NORGES HANDELSHØYSKOLE
Bergen, Vår 2020

# Optimal forsikringsportefølje for Frende Skadeforsikring:

*Kan en optimal sammensetning av forsikringsbransjer bedre egenkapitalavkastningen?*

**Margrete Aadnesen & Ragnhild Seim**

**Veileder: Svein-Arne Persson**

Masteroppgave i Økonomi og Administrasjon:

Finansiell Økonomi & Business Analytics

NORGES HANDELSHØYSKOLE

Dette selvstendige arbeidet er gjennomført som ledd i masterstudiet i økonomi- og administrasjon ved Norges Handelshøyskole og godkjent som sådan. Godkjenningen innebærer ikke at Høyskolen eller sensorer innestår for de metoder som er anvendt, resultater som er fremkommet eller konklusjoner som er trukket i arbeidet.

# Forord

Denne masterutredningen er skrevet som en del av masterstudiet i økonomi og administrasjon ved Norges Handelshøyskole (NHH). Det selvstendige arbeidet inngår i hovedprofilene finansiell økonomi og business analytics og utgjør 30 studiepoeng.

Arbeidet med denne masteroppgaven har vært både lærerikt og utfordrende. Vi har nemlig måttet sette oss inn i regelverket Solvens II som alle forsikringsselskaper i Norge er pålagt å følge. Dette har lagt føringer for oppgaven og det har dermed vært helt nødvendig med god forståelse av regelverket.

Problemstillingen til oppgaven ble formet da vi oppdaget at det var enkelte teoretiske sammenhenger som benyttes både i Solvens II og innen finansteori. Dermed anså vi det som spennende å prøve å overføre slik finansteori til forsikringsmarkedet. Til tross for enkelte likheter mellom den utvalgte finansteorien og regelverket finnes det likevel strukturelle forskjeller, og det har derfor vært nødvendig med en rekke forutsetninger. Det har vært både utfordrende og spennende å finne slike realistiske og velfungerende forutsetninger.

Vi ønsker å rette en takk til Marius Fredheim og Torbjørn Svendsen i Frende Forsikring for samarbeidet denne våren. Dere har bidratt med deres faglige tyngde og økt vår kunnskap og interesse for risiko innen forsikring. Vi håper oppgaven vår kan gi nyttig innsikt og benyttes i fremtidig forretningsstrategi.

Vi vil også rette en takk til vår veileder, Svein-Arne Persson, som har kommet med gode tilbakemeldinger og råd på veien. Han har vist interesse og engasjement rundt oppgaven fra starten av, noe vi har satt stor pris på.

Bergen, mai 2020

Margrete K. Aadnesen

Margrete Aadnesen

Ragnhild Seim

Ragnhild Seim

# Sammendrag

Denne masterutredningen undersøker om egenkapitalavkastningen til skade- og helseforsikringsporteføljen til Frende Skadeforsikring øker ved utnyttelse av en optimeringsmodell som opprinnelig brukes i aksjemarkedet. Vi anvender Markowitz' *Mean-Variance*-optimeringsmodell (MVO) til å finne en optimal størrelse til bransjene i selskapets forsikringsporteføljer. I modellen byttes dermed aksjer ut med forsikringsbransjer, der bransjer tilsvarer en generell klassifisering av forsikringsprodukter.

MVO er avhengig av avkastningen og variansen til hver av bransjene som inngangsverdier. I tillegg er korrelasjonen mellom bransjene nødvendige inngangsverdier når varians benyttes som risikomål. Alle disse verdiene eksisterer i forsikringsindustrien. Korrelasjon er nemlig forhånddefinert av forsikringsregelverket Solvens II, mens avkastning og standardavvik beregnes ved å kombinere samme regelverk med Frendes historiske data.

Det er også behov for en rekke forutsetninger for å overføre teori som opprinnelig brukes i aksjemarkedet til forsikringsmarkedet. Deriblant er det behov for forutsetninger knyttet til bruken av Solvens II når avkastning og standardavvik bergenes. I tillegg må det defineres grenseverdier som hindrer at forsikringsporteføljen endres dramatisk. Sist men ikke minst må det også tas hensyn til avhengighet mellom salg av produkter i ulike bransjer.

Ifølge modellen burde egenkapitalavkastningen til Frende øke dersom selskapet endrer forsikringsporteføljene sine. Innen skadeforsikring bør bransjene *Motor vehicle*, *Other motor* og *Damage to property* vokse slik at disse bransjene tilsvarer 94,8% av selskapets skadeportefølje. Skadeforsikringsbransjene *Miscellaneous, Assistance* og *General liablity* må følgelig reduseres. Innen helseforsikring bør størrelsen til *Income protection* vokse med 18,07 prosentpoeng slik at den utgjør hele 60,7% av helseporteføljen. Dette går på bekostning av bransjen *Workers' compensation.*

Disse anbefalingene fører til økt egenkapitalavkastning i selskapet. Dette kommer tydelig frem når vi sammenligner egenkapitalavkastningen til de nye porteføljene med egenkapitalavkastningen som selskapet historisk sett har oppnådd. Totalt over perioden 2008 til 2019 øker den totale egenkapitalavkastningen og det er dermed naturlig å anta at de anbefalte porteføljene også vil øke fremtidig egenkapitalavkastning.

# Innholdsfortegnelse

**1 INNLEDNING ..... 1**

1.1 BAKGRUNN ..... 1

1.2 RELEVANT LITTERATUR OG OPPGAVENS FORMÅL ..... 3

1.3 OPPGAVENS STRUKTUR ..... 5

**2 FRENDE SKADEFORSIKRING ..... 7**

2.1 OM FRENDE SKADEFORSIKRING AS ..... 7

*Markedsposisjon og forsikringsportefølje ..... 7*

*Risiko og solvenskapital ..... 9*

2.2 FRENDE SINE BRANSJER ..... 10

*Størrelsen til Frende sine bransjer ..... 12*

*Forsikringsbransjer i Frende, Norge og Europa ..... 13*

*Frendes egenkapitalavkastning ..... 15*

**3 SOLVENS II-REGELVERKET ..... 18**

3.1 KORT OM REGELVERKET ..... 18

3.2 SOLVENSKAPITALKRAV ..... 19

*Standardmodellen ..... 19*

*Intern modell ..... 22*

*Diversifiseringseffekten ..... 22*

3.3 SCR TIL HELSE- OG SKADEMODULEN I STANDARDMODELLEN ..... 23

*Skademodulen ..... 23*

*Helsemodulen ..... 24*

*Forklaringer og beregninger tilknyttet skade- og helsemodulen ..... 25*

**4 TEORETISK RAMMEVERK - MODERNE PORTEFØLJETEORI ..... 31**

4.1 DIVERSIFISERING AV RISIKO ..... 31

4.2 MARKOWITZ MEAN-VARIANCE-OPTIMERING ..... 32

4.3 CAPM ..... 34

4.4 OVERFØRING AV MODERNE PORTEFØLJETEORI TIL FORSIKRINGSINDUSTRIEN ..... 35

*Sensitivitetsanalyse ..... 37*

**5 METODE ..... 38**

5.1 INTRODUKSJON AV DATASETTET ..... 38

5.2 FORUTSETNINGER ..... 39
*Beregning av kapitalkrav (SCR)* ..... *39*
*Avkastning, standardavvik og korrelasjonskoeffisienter* ..... *42*
*Beregning av den historiske størrelsen til hver av bransjene* ..... *46*
*Maksimums- og minimumsgrenser for endringer i hver bransje* ..... *47*
*Bransjene Motor vehicle og Other motor* ..... *48*
5.3 JUSTERT EGENKAPITALAVKASTNING FOR HISTORISKE VERDIER ..... 49

**6 RESULTATER ..... 51**

6.1 MINIMUM-VARIANS-FRONTEN FOR SKADEMODULEN ..... 51
*Optimal fordeling av bransjene* ..... *53*
*Justert historisk egenkapitalavkastning i skademodulen* ..... *54*
*Resultater uten restriksjoner for øvre og nedre grenser* ..... *55*
6.2 MINIMUM-VARIANS-FRONTEN FOR HELSEMODULEN ..... 56
*Justert historisk egenkapitalavkastning i helsemodulen* ..... *57*
*Resultater uten restriksjoner for øvre og nedre grenser* ..... *58*

**7. DRØFTING AV RESULTATENE ..... 59**

7.1 DRØFTING AV RESULTATENE VED BRUK AV SENSITIVITETSANALYSE ..... 59
*Sensitivitetsanalyser for skademodulen* ..... *60*
*Sensitivitetsanalyser for helsemodulen* ..... *63*

**8 KONKLUSJON ..... 66**

**9. DISKUSJON RUNDT OPPGAVEN OG FORSLAG TIL VIDERE FORSKNING .. 67**

9.1 DISKUSJON RUNDT OPPGAVEN ..... 67
*Usikkerhet knyttet til inngangsverdiene i MVO* ..... *67*
*Utfordringer med ny porteføljesammensetning* ..... *67*
9.2 MVO OG FORSLAG TIL VIDERE FORSKNING ..... 69
*Bruk av MVO i skade- og helsemodulen* ..... *69*
*Forslag til videre forskning* ..... *70*

**LITTERATURLISTE ..... 71**

**VEDLEGG A ..... 75**

A.1 ET KVADRATISK OPTIMERINGSPROBLEM ..... 75
A.2 IMPLEMENTERING AV DET KVADRATISKE PROBLEMET I R ..... 77

# Figurer

Figur 1. 1: *Presentasjon av de største risikotypene for livsforsikrings- og skadeforsikringsselskaper i Europa. Risikotypene med høyest solvenskapitalkrav representerer de største risikoene. I figuren er helse, liv og skade ulike former for forsikringsrisiko.* ..... 5

Figur 2. 1: *Diagrammet til venstre viser utvikling i årlige premieinntekter, mens diagrammet til høyre viser årlig vekst i utvalgte skadeforsikringsselskap. Selskapene som er inkludert er de fire største forsikringsaktørene i Norge (Fremtind, Gjensidige, If og Tryg) samt Frende. Premieinntektene til Frende inkluderer ikke premie tilknyttet naturskade-, hussopp-, eller cyberforsikring.* ..... 8

Figur 2. 2: S*tørrelsen til bransjene i Frendes skadeportefølje fra 2008 til 2019. Premie fra naturskade-, hussopp-, eller cyberforsikring er ikke inkludert.* ..... 13

Figur 2. 3: S*tørrelsen til bransjene i Frendes helseportefølje fra 2008 til 2019.* ..... 13

Figur 2. 4: *Oversikt over andel av totale premieinntekter som hver forsikringsbransje genererte i Frende, Norge og Europa i 2018. Premieinntektene til Frende inkluderer ikke premie tilknyttet naturskade-, hussopp-, eller cyberforsikring.* ..... 14

Figur 3. 1: *Illustrasjon av hvordan SCR beregnes ved bruk av standardmodellen. Risikomodulene som er markert med rosa og blå farge er de mest sentrale videre i oppgaven.* ..... 20

Figur 3. 2: *Risikomodul for skadeforsikring med undermoduler og under-undermoduler.* .... 24

Figur 3. 3: *Risikomodul for helseforsikring med undermoduler og under-undermoduler.* ..... 25

Figur 4. 1: *Illustrasjon av hvordan diversifisering kan eliminere usystematisk risiko.* ..... 31

Figur 4. 2: *Minimum-varians-fronten fra Markowitz' Mean-Variance-optimering.* ..... 32

Figur 4. 3: *Den effektive fronten med optimal portefølje.* ..... 35

Figur 5. 1: *Eksempel på hvordan premieinntektene vektes i bransjene Motor, Damage to property og Assistance.* ..... 44

Figur 5. 2: A*vkastning, standardavvik og korrelasjon til den sammenslåtte bransjen Motor.* 49

Figur 5. 3: *Et fiktivt eksempel på hvordan forholdstallene beregnes for bransjene Motor, Damage to property og Assistance.* ..... 50

Figur 6. 1: *Minimum-varians-fronten for skademodulen.* ..... 52

Figur 6. 2: *Egenkapitalavkastningen til skademodulen over tid sammenlignet med hva den kunne vært med de anbefalte vektene. Figuren inkluderer også total endring i egenkapitalavkastning.* ..... 55

Figur 6. 3: *Minimum-varians-fronten for helsemodulen.* ..... 56
Figur 6. 4: *Egenkapitalavkastningen til helsemodulen over tid sammenlignet med hva den kunne vært med de anbefalte vektene. Figuren inkluderer også total endring i egenkapitalavkastning.* ..... 58
Figur 7. 1: *Skadeporteføljen og total avkastning når avkastningen til Motor endres.* ..... 61
Figur 7. 2: *Skadeporteføljen og total avkastning når avkastningen til Damage to property endres.* ..... 61
Figur 7. 3: *Skadeporteføljen og total avkastning når avkastningen til Assistance, Miscellaneous og General endres.* ..... 62
Figur 7. 4: *Helseporteføljen og total avkastning når avkastningen til Income protection endres.* ..... 63
Figur 7. 5: *Skadeporteføljen og total avkastning når avkastningen til Workers' compensation endres.* ..... 64

# Tabeller

Tabell 2. 1: *Oversikt over bransjer som inngår i Frende sine forsikringsporteføljer.* ..... 12
Tabell 2. 2: *Årlig egenkapitalavkastning i Frendes bransjer innen skadeforsikring i perioden 2008 til 2019. Egenkapitalavkastningen til naturskade-, hussopp-, og cyberforsikring er ikke inkludert i beregningene.* ..... 16
Tabell 2. 3: *Årlig egenkapitalavkastning i Frendes bransjer innen helseforsikring i perioden 2008 til 2019.* ..... 16
Tabell 3. 1: *Standardavvikene til premie- og reserverisiko til hver av bransjene i helse- og skademodulen, definert i Solvens II.* ..... 28
Tabell 3. 2: *Korrelasjonsmatrisene til skade- og helsemodulen, definert i Solvens II.* ..... 30
Tabell 5. 1: *Avkastningen til alle Frende sine bransjer.* ..... 45
Tabell 5. 2: *Samlede standardavvik til premie- og reserverisiko til de ulike bransjene i helse- og skademodulen.* ..... 46
Tabell 5. 3: *Historiske vekter til hver av bransjene i helse- og skademodulen.* ..... 46
Tabell 5. 4: *Mulighetsrommet for vekst eller reduksjon i størrelsen til hver bransje.* ..... 48
Tabell 6. 1: *Anbefalte vekter til de ulike bransjene i skademodulen sammenlignet med historiske vekter.* ..... 53
Tabell 6. 2: *Anbefalte vekter til de ulike bransjene i skademodulen uten øvre grense sammenlignet med historiske vekter.* ..... 56
Tabell 6. 3: *Anbefalte vekter til de ulike bransjene i helsemodulen sammenlignet med historiske vekter.* ..... 57
Tabell 6. 4: *Anbefalte vekter til de ulike bransjene i helsemodulen uten øvre grense sammenlignet med historiske vekter.* ..... 58

# 1 Innledning

*Dette kapittelet presenterer først bakgrunnen og problemstillingen til oppgaven. I denne delen diskuteres forsikring generelt samt likheter mellom forsikringsporteføljer og investeringsporteføljer. Disse likhetene åpner for anvendelse av en velkjent modell fra finansmarkedet i skadeforsikringsmarkedet, noe som er utgangspunktet for oppgavens problemstilling. Deretter følger en gjennomgang av tidligere forskning som omhandler dette temaet. Avslutningsvis presenteres oppgavens struktur for å gi en bedre oversikt over kommende kapitler.*

## 1.1 Bakgrunn

Forsikring kan defineres som en ordning som dekker økonomiske tap etter en plutselig og uforutsett hendelse, se for eksempel Smedsrud, Døving og Norges Forsikringsforbund (1995, p. 10). Forsikring kan med andre ord dekke økonomiske tap som følge av hendelser som bilulykker, brann, naturkatastrofer og yrkesskader. Gjennom forsikringsavtalen kan forsikringstaker redusere økonomisk usikkerhet mot å betale en årlig premie til forsikringsselskapet. Dersom forsikringstaker blir rammet av en hendelse som inkluderes i forsikringsavtalen, er forsikringsselskapet økonomisk ansvarlig for å dekke hele eller deler av tapet avhengig av forsikringsavtalen (Smedsrud et al., 1995, p. 10).

I Norge er forsikringsvirksomheten inndelt i to hovedgrupper: livsforsikring og skadeforsikring. Livsforsikringsselskaper tilbyr livsforsikringer og noen helseforsikringer. Skadeforsikringsselskaper tilbyr derimot forsikring av tap og skade på materielle verdier samt noen typer helseforsikringer (Finanstilsynet, 2016a).

Både skade- og livsforsikringsselskaper er i stor grad avhengige av at premieinntektene er høyere enn de forsikringsrelaterte kostnadene for å drive lønnsomt. Dersom lønnsomheten er lav kan selskapet likevel gå med overskudd dersom kapitalavkastningen på forvaltede midler er tilstrekkelig høy. Denne kapitalavkastningen stammer fra investeringer i eksempelvis aksjer og obligasjoner. Forsikringsselskaper har mulighet til å gjennomføre slike investeringer ettersom forsikringstakere betaler forsikringspremie før en potensiell skade

inntreffer (OECD, 2017, pp. 16-22). Selskapene har med andre ord muligheten til å forvalte deler av premieinntektene frem til de må utbetale forsikringskrav.

Investeringer i finansmarkedet gjennomføres i størst grad av livsforsikringsselskaper ettersom livs- og pensjonsforsikring regnes som langsiktig sparing. Dette innebærer at det vanligvis går lang tid fra premiene innbetales til avtalte ytelser utbetales. I skadeforsikring er derimot hovedregelen at forsikringstiden kun er ett år og forvaltningskapitalen i skadeforsikring er derfor mye mindre (Smedsrud et al., 1995, p. 22).

Forsikringsselskaper eksponeres for risiko i både forsikringsmarkedet og i finansmarkedet. Det finnes derfor en rekke lover og regler som sørger for at forsikringsselskaper ikke påtar seg for stor risiko. I senere år har reguleringsnivået økt og fra 2016 benyttes Solvens II-regelverket til å regulere forsikringsselskaper i EU (Finanstilsynet, 2017a). Dette regelverket stiller blant annet strenge krav til kapitalbinding og risikostyring (Regjeringen, 2020).

Forsikringsselskaper binder hovedsakelig kapital i form av forsikringstekniske avsetninger. Disse midlene skal til enhver tid være tilgjengelig for å dekke fremtidige skadeutbetalinger. I tillegg må forsikringsselskaper ha en tilstrekkelig kapitalbuffer som beskytter selskapet mot økonomisk nød. Denne kapitalbufferen omtales som solvenskapitalkrav og bestemmes basert på all kvantifiserbar tapsrisiko som forsikringsselskapet eksponeres for (Finanstilsynet, 2017b).

Solvenskapitalkravet til forsikringsselskapene beregnes som regel ved bruk av standardmodellen. Standardmodellen er en modulbasert modell som er definert i Solvens II-regelverket. Denne modellen deler risikoen til forsikringsselskapet inn i seks ulike risikotyper. Disse risikotypene representeres av risikomoduler som tar for seg de viktigste risikofaktorene. I standardmodellen beregnes solvenskapitalkravet ved å først bergene individuelle kapitalkrav for hver av de seks risikomodulene, før disse aggregeres til et samlet solvenskapitalkrav (EIOPA, 2014b, p. 7).

Det samlede solvenskapitalkravet til et skadeforsikringsselskap påvirkes i størst grad av forsikringsrisiko, altså risikoen for at tapene som skal dekkes blir høyere enn forventet (Frende, 2019d, p. 3). I standardmodellen klassifiseres forsikringsrisiko som enten livs-helse- eller skadeforsikringsrisiko. Disse risikofaktorene representerer følgelig en

risikomodul hver, der hver modul har et individuelt solvenskapitalkrav (EIOPA, 2014a, p. 121).

Størrelsen på solvenskapitalkravet til hver risikomodul avhenger av mengden risiko som forsikringsselskapet utsetter seg for. I tillegg avhenger kravet av korrelasjonen innad i modulen (EIOPA, 2014b, pp. 7-8). Korrelasjon lavere enn 1 er nemlig en risikoreduserende faktor og reduserer følgelig solvenskapitalkravet til modulen (CEIOPS, 2010b, p. 8).

Korrelasjon er ikke bare en risikoreduserende faktor innen forsikring. Denne sammenhengen er også sentral i moderne porteføljeteori som ble introdusert av Harry Markowitz i 1952. Et sentralt moment i hans arbeid er nemlig at korrelasjon mellom verdipapirer reduserer den totale risikoen til porteføljen. Denne idéen ble implementert i et *Mean-Variance*-optimeringsproblem (MVO) der alle effektive porteføljer identifiseres langs en effektiv front (Markowitz, 1952). Den mest optimale porteføljen på denne fronten ble derimot først identifisert av Sharpe (1964), Lintner (1965) og Mossin (1966), i deres *Capital Asset Pricing Model* (CAPM).

Moderne porteføljeteori har hovedsakelig blitt anvendt i finansmarkedet for å finne effektive sammensetninger av verdipapirer. Konseptene kan likevel være anvendbare også i andre industrier, deriblant innen forsikring. Denne masteroppgaven vil derfor benytte MVO til å finne en optimal forsikringsportefølje som øker egenkapitalavkastningen til Frende Skadeforsikring. Oppgaven skal mer konkret svare på følgende problemstilling:

***Øker egenkapitalavkastningen til Frende Skadeforsikring ved bruk av Mean-Variance-optimering i skade- og helseforsikringmodulen i standardmodellen?***

## 1.2 Relevant litteratur og oppgavens formål

Denne oppgaven er inspirert av artikkelen *A theoretical portfolio selection approach for insuring property and liability lines,* skrevet av J. Robert Ferrari. Allerede tilbake i 1967 koblet Ferrari porteføljeteori til avkastning-risikoanalyse av forskjellige bransjer innen forsikring (Ferrari, 1967). I artikkelen legger han fram hvordan skadeforsikringsselskaper kan utnytte korrelasjon mellom ulike bransjer for å maksimere avkastning-risikoforholdet i

forsikringsselskapet. Forfatteren fremstår dermed som den første til å anvende Markowitz' porteføljeoptimering innen forsikringsvirksomhet (Schwing & Albers, 2013, p. 165).

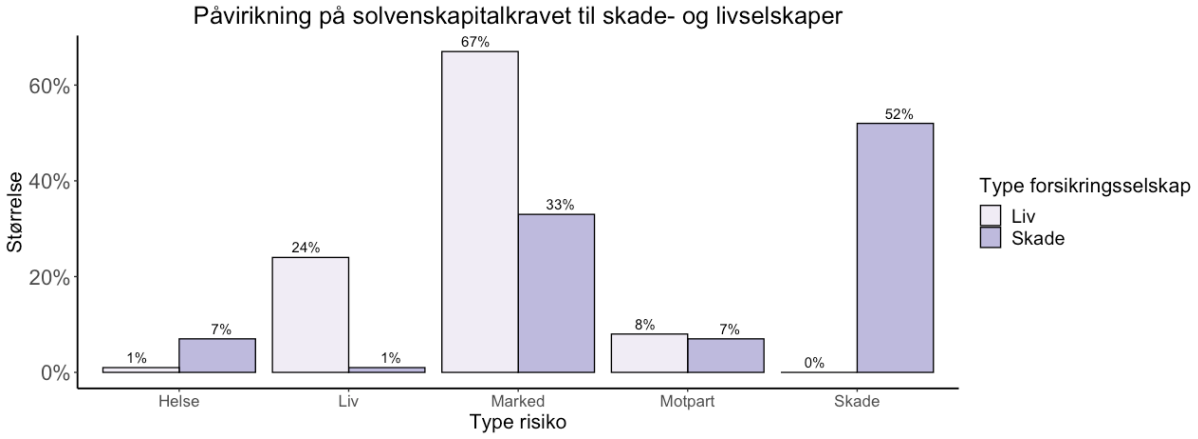
Tidligere litteratur om moderne porteføljeteori fokuserer hovedsakelig på finansielle investeringer i form av obligasjoner, aksjer og andre typer verdipapirer som alle er utsatt for markedsrisiko. Denne litteraturen diskuterer optimal allokering av aktivasiden i balansen, mens Ferrari ser på muligheten for å anvende teorien på passivasiden. I senere tid har imidlertid dette området blitt utforsket ytterligere. Eksempelvis benytter Bachman (1978) optimeringsmodellen fra moderne porteføljeteori til å minimere kapitalkravet til bransjene i et skadeforsikringsselskap ved å finne en optimal fordeling mellom bransjene. Disse funnene presenteres i boken *Capitalization Requirements for Multiple Line Property-Liability Insurance Companies*.

Etter utgivelsen av denne boken har forsikringsselskaper i EU imidlertid blitt pålagt strengere regler når det gjelder krav til avsatt kapital. Disse reglene er formulert i regelverket Solvens II som trådte i kraft fra 1 januar 2016 (Finanstilsynet, 2017a). Dette regelverket er mer risikosensitivt enn tidligere regelverk og følgelig er ikke tidligere solvenskapitalkrav lengre representative.

I forbindelse med innføringen av det nye regelverket finner vi flere rapporter og artikler som diskuterer hvordan dette kan påvirke forsikringsselskapenes strategiske beslutninger. Blant annet skriver det amerikanske kredittvurderingsselskapet Fitch Ratings (2011) om hvordan Solvens II vil medføre reallokeringer i forsikringsselskapenes investeringsporteføljer. Rapporten diskuterer hvilke typer aktiva som krever mest avsatt kapital som følge av de nye reglene for å beregne solvenskapitalkrav. Denne informasjonen benyttes til å gjøre justeringer i porteføljen da det viser seg at marginale endringer i sammensetningen har betydelig innvirkning på det totale solvenskapitalkravet tilknyttet markedsrisiko (Fitch Ratings' Insurance Rating Group, 2011, p. 4).

En slik analyse av investeringsporteføljen har størst betydning for livsforsikringsselskaper. Dette kan ses i sammenheng med at markedsrisiko utgjør den største risikoen for livsforsikringsselskaper, og følgelig påvirker denne risikoen det totale solvenskapitalkravet mest. Den største risikoen blant skadeforsikringsselskaper er derimot forsikringsrisiko knyttet til skade- og helseforsikringer (EIOPA, 2011, p. 67). Dermed er det større behov for å

optimalisere forsikringsporteføljen enn investeringsporteføljen for skadeforsikringsselskaper. Denne sammenhengen fremgår av Figur 1.1 under.




