inn restavfall i dag, og dette ble også testet i 6.2. Selv om datagrunnlaget er mangelfullt, tildeler optimal løsning ruter til et tilsvarende antall kjøretøy som BIR i dag bruker til å samle inn restavfall. Dette kan ha flere årsaker:

- 1) *Avfallsmengden vi har benyttet stemmer med det BIR benytter for å planlegge kapasitet,*
- 2) *BIR planlegger med en større overkapasitet enn det vi har tatt høyde for,*
- 3) *det høyeste antallet ruter i en sone er tilnærmet likt det BIR opererer med i dag, eller*
- 4) *det er helt tilfeldig*

Siden eksempelet er basert på de overordnede tallene på avfallsmengder i Bergen kommune, og vi oppnår et tilsvarende resultat som dagens løsning i 6.2, indikerer dette at deler av resultatet fra eksempelet kan ha en overføringsverdi til BIR. Siden vi ikke vet årsaken til at resultatene blir like, kan vi likevel ikke komme med anbefalinger til BIRs drift av tjenesten før datagrunnlaget blir kvalitetssikret.

## 7. Konklusjon

Formålet med oppgaven har vært å lage en matematisk optimeringsmodell som kan støtte aktører innen avfallsinnsamling i taktiske og strategiske beslutninger. Verktøyet skal kunne benyttes til beslutninger om kapasitet og sammensetning av kjøretøysflåte, og vise hvordan man effektivt kan utarbeide en overordnet henteplan for ulike avfallstyper. Verktøyet ble formulert som en MILP-modell som minimerer kostnader med hensyn til tildeling av ulike typer kjøretøy, under forutsetning av at gjeldende bestemmelser og krav er ivarettatt.

Som et numerisk eksempel ble grunnlagsdata fra SSB, BIR og Bergen kommune benyttet for å synliggjøre modellens funksjonalitet. Datagrunnlaget var mangelfullt, og kan derfor ikke karakteriseres som en case-studie.

Modellen ble formulert i programvaren AMPL og vi brukte løseren CPLEX versjon 12.9.0.0. Datagrunnlaget ble utarbeidet ved bruk av Excel og makroer for å få riktig format, og output ble analysert ved bruk av Excel og R.

Ut fra resultatene fra det numeriske eksempelet mener vi at verktøyet kan benyttes i taktiske og strategiske beslutningsprosesser, slik det er tiltenkt. I analysen oppnådde vi bedre resultat ved forbedret soneinndeling, flåtesammensetning og hentefrekvenser. Volum viste seg også mulig å inkludere som begrensning, og modellen ble også brukt til å teste kombinerings av avfallstyper.

Metoden for kartlegging av ruter er tungt avhengig av at den ukentlige produksjonen av avfall i rutene er normalfordelt og tilnærmet uavhengige mellom ukene. Det er også en forutsetning at avfallet som produseres i sonene er normalfordelt. Hvis den første antakelsen stemmer, vil den andre trolig også gjøre det. Siden det er sesongvariasjon i produksjonen vil det trolig være en viss korrelasjon mellom rutene, men dette er i utgangspunktet et problem av mindre betydning.

Verktøyet kunne sørge for at behovet for vask ble lavt, men fordelingen av kjøretøy fra uke til uke ble noe uhensiktsmessig. Man må derfor vurdere merkostnaden som kan oppstå ved modellens valgte kjøretøytildeling, sammenlignet med det som vil gi best kapasitetsutnyttelse etc. Dette har likevel ingen innvirkning på antallet kjøretøy som modellen anser som best på overordnet nivå. Tillegg av begrensning basert på volum hadde heller ingen innvirkning på denne løsningen.

Det er ikke garantert at modellens løsning blir praktisk gjennomførbar, og må derfor kontrolleres i etterkant. I vårt tilfelle oppsto ikke dette problemet blant annet fordi det kun var én kjøretøytype med to kamre. Uavhengig av dette vil en løsning likevel kunne gi en indikasjon på hvordan tjenesten konseptuelt kan utformes for å oppnå lave kostnader, selv om problemet oppstår.

Vår metode for å ta hensyn til kapasitetsbehov på flere nivåer (rute og sone) er en lite utbredt tilnærming, med en potensiell overføringsverdi til andre fagområder som driver innsamling og utlevering under usikkerhet. Mest nærliggende er tankbiler og militær etterforsyning, men også hjemmesykepleien og andre tjenester som tradisjonelt driver push-logistikk under usikkerhet.

## 7.1 Forslag til videre forskning

Som nevnt i introduksjonen har teknologisk utvikling en stor innvirkning på renovasjonsbransjen. Nye digitale verktøy og stadig økende tilgang på data kan føre til store endringer i hvordan tjenesten optimalt kan utføres. Bruk av GPS, AI og automatisering av rutekartleggingsprosessen anser vi som mulig å benytte tilnærmet direkte i modellen slik den er formulert. Kombinert med detaljert historikk på produksjon av avfall vil dette kunne forbedre modellen, og danne et bedre grunnlag for optimering av rutetildelingen i etterkant. Dette vil være interessant å utforske nærmere.

En annen nyvinning er smarte avfallsbeholdere. Funksjonen til enkelte av denne typen beholdere er evnen til å melde nivå på innholdet, som åpner for nye konseptuelle tilnærminger for drift av renovasjonstjenesten som helhet. Det mest nærliggende er å dreie tjenestens taktiske og operasjonelle planverk fra et push- til et pull-basert system, med alle implikasjoner dette kan ha. Vi mener at smarte beholdere kan inkorporeres i modellen som er utviklet i denne oppgaven, men at dette vil kreve et skift av fokus fra statiske innhentingsfrekvenser og rutetildeling, til en mer dynamisk form for planlegging. Vi har underveis i arbeidet med denne oppgaven diskutert flere mulige tilnærminger til dette, og ser et stort mulighetsrom. Samtidig ser vi faren for at innføring av denne typen beholdere hos private husholdninger per i dag kan innebære kostnader som ikke kan rettferdiggjøre fordelene (innkjøp, drift av systemet og vedlikehold), og at prosessering av informasjonen vil kreve kompetanseheving hos brukeren. Det blir derfor spennende å følge med i denne utviklingen videre.

### **Anbefaling til BIR**

Vår klare anbefaling til BIR er å teste modellen ved bruk av historisk data. Innsamling av data er allerede mulig med dagens løsninger, herunder RFID og detaljert oversikt over kunders plassering. Denne dataen kan systematiseres for å lage ruter basert på hvor mye avfall som produseres, og kombinert med GPS data for å beregne tidsbruk, kan modellen kjøres på et bedre grunnlag. Vi tror at vår tilnærming til ruteinndeling, det vil si ruter som kan håndteres av alle typer kjøretøy og alle avfallstyper, vil gi gevinst fordi alle kjøretøy da kan benyttes overalt.