**Figur 1. 1:** *Presentasjon av de største risikotypene for livsforsikrings- og skadeforsikringsselskaper i Europa. Risikotypene med høyest solvenskapitalkrav representerer de største risikoene. I figuren er helse, liv og skade ulike former for forsikringsrisiko.*

*Fra "EIOPA Report on the fifth Quantitative Impact Study (QIS5) for Solvency II" av EIOPA, 2011, s.67.*

Etter vår kjennskap fokuserer tidligere litteratur som tar hensyn til Solvens II-regelverket hovedsakelig på livsforsikringsselskapers allokering av aktiva. Vi mener dermed at det er interessant å undersøke passivasiden til et skadeforsikringsselskap, slik Ferrari og Bachman gjorde. Med dette ønsker vi å ta arbeidet deres et steg videre slik at også Solvens II-regelverket tas hensyn til. Følgelig ønsker vi å studere gevinster ved strategisk allokering av passiva i et skadeforsikringsselskap. Dette vil vi gjøre ved å finne den optimale størrelsen til bransjene i forsikringsporteføljen til Frende Skadeforsikrings gitt regelverket Solvens II. Ideelt sett skal dette føre til at forholdet mellom avkastning og risiko øker.

## 1.3 Oppgavens struktur

Denne masterutredningen består av 9 kapitler. I kapittel 2 presenteres Frende Skadeforsikring som benyttes som case bedrift gjennom hele oppgaven. Kapittel 3 forklarer Solvens II-regelverket og beregningen av solvenskapitalkrav. Videre presenteres det teoretiske rammeverket som benyttes for å finne den optimale forsikringsporteføljen til Frende Skadeforsikring i kapittel 4. Kapittel 5 beskriver datagrunnlaget og forutsetninger som er nødvendige for å anvende optimeringsmodellen. Dette kapittelet danner grunnlaget for resultatene som presenteres i kapittel 6. Resultatene blir deretter analysert og drøftet i kapittel

7. Kapittel 8 gir så en konklusjon med oppsummering av hovedfunnene. Avslutningsvis diskuteres noen av forutsetningene i kapittel 9. Her presenterer vi i tillegg idéer til videre forskning innenfor temaet.

# 2 Frende Skadeforsikring

*Dette kapittelet introduserer først Frende Skadeforsikring og deres posisjon i det norske skadeforsikringsmarkedet. Deretter følger en beskrivelse av den generelle klassifiseringen av forsikringsprodukter i ulike bransjer samt noe drøfting rundt størrelsen til hver bransje. Størrelsen til bransjene i Frende blir videre sammenlignet med gjennomsnittlig størrelse i Norge og resten av Europa. Denne sammenligningen utføres for å kunne si noe om dagens konkurransefortrinn og vekstmuligheter i Frende. Vekstmuligheter ses avslutningsvis i sammenheng med egenkapitalavkastningen til bransjene da lønnsomhet er sentralt når vekst vurderes.*

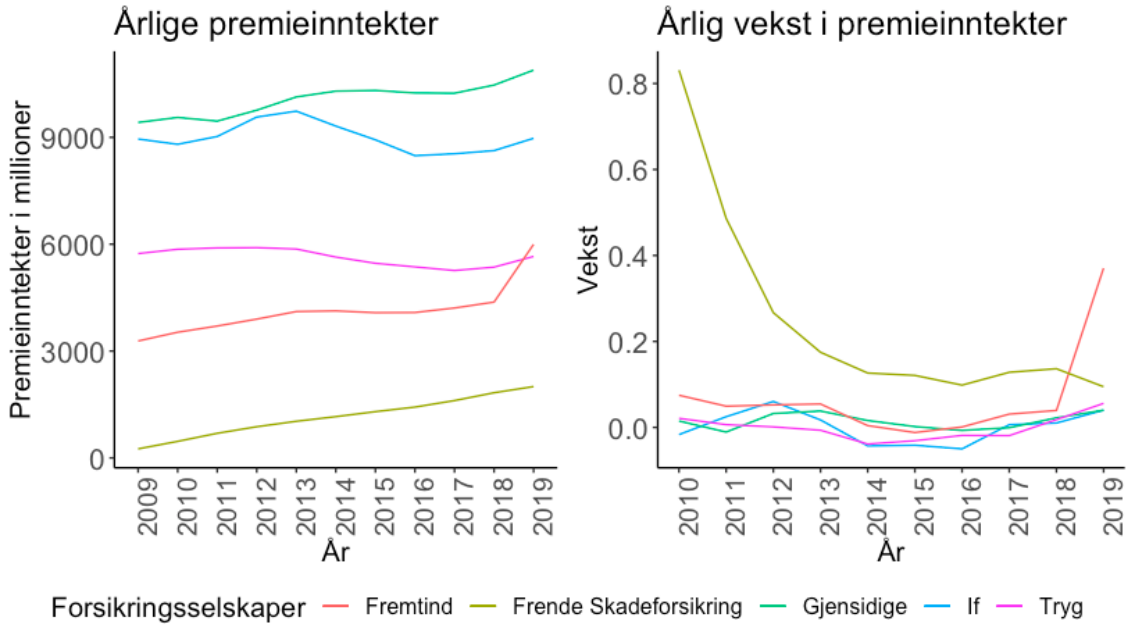
## 2.1 Om Frende Skadeforsikring AS

Frende Forsikring ble etablert i juni 2007 og er i dag eid av 15 norske, uavhengige sparebanker. Forsikringskonsernet består av Frende Holding AS og de to heleide datterselskapene Frende Skadeforsikring AS og Frende Livsforsikring AS (Frende, 2019d, p. 2). Denne oppgaven analyserer kun forsikringsporteføljen til Frende Skadeforsikring AS, heretter omtalt som Frende.

### Markedsposisjon og forsikringsportefølje

Markedet for skadeforsikring i Norge har over lengre tid vært dominert av fire store aktører: Gjensidige, If, Tryg og Sparebank 1 (Finans Norge, 2019b). I 2019 fusjonerte derimot forsikringsselskapene til Sparebank 1 og DNB til forsikringsselskapet Fremtind. Fremtind er i dag den tredje største forsikringsaktøren i Norge (Fremtind, 2020).

Premieinntektene til de største skadeforsikringsselskapene og Frende vises til venstre i Figur 2.1. Det er verdt å bemerke at premieinntektene til Fremtind før 2019 kun er basert på Sparebank 1 sine tall. I 2019 tilsvarte premieinntektene til de største aktørene tilsammen 74,1% av markedet. Utover de fire største aktørene har hele 21 mindre selskaper også markedsandeler i skadeforsikringsmarkedet. Blant disse er Frende det sjette største skadeforsikringsselskapet med en markedsandel på 3,5% (Finans Norge, 2019b).




**Figur 2. 1:** *Diagrammet til venstre viser utvikling i årlige premieinntekter, mens diagrammet til høyre viser årlig vekst i utvalgte skadeforsikringsselskap. Selskapene som er inkludert er de fire største forsikringsaktørene i Norge (Fremtind, Gjensidige, If og Tryg) samt Frende. Premieinntektene til Frende inkluderer ikke premie tilknyttet naturskade-, hussopp-, eller cyberforsikring.*

*Fra «Antall forsikringer og premie» av Finans Norge, 2019 (https://www.finansnorge.no/statistikk/skadeforsikring/antall-forsikringer-og-premieinntekter/ ), «Markedsandeler» av Finans Norge, 2019 (https://www.finansnorge.no/statistikk/skadeforsikring/markedsandeler/) og datagrunnlag gitt av Frende Forsikring, 2020.*

Frende har siden oppstart hatt en sterk vekst og er et av de raskest voksende forsikringsselskapene i Norge. Dette kommer tydelig frem av linjediagrammet til høyre i Figur 2.1. Av linjediagrammet fremkommer det at Frende oppnådde høyere vekst enn alle de største forsikringsselskapene frem til 2018. I 2019 klarte derimot Fremtind å overgå veksten til Frende. Dette er naturlig ettersom det var i dette året Sparebank 1 og DNB fusjonerte.

Den høye veksten i premieinntektene til Frende kan til en viss grad forklares med at Frende er et lite selskap sammenlignet med resten av aktørene. Noe av veksten kan også forklares med at Frende har vist seg å være svært konkurransedyktige. Blant annet har selskapet flere ganger blitt kåret til best i test innen reiseforsikring, bilforsikring og barn- og ungdomsforsikring (Frende, 2019a).

Alle disse forsikringsproduktene er eksempler på produkter som tilbys til privatmarkedet. Frende tilbyr også enkelte produkter til bedriftsmarkedet, men de er derimot langt mer selektive når det gjelder eksponering i dette markedet. Bedriftsmarkedet er følgelig langt mindre enn privatmarkedet (Frende, 2019d, p. 12). Ved inngangen av 2020 hadde selskapet eksempelvis 150 500 privatkunder og kun 13 600 bedriftskunder. Privatkundene utgjorde dermed hele 92% av kundemassen (Frende, 2019b, p. 3).

Frende tilbyr både privat- og bedriftskunder et variert spekter av forsikringsprodukter, og ingen produkter har større risiko enn hva som er vanlig i norsk landbasert skadeforsikring (Frende, 2019d, p. 12). Videre følger en nærmere forklaring av risiko og hvordan Frende beskytter seg mot store økonomiske tap.

## Risiko og solvenskapital

2017 var et år med både rekordvekst og god lønnsomhet for Frende (Frende, 2018). I påfølgende år var derimot skadefrekvensen høy og resultatene relativt svake. På bakgrunn av dette måtte en rekke tiltak iverksettes i 2019 for å styrke lønnsomheten til selskapet (Slettemoen, 2020). Dette viser at forsikringsmarkedet er krevende og alltid innebærer risiko for tap. Tidligere avkastning er ingen garanti for fremtidige resultater og det finnes derfor strenge reguleringer som sikrer at forsikringsselskaper har tilstrekkelig med kapital som beskyttelse mot tapsrisiko.

Frende beskytter seg mot noe av tapsrisikoen ved bruk av reassuranse. Reassuranse kan i praksis ses på som en forsikring av forsikring og blir i stor grad benyttet av forsikringsselskaper som risikerer store og mange erstatningsutbetalinger (Døving & Loen, 2018). Frende benytter reassuranseprogram med *excess of loss*-avtaler *per event.* Disse avtalene forplikter reassurandørene til å dekke deler av enkeltskader som overstiger avtalt skadegrense på 20 MNOK (Frende, 2019c, p. 33). Bruk av slike reassuranseprogram begrenser dermed forsikringsselskapets erstatningsutbetalinger ved storskader som potensielt kunne vært en betydelig belastning for selskapet (Gleditsch, 1991, p. 23). Dette bidrar til å redusere den totale risikoen i Frende og solvenskapitalkravet blir følgelig mindre enn hva det ville vært uten bruk av reassuranse.

Solvenskapitalkravet avhenger av mengden risiko Frende er utsatt for. Ved utgangen av 2019 var kravet på MNOK 831 der forsikringsrisiko utgjorde den største risikoen på 61%. Dersom

solvenskapitalkravet til forsikringsrisiko brytes ned i underliggende krav kommer det frem at kravet tilknyttet premie- og reserverisiko utgjorde hele 96% (Frende, 2019e). Premie- og reserverisiko avhenger i stor grad av salget av ulike forsikringsprodukter som tilhører forskjellige bransjer. Videre er det derfor aktuelt å diskutere denne inndelingen i bransjer, før oppgaven går nærmere inn på regelverket som ligger til grunn for å beregne solvenskapitalkrav.

## 2.2 Frende sine bransjer

Produktene Frende tilbyr er hovedsakelig forsikringer mot skade på eller tap av ting, rettigheter eller andre fordeler. De tilbyr også forsikring mot erstatningsansvar og noen typer helseforsikring. Det er vanlig å dele disse forsikringsproduktene inn i bransjer, der en bransje defineres som en generell klassifisering som samler forsikringsprodukter med fellestrekk i en felles gruppe (EIOPA, 2014a, p. 46).

Frende sine forsikringsprodukter tilhører åtte ulike bransjer. Disse bransjene klassifiseres igjen som enten skadeforsikring eller helseforsikring. Både bransjene og klassifiseringen er forhåndsdefinert i Solvens II-regelverket. Videre følger generelle beskrivelser av bransjene samt en forklaring av hvilke produkter Frende tilbyr innenfor de ulike bransjene.

Innen skadeforsikring tilbyr Frende forsikringsprodukter som fordeles på seks bransjer. De to første bransjene kalles *Motor vehicle liability* og *Other motor liability*.

Bransjen *Motor vehicle liability,* heretter *Motor vehicle,* inkluderer ansvarsforsikringer for motorkjøretøy som kjører på land (EIOPA, 2019, p. 58). Denne typen forsikring dekker all skade på personer, skade påført andre kjøretøy, bygninger og gjenstander samt rettshjelp. Ansvarsforsikring er lovpålagt, noe som innebærer at alle eiere av motorkjøretøy må ha denne forsikringen (Frende, 2020b). Frende tilbyr privatpersoner og bedrifter blant annet ansvarsforsikring for personbil, campingbil, traktor og lastebil i denne bransjen (Frende, 2020a).

*Other motor liability,* heretter *Other motor,* dekker all skade på eller tap av landkjøretøy (EIOPA, 2019, p. 58). I denne bransjen tilbyr forsikringsselskaper typisk delkasko og full kasko for motorkjøretøy. Dette er forsikringer utover den lovpålagte ansvarforsikringen.

Delkasko dekker alt som dekkes av ansvarsforsikringen samt tap og skade ved brann, tyveri, glasskader og veihjelp. Full kasko dekker i tillegg feilfylling av drivstoff og hærverk (Arnfinsen, 2017). Frende tilbyr begge kaskoforsikringene i denne bransjen, både til privatpersoner og bedrifter (Frende, 2020a).

De resterende fire bransjene innen skadeforsikring kalles *Fire and other damage to property, General liability, Assistance* og *Miscellaneous financial loss*.

*Fire and other damage to property*, heretter *Damage to property,* er en bransje som dekker all skade på eller tap av andre eiendeler. Tapet eller skaden kan blant annet skyldes brann, eksplosjon eller naturkrefter. Denne bransjen dekker derimot ikke skadene som inkluderes i bransjene for motorkjøretøy (EIOPA, 2019, p. 58). Frende inkluderer en rekke forsikringer til både privatpersoner og bedrifter i denne bransjen. Herunder forsikring på eiendom, ting, fritidsbåter og maskiner, i tillegg til cyber- og naturskadeforsikring (Frende, 2020a).

*General liability* dekker alle andre forsikringsforpliktelser enn det som dekkes av *Motor Vehicle* og *Marine, aviation and transport insurance* (EIOPA, 2019, p. 58). Frende selger ikke forsikringer tilhørende sistnevnte bransje. Produktene som inkluderes i *General liability* er kun ansvarsforsikring til både privatpersoner og bedrifter (Frende, 2020a).

*Assistance* dekker bistand til personer som kommer i vanskeligheter mens de er ute og reiser, borte hjemmefra eller borte fra sitt vanlige bosted (EIOPA, 2019, p. 58). Reiseforsikring for privatpersoner og bedrifter inngår i denne bransjen hos Frende. (Frende, 2020a).

Siste bransje innen skadeforsikring er *Miscellaneous financial loss,* heretter *Miscellaneous.* Denne bransjen dekker risiko som ikke dekkes av de andre bransjene beskrevet ovenfor (EIOPA, 2019, p. 58). Frende inkluderer kun forsikring på dyr i denne bransjen. Dyreforsikring gjelder både husdyr og landbruksdyr (Frende, 2020a).

Frende har også to bransjer som klassifiseres som helseforsikringer. Disse bransjene kalles *Workers' compensation* og *Income protection.*

*Workers' compensation* dekker skader tilknyttet arbeidsulykker, yrkesskader og yrkesrelaterte sykdommer (EIOPA, 2019, p. 58). I denne bransjen tilbyr Frende kun forsikringsproduktet lovpålagt dekning av yrkesskader (Frende, 2020a).

*Income protection* er en bransje som dekker utbetalinger til forsikringstakere som er uføre grunnet sykdom eller ulykke (EIOPA, 2014a, p. 46). I denne bransjen inkluderer Frende forsikringer tilknyttet ulykke, gruppeliv, annen sykdom samt tilleggsdekning av yrkesskader (Frende, 2020a). Sistnevnte er en utvidelse av den lovpålagte yrkesskadeforsikringen og dekker altså flere yrkesrelaterte skader og sykdommer (Frende, 2020c).

Tabell 2.1 under oppsummerer Frende sine bransjer innen skadeforsikring og helseforsikring, markert med henholdsvis blå og rosa farge.

**Tabell 2. 1:** *Oversikt over bransjer som inngår i Frende sine forsikringsporteføljer.*

| Bransjer innen skadeforsikring | Bransjer innen helseforsikring |
|---|---|
| Motor Vehicle Liability | Income Protection |
| Other Motor | Workers' Compensation |
| Fire and other damages to property | |
| General Liability | |
| Assistance | |
| Micellaneous financial loss | |

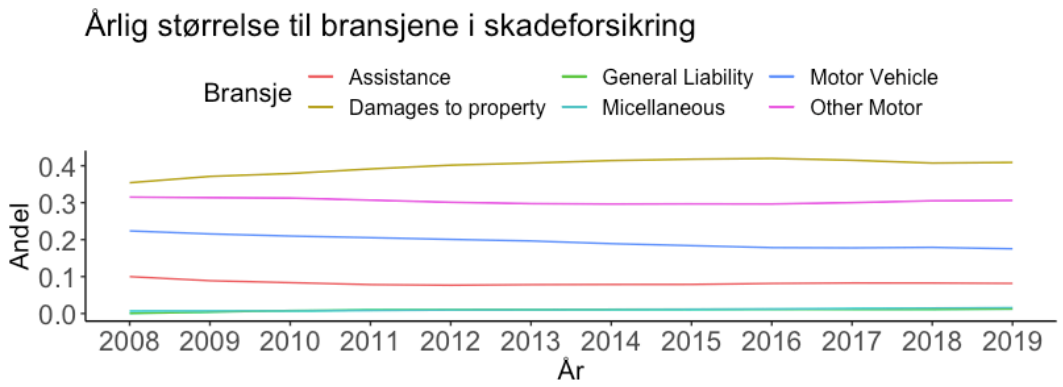
Helseforsikring Skadeforsikring

## Størrelsen til Frende sine bransjer

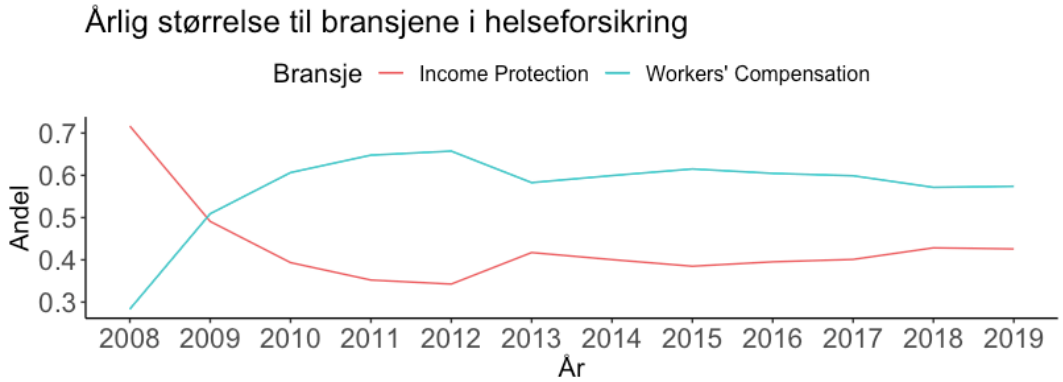
Oppgaven studerer videre størrelsen til Frende sine bransjer over tid for å få en bedre oversikt over deres forsikringsportefølje. Størrelsen eller markedsandelen til en bransje avhenger av andelen av totale premieinntekter den gitte bransjen bringer inn (Smedsrud et al., 1995, p. 19). Dermed beregnes størrelsen til bransjene ved å dividere premieinntektene til hver bransje på summen av premieinntektene til alle bransjene.

Figur 2.2 og 2.3 viser endringer i størrelsen til de ulike bransjene fra 2008 til 2019 for henholdsvis skadeforsikring og helseforsikring. Figurene viser at *Damage to property, Other*

*motor* og *Motor vehicle* er de største bransjene innen skadeforsikring mens *Workers' compensation* er størst innen helseforsikring. I tillegg viser figurene at porteføljesammensetningen har holdt seg relativt stabil de siste årene.




**Figur 2. 2:** S*tørrelsen til bransjene i Frendes skadeportefølje fra 2008 til 2019. Premie fra naturskade-, hussopp-, eller cyberforsikring er ikke inkludert.*




**Figur 2. 3:** S*tørrelsen til bransjene i Frendes helseportefølje fra 2008 til 2019.*

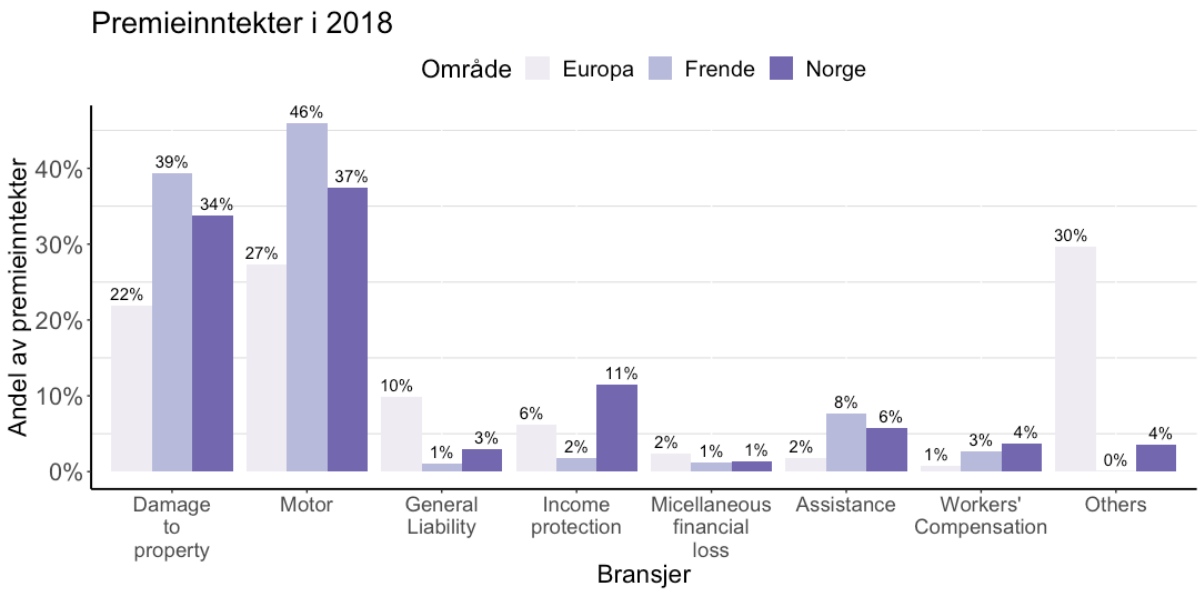
Det er videre interessant å sammenligne størrelsen til alle Frende sine bransjer med størrelsen til bransjene i andre forsikringsselskaper. En slik sammenligning kan fortelle oss noe om selskapets konkurransefortrinn og vekstmuligheter.

## Forsikringsbransjer i Frende, Norge og Europa

Vi benytter en rapport om forbrukertrender innen forsikring fra den europeiske tilsynsmyndigheten innen forsikring, EIOPA, og en tilsvarende rapport fra Finans Norge for å sammenligne størrelsen til bransjene. Tallene er basert på statistikk fra 2018. Fordelingen mellom bransjene i Frende, Norge og Europa vises i Figur 2.4. Stolpene i diagrammet med lys lillafarge representerer fordelingen i Europa, mens lilla og mørkelilla stolper er fordelingen i henholdsvis Frende og Norge. I diagrammet tas det utgangspunkt i de åtte

bransjene i Frendes helse- og skadeforsikringsportefølje, noe som gjør at totale premieinntekter for både Norge og Europa er noe lavere enn 100%. Differansen er oppsummert i en ekstra bransje kalt *Others*. Ettersom Finans Norge ikke skiller mellom bransjene *Motor vehicle* og *Other motor,* samles disse bransjene i en felles bransje kalt *Motor*.

Et sentralt moment i diskusjonen som følger er at det er vekstmuligheter for Frende selv i et marked som domineres av store aktører. Dette kommer frem i rapporten fra Finans Norge. Rapporten viser nemlig at det har vært en viss endring i markedsandelene til de ulike skadeforsikringsselskapene i Norge de siste 10 årene. Siden 2009 har blant annet de fire største aktørene redusert sine markedsandeler fra 82,6% til 74,1% (Finans Norge, 2019b). Dette resultatet indikerer en viss kundemobilitet og muligheter for andre aktører til å kapre større markedsandeler. Dermed er det realistisk å anta at enkelte bransjer har potensiale til å vokse. Videre diskuteres statistikken fra Figur 2.4.




**Figur 2. 4:** *Oversikt over andel av totale premieinntekter som hver forsikringsbransje genererte i Frende, Norge og Europa i 2018. Premieinntektene til Frende inkluderer ikke premie tilknyttet naturskade-, hussopp-, eller cyberforsikring.*

*Fra «Antall forsikringer og premieinntekter», av Finans Norge, 2019 (https://www.finansnorge.no/statistikk/skadeforsikring/nokkeltall/premie/) og «Consumer Trends Report 2019», av EIOPA, 2019 (https://www.eiopa.europa.eu/sites/default/files/publications/reports/2019.6124-eiopa_consumer-trends-report.pdf) og datagrunnlag gitt av Frende Forsikring, 2020.*

Figuren viser at *Damage to property* og *Motor* er de største bransjene både i Europa, Norge og Frende. Andelene av totale premieinntekter som Frende mottar fra disse to bransjene er likevel høyere enn snittet for resten av Norge og Europa. Dette kan indikere at Frende er særlig gode på salg av forsikringer tilhørende disse bransjene. I tillegg kan det tyde på at det ikke er like store vekstmuligheter i disse bransjene. Liknende vurdering gjelder for *Assistance* der gjennomsnittet i Norge er på 6%, mens Frende opplever at bransjen står for 8% av premieinntektene.