Det er tydelig at modellen foretrekker kjøretøy med to kamre dersom det er anledning til å kombinere alle avfallstyper. Innleveringspunktene som BIR opererer med i dag reduserer dette mulighetsrommet, siden tokammer kjøretøy da kun kan brukes til noen få kombinasjoner av avfall. Sammen med god data, kan modellen vurdere hvordan interimløsninger kan påvirke planen, som deretter kan sammenlignes med kostnaden for en slik løsning.

## Litteraturliste

Alumur, S. & Kara, B. Y. (2007). A new model for the hazardous waste location-routing problem. *Computers & operations research*, 34.

Anupindi, R., Sundil, C., Sudhaker, D. D., Van Mieghem, J. A. & Zemel, E. (2014). *Managing Business Process Flows*. England: Pearson.

Apaydin, O. & Gonullu, M. T. (2007). Route optimization for solid waste collection: Trabzon(Turkey) case study. *Global NEST Journal*, 9.

Belfiore, P. & Yoshizaki, H. T. Y. (2013). Heuristic methods for the fleet size and mix vehicle routing problem with time windows and split deliveries. *Computers & Industrial Engineering*, 64.

BergenKommune. (2016). Grønn Strategi: Klima- og energihandlingsplan for Bergen. Hentet 13.03.2020 fra <https://www.venstre.no/assets/Gr%C3%B8nn-Strategi-Klima-og-energi-handlingsplan-for-Bergen.pdf>

BIR. (2016a). Avfalls- og ressursstrategi 2016-2020. Hentet 12.03.2020. fra [https://bir.no/media/1162/avfallsplan\\_skjerm.pdf](https://bir.no/media/1162/avfallsplan_skjerm.pdf)

BIR. (2016b). Årsrapport. Hentet 15.01.2020 fra [https://bir.no/media/1191/aarsrapporten\\_2016\\_-1.pdf](https://bir.no/media/1191/aarsrapporten_2016_-1.pdf)

BIR. (2017). Årsrapport. Hentet 15.01.2020 fra <https://bir.no/media/1573/aarsrapporten-2017.pdf>

BIR. (2018). Årsrapport. Hentet 15.01.2020 fra [https://bir.no/media/10412/aarsrapport\\_2018.pdf](https://bir.no/media/10412/aarsrapport_2018.pdf)

BIR. (2020a). Bossnett i Bergen sentrum. Hentet 02.05.2020 fra <https://bir.no/ny-avfallsloesning/bossnett-i-bergen-sentrum/>

BIR. (2020b). Dette er BIR - Om konsernet. Hentet 07.03.2020 fra <https://bir.no/om-bir/om-konsernet/>

BIR. (2020c). Kundetjenester. Hentet 06.05.2020 fra <https://bir.no/kundetjenester/>

- Bjørnerud, S., Syversen, F. & Dalen, A. (2019). Avfallsmengder frem mot 2035. [https://s3-eu-west-1.amazonaws.com/avfall-norge-no/dokumenter/Avfallsmengder-frem-mot-2035\\_AN-7-2019.pdf?mtime=20200401153242](https://s3-eu-west-1.amazonaws.com/avfall-norge-no/dokumenter/Avfallsmengder-frem-mot-2035_AN-7-2019.pdf?mtime=20200401153242): Avfall Norge.
- Buhrkal, K., Larsen, A. & Ropke, S. (2012). The waste collection vehicle routing problem with time windows in a city logistics context. *Social and behavioral sciences*, 39.
- Cheng, S., Chan, C. W. & G.H., H. (2003). An integrated multi-criteria decision analysis and inexact mixed integer linear programming approach for solid waste management. *Engineering applications of artificial intelligence*, 16.
- Christofides, N. & Beasley, J. E. (1982). A tree search algorithm for the p-median problem. *European Journal of Operational Research*, 10.
- Dantzig, G. B. & Ramser, J. H. (1959). The truck dispatching problem. *Management science*, 6.
- De Brucker, P., Beliën, J., De boeck, L., De Jaeger, S. & Demeulemeester, E. (2018). A model enhancement approach for optimizing the integrated shift scheduling and vehicle routing problem in waste collection. *European journal of operational research*, 266.
- Dell'Amico, M., Monaci, M., Pagani, C. & Vigo, D. (2007). Heuristic Approaches for the Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Transportation Science*, 41.
- Doğan, K. & Süleyman, S. (2003). Cost and financing of municipal solid waste collection services in Istanbul. *Waste management & research*, 21.
- Eggen, E. S. (2018). Kostnader ved utsortering av husholdningsavfall. <https://s3-eu-west-1.amazonaws.com/avfall-norge-no/dokumenter/Avfall-Norge-rapport-5-2018-Kostnader-ved-utsortering-av-husholdningsavfall.pdf?mtime=20190223180858>: Avfall Norge.
- Forurensningsloven, Lov om vern mot forurensninger og om avfall (LOV-1981-03-13-6) Hentet fra [https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1981-03-13-6/KAPITTEL\\_5#%C2%A730](https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1981-03-13-6/KAPITTEL_5#%C2%A730) C.F.R. (1983).
- Fourer, R. & Gay, D. M. (2003). *Numerical Issues and Influences in the Design of Algebraic Modeling Languages for Optimization*. Paper presentert på Conference on Numerical Analysis, Dundee, Scotland.

Garibay-Rodriguez, J., Laguna-Martinez, M. G., Rico-Ramirez, V. & Botello-Alvarez, J. E. (2018). Optimal municipal solid waste recovery and management: A mathematical programming approach. *Computers and chemical engineering*, 119.

Ghiani, G., Guerrieri, A., Manni, A. & Manni, E. (2015). Estimating travel and service times for automated route planning and service certification in municipal waste management. *Waste Management*, 46.

Ghiani, G., Lagana, D., Manni, E., Musmanno, R. & Vigo, D. (2014). Operations research in solid waste management: A survey of strategic and tactical issues. *Computers & operations research*, 44.

Greco, G., Allegrini, M., Del Lungo, C., Savellini, P. & Gabellini, L. (2015). Drivers of solid waste collection costs. Empirical evidence from Italy. *Journal of cleaner production*, 106.

Harr, S. (2018). Bossnettet i Bergen hevder seg i verdenstoppen. Hentet 08.03.2020 fra <https://www.kommunalteknikk.no/?id=6166133&cat=40825>

Henke, T., Grazia Speranza, M. & Wascher, G. (2015). The multi-compartment vehicle routing problem with flexible compartment sizes. *European journal of operations research*, 246.