Størrelsen på bransjene *Miscellaneous* og *Workers' compensation* ligger nær snittet i både Europa og Norge. Dette kan indikere at Frende er konkurransedyktige også innen disse bransjene.

Frende mottar derimot betydelig mindre premieinntekter fra *General liability* og *Income protection* enn gjennomsnittet i Norge og Europa. Disse bransjene står kun for henholdsvis 1% og 2% av de totale premieinntektene sammenlignet med 6% og 10% i resten av Europa. Dette kan tyde på at disse markedene har stort vekstpotensiale.

Ønske om vekst vil likevel avhenge av lønnsomheten til de ulike bransjene. Dette kan ses i sammenheng med at det er lite lønnsomt for Frende å øke markedsandeler i bransjer som har lav egenkapitalavkastning med mindre prisen justeres. I påfølgende delkapittel er det derfor relevant å gå nærmere inn på Frendes egenkapitalavkastning over tid.

## Frendes egenkapitalavkastning

Tabell 2.2 og 2.3 viser utviklingen i årlig egenkapitalavkastning i hver av Frendes bransjer fra 2008 til 2019. År med høy egenkapitalavkastning er markert med en mørkere farge enn år med lav avkastning for å tydeliggjøre forskjellene.

**Tabell 2. 2:** *Årlig egenkapitalavkastning i Frendes bransjer innen skadeforsikring i perioden 2008 til 2019. Egenkapitalavkastningen til naturskade-, hussopp-, og cyberforsikring er ikke inkludert i beregningene.*

| | Motor Vehicle | Other Motor | Damages to property | General Liability | Assistance | Micellaneous |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 2008 | 0.524 | -0.105 | 0.503 | 0.786 | -0.262 | -0.429 |
| 2009 | 0.010 | 0.027 | -0.202 | 0.179 | -0.048 | 0.152 |
| 2010 | 0.268 | 0.099 | -0.090 | 0.421 | 0.330 | 0.056 |
| 2011 | 0.491 | 0.295 | 0.247 | 0.435 | 0.354 | -1.719 |
| 2012 | 0.392 | 0.466 | 0.551 | 0.519 | 0.258 | 0.155 |
| 2013 | 0.544 | 0.632 | 0.411 | 0.161 | 0.122 | 0.005 |
| 2014 | 0.392 | 0.729 | 0.770 | -0.614 | 0.174 | 0.372 |
| 2015 | 0.347 | 0.580 | 0.537 | 0.065 | -0.142 | -0.457 |
| 2016 | 0.430 | 0.553 | 0.508 | -0.994 | 0.141 | 0.299 |
| 2017 | 0.329 | 0.075 | 0.256 | -0.036 | 0.209 | 0.015 |
| 2018 | 0.192 | 0.013 | -0.046 | -0.518 | 0.047 | 0.152 |
| 2019 | 0.217 | 0.004 | 0.039 | -0.282 | -0.080 | 0.223 |

**Tabell 2. 3:** *Årlig egenkapitalavkastning i Frendes bransjer innen helseforsikring i perioden 2008 til 2019.*

| | Income Protection | Workers' Compensation |
|---|---|---|
| 2008 | 0.652 | 0.260 |
| 2009 | 0.346 | 0.225 |
| 2010 | 0.474 | 0.202 |
| 2011 | 0.357 | 0.132 |
| 2012 | 0.356 | 0.102 |
| 2013 | 0.127 | 0.102 |
| 2014 | 0.067 | 0.031 |
| 2015 | -0.171 | -0.040 |
| 2016 | -0.025 | -0.038 |
| 2017 | 0.125 | -0.034 |
| 2018 | -0.174 | -0.033 |
| 2019 | -0.116 | -0.032 |

Tabellene viser at alle bransjer har opplevd stor variasjon i den årlige egenkapitalavkastningen. Denne variasjonen skylles at skadeprosenten varierer i stor grad fra år til år. De fleste bransjer opplevde eksempelvis en spesielt høy skadeprosent i 2018, mens 2012 og 2013 var særlig gode år for de fleste bransjer.

Bransjer som *Income protection, General liability* og *Miscellaneous* skiller seg likevel ut da disse bransjene har opplevd flest år med store tap. Dette har påvirket lønnsomheten til disse bransjene betraktelig og egenkapitalavkastningen er følgelig negativ i flere år. Bransjer som derimot har vist seg å være mer stabile over tid er *Motor vehicle, Other motor, Damage to property* og *Assistance*. Disse bransjene har stort sett generert positive resultater.

Det er verdt å legge merke til at egenkapitalavkastningen til de fleste bransjene tilhørende skadeforsikring er langt høyere enn innen helseforsikring. Dette skyldes hovedsakelig forskjeller i durasjonen til erstatningskravene som er avsatt til de ulike forsikringene. Oppgaven kommer tilbake til dette i neste kapittel hvor Solvens II-regelverket diskuteres. Det er dette regelverket som legger føringer for hvor mye egenkapital forsikringsselskaper må binde og det er derfor nødvendig å forstå disse reglene for å kunne øke egenkapitalavkastningen til Frende.

# 3 Solvens II-regelverket

*I dette kapittelet presenteres relevant teori knyttet til Solvens II-regelverket som er nødvendig for å beregne solvenskapitalkravet til Frende. Deretter følger en introduksjon av en generell modell med navn standardmodellen som benyttes for å beregne solvenskapitalkravet. Avslutningsvis går kapittelet nærmere inn på hvordan solvenskapitalkravet til skadeforsikring og helseforsikring beregnes.*

## 3.1 Kort om regelverket

Fra inngangen av 2016 regulerer Solvens II-regelverket solvensposisjonen til alle forsikringsselskaper i EU. Selskapers solvensposisjon utrykker dets evne til å dekke økonomiske forpliktelser, enten gjennom løpende inntekter eller ved bruk av egenkapital (KLP, u.å). Det nye regelverket skal med andre ord sikre at forsikringstakere mottar samme grad av beskyttelse uansett hvor de kjøper forsikring (European Commision, 2007). Selv om Norge ikke er en del av EU har Finanstilsynet bekreftet til EIOPA at anbefalingene blir fulgt i Norge (Finanstilsynet, 2017a). Dette regelverket gjelder dermed for alle norske forsikringsselskaper.

Solvens II erstatter tidligere Solvens I. Solvens I eksisterte i over 40 år, men ble byttet ut da det viste seg å ha strukturelle svakheter. Deriblant var ikke regelverket risikosensitivt, noe som innebærer at solvenskapitalkravet ikke ble justert i henhold til mengden risiko forsikringsselskapet utsatte seg for. I tillegg ble viktige risikotyper som markedsrisiko, kredittrisiko og operasjonell risiko enten ikke fanget opp i det hele tatt, eller så ble ikke disse risikoene tatt riktig hensyn til. Disse manglene førte til at Solvens I ikke hadde et representativt solvenskapitalkrav (European Commision, 2015).

Solvens II-regelverket skal unngå disse manglene ved bruk av tre pilarer. Pilar 1 bestemmer de kvantitative kravene. Her inkluderes blant annet regler for risikobaserte solvenskapitalkrav som forsikringsselskaper er pålagt å møte. Pilar 2 består av de kvalitative målene for risikostyring, styring av forsikringsselskapet samt detaljene i tilsynsprosessen med kompetente myndigheter. Regelverket kombinerer dermed foretakets eget risikosystem med en regulatorisk myndighet som følger opp forretningsavgjørelser. Pilar 3 tar for seg åpenhet, rapportering til tilsynsmyndigheter og offentliggjøring av informasjon. Denne pilaren sørger

for markedsdisiplin og øker muligheten for å sammenligne forsikringsselskaper. Økt sammenlignbarhet åpner opp for mer konkurranse (European Commision, 2015).

## 3.2 Solvenskapitalkrav

Under pilar 1 i Solvens II-regelverket defineres en lovpålagt størrelse på forsikringsselskapenes kapitalreserver. Disse kapitalreservene består av forsikringstekniske avsetninger, frie egne midler og solvenskapitalkrav (EIOPA, 2014b, p. 7). De forsikringstekniske avsetningene tilsvarer forventede skadeutbetalinger og frie egne midler regnes som en kapitalbuffer (Gjensidige, 2019, p. 31). Et solvenskapitalkrav, heretter kapitalkrav eller SCR, er avsatte midler som har til hensikt å sikre forsikringstakere mot situasjoner der forsikringsselskaper ikke klarer å oppfylle sine forsikringsforpliktelser (European Commision, 2015).

Kapitalkravet skal reflektere de spesifikke risikoene som ethvert forsikringsselskap har i forbindelse med forsikringsforpliktelser. Forsikringsselskaper som setter av midler tilsvarende SCR har ikke behov for oppfølging av tilsynsmyndigheter. I dette tilfellet skal selskapet ha tilstrekkelig med finansielle midler til å dekke potensielt store finansielle tap og forsikringskrav etterhvert som de oppstår (European Commision, 2015).

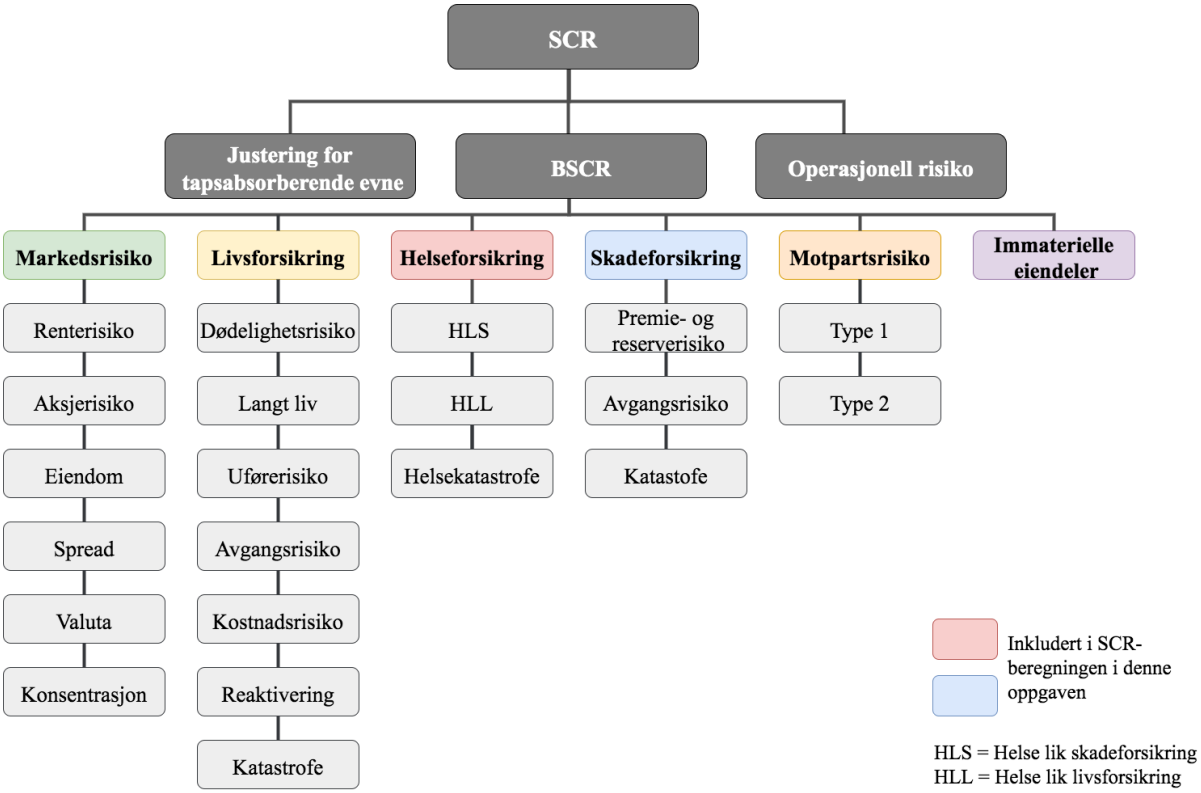
I henhold til Solvens II står forsikringsselskaper overfor to muligheter for hvordan kapitalkravet kan beregnes. Den første muligheten er å benytte en modell med navn standardmodellen der kapitalkravet beregnes ved bruk av standardiserte mål på risiko og korrelasjon. Den andre muligheten er å utvikle en intern modell som er spesialtilpasset selskapets risikoprofil (Cadoni, 2014).

### Standardmodellen

Standardmodellen, også kalt standardformelen, er en modulbasert modell som har til hensikt å beregne kapitalkravet til forsikringsselskapet (EIOPA, 2014b, p. 7). Dette gjøres ved å kategorisere risikoen til forsikringsselskapet i ulike risikomoduler. Denne kategoriseringen gjør det mulig å kvantifisere risikoen.

Figur 3.1 er en illustrasjon av hvordan standardmodellen er bygd opp. Standardmodellen består av seks ulike risikomoduler der hver modul representerer en form for risiko. Disse

modulene representeres av de fargede boksene i figuren. Under hver av de seks modulene, finner vi forskjellige undermoduler. Hver av undermodulene representerer deler av risikoen til den fargede modulen ovenfor. Eksempelvis er HLS, HLL og helsekatastrofe undermodulene til risikomodulen helseforsikring.




**Figur 3. 1:** *Illustrasjon av hvordan SCR beregnes ved bruk av standardmodellen. Risikomodulene som er markert med rosa og blå farge er de mest sentrale videre i oppgaven.*

Tre av de seks fargede modulene i figuren over representerer forsikringsrisiko. Disse modulene kalles liv-, helse- og skadeforsikringsmodulen. De resterende tre modulene representerer derimot risiko som ikke er direkte knyttet til risiko i forbindelse med inngåelse av forsikringsavtaler. Disse modulene kalles markedsrisiko-, motpartsrisiko- og immaterielle eiendeler-modulen. Videre følger en kortfattet beskrivelse av hver av risikomodulene, før skadeforsikringsmodulen og helseforsikringsmodulen beskrives i detalj senere i kapittelet.

Første modul i standardmodellen er markedsrisiko. Markedsrisiko oppstår ettersom forsikringsselskaper er eksponert i et finansielt marked og dermed er utsatt for tap som følge av endringer i verdien til finansielle eiendeler. Kapitalkravet bestemmes ved å se på

bevegelser i finansielle variabler som aksjekurser, renter, eiendomspriser og valutakurser (EIOPA, 2014a, p. 136).

De tre påfølgende modulene dekker risiko tilknyttet inngåelse av forsikringsavtaler og risikoen er følgelig relatert til produktene forsikringsselskapet tilbyr. Modellen skiller mellom livs-, helse- og skadeforsikringsprodukter og risikoen knyttet til disse produktene blir allokert til tilhørende risikomodul (EIOPA, 2014a, p. 121).

Videre følger modulen for motpartsrisiko som dekker risikoen for at en motpart ikke innfrir sine forpliktelser. I denne modulen skiller modellen mellom type 1- og type 2-eksponeringer. Førstnevnte gjelder vanligvis kredittvurderte motparter i tilknytning til reassuranseavtaler, derivater og bankinnskudd uten avtalt bindingstid. Type 2-eksponeringer tar derimot for seg risiko knyttet til motparter som ikke er kredittvurdert (Finanstilsynet, 2016b, p. 23).

Siste modul i standardmodellen omfatter immaterielle eiendeler. Denne modulen tar for seg risiko forbundet med eiendeler som ikke er av fysisk karakter, som for eksempel goodwill, merkevarens anerkjennelse og patenter (Kenton, 2019a). Denne modulens kapitalkrav settes i utgangspunktet til null i følge Solvens II-regelverket (Finanstilsynet, 2016b, p. 24).

I standardmodellen beregnes først kapitalkravene til undermodulene til hver risikomodul. Disse kravene brukes videre til å bergene kapitalkravet til tilhørende risikomodul. Deretter aggregeres kapitalkravene til alle de seks risikomodulene til ett samlet kapitalkrav som representerer den totale risikoen til selskapet. Det samlede kapitalkravet kalles basis solvenskapitalkravet (BSCR) og tilsvarer SCR før justeringer for eventuell utsatt skatt og operasjonell risiko (EIOPA, 2014a, p. 125). Operasjonell risiko tilsvarer risiko for svikt i interne prosesser, menneskelig svikt eller svikt som følge av ekstreme hendelser (Frende, 2019d, p. 15).

SCR kalibreres etter en *Value at Risk (VaR)* tilsvarende 99,5% (EIOPA, 2014b, p. 7). VaR er et statistisk mål som måler og kontrollerer mengden finansiell risikoeksponering i et selskap (Kenton, 2019c). I henhold til Solvens II skal forsikringsselskaper benytte VaR slik at det er 0,5% sannsynlighet for at et tap overstiger det beregnede kapitalkravet over en periode på 12 måneder (EIOPA, 2014b, p. 7).

De fleste forsikringsselskaper benytter standardmodellen for å beregne SCR. Ethvert forsikringsselskap skal likevel foreta en egen vurdering av hvor godt deres faktiske risikoprofil reflekteres i kapitalkravberegningene fra standardmodellen. Denne vurderingen, *Own Risk and Solvency Assessment (ORSA),* skal rapporteres til Finanstilsynet årlig og inngår som en del av pilar 2 i Solvens II-regelverket (Vandenabeele, 2014, p. 6). Dersom et forsikringsselskap vurderer standardmodellen eller deler av den som uegnet, har forsikringsselskaper muligheten til å benytte en helt eller delvis intern modell for å beregne kapitalkravene til risikomodulene der standardmodellen ikke er egnet (Solvens II- forskriften, 2015, §3-10).

## Intern modell

En intern modell er tilpasset selskapets individuelle risikoprofil og er dermed en mer risikosensitiv modell enn standardmodellen (Cadoni, 2014). Ettersom standardmodellen skal gjelde for alle forsikringsselskaper i EU kan den bli for generell, noe som medfører at det estimerte kapitalkravet kan bli høyere enn nødvendig. Forsikringsselskaper som i ORSA vurderer at det er nødvendig å beregne hele eller deler av kapitalkravet ved bruk av en intern modell, må søke om tillatelse fra Finanstilsynet (Solvens II- forskriften, 2015, §3-10).

I en delvis intern modell blir kapitalkravet til utvalgte risikomoduler eller undermoduler beregnet med en intern modell, mens de resterende modulenes kapitalkrav beregnes ved bruk av standardmodellen. I en fullstendig intern modell beregnes kapitalkravet til alle risikomodulene ved bruk av den interne modellen (CEIOPS, 2010a, p. 8)

Det er strenge regulatoriske regler for bruk og godkjenning av interne modeller. Deriblant skal modellen reflektere foretakets risikoprofil og prinsippene i finansforetaksloven §14-10 på en bedre måte enn standardmodellen. I tillegg er det et krav om at den interne modellen skal utformes slik at den kan kombineres med standardmodellen (Solvens II- forskriften, 2015, §3-11). Oppgaven går ikke videre inn på detaljene for hva som kreves for å få en intern modell godkjent av Finanstilsynet.

## Diversifiseringseffekten

Kapitalkravet som beregnes enten ved bruk av standardmodellen eller en intern modell påvirkes av korrelasjon mellom og innad i de ulike risikomodulene. Korrelasjonen kan bidra

til å redusere det totale kapitalkravet ettersom avhengighet kan være en risikoreduserende faktor (EIOPA, 2014b, p. 8). Grunnen til dette blir diskutert senere i oppgaven.

Reduksjonen i det totale kapitalkravet kalles diversifiseringseffekten og alle risikomoduler med en korrelasjon lavere enn 1 opplever en grad av diversifisering. En korrelasjon lik 1 innebærer derimot at modulene samvarierer fullstendig og det er dermed ikke noe grunnlag for å redusere det totale kapitalkravet (CEIOPS, 2010b, p. 8).

I standardmodellen er korrelasjonen mellom modulene og innad i modulene forhåndsdefinert i Solvens II og disse verdiene skal være representative for hele EU (EIOPA, 2014a, pp. 126 - 258). Ved bruk av en intern modell kan korrelasjonen derimot variere. Valget av korrelasjonsparametere kan ha stor innvirkning på det endelige kapitalkravet, noe som motiverer bruk av en intern modell. Eksempelvis vil et forsikringsselskap med fem separate kapitalkrav med lik størrelse oppnå et samlet kapitalkrav som er 55% lavere hvis korrelasjonen mellom alle modulene er 0 istedenfor 1 (CEIOPS, 2010b, p. 8).

## 3.3 SCR til helse- og skademodulen i standardmodellen

Kapitalkravet til hver av risikomodulene tar høyde for ulike risikofaktorer. Disse risikofaktorene oppsummeres av undermodulene i standardmodellen. Hver av undermodulene har derfor individuelle kapitalkrav som danner grunnlaget for å beregne det totale kapitalkravet til risikomodulen. Ettersom korrelasjon innad i undermodulene bidrar til å senke risikomodulens totale kapitalkrav, er det mulig å oppnå diversifiseringseffekter også innad i hver risikomodul (EIOPA, 2014b, pp. 7-9). Dette gjør det interessant å studere risikomodulene i detalj.

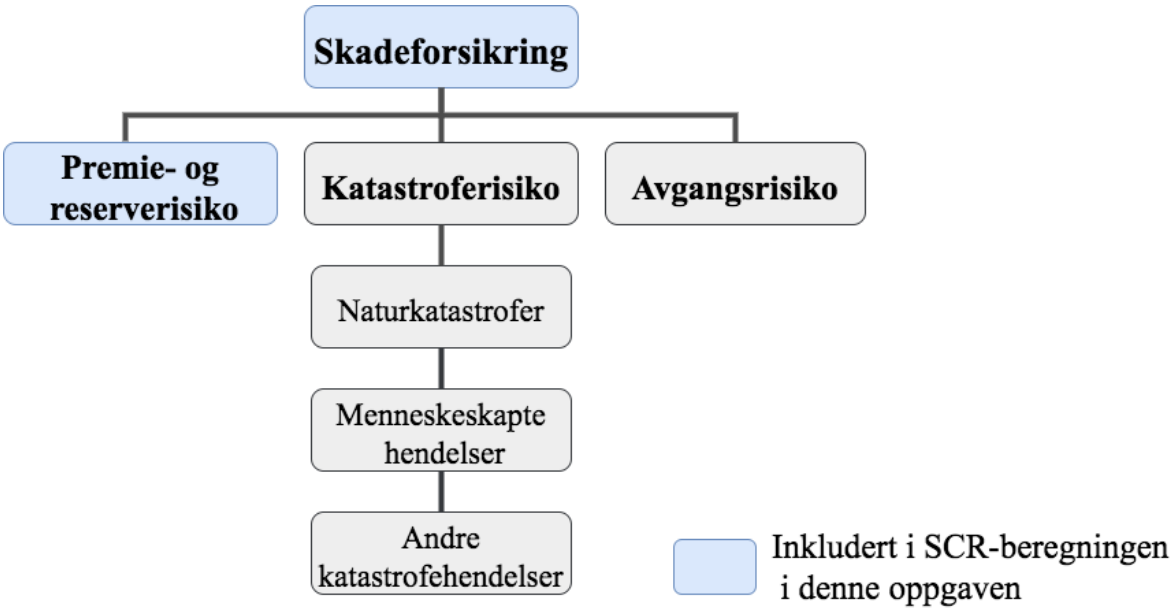
Ettersom vi i denne oppgaven kun ser på forsikringer knyttet til Frende sitt skadeforsikringsselskap, er det videre aktuelt å utrede om skadeforsikring- og helseforsikringsmodulen fra standardmodellen. Heretter omtales disse modulene som skademodulen og helsemodulen.

### Skademodulen

Modulen for skadeforsikring vises i Figur 3.2. Undermodulene til skademodulen består av premie- og reserverisiko, avgangsrisiko og katastroferisiko. Premie- og reserverisiko er

tilknyttet skader som skjer med en jevn frekvens. Ekstreme hendelser som sjeldent inntreffer inkluderes dermed ikke i denne undermodulen. Slike hendelser inkluderes i undermodulen for katastroferisiko. Katastroferisiko er igjen inndelt i mer detaljerte risikofaktorer og består av under-undermodulene: naturkatastrofer, menneskeskapte hendelser og andre katastrofehendelser (EIOPA, 2014b, p. 40). Tredje og siste undermodul er avgangsrisiko som omfatter risikoen for tap som følge av at kunder sier opp forsikringskontrakter i en annen takt enn forventet (Gjensidige, 2019, p. 20).

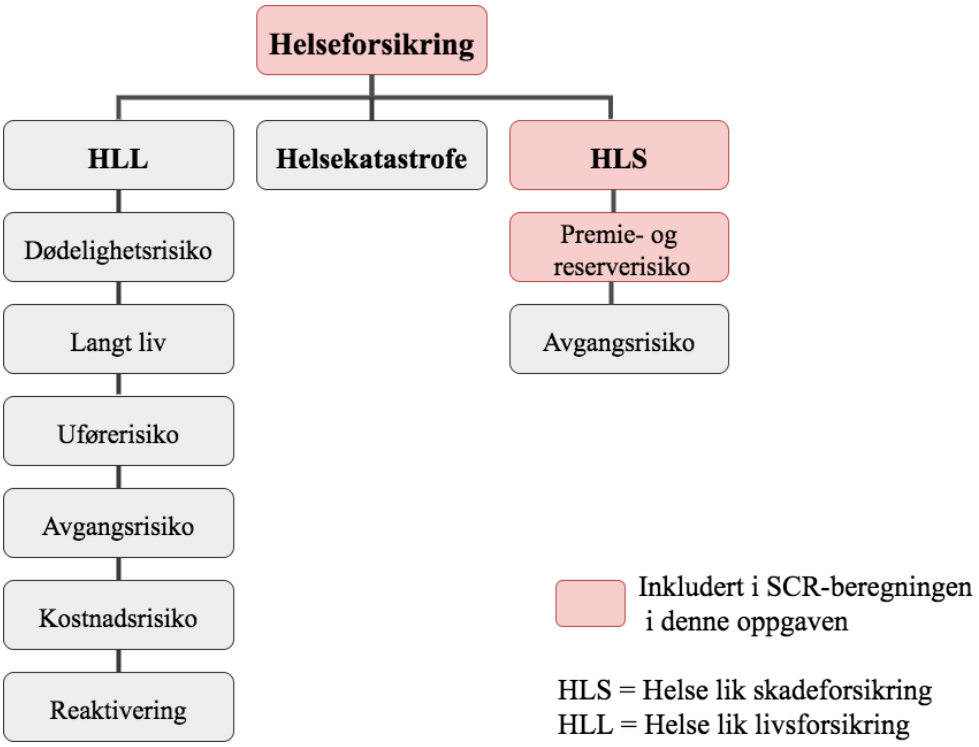
Relevante risikofaktorer for denne oppgaven beskrives nærmere etter at helsemodulen presenteres da skade- og helsemodulen har noen felles undermoduler.