Hong, S. (1999). The effects of unit pricing system upon household solid waste management: The Korean experience. *Journal of environmental management*, 57.

Huang, G. H., Baetz, B. W. & Patry, G. G. (1995). Grey integer programming: An application to waste management planning under uncertainty. *European journal of operations research*, 83.

INFORMS. (2020). What is O.R.? Hentet 13.03.2020 fra <https://www.informs.org/Explore/What-is-O.R.-Analytics/What-is-O.R.>

Lan Vu, H., Tsun Wai Ng, K., Fallah, B., Richter, A. & Kabir, G. (2020). Interactions of residential waste composition and collection truck compartment design on GIS route optimization. *Waste management*, 102.

Li, Y. P. & Huang, G. H. (2006). An inexact two-stage mixed integer linear programming method for solid waste management in the city of Regina. *Journal of environmental management*, 81.

Loodtz, A. (2019). Befolkning. Hentet 13.03.2020 fra <https://www.bergen.kommune.no/omkommunen/fakta-om-bergen/befolkning/befolkning>

- Markov, I., Bierlaire, M., Cordeau, J. & Maknoon, Y. (2020). Waste collection inventory routing with non-stationary stochastic demands. *Computers and Operations research*, 113.
- Mauland, M. (2019). En smart søppeldunk. *Trondheim 2030*. Hentet fra <https://trondheim2030.no/2019/02/26/en-smart-soppeldunk/>
- Miljøverndepartementet. (2013). Fra avfall til ressurs - Avfallsstrategi. Hentet 13.02.2020 fra [https://www.regjeringen.no/contentassets/27128ced39e74b0ba1213a09522de084/t-1531\\_web.pdf](https://www.regjeringen.no/contentassets/27128ced39e74b0ba1213a09522de084/t-1531_web.pdf)
- Muyldermans, L. & Pang, G. (2010). On the benefits of co-collection: Experiments with a multi-compartment vehicle routing problem. *European journal of operational research*, 206.
- NorskGjenvinning. (2015). Vekt- og voluminformasjon. Hentet 01.03.2020 fra <https://www.norskgjenvinning.no/tjenester/avfallstyper/volum-og-vektinformasjon/>
- Nowakowski, P., Szwarc, K. & Boryczka, U. (2020). Combining an artificial intelligence algorithm and a novel vehicle for sustainable e-waste collection. *Science of The Total Environment*, 730.
- Phuc Than, N., Matsui, Y. & Fujiwara, T. (2010). Household solid waste generation and characteristics in a Mekong Delta city, Vietnam. *Journal of environmental management*, 91.
- Purohit, S. & Bothale, V. (2011). *RFID based solid waste collection process*. Paper presentert på Recent Advances in Intelligent Computational Systems.
- Ramdhani, M. N., Baihaqi, I. & Siswanto, N. (2018). Optimization of municipal waste collection scheduling and routing using vehicle assignment problem(case study of Surabaya city waste collection). *IOP Conference series: Material science and engineering*.
- Renovasjonsetaten. (2019). Avfallsanalyse 2019. <https://www.oslo.kommune.no/getfile.php/13352467-1575467207/Tjenester%20og%20tilbud/Avfall%20og%20gjenvinning/Avfallsanalysen/Avfallsanalyse%202019.pdf>: Oslo Kommune.
- Saunders, M., Lewis, P. & Thornhill, A. (2009). *Research methods for business students* (5 utg.): Pearson Education.
- Shaw, P. (1998). *Using constraint programming and local search methods to solve vehicle routing problems*. Paper presentert på Principles and practice of constraint programming - CP98, Pisa.



- Sirkula. (2018). Elektronisk merking av avfallsbeholdere. Hentet 13.05.2020 fra <https://www.sirkula.no/nyheter/ny-merking-av-avfallsbeholdere/>
- SNL. (2018). Renovasjon. I *Store Norske Leksikon*. Hentet 15.04.2020 fra <https://snl.no/renovasjon>
- Solomon, M. M. (1987). Algorithms for the Vehicle Routing and Scheduling Problems with Time Window Constraints. *Operations Research*, 35.
- Sols, A. (2017). *Integrated logistics support*. Amazon's CreateSpace Publishing Platform: Alberto Sols.
- SSB. (2018a). Avfall frå hushalda. fra Statistisk sentralbyrå <https://www.ssb.no/natur-og-miljo/statistikker/avfkomm>
- SSB. (2018b). Foreløpige tall for antall sysselsatte etter næring. fra Statistisk sentralbyrå <https://www.ssb.no/statbank/table/12817/tableViewLayout1/>
- SSB. (2019). Avfallsregnskapet. fra Statistisk sentralbyrå <https://www.ssb.no/avfregno>
- SSB. (2020a). Avfall frå hushalda. fra Statistisk sentralbyrå <https://www.ssb.no/natur-og-miljo/statistikker/avfkomm>
- SSB. (2020b). Familier og husholdninger. fra Statistisk Sentralbyrå <https://www.ssb.no/familie/>
- Sulemana, A., Donkor, E. A., Forkuo, E. K. & Oduro-Kwarteng, S. (2018). Optimal routing of solid waste collection trucks: A review of methods. *Hindawi Journal of engineering*, 2018.
- Tajani, A. & Pavlova, L. (2018). Directive (EU) 2018/851 of the European Parliament and of the council of 30 may 2018. *Official journal of the European Union*, 150.
- Tung, D. V. & Pinnoi, A. (2000). Vehicle routing scheduling for waste collection in Hanoi. *European journal of operations research*, 125.
- Vecchi, T. P. B., Surco, D. F., Constantion, A. A., Steiner, M. T. A., Jorge, L. M. M., Ravagnani, M. A. S. S. & Paraíso, P. R. (2016). A sequential approach for the optimization of truck routes for solid waste collection. *Process Safety and Environmental Protection*, 102.

Vegvesen. (2020). Veglister for fylkes- og kommunale veger. Hentet 15.04.2020 fra <https://www.vegvesen.no/kjoretoy/yrkestransport/veglister-og-dispensasjoner/fylkes-og-kommunale-veger>

Vestreng, T. (2018). Smarte avfallsbeholdere i Stensparken. *Dagsavisen*. Hentet fra <https://www.dagsavisen.no/oslo/smar-te-avfallsbeholdere-i-stensparken-1.1136358>

Wallace, S. (2005). *Decision making under uncertainty: The art of modeling*. Norway: Norwegian School of Economics.

Wilsgaard, S. (2018). Europa har fått nye avfallsdirektiv. Hentet 19.04.2020 fra <https://www.avfallnorge.no/bransjen/nyheter/europa-har-f%C3%A5tt-nye-avfallsdirektiv>

Winnix. (2020). RFID avfallsbeholdere. Hentet 29.03.2020 fra <https://www.winnix.net/no/solut/RFID-Waste-Bin-Management.htm>

Wolsey, L. A. (1998). *Integer programming*. Canada: John Wiley & Sons.