**Figur 3. 2:** *Risikomodul for skadeforsikring med undermoduler og under-undermoduler.*

## Helsemodulen

Modulen til helseforsikring vises i Figur 3.3. Helseforsikringer befinner seg i et grenseområde mellom skadeforsikring og livsforsikring og helsemodulen deles derfor inn i undermodulene: helseforsikring lik livsforsikring (HLL), helsekatastrofe og helseforsikring lik skadeforsikring (HLS) (EIOPA, 2014a, p. 221).




**Figur 3. 3:** *Risikomodul for helseforsikring med undermoduler og under-undermoduler.*

HLL dekker risiko knyttet til helserelaterte hendelser som behandles på samme tekniske grunnlag som livsforsikring (EIOPA, 2014a, p. 232). Undermodulen har under-undermoduler tilsvarende undermodulene i livsforsikringmodulen. Dermed behandles forsikringer som fører til økt risiko i en av under-undermodulene til HLL likt som innen livsforsikring. Videre er helsekatastrofe en risiko knyttet til katastrofehendelser innen helseforsikring. Slike katastrofehendelser kan eksempelvis være utbrudd av epidemier (EIOPA, 2014a, p. 243). Sist men ikke minst representerer undermodulen HLS kapitalkravet til helseforsikringsrisiko som er relatert til skadeforsikring. Kapitalkravet til HLS beregnes ved bruk av kapitalkravene til under-undermodulene premie- og reserverisiko samt avgangsrisiko. I henhold til Solvens II-regelverket beregnes disse to kapitalkravene på lignende teknisk grunnlag som innen skadeforsikring (EIOPA, 2014a, p. 233). Dette kan ses i sammenheng med at tilsvarende undermoduler eksisterer i skademodulen.

## Forklaringer og beregninger tilknyttet skade- og helsemodulen

Premie- og reserverisiko er den største risikoen for forsikringselskaper som tilbyr skade- og helseforsikringer. Dette reflekteres av kapitalkravet til undermodulen som utgjør store deler av det totale kapitalkravet til både skade- og helsemodulen. Oppgaven går derfor nærmere inn

på premie- og reserverisiko, mens avgangsrisiko og katastroferisiko ses bort i fra. HLL inkluderes heller ikke ettersom oppgaven kun tar for seg forsikringer knyttet til skadeforsikring.

### Om premie- og reserverisiko

Premierisiko er risiko forbundet med fremtidige skader og tilhørende forsikringskrav. Faktorer som påvirker premierisiko er usikkerhet i premienivå, skadefrekvens, tidspunkt for erstatningsutbetaling og administrasjonskostnader. Primærkilden til premierisiko er likevel relatert til skadefrekvens og erstatningsutbetalinger (Gjensidige, 2019, p. 20). Risikoen er knyttet til om de totale forsikringskravene overstiger innbetalt forsikringspremie fra kundene. Forsikringsselskapet opplever denne type risiko fra det øyeblikket forsikringen utstedes og gjennom hele forsikringsperioden før eventuelle hendelser inntreffer (EIOPA, 2014b, p. 41).

Reserverisiko er risiko forbundet med hvorvidt selskapet har satt av tilstrekkelige midler for å dekke kostnader fra skader som allerede har inntruffet. Det er altså risiko knyttet til de faktiske erstatningskravene. Dette gjelder både erstatningskrav forbundet med allerede inntrufne skader som ennå ikke er rapportert (IBNR) og innrapporterte skader som fortsatt er til behandling (RBNS). I tillegg er det også risiko tilknyttet tidspunktet erstatningsutbetalingen utføres da dette kan gjøres på et annet tidspunkt enn forventet. Dette skyldes at durasjonen, tiden mellom datoen for skaden og datoen erstatningskravet er endelig avgjort, varierer for ulike forsikringer avhengig av om det er avtaler med korthalet eller langhalet risiko (Gjensidige, 2019, pp. 19-20).

For de fleste skadeforsikringer er det kort tid mellom skadedato, rapporteringstidspunkt og endelig erstatningsoppgjør. Produkter som typisk inneholder person- eller ansvarsskader blir derimot ofte rapportert inn flere år etter skadedato. For å ta høyde for slike skader trengs det ofte en solid IBNR for å holde skadeprosentene mest mulig stabile. I tillegg kan erstatningsoppgjøret igjen avgjøres lang tid etter at skadene er rapportert inn (RBNS) da dette som regel er komplekse skader. Lang durasjon medfører dermed økt eksponering for inflasjon, noe som kan føre til at skadeutbetalingene blir større enn forventet (Gjensidige, 2019, pp. 19-20).

### Kapitalkravet til premie- og reserverisiko

Kapitalkravet til undermodulen premie- og reserverisiko til både skade- og helsemodulen beregnes ved bruk av flere formler som er definert i Solvens II-regelverket. Formlene bygger på hverandre og beregningene gjennomføres derfor i to steg. I første steg beregnes individuelle volum og standardavvik til premie- og reserverisikoen til hver av bransjene i selskapets portefølje. I steg to beregnes det samlede volumet og standardavviket til alle bransjene i modulen ved bruk av resultatene fra steg én (EIOPA, 2014a, p. 236). Det samlede volumet og standardavviket må beregnes ettersom dette er nødvendige inngangsverdier for å beregne kapitalkravet til undermodulen. Videre følger en detaljert beskrivelse av de to stegene. I formlene som følger står *prem* og *res* for henholdsvis premie- og reserverisiko mens *b* og *m* står for bransje og modul.

I steg nummer én beregnes som nevnt et samlet volum og standardavvik til premie- og reserverisikoen til hver bransje. Da premie- og reserverisiko representerer ulike typer risiko kan volumet og standardavviket til hver av risikoene være ulike. Dette fører til at det først er nødvendig å beregne individuelle volum og standardavvik til hver av disse risikotypene. Deretter kan vi beregne de samlede volumene og standardavvikene som representerer både premie- og reserverisiko til hver av bransjene.

Volumet til premierisiko til hver bransje *b* beregnes i henhold til Formel 3.1.

$$V_{prem,b,m} = \max(P_{b,m}\,;P_{(siste,b,m)}) + FP_{(eksisterende,b,m)} + FP_{(fremtid,b,m)} \tag{3.1}$$

Formelen viser at volumet til premierisiko avhenger av 3 ledd. Første ledd sier at volumet skal inkludere enten et estimat på hvor store premieinntektene vil bli de neste 12 månedene eller premieinntektene forsikringsselskapet tjente de forrige 12 månedene. Det største av disse to beløpene skal inkluderes i formelen. Ledd to sier at volumet skal inkludere nåverdien av premieinntekter på eksisterende kontrakter som forsikringsselskapet forventer å tjene etter de kommende 12 månedene. Siste ledd inkluderer nåverdien av premieinntekter som forsikringsselskapet forventer å tjene på kontrakter som blir inngått i løpet av de kommende 12 månedene. Dette leddet inkluderer derimot ikke premieinntekter som forsikringsselskapet tjener de 12 første månedene etter at forsikringsavtalen tegnes (EIOPA, 2014a, pp. 234-239).

Volumet til reserverisiko til hver bransje beregnes ved bruk av Formel 3.2. Formelen viser at volumet til reserverisiko tilsvarer beste estimat på erstatningsavsetningene til hver bransje.

$$V_{res,b,m} = PCO_{b,m} \tag{3.2}$$

Det samlede volumet til premie- og reserverisiko til hver av bransjene beregnes så ved å summere volumet til premierisiko og reserverisiko som vist i Formel 3.3 under.

$$V_{prem\ og\ res,b,m} = V_{prem,b,m} + V_{res,b,m} \tag{3.3}$$

Standardavvikene til hver av bransjene knyttet til både premierisiko og reserverisiko er forhåndsdefinerte i Solvens II-regelverket. Disse verdiene vises i Tabell 3.1.

**Tabell 3. 1:** *Standardavvikene til premie- og reserverisiko til hver av bransjene i helse- og skademodulen, definert i Solvens II.*

| | Standardavvik Premierisiko | Standardavvik Reserverisiko |
|---|---|---|
| Income Protection | 0.09 | 0.14 |
| Workers' Compensation | 0.08 | 0.11 |
| Motor vehicle | 0.10 | 0.09 |
| Other motor | 0.08 | 0.08 |
| Damage to property | 0.08 | 0.10 |
| General Liability | 0.14 | 0.11 |
| Assistance | 0.09 | 0.20 |
| Micellaneous | 0.13 | 0.20 |

Helseforsikring Skadeforsikring

De samlede standardavvikene til premie- og reserverisiko til hver bransje beregnes ved bruk av Formel 3.4 under. I formelen benyttes de forhåndsdefinerte standardavvikene fra Tabell 3.1 samt volumet til premie- og reserverisiko som estimeres ved bruk av Formel 3.1 og 3.2. Dermed er det kun volumet til premierisiko og til reserverisiko som varierer i formelen.

$$\sigma_{prem\ og\ res,b,m} =$$

$$\frac{\sqrt{\left(\sigma_{prem,b,m}\, V_{prem,b,m}\right)^2 + \left(\sigma_{prem,b,m}\sigma_{res,b,m}\, V_{prem,b,m}V_{res,b,m}\right)^2 + \left(\sigma_{res,b,m}\, V_{res,b,m}\right)^2}}{V_{prem,b,m} + V_{res,b,m}}$$

(3.4)

I steg nummer to beregnes det samlede volumet og standardavviket til premie- og reserverisiko til alle bransjene. Dette innebærer at det beregnes ett standardavvik og ett volum som representerer alle bransjene. Disse to verdiene erstatter med andre ord de individuelle standardavvikene og volumene til modulen.

Det samlede volumet beregnes ved å summere volumet til hver av bransjene fra Formel 3.3 slik det fremgår av Formel 3.5 under.

$$V_{prem\ og\ res,m} = \sum_{b=1}^{n} V_{prem\ og\ res,b,m}$$

(3.5)

Det samlede standardavviket beregnes ved bruk av Formel 3.6. Slik det fremgår av formelen, avhenger det samlede standardavviket både av korrelasjonen mellom bransjene, standardavviket til hver av bransjene fra Formel 3.4 og volumet til hver av bransjene fra Formel 3.3. I formelen multipliseres korrelasjonen mellom to bransjer med tilhørende standardavvik og volum. Dette gjøres for alle bransjer i modulen. Resultatene summeres og kvadratroten til denne summen divideres videre på det samlede volumet til alle bransjene i modulen.

$$\sigma_{prem\ og\ res,m} =$$

$$\frac{\sqrt{\sum_{r\cdot k} CorrM^{r\cdot k} \cdot \sigma_{prem\ og\ res,r,m} \cdot \sigma_{prem\ og\ res,k,m} \cdot V_{prem\ og\ res,r,m} \cdot V_{prem\ og\ res,k,m}}}{\sum_r V_{prem\ og\ res,r,m}}$$

(3.6)

I formelen står $CorrM^{r\cdot k}$ for korrelasjonsmatrisen til modulen der r og k står for raden og kolonnen i matrisen. Korrelasjonsmatrisene for skade- og helsemodulen er definert i Solvens II og vises i Tabell 3.2 under.

**Tabell 3. 2:** *Korrelasjonsmatrisene til skade- og helsemodulen, definert i Solvens II.*

| | Motor vehicle | Other motor | Damage to property | General Liability | Assistance | Micellaneous |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Motor vehicle | 1.00 | 0.50 | 0.25 | 0.50 | 0.25 | 0.50 |
| Other motor | 0.50 | 1.00 | 0.25 | 0.25 | 0.50 | 0.50 |
| Damage to property | 0.25 | 0.25 | 1.00 | 0.25 | 0.50 | 0.50 |
| General Liability | 0.50 | 0.25 | 0.25 | 1.00 | 0.25 | 0.50 |
| Assistance | 0.25 | 0.50 | 0.50 | 0.25 | 1.00 | 0.50 |
| Micellaneous | 0.50 | 0.50 | 0.50 | 0.50 | 0.50 | 1.00 |

| | Income Protection | Workers' Compensation |
|---|---|---|
| Income Protection | 1.0 | 0.5 |
| Workers' Compensation | 0.5 | 1.0 |

Helseforsikring Skadeforsikring

Etter at alle beregningene over er gjennomført er det mulig å beregne kapitalkravet til premie- og reserverisiko. Kapitalkravet beregnes i henhold til Formel 3.7 der inngangsverdiene i formelen er volumet fra Formel 3.5 og standardavviket fra Formel 3.6. Dette kapitalkravet representerer risikoen til premie- og reserverisiko.

$$SCR_{prem\ og\ res,m} = 3 \cdot V_{prem\ og\ res,m} \cdot \sigma_{prem\ og\ res,m} \tag{3.7}$$

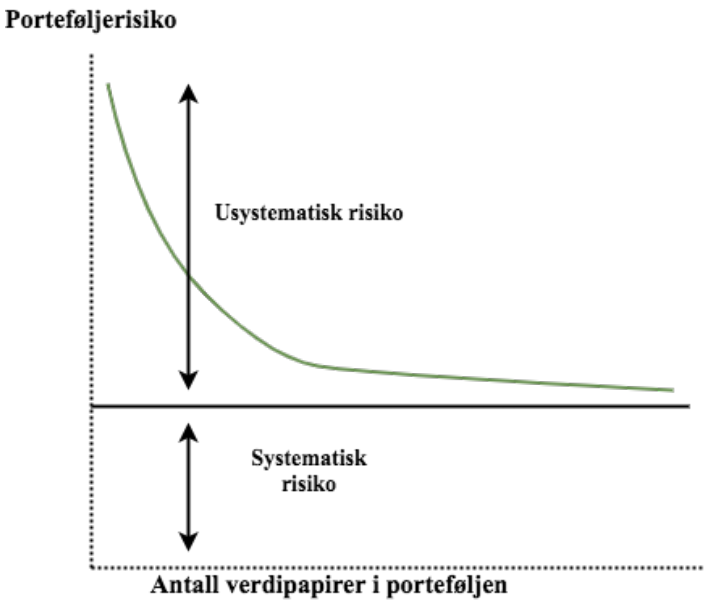
# 4 Teoretisk rammeverk - moderne porteføljeteori

*I denne delen av oppgaven presenteres det teoretiske rammeverket som benyttes for å finne den optimale bransjesammensetningen i Frende. Som en introduksjon til dette temaet beskrives diversifisering i verdipapirmarkedet. Dette konseptet blir videre anvendt når en modell fra moderne porteføljeteori presenteres. Avslutningsvis diskuteres overføringen av denne modellen til forsikringsindustrien.*

## 4.1 Diversifisering av risiko

Diversifisering handler om å utnytte samvariasjoner mellom ulike investeringsobjekter for å redusere risikoen til porteføljen. Kombineres investeringsobjekter som reagerer ulikt på like hendelser i en portefølje, kan en investor oppnå høyere avkastning for en gitt mengde risiko (Segal, 2020).

Risiko deles inn i usystematisk risiko og systematisk risiko. Usystematisk risiko er selskaps- eller bransjespesifikk risiko som reduseres når en portefølje utnytter diversifisering. Systematisk risiko er derimot generell markedsrisiko som oppstår til tross for diversifisering. I en optimalt diversifisert portefølje elimineres all usystematisk risiko (Bodie, Kane, & Marcus, 2014, p. 206). Dette konseptet illustreres i Figur 4.1. Figuren viser hvordan den usystematiske risikoen konvergerer mot null i takt med økende antall verdipapirer i porteføljen, mens den systematiske risikoen forblir konstant.



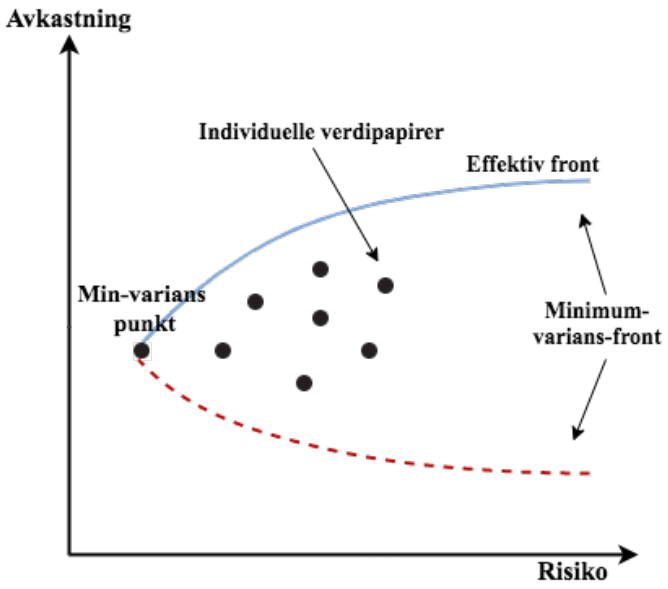

**Figur 4. 1:** *Illustrasjon av hvordan diversifisering kan eliminere usystematisk risiko.*

I 1952 ble det introdusert en investeringsmodell, kjent som *Mean-variance*-optimering, med direkte fokus på diversifisering. Mannen bak modellen var økonom Harry Markowitz som lanserte sine funn i *Portfolio Selection*, en artikkel først publisert i *The Journal of Finance* (Markowitz, 1952). Senere ble funnene betydelig utvidet med utgivelsen av boken *Portfolio Selection: Efficient Diversification* i 1959. Hans arbeid ble ansett som banebrytende innen moderne porteføljeteori og Markowitz ble følgelig belønnet med nobelprisen i 1990 (Mangram, 2013, pp. 59-61).

## 4.2 Markowitz Mean-Variance-optimering

Markowitz' teori om *Mean-Variance*-optimering (*MVO*) handler om å finne effektive investeringsalternativer ved å minimere variansen. Slike porteføljer illustreres av minimum-varians-fronten i Figur 4.2. Alle individuelle verdipapirer ligger på innsiden av denne fronten ettersom det ikke er mulig å oppnå diversifisering med kun én type verdipapir. Dette indikerer at investeringer i individuelle verdipapirer er ineffektivt (Bodie et al., 2014, p. 220).

Det er likevel ikke alle porteføljene på minimum-varians-fronten som er effektive. Disse porteføljene har en lavere forventet avkastning enn det som er mulig gitt mengden risiko. Derfor sier Markowitz sin porteføljeteori at det kun er de porteføljene som har høyere eller lik avkastning som den porteføljen med lavest mulig risiko som er effektive. Disse porteføljene befinner seg på den effektive fronten (Bodie et al., 2014, p. 220). I Figur 4.2 er den effektive fronten markert med blått, mens ineffektive porteføljer er markert med rødt.




**Figur 4. 2:** *Minimum-varians-fronten fra Markowitz' Mean-Variance-optimering.*

Investeringsmodellen benytter varians som mål på risiko. Grunnen til dette er at Markowitz anså dette som passende ettersom varians fanger opp korrelasjonen mellom investeringsobjektene (Markowitz, 1991, p. 470). Dermed utnytter modellen at korrelasjon kan være en risikoreduserende faktor. Videre følger en presentasjon av den matematiske utledningen av modellen.

Matematisk kan Markowitz' optimeringsproblem settes opp med en objektfunksjon der målet er å finne den laveste variansen for en gitt avkastning *R* i en portefølje *P* bestående av totalt *n* investeringsobjekter.

$$\min Var(R_P) \tag{4.1}$$

Optimeringsproblemet må også oppfylle to begrensinger. I begrensningen i Formel 4.2 defineres porteføljens forventede avkastning ($\mu^*$). I tillegg er summen av andelene eller vektene (w) i hvert investeringsobjekt *i* lik 1 som gitt av Formel 4.3.

$$E(R_P) = \mu^* \tag{4.2}$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \tag{4.3}$$

Variansen fra Formel 4.1 beregnes ved å sammenligne variansen til ulike porteføljer. Deretter velges porteføljen som oppnår lavest varians gitt avkastningsmålet. Variansen til en portefølje beregnes i henhold til Formel 4.4 under.

$$Var(R_p) = \sigma_p^2 = \sum_{i}^{n} w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i}^{n} \sum_{j \neq i}^{n} w_i w_j \sigma_i \sigma_j cov(i,j) \tag{4.4}$$

I formelen fremkommer det at porteføljens risiko avhenger av investeringsobjektenes varians samt kovariansen mellom dem. Kovariansen representerer samvariasjonen mellom investeringsobjektene og i følge Markowitz er det helt sentral å inkludere kovariansen i beregningen av total risiko da dette er en risikoreduserende faktor (Markowitz, 1991, p. 470).

I mange sammenhenger benyttes korrelasjon ($\rho_{ij}$) som mål på samvariasjon isteden for kovarians. Grunnen til dette er at korrelasjon ofte er lettere å tolke enn kovarians da korrelasjon ikke er avhengig av måleenheten (Wooldridge, 2016, p. 660). Korrelasjon er nemlig alltid er et tall mellom -1 og 1 der negativ korrelasjon reduserer risikoen mest, mens korrelasjon nære 1 gir liten eller ingen risikoreduksjon (Ferrari, 1967, p. 40). Korrelasjonen beregnes ved å dividere kovariansen mellom investeringsobjektene med sine tilhørende standardavvik som vist i Formel 4.5 under.

$$\rho_{ij} = \frac{cov(i,j)}{\sigma_i \sigma_j} \tag{4.5}$$

Det er verdt å bemerke at forventet avkastning ikke påvirkes av samvariasjonen mellom investeringsobjektene. Dette kommer tydelig frem i Formel 4.6 som viser at forventet avkastning beregnes som en vektet sum av forventet avkastning til *n* investeringsobjekter. Det er dermed enda tydeligere at lav korrelasjon alltid bidrar til å øke porteføljens lønnsomhet.

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i \, E(R_i) \tag{4.6}$$

Markowitz' avkastning-risiko tilnærming for porteføljevalg kan implementeres i dataspråket R som et kvadratisk optimeringsproblem. En slik implementering vises i Vedlegg A.1.

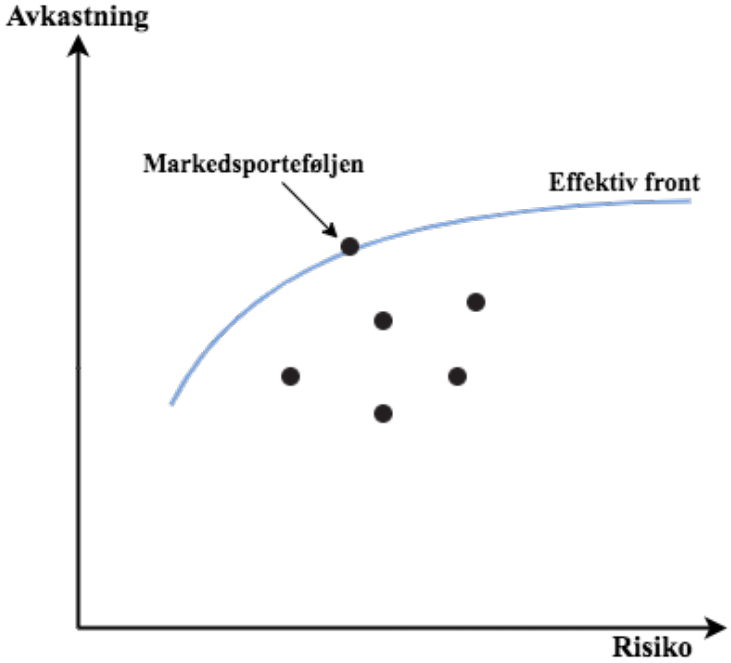
## 4.3 CAPM

Dersom alle investorer optimerer sin portefølje kan det identifiseres én portefølje på den effektive fronten som er optimal. I henhold til CAPM befinner denne porteføljen seg på det punktet hvor den effektive fronten har høyest Sharpe-rate. Sharpe-raten defineres som risikopremie dividert på standardavvik som vist i Formel 4.7 (Bodie et al., 2014, p. 216).

$$S = \frac{E(R_P) - R_f}{\sigma_p} \tag{4.7}$$

Det er ønskelig for alle investorer å investere i porteføljen hvor Sharpe-raten maksimeres. I identiske markeder har alle investorer samme effektive front og dermed samme optimale

portefølje. Dette innebærer at alle investorer investerer i den optimale porteføljen og alle verdipapirer vektes følgelig likt. Den optimale porteføljen tilsvarer derfor markedsporteføljen som er illustrert i Figur 4.3 (Bodie et al., 2014, p. 292).




**Figur 4. 3:** *Den effektive fronten med optimal portefølje.*

## 4.4 Overføring av moderne porteføljeteori til forsikringsindustrien

Markowitz' *Mean-Variance*-optimeringsmodell har hovedsakelig blitt benyttet til å finne kombinasjoner av ulike verdipapirer som maksimerer avkastning-risikoforholdet i en investeringsportefølje. Teoretisk sett er modellen også anvendelig i andre sammenhenger hvor det er mulig å beregne avkastning, standardavvik eller varians og korrelasjon (Ferrari, 1967).

Innen forsikringsindustrien er det mulig å finne alle disse inngangsverdiene for hver forsikringsbransje i samme risikomodul i standardmodellen. Avkastningen og standardavviket til hver av bransjene kan nemlig beregnes ved å kombinere Solvens II-regelverket med historisk data. I tillegg er korrelasjonen mellom hver av bransjene forhåndsbestemt av regelverket. Det er verdt å legge merke til at både standardmodellen og MVO benytter en form for varians som mål på risiko. Dette er et argument for at MVO burde være svært anvendelig også innen forsikringsindustrien.

Til tross for at vi finner de nødvendige inngangsverdiene for alle forsikringsbransjene, må vi i forsikringsmarkedet også ta hensyn til enkelte begrensninger som ikke er til stede i finansmarkedet. I forsikringsmarkedet er det nemlig krevende å gjennomføre store endringer i porteføljen av forsikringsbransjer. Grunnen til dette er at størrelsen til hver av bransjene i stor grad avhenger av tilgangen til aktuelle kundegrupper. Skal MVO overføres til forsikringsindustrien er det med andre ord behov for begrensninger som hindrer dramatiske endringer i størrelsen til bransjene. Disse begrensningene kommer i form av minimumsgrenser og maksimumsgrenser (Ferrari, 1967, p. 41).