## Vedlegg

### Vedlegg 1: Modellformulering

#### Minimering av kostnader

$$(4.1) \quad \text{Min} \sum_{v \in V} X_v \cdot CV_v + \sum_{a \in A} \sum_{i \in I} \sum_{t \in T} OT_{ait} \cdot C^{OT} + \sum_{a \in A} \sum_{t \in T} X_{at}^W \cdot C^W \cdot \frac{52}{|T| - 2}$$

$$(4.2) \quad \sum_{v \in V} X_{vait}^V \cdot Q_v \cdot E + OT_{ait} \geq H_{ait} \quad \forall a \in A, \forall i \in I, \forall t \in T$$

$$(4.3) \quad R_{ait} = D_{a,i,t-1} + R_{a,i,t-1} - H_{a,i,t-1} \quad \forall a \in A, \forall i \in I, \forall t \in T: t > 1$$

$$(4.4) \quad R_{ait} = 0 \quad \forall a \in A, \forall i \in I, t = 1$$

$$(4.5) \quad D_{ait} + R_{ait} - H_{ait} \leq 0 \quad \forall a \in A, \forall i \in I, t = |T|$$

$$(4.6) \quad M_1 \cdot P_{ait} \geq H_{ait} \quad \forall a \in A, \forall i \in I, \forall t \in T$$

$$(4.7) \quad M_2 \cdot P_{ait} \geq \sum_{v \in V} X_{vait}^V \quad \forall a \in A, \forall i \in I, \forall t \in T$$

$$(4.8) \quad M_3 \cdot (1 - P_{ait}) \geq R_{a,i,t+1} \quad \forall a \in A, \forall i \in I, \forall t \in T$$

$$(4.9) \quad K_{ait} = \sum_{v \in V} X_{vait}^V \cdot Q_v \cdot E \quad \forall a \in A, \forall i \in I, \forall t \in T$$

$$(4.10) \quad X_v \geq \sum_{a \in A} X_{vait}^V \quad \forall v \in V, \forall a \in A, \forall i \in I, \forall t \in T$$

$$(4.11) \quad \sum_{v \in V} X_{vait}^V \cdot RPV_{vai} \geq RPZ_i \cdot P_{ait} \quad \forall a \in A, \forall i \in I, \forall t \in T$$

$$(4.12) \quad F_{vait} \leq X_{vait}^V \cdot RPV_{vai} \quad \forall a \in A, \forall i \in I, \forall t \in T$$

$$(4.13) \quad \sum_{v \in V} F_{vait} \geq RPZ_i \cdot P_{ait} \quad \forall a \in A, \forall i \in I, \forall t \in T$$

$$(4.14) \quad F_{v=u,a,i,t} \geq L_i \cdot P_{ait} \quad \forall a \in A, \forall i \in I, \forall t \in T$$

$$(4.15) \quad \sum_{a \in A} X_{v=y,a,i,t}^V = \sum_{a \in A} X_{v=u,a,i,t}^V \quad \forall a \in A, \forall i \in I, \forall t \in T$$

$$(4.16) \quad X_{v=u,a,i,t}^V \leq X_{it}^S - X_{v=y,a,i,t}^V \quad \forall a \in A, \forall i \in I, \forall t \in T$$

$$(4.17) \quad \sum_{a \in A} X_{vait}^V = X_{it}^S \quad \forall i \in I, \forall t \in T, v = y$$

$$\begin{aligned}
(4.18) \quad & X_{v,a,i,t}^W - X_{v,a,i-1,t}^W \leq W_{vait} && \forall v \in V, \forall a \in A, \forall i \in I: i \neq 1, \forall t \in T \\
(4.19) \quad & \sum_{v \in V} \sum_{i \in I} W_{vait} \leq X_{at}^W && \forall a \in A: a \neq REST, \forall t \in T \\
(4.20) \quad & P_{ait} = 1 && t \in T: t \leq |T| - 2, a = n, \forall i \in I \\
& P_{ait} + P_{a,i,t+1} \geq 1 && t \in T: t \leq |T| - 3, a = n, \forall i \in I \\
& P_{ait} + P_{a,i,t+1} + \dots + P_{a,i,t+g-1} \geq 1 && t \in T: t \leq |T| - 1 - g, a = n, \forall i \in I \\
(4.21) \quad & X_v - \sum_{a \in A} X_{vait}^V = X_{vit}^A && \forall v \in V, \forall i \in I, \forall t \in T \\
(4.22) \quad & X_{vt}^M \leq X_{vit}^A && v \in V, i \in I, \forall t \in T \\
(4.23) \quad & \sum_{t \in T: t \leq |T| - 2} X_{vt}^M \cdot S \cdot \frac{52}{|T| - 2} \geq X_v && v \in V \\
(4.24) \quad & X_v, X_{vait}^V, X_{vit}^A, X_{vt}^M, X_{at}^W, X_{it}^S, F_{vait}, && \forall v \in V, \forall a \in A, \forall i \in I, \forall t \in T \\
& H_{ait}, R_{ait}, K_{ait}, OT_{ait}, W_{vait} \geq 0 &&
\end{aligned}$$

### Maksimering av tilgjengelighet

$$(4.25) \quad \text{Maks} \sum_{v \in V} \sum_{t \in T: t \leq |T| - 2} X_{vt}^M$$

Maksimering av tilgjengelighet krever tillegg av begrensninger som låser totalt antall kjøretøy  $X_v$ , antall tonn knyttet til overtid  $OT_{ait}$ , antall kamre som vaskes  $X_{at}^W$ , samt total kostnad i henhold til løsning fra steg 1. Alt annet likt.

## Vedlegg 2: Kartlegging av numerisk eksempel

Under har vi beskrevet vår metode for kartlegging av input for avfall.

### Steg 1: Tonn per innbygger per år.

- 1) Kartlegg antall innbyggere i hver bydel.
- 2) Fordel disse på sone 1-5.
- 3) Fjern kundene som allerede er tilknyttet bossnett (siden disse ikke er med i datagrunnlaget). 7000 husstander / 11852 kunder, med tilhørende avfallsmengde.
- 4) Kartlegg kunder for matavfall ved å fjerne de som er reservert.
- 5) Fordel tonn per innbygger per år for alle avfallstyper

### Steg 2: Tonn per sone per uke.

- 6) Fjern innbyggerne og avfallsmengden tilhørende fremtidige kunder av bossnett. Totalt 15000 husstander / 25419 kunder.
- 7) Tildel en gitt forventet mengde matavfall per år til hver kunde som ikke er reservert, og fjern tilsvarende mengde restavfall.
- 8) Fordel mengden avfall per sone likt over 52 uker for å ha et ukentlig gjennomsnitt.
- 9) Tillegg hver avfallsmengde per uke et påslag for å oppnå et ønsket prediksjonsintervall for ukentlig avfallsmengde per sone, henholdsvis +20% for restavfall og +25% for øvrige avfallstyper.

### Steg 3: Ruter.

- 10) Benytt forventet avfallsmengde per innbygger per år og fordel på 52 uker.
- 11) Del innbyggerne inn i husstander basert på gjennomsnittlig antall per husstand per sone
- 12) Tildel hver husstand en avfallsmengde basert på antall beboere
- 13) Beregn forventet avfallsmengde per husstand per hentefrekvens
- 14) Beregn antall husstander modellens minste kammer kan håndtere per hentefrekvens, basert på ønsket prediksjonsintervall (+22% av forventning).
- 15) Del totalt antall husstander per sone på gjennomsnittlig antall husstander per rute, og finn antallet nødvendige ruter for hver avfallstype.
- 16) Velg avfallstypen som har et største behovet for ruter per sone (restavfall)

### Steg 4: Ruter per kjøretøy.

- 1) Lag vekting (%), antall tonn avfall som produseres per tonn restavfall. Dette gjøres for alle avfallstyper.
- 2) Beregn antall ruter som kan håndteres av alle typer kjøretøy og kamre for alle avfallstyper.
- 3) Sett tak på maksimalt antall ruter per kjøretøy basert på tidsbegrensing. Antatt 4 ruter som gjennomsnittlig begrensning grunnet tidsbruk. Dette vil variere mellom områder i sonen, men modellen trenger kun ett tall per kammertype per sone. Dette forenkles til ett tall per kammertype.

### Vedlegg 3: Input benyttet i modellen (optimal løsning 6.3)

Datamaskin som er benyttet i kjøringen har følgende spesifikasjoner:

*Quad-core 6th generation Intel Core i7*

*8 GB RAM*

*128 GB SSD*

*1 TB HDD*

Tekniske data for løsning av problemet uten gitt hentefrekvens (mest tidkrevende):

*Root node processing (before b&c):*

*Real time = 3.00 sec. (2059.42 ticks)*

*Parallel b&c, 4 threads:*

*Real time = 571.17 sec. (457786.51 ticks)*

*Sync time (average) = 14.79 sec.*

*Wait time (average) = 0.01 sec.*

*Total (root+branch&cut) = 574.17 sec. (459845.93 ticks)*

Teknisk data for løsning av problemet med undernevnt input:

*Root node processing (before b&c):*

*Real time = 1.27 sec. (942.65 ticks)*

*Parallel b&c, 4 threads:*

*Real time = 3.88 sec. (2855.26 ticks)*

*Sync time (average) = 0.43 sec.*

*Wait time (average) = 0.00 sec.*

*-----*  
*Total (root+branch&cut) = 5.14 sec. (3797.91 ticks)*

$I = \{SONE\ 1, SONE\ 2, SONE\ 3, SONE\ 4, SONE\ 5\}$

$A = \{REST, MAT, PLAST, PAPIR\}$

$V = \{kj\ddot{o}ret\ddot{o}ytype\ 1, kj\ddot{o}ret\ddot{o}ytype\ 2, kj\ddot{o}ret\ddot{o}ytype\ 3, kj\ddot{o}ret\ddot{o}ytype\ 4\}$

$T = UKE = \{1, 2, \dots, 15\}$

	SONE 1	SONE 2	SONE 3	SONE 4	SONE 5
Antall ruter i sone ( $RPZ_i$ )	60	65	66	60	52
Antall ruter med begrenset fremkommelighet ( $L_i$ )	0	0	0	15	15

	Kj\ddot{o}ret\ddot{o}ytype 1	Kj\ddot{o}ret\ddot{o}ytype 3	Kj\ddot{o}ret\ddot{o}ytype 4
Kapasitet i tonn ( $Q_v$ )	6	6	3
Kostnad i millioner kr ( $CV_v$ )	2,45	1,8	1,8

$RPV_{vai}$	Kjøretøytype 1	Kjøretøytype 2	Kjøretøytype 3	Kjøretøytype 4
REST	4	0	4	2
MAT	8	0	8	8
PLAST	8	0	8	8
PAPIR	8	0	8	4

$C^{OT} = 0$  Verdien har i dette tilfellet ingen innvirkning på løsningen

$C^W = 0,002$

$S = 1$

$E = 2$

$D_{ait}$	REST	MAT	PLAST	PAPIR
SONE 1	175	19	7	44
SONE 2	191	20	8	48
SONE 3	195	21	8	49
SONE 4	177	19	7	45
SONE 5	151	16	6	38

Dette er verdiene for alle ukene, med unntak av uke 14 og 15 som er lik 0.

$M_1 = 400$

$M_2 = 100$

$M_3 = 300$

Hentefrekvens	REST	MAT	PLAST	PAPIR
Uke/uker	1	2	4	2

## Vedlegg 4: Output fra modellen

Resultatene er fra første steg i modellen (uten maksimering av tilgjengelighet)

$X_v$	Kjøretøytype 1	Kjøretøytype 3	Kjøretøytype 4
Antall	9	13	13

Verdi objektfunksjonen = Totale kostnader = 68,850

$X_{at}^W$ = Antall kjøretøy som vaskes for bruk av avfallstype $a$ ved tid $t$				
UKE	MAT	PAPIR	PLAST	REST
1	0	0	0	0
2	0	0	0	0
3	0	0	0	0
4	0	0	0	0
5	0	0	0	0
6	0	0	0	0
7	0	0	0	0
8	0	0	0	0
9	0	0	0	0
10	0	0	0	0
11	0	0	0	0
12	0	0	0	0
13	0	0	0	0
14	0	0	0	0
15	0	0	0	0

$H_{ait}$ = Hentet avfall av type $a$ i sone $i$ ved tid $t$ (tonn)						
UKE	SONE 1	SONE 2	SONE 3	SONE 4	SONE 5	AVFALLSTYPE
1	19	20	21	19	16	MAT
2	0	0	0	0	0	MAT
3	38	40	42	38	32	MAT
4	0	0	0	0	0	MAT
5	38	40	42	38	32	MAT
6	0	0	0	0	0	MAT
7	38	40	42	38	32	MAT
8	0	0	0	0	0	MAT
9	38	40	42	38	32	MAT
10	0	0	0	0	0	MAT
11	38	40	42	38	32	MAT
12	0	0	0	0	0	MAT
13	38	40	42	38	32	MAT
14	0	0	0	0	0	MAT