En minimumsgrense skal hindre at en bransje ikke blir for liten. Det er viktig å ha en slik begrensning ettersom det er naturlig å anta at forsikringsselskaper er interessert i å tilby et bredt spekter av produkter. Et forsikringsselskap som tilbyr mange produkter er mer konkurransedyktig ettersom forsikringstakere ofte kjøper flere typer forsikringer hos samme selskap. I tillegg kan enkelte bransjer som i dag er mindre lønnsomme bli mer lønnsomme med tiden. Dette kan ses i sammenheng med at bransjene er utsatt for ulik risiko og frekvensen til skadene kan variere i stor grad fra år til år.

En maksimumsgrense skal forhindre at en bransje blir for stor. Noen bransjer har historisk sett oppnådd høyere avkastning-risikoforhold enn andre, noe modellen vil favorisere. Dette innebærer likevel ikke at det er mulig eller ønskelig at forsikringsselskapet kun tilbyr produktene tilhørende disse bransjene. Eksempelvis er det utfordrende å øke markedsandelen til en bransje som tidligere stod for 20% til hele 80%. Dette vil enten kreve dramatisk økning i salg av forsikringer som tilhører den gitte bransjen, eller stor reduksjon av eksisterende forsikringsavtaler i de andre bransjene. Slike endringer er vanskelige å gjennomføre ettersom det kan være krevende å nå mange nye kunder innen en bestemt bransje uten å senke prisene. Det kan også være lite ønskelig å si opp kunder som har forsikringer i andre bransjer da mange kunder ønsker å ha flere forsikringer hos samme forsikringsselskap. I et slikt tilfelle er det fare for at kunden også sier opp forsikringer innen den mer lønnsomme bransjen.

Gitt at begrensningene knyttet til endringer av størrelsene til bransjene overholdes, er det mulig å finne en effektiv front der punktet med høyest Sharpe-rate representerer den optimale størrelsen til bransjene. I forsikringsmarkedet er det derimot ikke en risikofri rente og risikopremien i Formel 4.7 settes dermed lik forventet avkastning.

Punktet med høyest Sharpe-rate burde i henhold til CAPM være likt for alle forsikringsselskaper, men ettersom forsikringsselskaper har ulik markedsandel innen hver av bransjene, vil dette punktet variere mellom forsikringsselskaper. I tillegg kan faktorer som geografiske forskjeller og andel reassuranse påvirke avkastningen til de ulike bransjene (Ferrari, 1967, p. 48). Dette fører til at den optimale kombinasjonen av bransjer for ett forsikringsselskap ikke nødvendigvis er den optimale kombinasjonen for hele forsikringsmarkedet (Schnieper, 2000, pp. 241-243).

## Sensitivitetsanalyse

Etter at den optimale størrelsen til bransjene fra MVO er identifisert er det nyttig å gjennomføre en sensitivitetsanalyse. En sensitivitetsanalyse kan nemlig bidra til å vurdere robustheten til resultatene fra optimeringsproblemet.

En sensitivitetsanalyse ser på hvordan ulike kilder til usikkerhet i en matematisk modell bidrar til å skape usikkerhet i den helhetlige modellen. Dette gjøres ved å studere hvordan utgangsverdien påvirkes av endringer i inngangsverdiene gitt noen forhåndsbestemte antagelser (Kenton, 2019b). I en sensitivitetsanalyse endres kun én inngangsverdi av gangen, noe som åpner for å analysere effekten av den gitte endringen. Dersom en liten endring i en usikker inngangsverdi har stor effekt på utgangsverdien, bør dette kartlegges. Dette er fordi den endelige utgangsverdien kan endres dramatisk hvis sensitive inngangsverdier ikke er helt korrekte.

De mest usikre inngangsverdiene i modellen vi benytter i denne oppgaven er avkastningen til de ulike bransjene. Avkastningen til hver av bransjene spiller en viktig rolle for anbefalingen til modellen. Det er derfor viktig å kartlegge hvor sensitiv anbefalingen er for små endringer i disse verdiene. Sensitivitetsanalysen er med andre ord svært sentral når forretningsstrategi utvikles og den kan gi viktig informasjon om usikkerhet knyttet til anbefalingen.

# 5 Metode

*I denne delen av oppgaven presenteres først datagrunnlaget som benyttes i optimeringsproblemet. Videre følger en beskrivelse av forutsetningene som optimeringsproblemet baserer seg på. Disse forutsetningene handler om beregningen av kapitalkrav, avkastning, standardavvik, korrelasjonskoeffisienter, størrelsen til hver bransje og maksimums- og minimumsgrenser. I tillegg beskriver dette kapittelet hvordan avhengigheten mellom Motor vehicle og Other motor håndteres. Avslutningsvis presenteres fremgangsmåten for å justere historiske resultater i henhold til anbefalingene fra optimeringsproblemet.*

## 5.1 Introduksjon av datasettet

Denne oppgaven benytter historisk data fra Frende Skadeforsikring for årene 2008 til 2019. Datagrunnlaget inneholder informasjon om premieinntekter, skadeprosenter, reassuransepremie og reassuransedekning for de ulike forsikringsproduktene. Operasjonelle kostnader antas å utgjøre en fast sats av premieinntektene lik 18,5%.

Oppgaven skiller ikke mellom forsikringsprodukter innen privatmarkedet og bedriftsmarkedet. Dette skyldes at Frende primært tilbyr forsikringer til privatmarkedet. I tillegg består bedriftsmarkedet til Frende hovedsakelig av små og mellomstore bedrifter (Frende, 2019d, p. 11). Ettersom de minste næringslivskundene ofte har mer til felles med privatkunder enn store næringslivskunder, er det dermed lite hensiktsmessig å skille mellom privatmarkedet og bedriftsmarkedet (Kredittilsynet, 2006, p. 2).

Alle forsikringsproduktene knyttet til både privatmarkedet og bedriftsmarkedet fordeles på åtte bransjer ut fra kategoriseringen diskutert i kapittel 2. I henhold til Solvens II-klassifisering av alle forsikringsbransjer hører helseforsikringsbransjene i Frende til helsemodulen i standardmodellen, mens skadeforsikringsbransjene tilhører skademodulen. Regelverket sier videre at bransjer som tilhører ulike moduler ikke korrelerer (EIOPA, 2014a, pp. 126-258). Ettersom optimeringsmodellen vi benytter er avhengig av korrelasjon mellom investeringsobjektene, tar denne oppgaven for seg to separate optimeringsproblemer: ett for bransjer som tilhører helsemodulen og ett for bransjer som tilhører skademodulen.

Enkelte forsikringsprodukter inkluderes ikke i optimaliseringen av de ulike modulene. Dette gjelder hussopp-, naturskade- og cyberforsikring. Hussoppforsikring er et salgssamarbeid med Norsk Hussopp Forsikring hvor Frende kun står for salg av forsikringen og de beholder følgelig kun en liten premieandel i form av provisjon. Frende har derfor ingen skader knyttet til dette produktet og det er dermed ikke relevant å inkludere produktet i porteføljen i denne oppgaven. Når det gjelder naturskadeforsikring er naturskaderisiko begrenset av at Frende deltar i Norsk naturskadepool (Finans Norge, u.å). Behandling av slike skader inngår dermed i et større apparat hvor kostnadene fordeles på flere forsikringsselskaper. På bakgrunn av denne ordningen utelates også naturskadeforsikring i denne oppgaven. Cyberforsikring er et forsikringsprodukt som Frende for første gang tilbød i 2019 og datagrunnlaget er derfor for lite til at det er relevant å inkludere dette produktet i porteføljen.

## 5.2 Forutsetninger

Det er behov for en rekke forutsetninger for å løse oppgavens to optimeringsproblemer. Videre diskuteres disse forutsetningene. Fremgangsmåten for hvordan vi har implementert optimeringsproblemene gitt disse forutsetningene i dataspråket R vises i Vedlegg A.2.

### Beregning av kapitalkrav (SCR)

Kapitalkravene til både skade- og helsemodulen er sentrale verdier i denne oppgaven. Grunnen til dette er at kapitalkravene danner grunnlaget for å beregne avkastningen til bransjene i hver modul. Videre følger derfor en beskrivelse av hvordan vi beregner kapitalkravene i denne oppgaven.

Det er ikke aktuelt å beregne det samlede kapitalkravet som reflekterer risikoen til hele forsikringsselskapet som beskrevet i kapittel 3.2. Grunnen til dette er at vi i denne oppgaven kun analyserer skade- og helsemodulen og det er dermed kun aktuelt å beregne kapitalkravene tilhørende disse to modulene. Disse kapitalkravene omtales videre som SCR eller kapitalkrav.

Det er viktig å huske at bransjene i helse- og skademodulen behandles separat. Dette innebærer at alle operasjoner som diskuteres videre må gjennomføres for både helse- og skademodulen.

I beregningen av kapitalkravet til både skade- og helsemodulen forutsettes det at kapitalkravene til hver av modulene kun tilsvarer kapitalkravet til undermodulen premie- og reserverisiko. Kapitalkravene tilknyttet de resterende undermodulene settes med andre ord lik null. Dette kan rettferdiggjøres da premie- og reserverisiko utgjør nesten hele kapitalkravet til begge modulene. Som tidligere nevnt utgjorde undermodulen hele 96% av kapitalkravet til modulene i 2019 (Frende, 2019e).

Kapitalkravene til de resterende undermodulene til både skade- og helsemodulen er altså små. Grunnen til dette er at avgangsrisiko ikke regnes å være en stor risikofaktor for Frende, hverken i skade- eller helsemodulen. Katastroferisiko er derimot en større risiko, men ettersom selskapet benytter reassuranse er heller ikke dette kapitalkravet særlig høyt (Frende, 2019d). Kapitalkravet til katastroferisiko blir ytterligere redusert i denne oppgaven da vi utelater enkelte forsikringsprodukter som påvirker katastroferisiko. Det er heller ikke noe risiko knyttet til undermodulen HLL i helsemodulen da oppgaven kun ser på forsikringer i Frendes skadeforsikringsselskap.

Kapitalkravet beregnes følgelig ved bruk av Formel 3.7 for både helse- og skademodulen da Frende anser standardmodellen som passende for deres risikoprofil (Frende, 2019d, p. 10). Ettersom de individuelle standardavvikene til premie- og reserverisiko til hver av bransjene er forhåndsdefinert som vist i Tabell 3.1, er det kun volumet til premie- og reserverisiko til hver av bransjene som er udefinerte. Disse verdiene er nødvendige for å beregne samlede standardavvik til premie- og reserverisiko til hver av bransjene (Formel 3.4) samt det samlede standardavviket som gjelder alle bransjene (Formel 3.6). Videre følger derfor en forklarlig på hvordan vi beregner volumene til premie- og reserverisiko.

Volumet til reserverisiko beregner vi i denne oppgaven ved bruk av forholdstall. Forholdstallene er basert på tilgjengelige tall fra Frende i 2019 og tilsvarer volumet til reserverisikoen til hver av bransjene dividert på volumet til premierisikoen til samme bransje. Dermed benytter oppgaven seks forholdstall i skademodulen og to forholdstall i helsemodulen for å beregne reserverisikovolumet til hver av bransjene.

Disse forholdstallene benyttes for å beregne volumet til reserverisiko for alle år. Vi forutsetter med andre ord at volumet til reserverisiko endres proporsjonalt med endring i premierisikovolumet. Dette er ikke et helt nøyaktig mål på reserverisikovolum. En slik

forutsetning er likevel nødvendig ettersom oppgaven er avhengig av et konstant samlet standardavvik for alle bransjene som beregnes ved bruk av Formel 3.6. Dette diskuteres i detalj senere i oppgaven.

Med estimater på volumet til både premie- og reserverisiko til hver av bransjene, har oppgaven alle nødvendige inngangsverdier for å beregne kapitalkravene ved bruk av Formel 3.7. Det er derimot behov for mer enn ett kapitalkrav for hver av modulene. I tillegg til kapitalkravet som reflekterer den totale risikoen til hver modul, er det nemlig også behov for å beregne individuelle kapitalkrav som reflekterer risikoen til hver enkelt bransje i modulene. Disse kravene representerer mengden egenkapital som må settes av som følge av risikoen hver bransje isolert sett skaper for selskapet.

Kapitalkravet til hver av bransjene i hver modul beregnes ved bruk av Formel 5.1.

$$SCR_{prem\ og\ res,b,m} = 3 \cdot V_{prem\ og\ res,b,m} \cdot \sigma_{prem\ og\ res,b,m} \tag{5.1}$$

Denne formelen er en justert versjon av Formel 3.7 ettersom formelen benytter standardavviket og volumet som tilhører den aktuelle bransjen og ikke standardavviket og volumet som gjelder alle bransjer. Det er verdt å bemerke at formelen er identisk med Formel 3.7 dersom det antas at det kun er én bransje i modulen. Da er nemlig $V_{prem\ og\ res,b,m}$ lik $V_{prem\ og\ res,m}$ og $\sigma_{prem\ og\ res,b,m}$ er lik $\sigma_{prem\ og\ res,m}$.

Vi benytter de individuelle kapitalkravene til hver bransje for hvert år i beregningen av egenkapitalavkastningen til hver av bransjene vist i Tabell 2.2 og 2.3. Dette kommer vi nærmere inn på senere i dette delkapittelet.

Det er også behov for et samlet kapitalkrav for både helse- og skademodulen når vi skal vurdere lønnsomheten til modulene. Disse to kapitalkravene beregnes ved bruk av Formel 3.7. Formelen tar hensyn til at korrelasjon er en risikoreduserende faktor. Dette fører til at det totale kapitalkravet til hver modul er noe lavere enn summen av de individuelle kapitalkravene til hver av bransjene som tilhører samme modul fra Formel 5.1.

## Avkastning, standardavvik og korrelasjonskoeffisienter

Avkastning, standardavvik og korrelasjonskoeffisienter er nødvendige inngangsverdier for å løse optimeringsproblemene. Ettersom dette er optimeringsproblemer innen forsikring, er det behov for noen forutsetninger angående disse verdiene. Disse forutsetningene diskuteres i de påfølgende avsnittene.

### Avkastning

Et naturlig mål på lønnsomheten til hver av bransjene i et forsikringsselskap er egenkapitalavkastningen. Dette kan ses i sammenheng med at aksjonærer blant annet vurderer lønnsomheten til forsikringsselskapet ut fra avkastningen på egenkapitalen. Vi beregner årlig egenkapitalavkastning ved bruk av Formel 5.2.

$$Egenkapitalavkastning = \frac{Resultat}{Egenkapital} \tag{5.2}$$

I formelen tilsvarer resultatet årlige utbetalinger subtrahert fra årlig inntjening. Resultatet beregnes i henhold til Formel 5.3.

$$Resultat = Premieinntekter + Reassuransedekning - Skadeutbetalinger - Reassuransepremie - Operasjonelle\ kostnader \tag{5.3}$$

Egenkapitalen til forsikringsselskapet tilsvarer summen av SCR og frie egne midler (EIOPA, 2014b, p. 7). I denne oppgaven settes egenkapitalen til både helse- og skademodulen lik SCR til premie- og reserverisiko til hver av disse modulene (Formel 3.7). Grunnen til at kapitalkravet til de resterende modulene og undermodulene kan settes lik null ble diskutert i et tidligere avsnitt. Når det gjelder frie egne midler er det ikke mulig å knytte slik kapital direkte til hver bransje og disse er derfor heller ikke inkludert. Avkastningen til hver av bransjene beregnes dermed i henhold til Formel 5.4.

$$Egenkapitalavkastning_{\ b,m} = \frac{Resultat_{b,m}}{SCR_{prem\ og\ res,b,m}} \tag{5.4}$$

I denne formelen beregnes resultatet til hver av bransjene på tilsvarende måte som i Formel 5.3. Den eneste forskjellen er at det nå kun inkluderes verdier fra den aktuelle bransjen i formelen. $SCR_{prem\ og\ res,b,m}$ beregnes i henhold til Formel 5.1.

Oppgaven kan imidlertid ikke benytte dette målet på avkastning direkte i optimeringsproblemene. Grunnen til dette er at standardavviket inkluderes i $SCR_{prem\ og\ res,b,m}$. Brukes egenkapitalavkastning som mål på avkastningen til hver bransje fører det til at vi medregner den kvadrerte risikoen når avkastning-risikoforholdet vurderes. Dette poenget utledes under.

$$Avkastning - risikoforhold_{b,m} =$$

$$\frac{Egenkapitalavkastning_{b,m}}{\sigma_{prem\ og\ res,b,m}} = \frac{\left(\frac{Resultat_{b,m}}{SCR_{prem\ og\ res,b,m}}\right)}{\sigma_{prem\ og\ res,b,m}}$$

$$= \frac{\left(\frac{Resultat_{b,m}}{3 \cdot V_{prem\ og\ res,b,m} \cdot \sigma_{prem\ og\ res,b,m}}\right)}{\sigma_{prem\ og\ res,b,m}} = \frac{Resultat_{b,m}}{3 \cdot V_{prem\ og\ res,b,m} \cdot \sigma_{prem\ og\ res,b,m}{}^{2}}$$

(5.5)

Vi håndterer denne utfordringen ved å multiplisere egenkapitalavkastningen til hver av bransjene med bransjens tilhørende standardavvik fra Formel 3.4. Det nye målet for avkastning vises i formelen under.

$$Avkastning_{b,m} = \frac{Resultat_{b,m}}{3 \cdot V_{prem\ og\ res,b,m}}$$

(5.6)

Hver bransje har følgelig en årlig avkastning som beregnes i henhold til Formel 5.6. Ettersom optimeringsproblemene benytter data fra de siste tolv årene, har hver bransje tolv årlige mål på avkastning. Optimeringsproblemene benytter likevel kun én verdi som reflekterer avkastningen til hver av bransjene og det er dermed behov for å finne et slikt estimat. Dette estimatet må reflektere dagens situasjon best mulig for at modellen skal være effektiv.

Vi velger å vekte avkastningen i henhold til premieinntektene til hver bransje. Dette innebærer at år med høyere premieinntekter vektes mer enn år med lavere premieinntekter. Ettersom alle bransjer har opplevd vekst siden oppstart, fører en slik metode til at senere år vektes mer enn tidligere år. Denne metoden benyttes da vi anser senere år som mer representative for dagens forsikringsmarked. Dette poenget blir underbygd av Tabell 2.2 og 2.3 som viser at egenkapitalavkastningen var langt høyere de første årene enn i senere år i de fleste bransjer. På bakgrunn av dette er det lite realistisk å forvente at bransjene i årene fremover vil oppnå like høy egenkapitalavkastning som en del av bransjene opplevde de første årene.

Måten vi beregner hvordan de årlige premieinntektene vektes vises i Figur 5.1 under. Vektene beregnes ved å dividere hver av de fargede cellene i tabellen som viser årlige inntekter med cellen som har lik farge i tabellen som viser totale inntekter for alle år. Vektene til den aktuelle bransjen i ulike år vises i den tredje tabellen.

INNTEKTER PER ÅR

| | Motor | Damage to property | Assistance |
|---|---|---|---|
| 2017 | 1000 | 2000 | 800 |
| 2018 | 2000 | 3000 | 900 |
| 2019 | 3400 | 4400 | 1200 |

+

TOTALE INNTEKTER FOR ALLE ÅR

| Motor | Damage to property | Assistance |
|---|---|---|
| 6400 | 9400 | 2900 |

=

HVORDAN INNTEKTENE VEKTES

| | Motor | Damage to property | Assistance |
|---|---|---|---|
| 2017 | 0.16 | 0.21 | 0.28 |
| 2018 | 0.31 | 0.32 | 0.31 |
| 2019 | 0.53 | 0.47 | 0.41 |

**Figur 5. 1:** *Eksempel på hvordan premieinntektene vektes i bransjene Motor, Damage to property og Assistance.*

Vektene per år per bransje multipliseres videre med avkastningen per år per bransje og den endelige avkastningen som brukes i oppgaven er summen av de vektede avkastningene. Avkastningen til hver av bransjene vises i Tabell 5.1 under.

**Tabell 5. 1:** *Avkastningen til alle Frende sine bransjer.*

| | Avkastning |
|---|---|
| Income Protection | 0.003 |
| Workers' Compensation | 0.001 |
| Motor Vehicle | 0.028 |
| Other Motor | 0.022 |
| Damages to property | 0.023 |
| General Liability | -0.023 |
| Assistance | 0.010 |
| Micellaneous | 0.005 |

Helseforsikring Skadeforsikring

### Korrelasjon og standardavvik

Korrelasjonen mellom bransjene er definert i Solvens II som vist i Tabell 3.2. Disse verdiene benyttes i standardmodellen og det anses dermed som hensiktsmessig å benytte de samme verdiene i optimeringsproblemene.

De separate standardavvikene til premie- og reserverisiko til hver av bransjene er også forhåndsdefinert i Solvens II-regelverket som vist i Tabell 3.1. Optimeringsproblemene kan likevel ikke benytte disse verdiene direkte da hver bransje har to standardavvik. Oppgaven er derfor avhengig av å beregne et samlet standardavvik til hver av bransjene.

Det samlede standardavviket til hver av bransjene beregnes i henhold til Formel 3.4. Formelen avhenger av både premierisikovolum og reserverisikovolum i tillegg til de forhåndsdefinerte standardavvikene. Ettersom vi i denne oppgaven forutsetter at det er et konstant forhold mellom volumet til premie- og reserverisiko, er også standardavviket til hver bransje konstant uavhengig av endringer i volumet. De samlede standardavvikene til premie- og reserverisiko vises i Tabell 5.2 under.

**Tabell 5. 2:** *Samlede standardavvik til premie- og reserverisiko til de ulike bransjene i helse-og skademodulen.*

| | Samlet Standardavvik |
|---|---|
| Income Protection | 0.1135 |
| Workers' Compensation | 0.0964 |
| Motor vehicle | 0.0821 |
| Other motor | 0.0741 |
| Damage to property | 0.0759 |
| General Liability | 0.1046 |
| Assistance | 0.1044 |
| Micellaneous | 0.1283 |

Helseforsikring
Skadeforsikring

## Beregning av den historiske størrelsen til hver av bransjene

Det er behov for et konstant mål på den historiske størrelsen til hver av bransjene. Dette målet er relevant for å beregne maksimums- og minimumsgrenser i neste avsnitt. I tillegg skal dette målet brukes for å sammenligne den anbefalte størrelsen til hver av bransjene fra MVO med den historiske størrelsen.

Vi beregner de historiske størrelsene ved å vekte størrelsene til hver av bransjene fra Figur 2.2 og 2.3 på tilsvarende måte som den årlige avkastningen vektes. Dette innebærer at år med høye premieinntekter vektes mer enn år med lave premieinntekter. Grunnen til at vi benytter denne metoden er fordi avkastningen vektes på tilsvarende måte. Den historiske størrelsen til hver av bransjene vises i tabellen under og omtales heretter som historiske vekter.

**Tabell 5. 3:** *Historiske vekter til hver av bransjene i helse- og skademodulen.*

| | Historiske vekter |
|---|---|
| Income Protection | 0.405 |
| Workers Compensation | 0.599 |
| Motor Vehicle | 0.182 |
| Other Motor | 0.306 |
| Damages to property | 0.409 |
| General Liability | 0.011 |
| Assistance | 0.081 |
| Micellaneous | 0.013 |

Helseforsikring
Skadeforsikring

## Maksimums- og minimumsgrenser for endringer i hver bransje

I diskusjonen fra kapittel 2.2 fremkommer det at det historisk sett har vært lite betydningsfulle endringer i bransjenes relative størrelse. Vi ønsker å ta hensyn til dette ved å innføre begrensninger i modellen som utelukker drastiske endringer i den historiske forsikringsporteføljen. Disse begrensningene kommer i form av minimumsgrenser og maksimumsgrenser.

Minimumsgrensen tillater at størrelsene til begge bransjene i helsemodulen samt bransjene *Assistance, Micellaneous* og *General liability* fra skademodulen kan reduseres med 50%. Dette er de minste bransjene og vi antar derfor at en endring på 50% er gjennomførbart. Basert på diskusjonen i kapittel 2.2 vet vi derimot at bransjene *Motor vehicle*, *Other motor* og *Damage to property* er langt større. Vi setter derfor den tillatte prosentvise reduksjonen av disse bransjene til 30%. Den nedre grensen til de sistnevnte bransjene tillater likevel en relativt stor reduksjon i markedsandeler. Dette gjør vi for å gi modellen noe spillerom for å finne en optimal bransjesammensetning.

Maksimumsgrensene til bransjene varierer også i noen grad. Innen skadeforsikring benytter vi en vekstfaktor på 300% for bransjene *Micellaneous* og *General liability. Micellaneous* og *General liability* står i dag kun for ca 1% av premieinntektene og vi anser derfor en tredobling av dagens størrelse som gjennomførbart. I tillegg er disse bransjene mindre enn snittet i Norge, noe som taler for at de har vekstpotensiale.

Vi setter faktoren til den øvre grensen til *Motor vehicle*, *Other motor*, *Damage to property* og *Assistance* til 150%. Disse bransjene er de største i skademodulen og en høyere vekstfaktor vil dermed tillate urealistisk store endringer. Det er verdt å nevne at *Assistance* inkluderes i denne gruppen til tross for at denne bransjen er noe mindre enn resten. Dette kan begrunnes med at *Assistance* er større enn snittet i Norge, noe som kan tyde på at det ikke er like store vekstmuligheter i denne bransjen.

Innen helseforsikring kan *Income protection* og *Workers' compensation* vokse med 150%. Vi tillater en såpass stor endring da begge disse bransjene er mindre enn snittet enn i Norge. Bransjene har med andre ord noe vekstpotensial. I tillegg er bransjene i utgangspunktet veldig små noe som gjør det lettere å øke kundemassen.

Tabell 5.4 viser hvor mye hver bransje kan vokse og reduseres uten å bryte begrensingene som ble definert over. I tillegg viser tabellen den historiske fordelingen mellom bransjene. Legg merke til at det kun finnes én Motor-bransje. Grunnen til dette diskuteres i neste avsnitt.

**Tabell 5. 4:** *Mulighetsrommet for vekst eller reduksjon i størrelsen til hver bransje.*

| | Maks-begrensing | Historiske vekter | Min-begrensing |
|---|---|---|---|
| Income Protection | 0.607 | 0.405 | 0.202 |
| Workers' Compensation | 0.898 | 0.599 | 0.299 |
| Motor | 0.732 | 0.488 | 0.342 |
| Damages to property | 0.613 | 0.409 | 0.286 |
| General Liability | 0.033 | 0.011 | 0.006 |
| Assistance | 0.121 | 0.081 | 0.040 |
| Micellaneous | 0.038 | 0.013 | 0.006 |

Helseforsikring Skadeforsikring

## Bransjene Motor vehicle og Other motor

Salg av forsikringer som tilhører bransjene *Motor vehicle* og *Other motor* er sterkt korrelerte. Grunnen til dette er at ansvarsforsikring inkluderes i kaskoforsikring. Det er derfor lite hensiktsmessig å inkludere bransjene hver for seg i optimeringsproblemet i skademodulen.

Oppgaven samler begge motor-bransjene under en felles bransje kalt *Motor* og videre er det dermed kun fem bransjer innen skademodulen. Dette innebærer at korrelasjonskoeffisienter, standardavvik og avkastning også endres. Vi velger å beregne disse nye verdiene ved å vekte de eksisterende verdiene til hver av motorbransjene i henhold til historiske premieinntekter. En slik vekting fører til at bransjene *Motor vehicle* og *Other motor* vektes med henholdsvis 37% og 63%. Korrelasjonskoeffisienter, standardavvik og avkastning blir nå den vektede summen av de eksisterende verdiene til de to bransjene slik det følger av Formel 5.7 under.

$$Verdi\ Motor = 0{,}37 \cdot Motor\ vehicle\ verdi + 0{,}63\ \cdot Other\ motor\ verdi \tag{5.7}$$

De nye verdiene til *Motor* beregnes med andre ord ved å multiplisere vektene med tilhørende avkastning, standardavvik eller korrelasjon, for så å summere resultatene. Eksempelvis

beregnes korrelasjonen mellom *Motor* og *General liability* ved å sette inn faktiske verdier for korrelasjonen mellom *General liability* og motor-bransjene *Motor vehicle* og *Other motor* i formlene over. Korrelasjonsverdiene finner vi fra korrelasjonsmatrisen i Tabell 3.2 og den nye korrelasjonen mellom *Motor* og *General liability* er $0{,}37 \cdot 0{,}5 + 0{,}63 \cdot 0{,}25 = 0{,}34$. Alle de nye verdiene til *Motor* vises i Figur 5.2.

| | Avkastning | Standardavvik |
|---|---|---|
| Motor | 0.024 | 0.077 |

| | Korrelasjon med motor |
|---|---|
| Motor | 1.00 |
| Fire and other damages to property | 0.25 |
| General Liability | 0.34 |
| Assistance | 0.41 |
| Micellaneous financial loss | 0.50 |

**Figur 5. 2:** A*vkastning, standardavvik og korrelasjon til den sammenslåtte bransjen Motor.*

## 5.3 Justert historisk egenkapitalavkastning

Etter at modellen har funnet den optimale størrelsen til bransjene er det interessant å studere hvordan lønnsomheten historisk sett hadde vært hvis forsikringsporteføljene hadde hatt den anbefalte fordelingen i alle år. Oppgaven benytter i denne sammenheng årlig egenkapitalavkastning (Formel 5.2) som mål på lønnsomhet. Grunnen til at vi benytter dette lønnsomhetsmålet er fordi egenkapitalavkastningen tar hensyn til både den individuelle risikoen til hver bransje samt den risikoreduserende effekten som diversifisering fører til.

Det er kun mulig å vurdere lønnsomheten som de anbefalte endringene medfører dersom vi forutsetter at endringer i størrelsen til bransjene ikke påvirker skadeprosenten. I tillegg må alle inn- og utbetalinger endres proporsjonalt med historiske verdier. Den årlige egenkapitalavkastningen til hver bransje holdes altså konstant, mens størrelsen til hver bransje det inneværende året endres i henhold til anbefalingen.

Den totale egenkapitalavkastningen for hvert år varierer når størrelsen til hver bransje endres. Dette tas hensyn til ved bruk av forholdstall. Forholdstallene tilsvarer de anbefalte størrelsene til bransjene fra oppgavens modell (MVO) dividert på de historiske, årlige størrelsene til bransjene. Disse tallene sier noe om hvor mye de årlige resultatene og premieinntektene til hver av bransjene må justeres gitt de nye vektene.

Figur 5.3 under viser et fiktivt eksempel på utregningen av disse forholdstallene. Her blir den lilla cellen i første tabell dividert på hver av de lilla cellene i tabell nummer to, og dette gir de endelige forholdstallene for bransjen *Motor* som lagres i tabell tre. Tilsvarende gjelder for de andre bransjene.

ANBEFALTE VEKTER FRA MVO

| | Motor | Damage to property | Assistance |
|---|---|---|---|
| Anbefaling | 0.4 | 0.3 | 0.3 |

÷

HISTORISKE VEKTER

| | Motor | Damage to property | Assistance |
|---|---|---|---|
| 2017 | 0.50 | 0.20 | 0.30 |
| 2018 | 0.40 | 0.30 | 0.30 |
| 2019 | 0.45 | 0.25 | 0.35 |

=

FORHOLDSTALL

| | Motor | Damage to property | Assistance |
|---|---|---|---|
| 2017 | 0.80 | 1.5 | 1.00 |
| 2018 | 1.00 | 1.0 | 0.86 |
| 2019 | 0.89 | 1.2 | 0.86 |

**Figur 5. 3:** *Et fiktivt eksempel på hvordan forholdstallene beregnes for bransjene Motor, Damage to property og Assistance.*

Forholdstallene brukes videre til å justere resultatene og premieinntektene til alle bransjene i alle år. Eksempelvis multipliseres forholdstallet til *Motor* for 2017 med resultatet og premieinntektene til *Motor* for 2017. Dette gjøres for alle bransjer i 2017. De justerte premieinntektene til hver av bransjene er et estimat på volumet til premierisiko. Dette estimatet benyttes videre for å beregne volumet til reserverisikoen til hver av bransjene ettersom oppgaven antar at det er et konstant forhold mellom volumet til premie- og reserverisiko. Dermed har vi alle nødvendige inngangsverdier for å beregne det justerte kapitalkravet for 2017 i standardmodellen (Formel 3.7).

Den justerte egenkapitalavkastningen bergenes videre ved å summere det justerte resultatet til hver av bransjene i 2017 og dividere resultatet på det justerte kapitalkravet for 2017. Tilsvarende gjøres for alle år. Den justerte årlige egenkapitalavkastningen kan anses som et estimat på den årlige egenkapitalavkastningen Frende ville ha oppnådd dersom selskapet fulgte anbefalingen fra MVO i alle år.

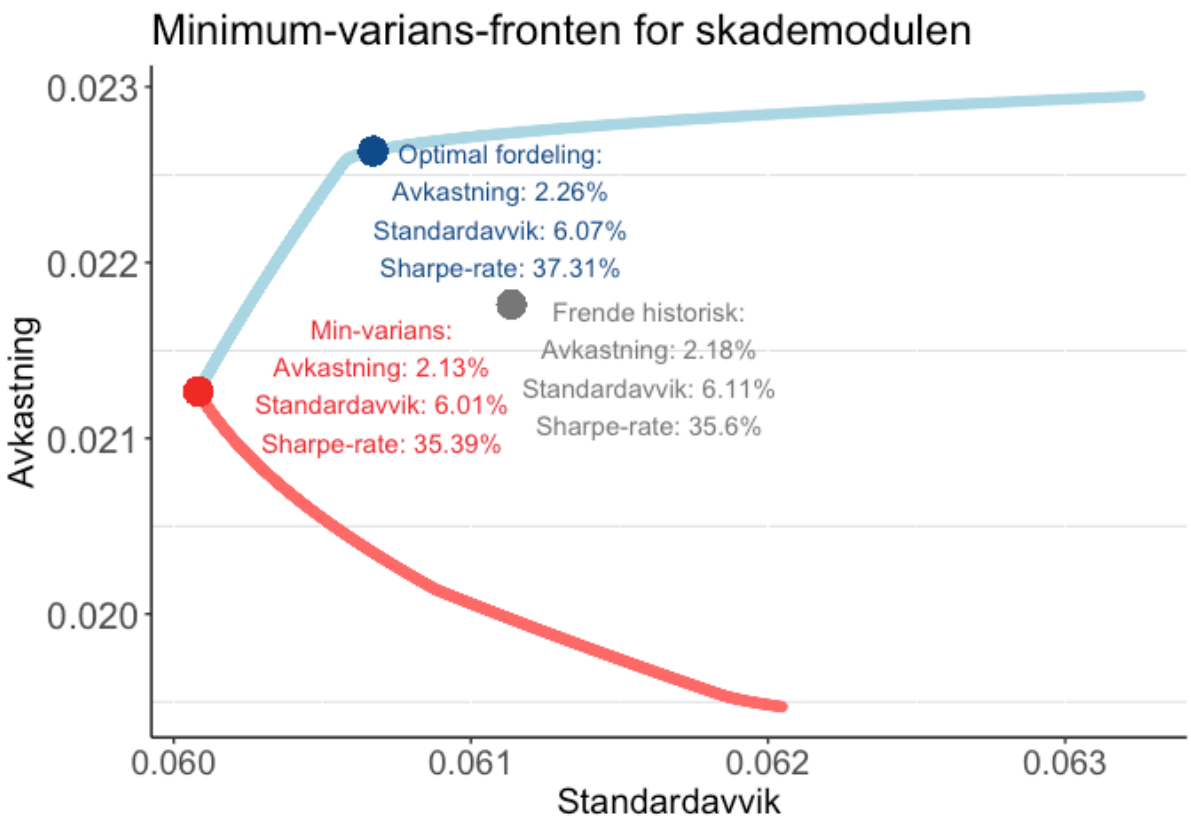
# 6 Resultater

*I denne delen av oppgaven presenteres resultatene fra optimeringsproblemene til skade- og helsemodulen gitt forutsetningene spesifisert i forrige kapittel. Først presenteres minimum-varians-fronten og den optimale størrelsen til bransjene. Deretter sammenlignes historisk avkastning med den justerte historiske avkastningen. Avslutningsvis gjennomføres optimeringen uten en nedre og en øvre grense for å se effekten av disse restriksjonene.*

## 6.1 Minimum-varians-fronten for skademodulen

Figur 6.1 viser minimum-varians-fronten for skademodulen gitt begrensningene diskutert i kapittel 5. Grafen er inndelt i to deler: en del som er markert med rød farge og en del som er markert med lyseblå farge. Den røde delen av kurven viser alle ineffektive sammensetninger av bransjer. Disse sammensetningene er ineffektive ettersom det finnes andre kombinasjoner med samme standardavvik som oppnår høyere avkastning. Den lyseblå delen av kurven viser derimot alle effektive kombinasjoner.

Skillet mellom de ineffektive og effektive bransjesammensetningene er markert med et rødt punkt. Dette punktet representerer den bransjesammensetningen som har lavest standardavvik. Den optimale bransjesammensetningen finnes derimot i det punktet som maksimerer Sharpe-raten. Dette punktet er markert i mørkeblått og resulterer i en avkastning på 2,26% og et standardavvik på 6,07%. Den anbefalte bransjesammensetningen oppnår høyere Sharpe-rate enn det Frende historisk har oppnådd, noe som indikerer at de historiske vektene til bransjene, fra Tabell 5.3, ikke er optimale. Dette fremgår av det grå punktet innenfor fronten som representerer Frendes historiske avkastning og risiko.




**Figur 6. 1:** *Minimum-varians-fronten for skademodulen.*

Det er verdt å bemerke at Sharpe-raten tilsvarer et estimat på egenkapitalavkastningen. Dette kan ses i sammenheng med at avkastningsmålet (Formel 5.6) som oppgaven benytter tilsvarer egenkapitalavkastningen til hver av bransjene multiplisert med bransjens tilhørende standardavvik. Ettersom Sharpe-raten bergenes ved å dividere avkastningen på standardavviket, er følgelig operasjonen over reversert og vi har et estimat på egenkapitalavkastningen til porteføljen.

Sharpe-raten er likevel kun et estimat på egenkapitalavkastningen. Dette kan ses i sammenheng med at det samlede standardavviket som beregnes i standardmodellen (Formel 3.6) varierer som følge av endringer i volumet til premie- og reserverisiko. Standardavviket som beregnes i MVO tar derimot kun hensyn til volumet til premie- og reserverisiko når de individuelle standardavvikene til hver av bransjene (Formel 3.4) beregnes. Det samlede standardavviket til alle bransjene beregnes imidlertid ved bruk av vekter i henhold til Formel 4.4. Dette fører til at det samlede standardavviket fra standardmodellen ikke påvirkes på samme måte som standardavviket som beregnes i MVO-optimeringen.

Videre presenterer vi den optimale størrelsen til bransjene gitt fra MVO. Etter dette undersøker vi om den historiske egenkapitalavkastningen til Frende faktisk øker.

## Den optimale størrelsen til bransjene i skademodulen

Størrelsen, eller vektene, til de ulike bransjene i den optimale skadeporteføljen vises i første kolonne i Tabell 6.1. De resterende kolonnene i tabellen har til hensikt å sammenligne oppgavens anbefaling med historiske bransjesammensetninger i Frende. Kolonne nummer to viser derfor de historiske vektene til hver av bransjene som ble definert tidligere i oppgaven. Ettersom det også er interessant å sammenligne modellens anbefaling med dagens bransjesammensetning, er størrelsen til bransjene i 2019 inkludert i kolonne fire. Differansen mellom modellens anbefaling og de historiske vektene presenteres i kolonne tre og fem. I disse kolonnene markeres økning i størrelsen til bransjen med grønne tall, mens en reduksjon markeres med røde tall, angitt i prosentpoeng.

**Tabell 6. 1:** *Anbefalte vekter til de ulike bransjene i skademodulen sammenlignet med historiske vekter.*

| | Marowitz vekter | Historiske vekter | Endring | Vekter 2019 | Endring fra vekter 2019 |
|---|---|---|---|---|---|
| Motor vehicle | **18.76%** | 18.19% | 0.57 pp. ↑ | 17.52% | 1.24 pp. ↑ |
| Other motor | **31.60%** | 30.63% | 0.97 pp. ↑ | 30.62% | 0.98 pp. ↑ |
| Damages to property | **44.40%** | 40.87% | 3.53 pp. ↑ | 40.91% | 3.49 pp. ↑ |
| General Liability | **0.56%** | 1.11% | -0.55 pp. ↓ | 1.22% | -0.66 pp. ↓ |
| Assistance | **4.04%** | 8.08% | -4.04 pp. ↓ | 8.16% | -4.12 pp. ↓ |
| Micellaneous | **0.64%** | 1.27% | -0.63 pp. ↓ | 1.57% | -0.93 pp. ↓ |

Tabell 6.1 viser at sammenlignet med fordelingen i 2019 bør bransjene *Motor vehicle*, *Other motor* og *Damage to property* vokse med henholdsvis 1,24, 0,98 og 3,49 prosentpoeng, mens de resterende bransjene bør reduseres noe. *Assistance* skiller seg ut som den bransjen med størst anbefalt reduksjon på hele 4,12 prosentpoeng. Dette er den maksimale reduksjonen som kan gjennomføres i bransjen uten å bryte minimumsgrensen som ble diskutert tidligere i oppgaven.

*Assistance* er likevel ikke alene om å nå minimumsgrensen da dette er tilfellet også for *General liability* og *Micellaneous*. Endringene er derimot ikke like store i disse bransjene ettersom disse i utgangspunktet er mindre enn *Assistance.* Den anbefalte veksten i *Motor*

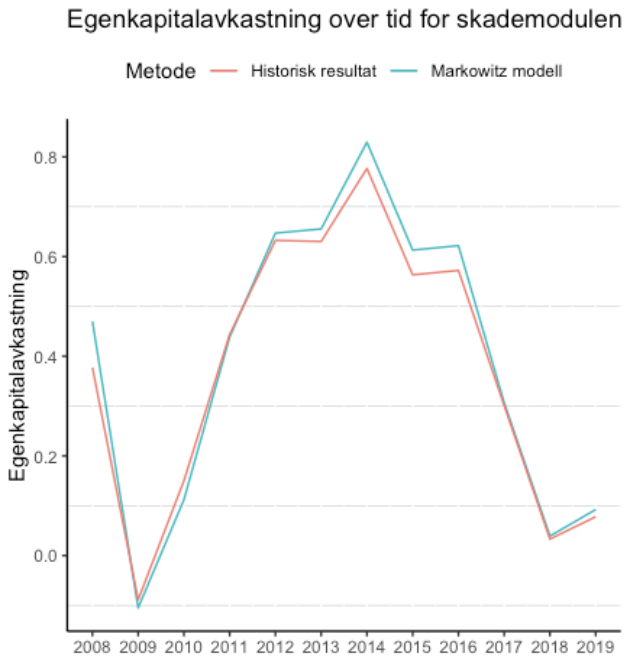
*vehicle*, *Other motor* og *Damage to property* går altså på bekostning av *Assistance, General liability* og *Micellaneous* da dette er de minst lønnsomme bransjene.

Ifølge modellen bør Frende fokusere på vekst i *Damage to property* samt noe vekst i *Motor vehicle* og *Other motor.* Dette kan ses i sammenheng med at *Damage to property* og motorbransjene oppnår langt høyere avkastning-risikoforhold, eller egenkapitalavkastning, enn de resterende bransjene. Det er dermed optimalt å la disse bransjene vokse til tross for at dette reduserer diversifisering mellom de mest og de minst lønnsomme bransjene.

## Justert historisk egenkapitalavkastning i skademodulen

Figur 6.2 illustrerer historisk egenkapitalavkastning og justert historisk egenkapitalavkastning i linjediagrammet til venstre i figuren. Den røde linjen viser den faktiske egenkapitalavkastningen fra 2008 til 2019, mens den blå linjen illustrerer hva egenkapitalavkastningen potensielt kunne vært hvis størrelsen til bransjene tilsvarte anbefalingen fra modellen i alle år. Linjene ligger nokså tett i alle årene, men den blå linjen holder seg over den røde linjen fra 2012 og utover. Dette kommer tydeligere frem i tabellen til høyre i figuren hvor endring i egenkapitalavkastning kvantifiseres. Røde og grønne tall viser til henholdsvis reduksjon og økning i egenkapitalavkastningen for hvert år, angitt i prosentpoeng.

Totalt over alle år ville de foreslåtte endringene resultert i 1,054 ganger høyere egenkapitalavkastning enn Frende historisk sett har oppnådd. Dermed ville det vært lønnsomt for Frende å følge modellens anbefalte bransjesammensetning gitt at kun størrelsene til bransjene ble endret.




| | Markowitz EK-avkastning | Historisk EK-avkastning | Endring |
|---|---|---|---|
| 2008 | 47.01% | 37.74% | 9.27 pp. ↑ |
| 2009 | -10.50% | -8.87% | -1.63 pp. ↓ |
| 2010 | 11.20% | 15.01% | -3.81 pp. ↓ |
| 2011 | 43.86% | 44.36% | -0.5 pp. ↓ |
| 2012 | 64.71% | 63.24% | 1.47 pp. ↑ |
| 2013 | 65.54% | 63.03% | 2.51 pp. ↑ |
| 2014 | 82.93% | 77.67% | 5.26 pp. ↑ |
| 2015 | 61.30% | 56.34% | 4.96 pp. ↑ |
| 2016 | 62.19% | 57.22% | 4.97 pp. ↑ |
| 2017 | 30.65% | 30.09% | 0.56 pp. ↑ |
| 2018 | 3.91% | 3.31% | 0.6 pp. ↑ |
| 2019 | 9.23% | 7.79% | 1.44 pp. ↑ |

| Markowitz EK-avkastning | Historisk EK-avkastning | Endringsfaktor |
|---|---|---|
| 39.20% | 37.20% | 1.054 ↑ |

**Figur 6. 2:** *Egenkapitalavkastningen til skademodulen over tid sammenlignet med hva den kunne vært med de anbefalte vektene. Figuren inkluderer også total endring i egenkapitalavkastning.*

## Resultater uten restriksjoner for øvre og nedre grenser

Den optimale sammensetningen av bransjer innen skadeforsikring er til nå begrenset av øvre og nedre grenser. I dette delkapittelet presenteres resultatet av optimeringen uten en maksimumsgrense. Ettersom det ikke gir mening å ta shortposisjoner i Frendes forsikringsportefølje krever minimumsgrensen at alle vekter må være positive.

Den nye optimale størrelsen til bransjene vises i Tabell 6.2. Uten begrensninger er det optimalt å øke størrelsen til *Motor vehicle*, *Other motor* og *Damage to property* ytterligere. Denne økningen går på bekostning av størrelsen til *Assistance, General liability* og *Micellaneous* som forsvinner helt. Den nye skadeporteføljen består dermed kun av de tre bransjene: *Motor vehicle, Other motor* og *Damage to property*. Sistnevnte øker med 6,58 prosentpoeng slik at den utgjør hele 47,49% av porteføljen. Bransjene *Motor vehicle* og *Other motor* utgjør henholdsvis 19,57% og 32,95%.

Til tross for at begrensningene er mindre strenge, er det likevel ikke optimalt å vekte den bransjen med høyest avkastning-risikoforhold 100%. Grunnen til dette er at variansen til porteføljen reduseres ved å kombinere bransjene som har lavere korrelasjon enn 1.

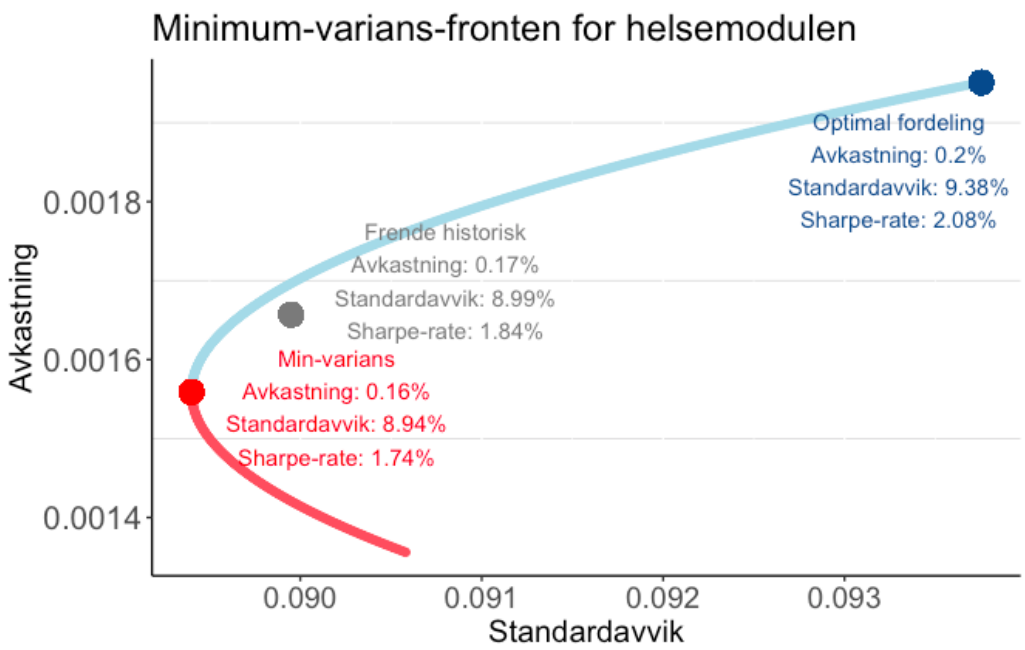
Diversifisering sørger derfor for at det fremdeles er lønnsomt å beholde bransjen *Damage to property* til tross for at avkastning-risikoforholdet til den samlede motor-bransjen er noe høyere.

**Tabell 6. 2:** *Anbefalte vekter til de ulike bransjene i skademodulen uten øvre grense sammenlignet med historiske vekter.*

| | Marowitz vekter | Historiske vekter | Endring | Vekter 2019 | Endring fra vekter 2019 |
|---|---|---|---|---|---|
| Motor vehicle | **19.57%** | 18.19% | 1.38 pp. ↑ | 17.52% | 2.05 pp. ↑ |
| Other motor | **32.95%** | 30.63% | 2.32 pp. ↑ | 30.62% | 2.33 pp. ↑ |
| Damages to property | **47.49%** | 40.87% | 6.62 pp. ↑ | 40.91% | 6.58 pp. ↑ |
| General Liability | **0.00%** | 1.11% | -1.11 pp. ↓ | 1.22% | -1.22 pp. ↓ |
| Assistance | **0.00%** | 8.08% | -8.08 pp. ↓ | 8.16% | -8.16 pp. ↓ |
| Micellaneous | **0.00%** | 1.27% | -1.27 pp. ↓ | 1.57% | -1.57 pp. ↓ |

## 6.2 Minimum-varians-fronten for helsemodulen

Figur 6.3 viser minimum-varians-fronten for helsemodulen gitt begrensningene diskutert i kapittel 5. Avkastningen er 0,2% og standardavviket er 9,38% i punktet hvor Sharpe-raten maksimeres. Denne kombinasjonen oppnår en langt høyere Sharpe-rate enn Frende historisk sett har oppnådd og er derfor mer effektiv. I likhet med skademodulen er også Sharpe-raten til helsemodulen et estimat på egenkapitalavkastningen. Ut fra den effektive fronten tyder det altså på at den nye fordelingen øker egenkapitalavkastningen.




**Figur 6. 3:** *Minimum-varians-fronten for helsemodulen.*

Videre presenterer vi den optimale størrelsen til bransjene. Deretter følger et delkapittel der vi undersøker om de anbefalte endringene i forsikringsporteføljen faktisk øker egenkapitalavkastningen.

## Den optimale størrelsen til bransjene i helsemodulen

Tabell 6.3 viser den anbefalte størrelsen til bransjene i kolonne en, historiske vekter i kolonne to og fire og endringer gitt anbefalingen i kolonne tre og fem. Modellen anbefaler at størrelsen til *Income protection* bør øke med 18,07 prosentpoeng sammenlignet med størrelsen i 2019, mens *Workers' compensation* må reduseres tilsvarende. Denne endringen fører til at *Income protection* står for 60,66% av den totale helseforsikringsporteføljen.