---

15	0	0	0	0	0	MAT
1	0	0	0	0	0	PAPIR
2	88	96	98	90	76	PAPIR
3	0	0	0	0	0	PAPIR
4	88	96	98	90	76	PAPIR
5	0	0	0	0	0	PAPIR
6	88	96	98	90	76	PAPIR
7	0	0	0	0	0	PAPIR
8	88	96	98	90	76	PAPIR
9	0	0	0	0	0	PAPIR
10	88	96	98	90	76	PAPIR
11	0	0	0	0	0	PAPIR
12	88	96	98	90	76	PAPIR
13	0	0	0	0	0	PAPIR
14	44	48	49	0	0	PAPIR
15	0	0	0	45	38	PAPIR
1	0	0	0	0	0	PLAST
2	0	0	0	0	0	PLAST
3	21	24	24	21	18	PLAST
4	0	0	0	0	0	PLAST
5	0	0	0	0	0	PLAST
6	0	0	0	0	0	PLAST
7	28	32	32	28	24	PLAST
8	0	0	0	0	0	PLAST
9	0	0	0	0	0	PLAST
10	0	0	0	0	0	PLAST
11	28	32	32	28	24	PLAST
12	0	0	0	0	0	PLAST
13	0	0	0	0	0	PLAST
14	14	16	16	14	12	PLAST
15	0	0	0	0	0	PLAST
1	175	191	195	177	151	REST
2	175	191	195	177	151	REST
3	175	191	195	177	151	REST
4	175	191	195	177	151	REST
5	175	191	195	177	151	REST
6	175	191	195	177	151	REST
7	175	191	195	177	151	REST
8	175	191	195	177	151	REST
9	175	191	195	177	151	REST
10	175	191	195	177	151	REST
11	175	191	195	177	151	REST
12	175	191	195	177	151	REST

13	175	191	195	177	151	REST
14	0	0	0	0	0	REST
15	0	0	0	0	0	REST

$R_{ait}$ = Resterende avfallsmengde type $a$ i sone $i$ ved tid $t$ ( <i>tonn</i> )						
UKE	SONE 1	SONE 2	SONE 3	SONE 4	SONE 5	AVFALLSTYPE
1	0	0	0	0	0	MAT
2	0	0	0	0	0	MAT
3	19	20	21	19	16	MAT
4	0	0	0	0	0	MAT
5	19	20	21	19	16	MAT
6	0	0	0	0	0	MAT
7	19	20	21	19	16	MAT
8	0	0	0	0	0	MAT
9	19	20	21	19	16	MAT
10	0	0	0	0	0	MAT
11	19	20	21	19	16	MAT
12	0	0	0	0	0	MAT
13	19	20	21	19	16	MAT
14	0	0	0	0	0	MAT
15	0	0	0	0	0	MAT
1	0	0	0	0	0	PAPIR
2	44	48	49	45	38	PAPIR
3	0	0	0	0	0	PAPIR
4	44	48	49	45	38	PAPIR
5	0	0	0	0	0	PAPIR
6	44	48	49	45	38	PAPIR
7	0	0	0	0	0	PAPIR
8	44	48	49	45	38	PAPIR
9	0	0	0	0	0	PAPIR
10	44	48	49	45	38	PAPIR
11	0	0	0	0	0	PAPIR
12	44	48	49	45	38	PAPIR
13	0	0	0	0	0	PAPIR
14	44	48	49	45	38	PAPIR
15	0	0	0	45	38	PAPIR
1	0	0	0	0	0	PLAST
2	7	8	8	7	6	PLAST
3	14	16	16	14	12	PLAST
4	0	0	0	0	0	PLAST
5	7	8	8	7	6	PLAST
6	14	16	16	14	12	PLAST
7	21	24	24	21	18	PLAST

8	0	0	0	0	0	PLAST
9	7	8	8	7	6	PLAST
10	14	16	16	14	12	PLAST
11	21	24	24	21	18	PLAST
12	0	0	0	0	0	PLAST
13	7	8	8	7	6	PLAST
14	14	16	16	14	12	PLAST
15	0	0	0	0	0	PLAST
1	0	0	0	0	0	REST
2	0	0	0	0	0	REST
3	0	0	0	0	0	REST
4	0	0	0	0	0	REST
5	0	0	0	0	0	REST
6	0	0	0	0	0	REST
7	0	0	0	0	0	REST
8	0	0	0	0	0	REST
9	0	0	0	0	0	REST
10	0	0	0	0	0	REST
11	0	0	0	0	0	REST
12	0	0	0	0	0	REST
13	0	0	0	0	0	REST
14	0	0	0	0	0	REST
15	0	0	0	0	0	REST

$K_{ait}$  = Kapasitet for avfallstype  $a$  i sone  $i$  ved tid  $t$  (tonn)

UKE	SONE 1	SONE 2	SONE 3	SONE 4	SONE 5	AVFALLSTYPER
1	90	90	90	90	78	MAT
2	0	0	0	0	0	MAT
3	66	66	66	60	54	MAT
4	0	0	0	0	0	MAT
5	90	90	90	90	90	MAT
6	0	0	0	0	0	MAT
7	66	66	66	60	54	MAT
8	0	0	0	0	0	MAT
9	90	90	90	90	78	MAT
10	0	0	0	0	0	MAT
11	72	72	72	60	54	MAT
12	0	0	0	0	0	MAT
13	84	84	84	78	78	MAT
14	66	66	66	66	54	MAT
15	0	0	0	0	0	MAT
1	0	0	0	0	0	PAPIR
2	102	102	102	90	78	PAPIR

3	0	0	0	0	0	PAPIR
4	126	102	102	90	78	PAPIR
5	0	0	0	0	0	PAPIR
6	102	102	102	90	78	PAPIR
7	0	0	0	0	0	PAPIR
8	102	102	102	90	78	PAPIR
9	0	0	0	0	0	PAPIR
10	102	102	102	90	78	PAPIR
11	0	0	0	0	0	PAPIR
12	102	102	102	90	78	PAPIR
13	0	0	0	0	0	PAPIR
14	132	132	108	0	0	PAPIR
15	108	108	108	96	84	PAPIR
1	0	0	0	0	0	PLAST
2	0	0	0	0	0	PLAST
3	96	72	72	66	60	PLAST
4	0	0	0	0	0	PLAST
5	0	0	0	0	0	PLAST
6	0	0	0	0	0	PLAST
7	96	72	72	66	60	PLAST
8	0	0	0	0	0	PLAST
9	0	0	0	0	0	PLAST
10	0	0	0	0	0	PLAST
11	90	66	66	60	54	PLAST
12	0	0	0	0	0	PLAST
13	0	0	0	0	0	PLAST
14	108	108	108	108	84	PLAST
15	0	0	0	0	0	PLAST
1	204	204	204	180	156	REST
2	204	204	204	180	156	REST
3	180	204	204	180	156	REST
4	180	204	204	216	156	REST
5	204	204	204	180	204	REST
6	204	204	204	180	156	REST
7	180	204	204	180	156	REST
8	204	204	204	180	156	REST
9	204	204	204	180	156	REST
10	204	204	204	180	156	REST
11	180	204	204	192	168	REST
12	204	204	204	180	156	REST
13	204	204	204	192	156	REST
14	0	0	0	0	0	REST
15	0	0	0	0	0	REST