**Tabell 6. 3:** *Anbefalte vekter til de ulike bransjene i helsemodulen sammenlignet med historiske vekter.*

| | Marowitz vekter | Historiske vekter | Endring | Vekter 2019 | Endring fra vekter 2019 |
|---|---|---|---|---|---|
| Income protection | **60.66%** | 40.46% | 20.2 pp. ↑ | 42.59% | 18.07 pp. ↑ |
| Workers' Compensation | **39.34%** | 59.88% | -20.54 pp. ↓ | 57.41% | -18.07 pp. ↓ |

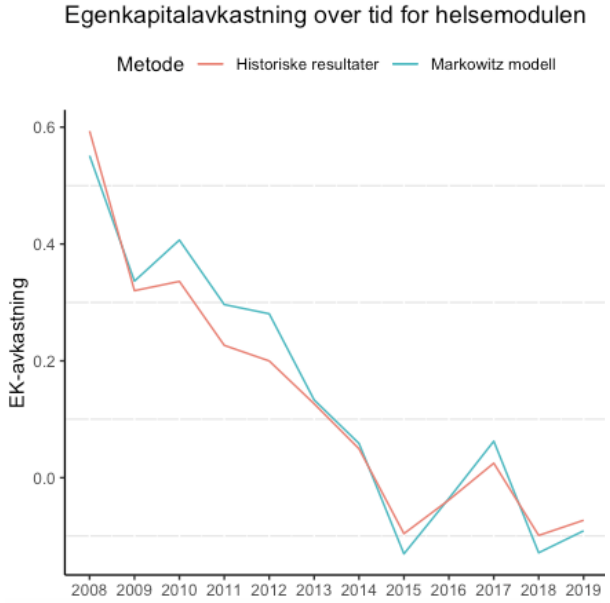
I den optimale fordelingen når *Income protection* maksimumsgrensen som ble definert tidligere i oppgaven. Dette kan ses i sammenheng med at denne bransjen har langt høyere avkastning-risikoforhold enn *Workers' compensation.*

## Justert historisk egenkapitalavkastning i helsemodulen

Det er videre interessant å studere hvordan historisk egenkapitalavkastning hadde endret seg i helsemodulen dersom den anbefalte bransjesammensetningen ble benyttet i alle år. Figur 6.4 viser et linjediagram med tilhørende tabell som viser utviklingen til den historiske egenkapitalavkastningen sammenlignet med hva den kunne ha vært med nye vekter. I tillegg vises den totale endringen i egenkapitalavkastningen nederst i figuren.

Slik det fremgår av tabellen til høyre i figuren er egenkapitalavkastningen til den nye porteføljen stort sett høyere enn den historiske egenkapitalavkastningen. Årene 2010 til 2012 skiller seg spesielt ut da denne perioden oppnår langt høyere egenkapitalavkastning enn den opprinnelige porteføljen. Dette kan forklares med at bransjen *Income protection* hadde svært høy egenkapitalavkastning i disse årene sammenlignet med andre år. Årene 2008, 2015, 2018 og 2019 genererer derimot lavere egenkapitalavkastning enn den opprinnelige porteføljen. Totalt over alle år ville likevel de foreslåtte endringene resultert i 1,367 ganger høyere

avkastning enn det Frende historisk sett har oppnådd. Dermed ville det vært lønnsomt for Frende å følge modellens anbefaling.




| | Markowitz EK-avkastning | Historisk EK-avkastning | Endring |
|---|---|---|---|
| 2008 | 55.12% | 59.34% | -4.22 pp. ↓ |
| 2009 | 33.65% | 32.01% | 1.64 pp. ↑ |
| 2010 | 40.68% | 33.60% | 7.08 pp. ↑ |
| 2011 | 29.64% | 22.65% | 6.99 pp. ↑ |
| 2012 | 28.06% | 19.99% | 8.07 pp. ↑ |
| 2013 | 13.32% | 12.66% | 0.66 pp. ↑ |
| 2014 | 5.85% | 4.94% | 0.91 pp. ↑ |
| 2015 | -13.03% | -9.58% | -3.45 pp. ↓ |
| 2016 | -3.56% | -3.81% | 0.25 pp. ↑ |
| 2017 | 6.25% | 2.48% | 3.77 pp. ↑ |
| 2018 | -12.85% | -9.88% | -2.97 pp. ↓ |
| 2019 | -9.09% | -7.29% | -1.8 pp. ↓ |

| Markowitz EK-avkastning | Historisk EK-avkastning | Endringsfaktor |
|---|---|---|
| 2.30% | 1.70% | 1.367 ↑ |

**Figur 6. 4:** *Egenkapitalavkastningen til helsemodulen over tid sammenlignet med hva den kunne vært med de anbefalte vektene. Figuren inkluderer også total endring i egenkapitalavkastning.*

## Resultater uten restriksjoner for øvre og nedre grenser

Videre undersøker vi hvordan størrelsen til bransjene i helsemodulen endres når den nedre grensen settes til null og den øvre grensen fjernes. Den nye optimale bransjesammensetningen vises i Tabell 6.4.

**Tabell 6. 4:** *Anbefalte vekter til de ulike bransjene i helsemodulen uten øvre grense sammenlignet med historiske vekter.*

| | Marowitz vekter | Historiske vekter | Endring | Vekter 2019 | Endring fra vekter 2019 |
|---|---|---|---|---|---|
| Income protection | **99.97%** | 40.46% | 59.51% ↑ | 42.59% | 57.38% ↑ |
| Workers' Compensation | **0.03%** | 59.88% | -59.85% ↓ | 57.41% | -57.38% ↓ |

Resultatet viser at det er optimalt å vekte *Income protection* tilnærmet 100% til tross for at dette eliminerer diversifiseringseffekten. Med andre ord lønner det seg ikke i dette tilfellet å utnytte samvariasjonen mellom bransjene da den optimale løsningen oppnår en høyere Sharpe-rate når kun én bransje inkluderes i helseporteføljen.

# 7. Drøfting av resultatene

*I dette kapittelet drøftes robustheten til resultatene. Dette gjøres ved bruk av sensitivitetsanalyser som analyserer effekten av endret avkastning i hver av bransjene i både skade-og helsemodulen. Kapittelet drøfter først resultatene fra skademodulen, etterfulgt av resultatene fra helsemodulen.*

## 7.1 Drøfting av resultatene ved bruk av sensitivitetsanalyse

Markowitz' MVO bruker usikre tall på avkastning for å beregne den anbefalte størrelsen til bransjene. Dette medfører usikkerhet knyttet til resultatene presentert i forrige kapittel. Det er derfor sentralt å gjennomføre sensitivitetsanalyser for å se hvordan endringer i avkastningen til hver av bransjene påvirker vektene i den endelige anbefalingen. Dersom det kan observeres at små endringer i avkastningen påvirker størrelsen til bransjene i stor grad, er det et tegn på usikkerhet rundt den optimale løsningen.

Avkastningen til hver av bransjene testes for effekten av ni endringer. I skademodulen er endringene mellom -0,004 og 0,004 med intervaller på 0,001, mens i helsemodulen er endringene mellom -0,002 og 0,002 med intervaller på 0,0005. Endringene adderes med avkastningen til de ulike bransjene. Dette innebærer at hvis for eksempel den estimerte avkastningen til en bransje i skademodulen er 0,03, så tester det første scenarioet i sensitivitetsanalysen effekten av at avkastningen er 0,026 (0,03-0,004). I et scenario hvor sensitivitetsparameteret er 0 forblir avkastningen uendret og fordelingen tilsvarer dermed den anbefalte fordelingen fra kapittel 6.

I henhold til tidligere diskutert teori endrer sensitivitetsanalysen kun avkastningen til én av bransjene av gangen. Dette innebærer at optimeringsproblemet til skademodulen må finne 45 (9 sensitivitetsparametere · 5 bransjer) optimale kombinasjoner av bransjene som maksimerer Sharpe-raten, og tilsvarende 18 (9 sensitivitetsparametere · 2 bransjer) optimale kombinasjoner for helsemodulen. Disse fordelingene danner videre grunnlag for sensitivitetsanalysene.

Sensitivitetsanalysene til både skademodulen og helsemodulen gjennomføres ved å drøfte endringer som er observerbare i linjediagrammer. I diagrammene som følger viser x-aksen sensitivitetsparameteret som er addert med avkastningen til en utvalgt bransje. Venstre y-akse

viser den anbefalte størrelsen til de ulike bransjene, mens høyre y-akse viser den totale avkastningen gitt bransjesammensetningen. Den sistnevnte aksen leses i sammenheng med den sorte, stiplede linjen som representerer utviklingen til avkastningen.

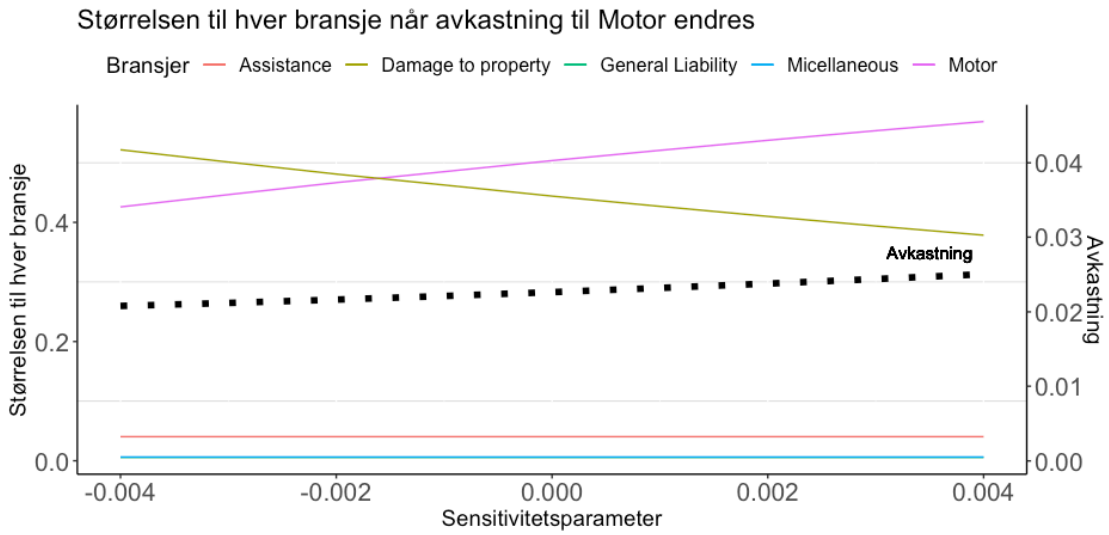
## Sensitivitetsanalyser for skademodulen

Innen skadeforsikring er det behov for 5 sensitivitetsanalyser ettersom *Motor vehicle* og *Other motor* fremdeles må analyseres som en felles bransje. Bransjene diskuteres i synkende rekkefølge etter de anbefalte størrelsene til bransjene. Dette betyr at *Motor* og *Damage to property* analyseres først, etterfulgt av *Assistance, General liability* og *Miscellaneous*. Det er også verdt å være oppmerksom på at i de påfølgende diagrammene har *Miscellaneous* og *General liability* veldig lik størrelse, noe som medfører at det er vanskelig å se linjen som representerer *General liability*.

Figur 7.1 viser størrelsen til hver av bransjene når avkastningen til *Motor* endres. Når sensitivitetsparameteret er større enn 0, øker den anbefalte størrelsen til *Motor,* mens størrelsen til *Damage to property* reduseres. Dette kan forklares med at det er lønnsomt å la bransjen som allerede har høyest avkastnings-risikoforhold vokse ytterligere når avkastningen til denne bransjen øker. Veksten til *Motor* går hovedsakelig utover størrelsen til *Damage to property*. Dette kan ses i sammenheng med at de resterende bransjene allerede har nådd sin minimumsgrense. Det er dermed ikke mulig å redusere størrelsen til disse bransjene ytterligere.

Når avkastningen til *Motor* derimot avtar, reduseres størrelsen til denne bransjen, mens størrelsen til *Damage to property* øker. Dette anbefales fordi *Damage to property* er den nest mest lønnsomme bransjen. Skjæringspunktet mellom de to bransjene ligger omtrent i punktet hvor avkastningen til *Motor* reduseres med 0,002 og her vil *Damage to property* gå over til å bli den mest lønnsomme bransjen.

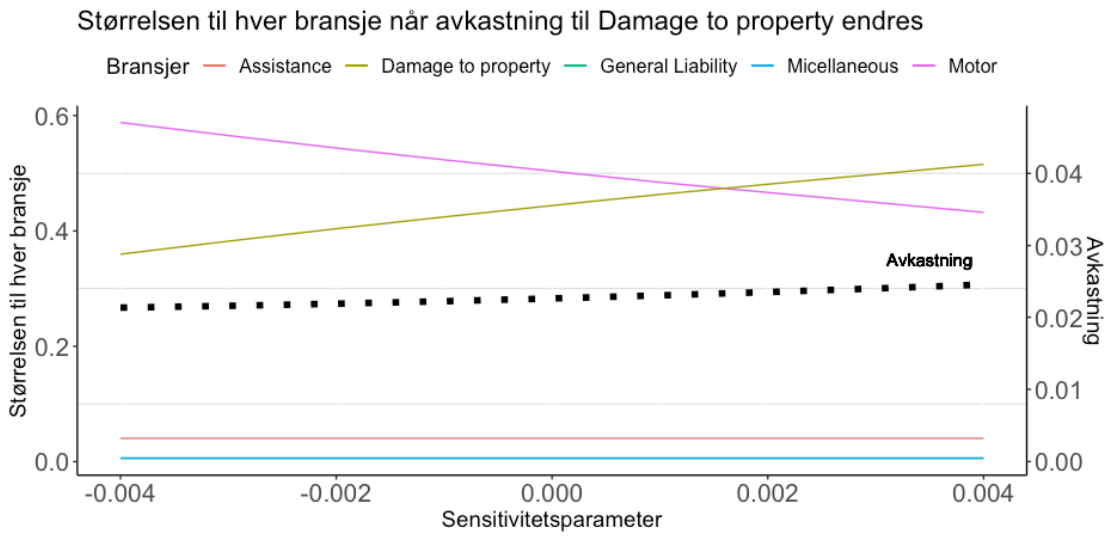
Den totale avkastningen øker når avkastningen til *Motor* øker og reduseres når avkastningen til *Motor* avtar. Dette er naturlig da økt avkastning i en bransje har en positiv effekt på den totale avkastningen, mens redusert avkastning har en negativ effekt.




**Figur 7. 1:** *Skadeporteføljen og total avkastning når avkastningen til Motor endres.*

Figur 7.2 viser størrelsen til hver av bransjene når avkastningen til *Damage to property* endres. Diagrammet er svært likt som i Figur 7.1, men forskjellen her er at størrelsen til *Damage to property* øker når sensitivitetsparameteret stiger. Denne økningen går på bekostning av størrelsen til *Motor*. Det motsatte skjer når avkastningen reduseres.

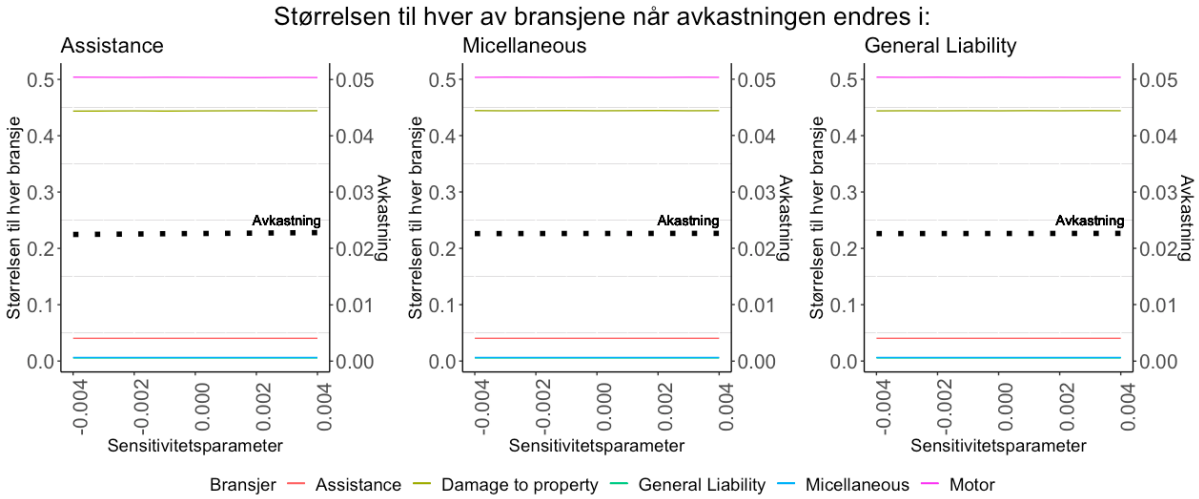
Den totale avkastningen til porteføljen følger også samme trend som i Figur 7.1. Hovedforskjellen mellom avkastningen i de to figurene er at avkastningen potensielt sett kan bli høyere i Figur 7.1 ettersom avkastningen til *Damage to property* i utgangspunktet er lavere enn avkastningen til *Motor*. Av samme grunn er avkastningen til porteføljen høyere i Figur 7.2 når sensitivitetsparameteret er -0,004.




**Figur 7. 2:** *Skadeporteføljen og total avkastning når avkastningen til Damage to property endres.*

Figur 7.3 viser størrelsen til hver av bransjene når avkastningen til henholdsvis *Assistance, Miscellaneous* og *General liability* endres. Dette er de minst lønnsomme bransjene da de har langt lavere avkastning-risikoforhold enn *Motor* og *Damage to property*. Dette fører til at størrelsen til alle disse tre bransjene begrenses av sine respektive nedre grenser og kan dermed ikke bli noe mindre enn størrelsen fra kapittel 6.

Det er derimot tillatt å øke størrelsen til *Assistance, Miscellaneous* og *General liability*. Figur 7.3 viser likevel at det ikke er optimalt å redusere størrelsen til hverken *Motor* eller *Damage to property* når avkastningen til disse bransjene øker. Ettersom *Assistance, Miscellaneous* og *General liability* kun står for en svært liten andel av skadeporteføljen, endres heller ikke den totale avkastningen betydelig ved endret sensitivitetsparameter.




**Figur 7. 3:** *Skadeporteføljen og total avkastning når avkastningen til Assistance, Miscellaneous og General endres.*

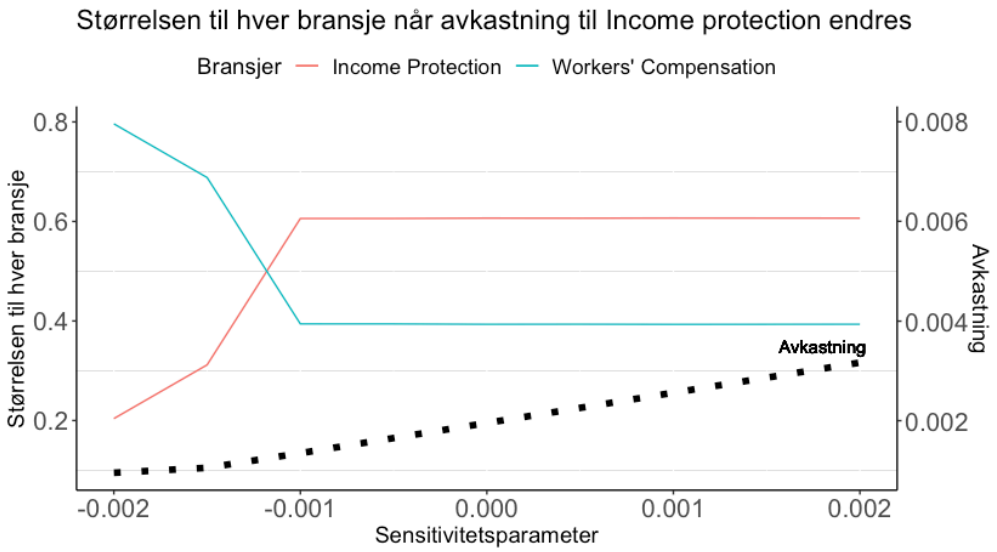
Basert på sensitivitetsanalysene for skademodulen kan det konkluderes at endringer i avkastningen til både *Motor* og *Damage to property* gir store utslag på den anbefalte størrelsen til bransjene. Dette er en svakhet med modellen som bør vurderes når forretningsstrategi planlegges. Endringer i avkastningen til disse bransjene endrer likevel ikke størrelsen til de resterende bransjene. I tillegg endres ikke den optimale fordelingen betydelig ved endringer i avkastningen til de tre minste bransjene. Dette forsvarer anbefalingen fra MVO.

## Sensitivitetsanalyser for helsemodulen

Innen helsemodulen analyseres effekten av endring i avkastningen til *Income protection* og *Workers' compensation.* Ettersom den historiske avkastningen til disse bransjene i utgangspunktet har vært mellom 0,1% og 0,3% er det mindre realistisk å forvente store endringer i avkastningen her. Dette gjør det mest aktuelt å studere effekten av små endringer i avkastningen. Vi har likevel inkludert noen større sensitivitetsparametere for å vise effekten av større endringer.

Figur 7.4 viser effekten av endring i avkastningen til *Income protection.* Ettersom vi har satt en maksimumsgrense som hindrer *Income protection* i å bli større enn omtrent 60% påvirker ikke økt avkastning størrelsen til bransjene. Den totale avkastningen øker derimot når sensitivitetsparameteret er over 0 da økt lønnsomhet i en bransje virker positivt på den totale lønnsomheten.

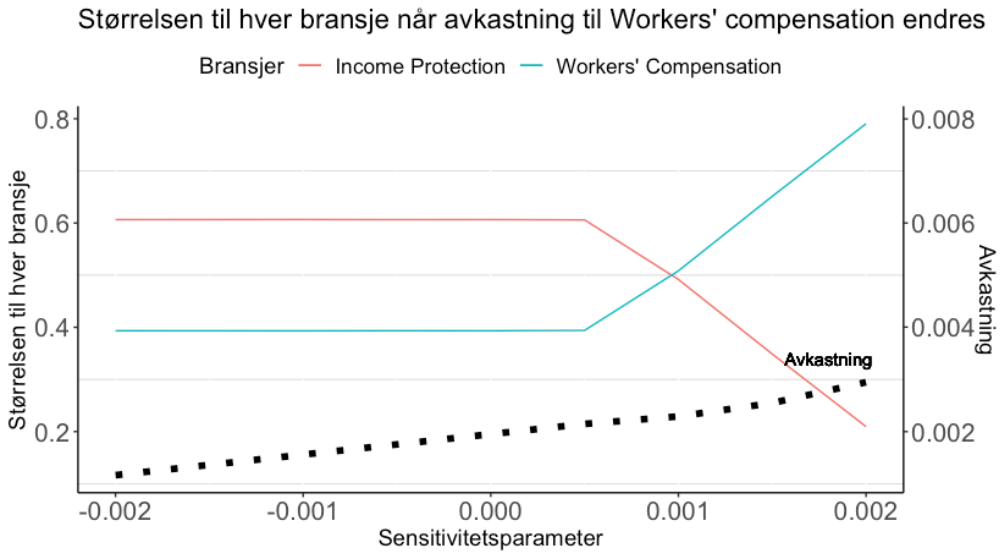
Størrelsen til bransjene i helseporteføljen forblir uendret frem til avkastningen til *Income protection* reduseres med 0,001. Fra dette punktet reduseres derimot størrelsen til *Income protection* til sensitivitetsparameteret er ca. -0,002. I dette punktet når *Income protection* sin nedre grense på 20% og bransjen kan dermed ikke bli mindre. Det er altså øvre og nedre begrensninger for *Income protection* som stopper begge bransjene fra å henholdsvis vokse og reduseres. Dette kan ses i sammenheng med at *Income protection* i dag er en langt mindre bransje enn *Workers' compensation,* noe som gjør at den har strengere begrensninger.




**Figur 7. 4:** *Helseporteføljen og total avkastning når avkastningen til Income protection endres.*

Videre ser vi at effekten av endring i avkastningen til *Workers' compensation* er omtrent speilvendt av effekten observert i *Income protection.* Figur 7.5 viser at bransjen *Workers' compensation* vokser når sensitivitetsparameteret er høyere enn 0,0005. Denne bransjen kan vokse langt mer enn *Income protection* uten å nå maksimumsgrensen. På den andre siden er størrelsen til *Workers' compensation* konstant dersom sensitivitetsparameteret er lavere enn 0,0005. Dette er fordi maksimumsbegrensningen til *Income protection* hindrer modellen fra å redusere størrelsen til *Workers' compensation* til mindre enn 40%.

Utviklingen i den totale avkastningen er derimot forskjellig i de to figurene. Avkastningen presentert i Figur 7.5 er lavere enn avkastningen i Figur 7.4 når sensitivitetsparameteret er over 0. Dette kan ses i sammenheng med at *Income protection* har høyere avkastning-risikoforhold enn *Workers' Compensation*. Når sensitivitetsparameteret er under 0 er derimot avkastningen til Figur 7.5 noe høyere. Grunnen til dette er at avkastningen til den største bransjen ikke reduseres i Figur 7.5.




**Figur 7. 5:** *Skadeporteføljen og total avkastning når avkastningen til Workers' compensation endres.*

Ut fra sensitivitetsanalysene til helsemodulen kan det konkluderes at den optimale størrelsen til bransjene endres dersom avkastningen til *Workers' compensation* øker eller avkastningen til *Income protection* avtar. Dette er negativt da anbefalingen blir mindre robust. Endringene i størrelsen til bransjene er likevel ikke veldig dramatiske ettersom den historiske avkastningen til bransjene er lav. Det er derfor mindre realistisk å forvente at avkastningen over tid endres

med flere prosentpoeng enn estimatet i oppgaven. Dette gjør det mest aktuelt å se på effekten av små endringer i avkastningen.

I Figur 7.4 viser diagrammet at den optimale bransjesammensetningen ikke endres med mindre avkastningen til *Income protection* reduseres med mer enn 0,1 prosentpoeng. I Figur 7.5 viser diagrammet at bransjesammensetningen ikke endres med mindre avkastningen til *Workers' compensation* endres med mer enn 0,05 prosentpoeng. Dermed kan det argumenteres for anbefalingen fra MVO er middels robust.

# 8 Konklusjon

Denne masterutredningen har undersøkt om egenkapitalavkastningen til Frende Skadeforsikring øker ved bruk av *Mean-Variance*-optimering i skade- og helsemodulen i standardmodellen. Det er mulig å benytte MVO i forsikringsindustrien ettersom alle bransjer har historisk avkastning, standardavvik og korrelasjon. Disse parameterne danner grunnlaget for å finne den optimale størrelsen til bransjene som oppnår høyest Sharpe-rate.