$F_{vait}$ = Antall ruter håndtert av kjøretøy type $v$ , MAT, sone $i$ ved tid $t$						
UKE	SONE 1	SONE 2	SONE 3	SONE 4	SONE 5	KJØRETØY
1	16	16	16	16	16	KJØRETØYTYPE 1
2	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
3	16	16	16	16	16	KJØRETØYTYPE 1
4	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
5	16	16	16	16	16	KJØRETØYTYPE 1
6	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
7	16	16	16	16	16	KJØRETØYTYPE 1
8	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
9	16	16	16	16	16	KJØRETØYTYPE 1
10	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
11	24	24	24	16	16	KJØRETØYTYPE 1
12	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
13	16	16	16	16	16	KJØRETØYTYPE 1
14	16	16	16	16	16	KJØRETØYTYPE 1
15	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
1	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
2	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
3	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
4	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
5	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
6	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
7	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
8	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
9	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
10	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
11	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
12	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
13	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
14	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
15	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
1	88	88	88	88	72	KJØRETØYTYPE 4
2	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
3	56	56	56	48	40	KJØRETØYTYPE 4
4	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
5	88	88	88	88	88	KJØRETØYTYPE 4
6	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
7	56	56	56	48	40	KJØRETØYTYPE 4
8	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
9	88	88	88	88	72	KJØRETØYTYPE 4
10	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4

11	48	48	48	48	40	KJØRETØYTYPE 4
12	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
13	80	80	80	72	72	KJØRETØYTYPE 4
14	56	56	56	56	40	KJØRETØYTYPE 4
15	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4

$F_{vait}$ = Antall ruter håndtert av kjøretøy type $v$ , PAPIR, sone $i$ ved tid $t$						
UKE	SONE 1	SONE 2	SONE 3	SONE 4	SONE 5	KJØRETØY
1	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
2	24	24	24	16	16	KJØRETØYTYPE 1
3	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
4	40	24	24	16	16	KJØRETØYTYPE 1
5	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
6	24	24	24	16	16	KJØRETØYTYPE 1
7	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
8	24	24	24	16	16	KJØRETØYTYPE 1
9	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
10	24	24	24	16	16	KJØRETØYTYPE 1
11	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
12	24	24	24	16	16	KJØRETØYTYPE 1
13	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
14	40	40	24	0	0	KJØRETØYTYPE 1
15	72	72	72	64	56	KJØRETØYTYPE 1
1	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
2	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
3	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
4	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
5	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
6	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
7	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
8	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
9	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
10	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
11	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
12	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
13	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
14	32	32	32	0	0	KJØRETØYTYPE 3
15	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
1	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
2	44	44	44	44	36	KJØRETØYTYPE 4
3	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
4	44	44	44	44	36	KJØRETØYTYPE 4
5	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4

6	44	44	44	44	36	KJØRETØYTYPE 4
7	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
8	44	44	44	44	36	KJØRETØYTYPE 4
9	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
10	44	44	44	44	36	KJØRETØYTYPE 4
11	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
12	44	44	44	44	36	KJØRETØYTYPE 4
13	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
14	16	16	16	0	0	KJØRETØYTYPE 4
15	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4

$F_{vait}$ = Antall ruter håndtert av kjøretøy type $v$ , PLAST, sone $i$ ved tid $t$						
UKE	SONE 1	SONE 2	SONE 3	SONE 4	SONE 5	KJØRETØY
1	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
2	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
3	40	24	24	24	24	KJØRETØYTYPE 1
4	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
5	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
6	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
7	40	24	24	24	24	KJØRETØYTYPE 1
8	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
9	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
10	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
11	32	16	16	16	16	KJØRETØYTYPE 1
12	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
13	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
14	16	16	16	16	16	KJØRETØYTYPE 1
15	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
1	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
2	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
3	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
4	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
5	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
6	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
7	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
8	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
9	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
10	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
11	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
12	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
13	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
14	56	56	56	56	40	KJØRETØYTYPE 3
15	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3

1	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
2	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
3	48	48	48	40	32	KJØRETØYTYPE 4
4	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
5	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
6	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
7	48	48	48	40	32	KJØRETØYTYPE 4
8	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
9	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
10	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
11	56	56	56	48	40	KJØRETØYTYPE 4
12	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
13	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
14	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
15	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4

$F_{vait}$ = Antall ruter håndtert av kjøretøy type $v$ , REST, sone $i$ ved tid $t$						
UKE	SONE 1	SONE 2	SONE 3	SONE 4	SONE 5	KJØRETØY
1	24	24	24	16	16	KJØRETØYTYPE 1
2	24	24	24	16	16	KJØRETØYTYPE 1
3	8	16	16	16	16	KJØRETØYTYPE 1
4	16	24	24	28	16	KJØRETØYTYPE 1
5	24	24	24	16	24	KJØRETØYTYPE 1
6	24	24	24	16	16	KJØRETØYTYPE 1
7	8	16	16	16	16	KJØRETØYTYPE 1
8	24	24	24	16	16	KJØRETØYTYPE 1
9	24	24	24	16	16	KJØRETØYTYPE 1
10	24	24	24	16	16	KJØRETØYTYPE 1
11	8	16	16	16	16	KJØRETØYTYPE 1
12	24	24	24	16	16	KJØRETØYTYPE 1
13	28	28	28	28	16	KJØRETØYTYPE 1
14	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
15	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
1	44	44	44	44	36	KJØRETØYTYPE 3
2	44	44	44	44	36	KJØRETØYTYPE 3
3	52	52	52	44	36	KJØRETØYTYPE 3
4	44	44	44	44	36	KJØRETØYTYPE 3
5	44	44	44	44	44	KJØRETØYTYPE 3
6	44	44	44	44	36	KJØRETØYTYPE 3
7	52	52	52	44	36	KJØRETØYTYPE 3
8	44	44	44	44	36	KJØRETØYTYPE 3
9	44	44	44	44	36	KJØRETØYTYPE 3
10	44	44	44	44	36	KJØRETØYTYPE 3