Resultatene fra kapittel 6 beskriver en optimal bransjesammensetning innen skade- og helsemodulen. Innen skademodulen er det mest lønnsomt å øke størrelsen til *Motor vehicle*, *Other motor* og *Damage to property.* Størrelsen til de resterende bransjene bør derimot reduseres ettersom disse bransjene har langt lavere avkastning-risikoforhold. Størst vekst er det i størrelsen til *Damage to property* som øker fra 40,9% til 44,4%. Innen helsemodulen bør bransjen *Income protection* vokse fra 42,6% til 60,7%, mens *Workers' compensation* bør reduseres. Dette kan ses i sammenheng med at *Income protection* har høyest historisk avkastning-risikoforhold.

Av den effektive fronten i både Figur 6.1 og 6.3 fremgår det at anbefalingen fra MVO oppnår en høyere Sharpe-rate enn det Frende opplever i dag. Disse resultatene underbygges av Figur 6.2 og 6.4 som illustrerer at anbefalingene fra optimeringsmodellen ville ha økt den totale historiske egenkapitalavkastningen til Frende dersom selskapet hadde fulgt anbefalingene i alle år.

Det finnes imidlertid andre fordelinger som oppnår høyere Sharpe-rate enn våre anbefalinger. Dette kommer tydelig frem av resultatene presentert i Tabell 6.2 og 6.4 der optimeringsproblemene ikke inkluderer grenser som hindrer dramatisk vekst eller reduksjon. Av Tabell 6.2 fremkommer det at Frende ikke bør tilby forsikringer innen *Assistance, General liability* og *Micellaneous.* De resterende bransjene innen skadeforsikring bør derimot vokse ytterligere. Resultatene i Tabell 6.4 viser at helseporteføljen kun bør bestå av *Income protection.* Disse resultatene er derimot vanskelig å realisere uten å endre lønnsomheten til bransjene. Dermed kommer behovet for maksimums- og minimumsgrenser tydelig frem.

# 9. Diskusjon rundt oppgaven og forslag til videre forskning

*Det er noe usikkerhet knyttet til bruken av MVO i optimaliseringen av forsikringsporteføljen til Frende. Denne usikkerheten er spesielt knyttet til avkastningen og om den nye porteføljesammensetningen er realistisk. De påfølgende avsnittene diskuterer derfor disse utfordringene, i tillegg til mulige måter å unngå slike problemer. Avslutningsvis presenteres forslag til videre forskning.*

## 9.1 Diskusjon rundt oppgaven

### Usikkerhet knyttet til inngangsverdiene i MVO

#### Vektet avkastning

Avkastningen til hver av bransjene spiller en stor rolle for den endelige anbefalingen. Det er dermed svært viktig at disse verdiene er representative. Avviker derimot verdiene som skal tilsvare bransjenes avkastning fra de sanne verdiene, kan anbefalingen endres dramatisk. Dermed er en potensiell utfordring at avkastningen vi bruker i denne oppgaven ikke er helt riktig.

I denne oppgaven beregner vi avkastning ved bruk av vekter. Dette fører til at avkastningen i år med høye premieinntekter dominerer år med lavere premieinntekter. I Frende sitt tilfelle medfører dette at avkastningen i senere år vektes mer enn i tidligere år ettersom premieinntektene til hver bransje har vokst hvert år. En slik tilnærming kan skape utfordringer når enkelte bransjer opplever ekstreme avkastningsverdier i senere år da ekstreme verdier blir vektet mer enn det som kanskje er naturlig. Et slikt problem kan ha oppstått i denne oppgaven ettersom Frende opplevde at skadeprosenten var langt høyere enn normalt i enkelte bransjer i 2018. Det må likevel forventes at noen år har særlig høy skadeprosent og det er dermed ikke mulig å si om dette er en skjevhet i oppgaven.

### Utfordringer med ny porteføljesammensetning

#### Konstant lønnsomhet

Den optimale fordelingen av bransjene krever at Frende utfører endringer i dagens forsikringsportefølje. I verdipapirmarkedet er det enkelt å endre porteføljen ettersom

selskaper velger fritt hvor mye de ønsker å investere i hvert verdipapir. I forsikringsindustrien kan endringer derimot være utfordrende da bransjesammensetningen i stor grad avhenger av forsikringsselskapets markedsandel og kundemasse. Forsikringsselskaper kan hovedsakelig bruke virkemidler som markedsføring og taktisk prising for å endre markedsandelen i utvalgte bransjer. Dette må likevel ikke gå ut over lønnsomheten til bransjene da dette er en avgjørende faktor i optimeringsproblemet. Endres lønnsomheten til bransjene som følge av endringer i bransjesammensetningen forblir ikke den anbefalte fordelingen nødvendigvis optimal.

Oppgaven håndterer i noen grad denne utfordringen ved bruk av minimums- og maksimumsgrenser. Disse grensene er likevel ikke en garanti for at lønnsomheten til hver av bransjene holdes konstant.

#### Kunders ønske om flere forsikringer i samme selskap

Optimeringsproblemet tar bare til en viss grad hensyn til at én kunde kan ha flere forsikringsavtaler i selskapet. Maksimums- og minimumsgrensene hindrer nemlig dramatiske endringer i porteføljen, men det er ingen garanti for at de tillatte endringene fører til at kunder får samme fleksibilitet til å kjøpe de forsikringene de ønsker. Dette kan skape problemer da mange forsikringstakere er interessert i å kjøpe forsikringer fra kun ett forsikringsselskap. Dette kan ses i sammenheng med at det er lettere å administrere. I tillegg er ofte prisene lavere for kunder som kjøper flere forsikringsprodukter hos samme selskap. Mangel på slike hensyn er en svakhet med oppgaven som er viktig å vurdere når forretningsstrategi utvikles.

#### Korrelasjon mellom produkter

Det er ikke nødvendigvis bare korrelasjon mellom skader i samme bransje. Salg av forsikringsprodukter som tilhører ulike bransjer kan nemlig også korrelere. Dette henger som regel sammen med at forsikringsselskapet tilbyr tilleggsprodukter til noen produkter.

I denne oppgaven finner vi hovedsakelig en sterk korrelasjon mellom salg av forsikringsprodukter i *Motor vehicle* og *Other motor* som diskutert i kapittel 5. Liknende forhold kan også trekkes frem i helsemodulen. Her inngår lovpålagt yrkesskadeforsikring i bransjen *Workers' compensation*, mens tilleggsdekninger for yrkesskadeforsikringer inngår i *Income protection*. Dersom arbeidsgiver kjøper tilleggsdekninger for yrkesskadeforsikringer,

inkluderes den lovpålagte yrkesskadeforsikringen ettersom dette er en utvidelse av det lovpålagte produktet.

Denne avhengigheten mellom salg av to produkter fra ulike bransjer i helsemodulen er ikke nødvendigvis problematisk i denne oppgaven. Dette kan begrunnes med at Frende inkluderer en rekke andre produkter enn tilleggsdekninger for yrkesskadeforsikringer i *Income protection*. Avhengigheten mellom *Income protection* og *Workers' compensation* er altså mindre enn mellom *Motor vehicle* og *Other motor.* Det er likevel viktig for Frende å være oppmerksom på denne avhengigheten når anbefalingen fra oppgaven integreres i deres forretningsstrategi.

## 9.2 MVO og forslag til videre forskning

### Bruk av MVO i skade- og helsemodulen

I diskusjonen over presenteres noen utfordringer knyttet til bruken av MVO i forsikringsindustrien og disse utfordringene gjør modellen mindre anvendbar. Dette kan ses i sammenheng med at inngangsverdiene enten ikke blir helt korrekte, eller så er den optimale fordelingen vanskelig å realisere uten at lønnsomheten eller kunder påvirkes.

En del av skjevhetene som oppstår i denne oppgaven kan likevel elimineres ved tilgang på mer historisk data. I tillegg kan utfordringen med endringer i lønnsomhet håndteres ved å kjøre optimeringen gjentatte ganger når det forventes at avkastningen endres. I slike tilfeller kjøres optimeringsproblemet først med den estimerte avkastningen. Dersom forsikringsselskapet forventer at lønnsomheten endres som følge av endret bransjesammensetning, må de kvantifisere denne effekten. Videre må optimeringsproblemet kjøres igjen med justerte avkastningsmål og det må gjøres en ny vurdering av om avkastningen er realistisk i den nye porteføljen. Slike endringer krever dermed litt mer prøving og feiling, men ettersom det er få bransjer i hvert optimeringsproblem er ikke dette et stort problem.

Til tross for utfordringene knyttet til bruk av MVO i forsikring har oppgaven vist at modellen gir gode muligheter for å øke egenkapitalavkastningen til Frende. Oppgaven har likevel ikke optimalisert hele forsikringsporteføljen til Frende og dette gir muligheter for videre forskning.

## Forslag til videre forskning

Ved videre forskning kan det være interessant å analysere bruken av MVO også innen de andre risikomodulene i standardmodellen. En slik analyse er sentral for alle modulene utenom immaterielle eiendeler da denne modulen typisk settes lik null.

I livsforsikringsmodulen kan videre forskning i stor grad benytte samme metodikk som i denne oppgaven. Markedsrisiko- og motpartsrisikomodulen avhenger derimot i større grad av markedskrefter og deler av modulene kan derfor behandles på tilsvarende måte som verdipapirer i moderne porteføljeteori.

Når hver risikomodul har en optimal fordeling innad i modulen, er det også interessant å finne den optimale fordelingen mellom disse modulene. Også i dette optimeringsproblemet bør det settes begrensninger som sikrer at anbefalingen er gjennomførbar.

Avslutningsvis vil vi også legge til at det kan være interessant å studere muligheter for å utvikle en intern modell for et bestemt forsikringsselskap. I en intern modell er det blant annet interessant å beregne nye, representative verdier for standardavvik og korrelasjon mellom bransjene som fører til at det totale kapitalkravet reduseres.

# Litteraturliste


Arnfinsen, M. S. (2017). Kasko eller delkasko? Retrieved from https://www.frende.no/aktuelt/kasko-eller-delkasko/

Bachman, J. E. (1978). *Capitalization Requirements for Multiple Line Property-Liability Insurance Companies*: SS Huebner Foundation for Insurance Education, Wharton School, University of Pennsylvania.

Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. J. (2014). *Investments Global Edition*: McGraw-Hill Education.

Cadoni, P. (2014). *Internal models and Solvency II*: Risk Books, London.

CEIOPS. (2010a). *CEIOPS' Advice for Level 2 Implementing Measures on Solvency II: Partial internal models*. Retrieved from ceiops.eu: https://register.eiopa.europa.eu/CEIOPS-Archive/Documents/Advices/CEIOPS-L2-Advice-Partial-Internal-Models.pdf

CEIOPS. (2010b). *CEIOPS' Advice for Level 2 Implementing Measures on Solvency II: SCR STANDARD FORMULA Article 111(d) Correlations*. Retrieved from ceiops.eu: https://www.eiopa.europa.eu/sites/default/files/publications/submissions/ceiops-l2-advice-correlation-parameters.pdf

Cornuejols, G., & Tütüncü, R. (2005). Optimization methods in Finance. In: Carnegie Mellon University, Pittsburgh.

Døving, I., & Loen, R. (2018). forsikring. Retrieved from https://snl.no/forsikring

EIOPA. (2011). *EIOPA Report on the fifth Quantitative Impact Study (QIS5) for Solvency II*. Retrieved from eiopa.europa.eu: https://register.eiopa.europa.eu/Publications/Reports/QIS5_Report_Final.pdf

EIOPA. (2014a). *Technical Specification for the Preparatory Phase (Part I)*. Retrieved from eiopa.europa.eu: https://eiopa.europa.eu

EIOPA. (2014b). *The underlying assumptions in the standard formula for the Solvency Capital Requirement calculation*. Retrieved from eiopa.europa.eu: https://eiopa.europa.eu

EIOPA. (2019). *Consumer trends report 2019*. Retrieved from https://www.eiopa.europa.eu/sites/default/files/publications/reports/2019.6124-eiopa_consumer-trends-report.pdf

European Commision. (2007). Solvency II: EU to take global lead in insurance regulation [Press release]. Retrieved from https://ec.europa.eu/commission/presscorner/detail/en/IP_07_1060

European Commision. (2015). Solvency II Overview – Frequently asked questions [Press release]. Retrieved from https://ec.europa.eu/commission/presscorner/detail/en/MEMO_15_3120

Ferrari, J. R. (1967). *A theoretical portfolio selection approach for insuring property and liability lines.* Paper presented at the Proceedings of the Casualty Actuarial Society.

Finans Norge. (2019a). Antall forsikringer og premieinntekter. Retrieved from https://www.finansnorge.no/statistikk/skadeforsikring/nokkeltall/premie/

Finans Norge. (2019b). Markedsandeler. Retrieved from https://www.finansnorge.no/statistikk/skadeforsikring/nokkeltall/markedsandeler/

Finans Norge. (u.å). Naturskadeforsikring. Retrieved from https://www.finansnorge.no/tema/skadeforsikring/naturskadeforsikring/

Finanstilsynet. (2016a). Forsikring. Retrieved from https://www.finanstilsynet.no/forbrukerinformasjon/forsikring/

Finanstilsynet. (2016b). *Høringsnotat om nytt kapitalkrav for pensjonskasser*. Retrieved from regjeringen.no: https://www.regjeringen.no/contentassets/9e88c9bce6914a50a5a50c38d5d91568/horingsnotat_kapitalkrav.pdf

Finanstilsynet. (2017a). Solvens II. Retrieved from https://www.finanstilsynet.no/tema/solvens-ii/

Finanstilsynet. (2017b). Solvensregelverk forsikring. Retrieved from https://www.finanstilsynet.no/tema/solvensregelverk-forsikring/

Fitch Ratings' Insurance Rating Group. (2011). *Solvency II Set to Reshape Asset Allocation and Capital Markets*. Retrieved from actuarialpost.co.uk: http://www.actuarialpost.co.uk/downloads/cat_1/Fitch%20Solvency%20II%20Report%202306-11.pdf

Fremtind. (2020). Om oss. Retrieved from https://www.fremtind.no/om-oss/

Frende. (2018). Den sterkeste veksten i Frendes historie [Press release]. Retrieved from https://kommunikasjon.ntb.no/pressemelding/--den-sterkeste-veksten-i-frendes-historie?publisherId=5653809&releaseId=16589304

Frende. (2019a). Best i test. Retrieved from https://www.frende.no/velg-frende/best-i-test/

Frende. (2019b). *Frende Skadeforsikring AS Årsberetning 2019*. Retrieved from frende.no: https://www.frende.no/om-oss/finansiell-informasjon/frende-skadeforsikring/

Frende. (2019c). *ORSA 2019 Own Risk and Solvency Assessment*. Retrieved from u.s:

Frende. (2019d). *Rapport om solvens og finansiell stilling*. Retrieved from frende.no: https://www.frende.no/om-oss/finansiell-informasjon/frende-skadeforsikring/

Frende. (2019e). *Utvikling QIS 5_Frende Skade_31.12.2019.xlsx*.

Frende. (2020a). *20200221 Data NHH.xlsx*.

Frende. (2020b). Bilforsikring. Retrieved from https://www.frende.no/forsikringer/bilforsikring/

Frende. (2020c). Yrkesskade forsikring og fritidsulykke. Retrieved from https://www.frende.no/bedrift/forsikringer/yrkesskadeforsikring-og-fritidsulykke/

Friewald, N. (2019). *Programming with Applications in Finance FIE450*. Lecture Notes.

Gjensidige. (2019). *Rapport om solvens og finansiell stilling*. Retrieved from https://www.gjensidige.no/konsern/investorinformasjon/filer/pilar3/_attachment/451532?_download=true&_ts=16a44fe1863.

Gleditsch, J. (1991). *Reassuranse: en kort innføring*. Oslo: Forskningsakademiet.

Kenton, W. (2019a). Intangible Assets. Retrieved from https://www.investopedia.com/terms/i/intangibleasset.asp

Kenton, W. (2019b, 29.09). Sensitivity Analysis. Retrieved from https://www.investopedia.com/terms/s/sensitivityanalysis.asp

Kenton, W. (2019c, 18.04). Value at Risk (VaR). Retrieved from https://www.investopedia.com/terms/v/var.asp

KLP. (u.å). Ordforklaringer. Retrieved from https://www.klp.no/om-klp/finans-og-ir/ordforklaringer

Kredittilsynet, F.-o. f. (2006). *Vurdering av konkurransesituasjonen i skadeforsikringsmarkedet*. Retrieved from evalueringsportalen.no: https://evalueringsportalen.no/evaluering/vurdering-av-konkurransesituasjonen-i-skadeforsikringsmarkedet/Vurdering%20av%20konkurransesituasjonen%20i%20skadeforsikringsmarkedet.pdf/@@inline

Lintner, J. (1965). Security prices, risk, and maximal gains from diversification. *The Journal of Finance, 20*(4), 587-615.

Mangram, M. E. (2013). A simplified perspective of the Markowitz portfolio theory. *Global Journal of Business Research, 7*(1), 59-70.

Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance, 7*(1), 77-91. doi:10.2307/2975974

Markowitz, H. (1991). Foundations of Portfolio Theory. *The Journal of Finance, 46*(2), 469-477. doi:10.1111/j.1540-6261.1991.tb02669.x

Mossin, J. (1966). Equilibrium in a capital asset market. *Econometrica: Journal of the econometric society*, 768-783.

OECD. (2017). *Global Insurance Market Trends*. Retrieved from oecd.org: https://www.oecd.org/daf/fin/insurance/Global-Insurance-Market-Trends-2017.pdf

Regjeringen. (2020). Forsikring. Retrieved from https://www.regjeringen.no/no/tema/okonomi-og-budsjett/finansmarkedene/forsikring/id2353824/

Schnieper, R. (2000). Portfolio optimization. *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA, 30*(1), 195-248.

Schwing, R. C., & Albers, W. A. (2013). *Societal risk assessment: How safe is safe enough?* : Springer.

Segal, T. (2020, 06.03). Diversification. Retrieved from https://www.investopedia.com/terms/d/diversification.asp

Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance, 19*(3), 425-442.

Slettemoen, H. T. (2020). Snuoperasjon ga historisk årsresultat for Frende [Press release]. Retrieved from https://www.frende.no/aktuelt/historisk-resultat/

Smedsrud, K., Døving, I., & Norges forsikringsforbund, I. (1995). *Hva er forsikring? : håndbok i forsikring* (2. utg. ed.). Oslo: Forsikringslitteratur.

Solvens II-forskriften, (2015).

Turlach, B. (2019, 20.11). quadprog. Retrieved from https://www.rdocumentation.org/packages/quadprog/versions/1.5-8

Vandenabeele. (2014). Solvency ii in a nutshell. *Bank- en Financiewezen - Revue bancaire et financière*, 9.

Wooldridge, J. M. (2016). *Introductory econometrics : a modern approach* (6th ed. ed.). Australia: Cengage Learning.

# Vedlegg A

## A.1 Et kvadratisk optimeringsproblem

Markowitz' MVO er et såkalt kvadratisk investeringsproblem ettersom varians er et kvadratisk uttrykk av standardavviket (Markowitz, 1991, p. 470). Objektfunksjonen definert av Formel 4.4 kan omformuleres og løses som et kvadratisk investeringsproblem ved bruk av funksjonen under (Friewald, 2019, p. 86).

$$f(x) = \frac{1}{2} b^T Db \tag{A.1}$$

I funksjonen representerer bokstaven *b* en vektor som inneholder de optimale vektene til investeringsobjektene. Bokstaven $b^T$er den transponerte vektoren *b*. Bokstaven *D* representerer kovariansmatrisen til investeringsobjektene. Et kvadratisk problem med *n* investeringsobjekter har en symmetrisk kovariansmatrise med *n·n* verdier (Friewald, 2019, p. 86).

Objektfunksjonen (Formel A.1) tilsvarer formelen for varians. For å tydeliggjøre denne sammenhengen viser Formel A.2 hvordan objektfunksjonen utledes for to investeringsobjekter, A og B.

$$Var(R_p) = w_A^2\sigma_A^2 + w_B^2\sigma_B^2 + 2w_A w_B cov_{A,B}$$

$$= w_A^2\sigma_{AA} + w_A w_B \sigma_{AB} + w_A w_B \sigma_{BA} + w_B^2 \sigma_{BB}$$

$$= [w_A\sigma_{AA} + w_B\sigma_{BA} w_A\sigma_{AB} + w_B\sigma_{BB}] \begin{bmatrix} w_A \\ w_B \end{bmatrix}$$

$$= [w_A w_B] \begin{bmatrix} \sigma_{AA} & \sigma_{AB} \\ \sigma_{BB} & \sigma_{BA} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_A \\ w_B \end{bmatrix}$$

$$= b^T D\, b \tag{A.2}$$

I funksjonen (Formel A.1) må kovariansmatrisen *D* være positivt definert med vekter større enn 0 for at optimeringsproblemet skal være mulig å løse (Friewald, 2019, p. 87). Når kovariansmatrisen er strengt positiv er variansen en strengt konveks funksjon av

porteføljevariablene angitt i vektoren $b$ og optimeringsalgoritmen finner en unik løsning for problemet (Cornuejols & Tütüncü, 2005, p. 128).

Det kvadratiske optimeringsproblemet må også overholde de samme begrensningene som angitt i Formel 4.2 og 4.3. Slike begrensninger hindrer optimeringsproblemet fra å finne løsninger som ikke er realiserbare. Disse begrensningene kan formuleres i henhold til Formel A.3.

$$A^T b \geq b_0 \tag{A.3}$$

I formelen er bokstaven $A$ en $m \cdot n$-dimensjonert matrise der $m$ står for antall begrensninger optimeringsproblemet må overholde, mens $n$ er antall investeringsobjekter. Matrisen utvides med flere rader og kolonner dersom investeringsproblemet inneholder flere begrensninger eller flere investeringsobjekter. Når den transponerte matrisen $A$ multipliseres med vektene $b$ blir resultatet en vektor som overholder begrensingene definert av vektoren $b_0$.

Optimeringsproblemet må minst inkludere begrensninger som definerer summen av vektene samt ønsket avkastning. Slike begrensninger kan skrives som vist i Formel A.4.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ \mu_1 & \mu_2 & \cdots & \mu_n \end{pmatrix}}_{A^T} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}}_{b} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ \mu^* \end{bmatrix}}_{b_0} \tag{A.4}$$

I noen tilfeller begrenses også vektene av maksimums- og minimumsgrenser for tillatt vekst og reduksjon, noe som må tas hensyn til i formelen. Dersom en antar at en portefølje har tre investeringsobjekter som hver skal overholde individuelle minimums- og maksimumsbegrensninger, må matrisen utvides med seks ekstra rader. Den utvidede formelen for begrensningene til optimeringsproblemet vises i Formel A.5. Nedre og øvre grenser er markert med henholdsvis rødt og grønt.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \mu_1 & \mu_2 & \mu_3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}}_{A^T} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}}_{b} \geq \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ \mu^* \\ min_1 \\ min_2 \\ min_3 \\ max_1 \\ max_2 \\ max_3 \end{bmatrix}}_{b_0} \tag{A.5}$$

Ettersom summen av vektene og avkastningen er absolutte krav som må være oppfylt skal de to første begrensningene tolkes som likheter. Minimums- og maksimumsbegrensningene skal derimot tolkes som ulikheter ettersom dette er grenseverdier. Det er dermed ikke nødvendig eller ønskelig at optimeringsproblemet skal løses for nøyaktig disse verdiene.

## A.2 Implementering av det kvadratiske problemet i R

Det kvadratiske optimeringsproblemet løses ved å benytte pakken *quadprog* og pakkens tilhørende funksjon *solve.QP* i dataspråket R. *quadprog* er en pakke som inneholder rutiner og dokumentasjon for å løse kvadratiske programmeringsproblemer (Turlach, 2019). Utformingen av optimeringsproblemet i R diskuteres videre på et generelt grunnlag som gjelder for både helse- og skademodulen. Det som hovedsakelig skiller koden til hver av modulene er inngangsverdiene og størrelsen på ulike vektorer og matriser som benyttes til matrisemultiplikasjon. Dette går vi ikke nærmere inn på.

I optimeringsproblemet settes først objektfunksjonen (Formel A.1) og her må kovariansmatrisen *D* defineres. Kovariansen mellom bransjene beregnes ved bruk av de forhåndsdefinerte korrelasjonsverdiene i Tabell 3.2 og standardavvikene fra Tabell 5.2. Vektene i vektoren *b* som multipliseres med kovariansmatrisen er ukjente verdier som funksjonen skal finne.

Problemet inneholder også noen begrensninger som må overholdes. Disse restriksjonene oppsummeres i vektoren $b_0$ som altså er høyresiden av begrensingene i Formel A.3. Tidligere diskusjon sier at vektene til hver av bransjene skal summeres til 1. I tillegg må optimeringsproblemet nå en bestemt avkastning. Sist men ikke minst må problemet overholde maksimums- og minimumsgrensene tilknyttet størrelsen til de ulike bransjene.

Funksjonen *solve.QP* er en funksjon som minimerer objektfunksjonen. Dette innebærer at funksjonen leter etter den porteføljesammensetningen som oppnår lavest varians gitt avkastningen og resten av begrensningene. Den målsatte avkastningen bestemmes av brukeren av funksjonen. Ettersom det ikke er mulig å vite hvilken avkastning som maksimerer Sharpe-raten, er det hensiktsmessig å beregne minimum-varians-fronten. Dette gjøres ved å kjøre funksjonen *solve.QP* gjentatte ganger for ulike avkastningsmål og lagre funksjonens anbefalte størrelser til bransjene for hver gang funksjonen kjører.

I beregningen av minimum-varians-fronten til skademodulen testes alle mulige løsninger for avkastning mellom 0,001 og 0,04 med intervaller på $1 \cdot 10^{-5}$. For helsemodulen testes alle avkastninger mellom 0 og 0,003 med tilsvarende intervaller som for skademodulen. Finnes det ingen løsning for den foreslåtte avkastningen er koden konstruert slik at funksjonen fortsetter å teste neste foreslåtte avkastningsmål. Den endelige anbefalingen er den porteføljen som oppnår høyest Sharpe-rate.