11	52	52	52	48	40	KJØRETØYTYPE 3
12	44	44	44	44	36	KJØRETØYTYPE 3
13	40	40	40	36	36	KJØRETØYTYPE 3
14	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
15	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
1	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
2	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
3	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
4	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
5	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
6	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
7	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
8	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
9	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
10	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
11	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
12	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
13	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
14	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
15	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4

$X_{vait}^V$  = Antall kjøretøy type  $v$  som henter MAT i sone  $i$  ved tid  $t$

UKE	SONE 1	SONE 2	SONE 3	SONE 4	SONE 5	KJØRETØY
1	2	2	2	2	2	KJØRETØYTYPE 1
2	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
3	2	2	2	2	2	KJØRETØYTYPE 1
4	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
5	2	2	2	2	2	KJØRETØYTYPE 1
6	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
7	2	2	2	2	2	KJØRETØYTYPE 1
8	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
9	2	2	2	2	2	KJØRETØYTYPE 1
10	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
11	3	3	3	2	2	KJØRETØYTYPE 1
12	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
13	2	2	2	2	2	KJØRETØYTYPE 1
14	2	2	2	2	2	KJØRETØYTYPE 1
15	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
1	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
2	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
3	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
4	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
5	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3

6	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
7	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
8	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
9	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
10	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
11	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
12	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
13	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
14	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
15	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
1	11	11	11	11	9	KJØRETØYTYPE 4
2	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
3	7	7	7	6	5	KJØRETØYTYPE 4
4	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
5	11	11	11	11	11	KJØRETØYTYPE 4
6	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
7	7	7	7	6	5	KJØRETØYTYPE 4
8	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
9	11	11	11	11	9	KJØRETØYTYPE 4
10	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
11	6	6	6	6	5	KJØRETØYTYPE 4
12	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
13	10	10	10	9	9	KJØRETØYTYPE 4
14	7	7	7	7	5	KJØRETØYTYPE 4
15	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4

$X_{vait}^V = \text{Antall kjøretøy type } v \text{ som henter PAPIR i sone } i \text{ ved tid } t$						
UKE	SONE 1	SONE 2	SONE 3	SONE 4	SONE 5	KJØRETØY
1	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
2	3	3	3	2	2	KJØRETØYTYPE 1
3	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
4	5	3	3	2	2	KJØRETØYTYPE 1
5	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
6	3	3	3	2	2	KJØRETØYTYPE 1
7	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
8	3	3	3	2	2	KJØRETØYTYPE 1
9	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
10	3	3	3	2	2	KJØRETØYTYPE 1
11	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
12	3	3	3	2	2	KJØRETØYTYPE 1
13	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
14	5	5	3	0	0	KJØRETØYTYPE 1
15	9	9	9	8	7	KJØRETØYTYPE 1

1	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
2	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
3	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
4	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
5	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
6	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
7	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
8	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
9	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
10	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
11	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
12	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
13	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
14	4	4	4	0	0	KJØRETØYTYPE 3
15	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
1	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
2	11	11	11	11	9	KJØRETØYTYPE 4
3	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
4	11	11	11	11	9	KJØRETØYTYPE 4
5	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
6	11	11	11	11	9	KJØRETØYTYPE 4
7	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
8	11	11	11	11	9	KJØRETØYTYPE 4
9	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
10	11	11	11	11	9	KJØRETØYTYPE 4
11	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
12	11	11	11	11	9	KJØRETØYTYPE 4
13	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
14	4	4	4	0	0	KJØRETØYTYPE 4
15	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4

$X_{vait}^V$  = Antall kjøretøy type  $v$  som henter PLAST i sone  $i$  ved tid  $t$

UKE	SONE 1	SONE 2	SONE 3	SONE 4	SONE 5	KJØRETØY
1	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
2	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
3	5	3	3	3	3	KJØRETØYTYPE 1
4	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
5	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
6	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
7	5	3	3	3	3	KJØRETØYTYPE 1
8	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
9	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
10	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1

11	4	2	2	2	2	KJØRETØYTYPE 1
12	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
13	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
14	2	2	2	2	2	KJØRETØYTYPE 1
15	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
1	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
2	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
3	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
4	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
5	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
6	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
7	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
8	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
9	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
10	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
11	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
12	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
13	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
14	7	7	7	7	5	KJØRETØYTYPE 3
15	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
1	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
2	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
3	6	6	6	5	4	KJØRETØYTYPE 4
4	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
5	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
6	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
7	6	6	6	5	4	KJØRETØYTYPE 4
8	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
9	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
10	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
11	7	7	7	6	5	KJØRETØYTYPE 4
12	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
13	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
14	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
15	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4

$x_{vait}^V =$  Antall kjøretøy type  $v$  som henter REST i sone  $i$  ved tid  $t$

UKE	SONE 1	SONE 2	SONE 3	SONE 4	SONE 5	KJØRETØY
1	6	6	6	4	4	KJØRETØYTYPE 1
2	6	6	6	4	4	KJØRETØYTYPE 1
3	2	4	4	4	4	KJØRETØYTYPE 1
4	4	6	6	7	4	KJØRETØYTYPE 1
5	6	6	6	4	6	KJØRETØYTYPE 1

6	6	6	6	4	4	KJØRETØYTYPE 1
7	2	4	4	4	4	KJØRETØYTYPE 1
8	6	6	6	4	4	KJØRETØYTYPE 1
9	6	6	6	4	4	KJØRETØYTYPE 1
10	6	6	6	4	4	KJØRETØYTYPE 1
11	2	4	4	4	4	KJØRETØYTYPE 1
12	6	6	6	4	4	KJØRETØYTYPE 1
13	7	7	7	7	4	KJØRETØYTYPE 1
14	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
15	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 1
1	11	11	11	11	9	KJØRETØYTYPE 3
2	11	11	11	11	9	KJØRETØYTYPE 3
3	13	13	13	11	9	KJØRETØYTYPE 3
4	11	11	11	11	9	KJØRETØYTYPE 3
5	11	11	11	11	11	KJØRETØYTYPE 3
6	11	11	11	11	9	KJØRETØYTYPE 3
7	13	13	13	11	9	KJØRETØYTYPE 3
8	11	11	11	11	9	KJØRETØYTYPE 3
9	11	11	11	11	9	KJØRETØYTYPE 3
10	11	11	11	11	9	KJØRETØYTYPE 3
11	13	13	13	12	10	KJØRETØYTYPE 3
12	11	11	11	11	9	KJØRETØYTYPE 3
13	10	10	10	9	9	KJØRETØYTYPE 3
14	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
15	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 3
1	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
2	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
3	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
4	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
5	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
6	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
7	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
8	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
9	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
10	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
11	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
12	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
13	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
14	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4
15	0	0	0	0	0	KJØRETØYTYPE 4