

NHH



Optimal aktivaallokering i innskuddspensjon

En analyse av deterministiske porteføljestrategier i innskuddspensjon

Thomas Borgen Ha

Ole-Johannes Hauan

Veileder: Helge A. Nordahl

Masterutredning i finansiell økonomi

NORGES HANDELSHØYSKOLE

Bergen

Høsten 2014

Dette selvstendige arbeidet er gjennomført som ledd i masterstudiet i økonomi- og administrasjon ved Norges Handelshøyskole og godkjent som sådan. Godkjenningen innebærer ikke at Høyskolen eller sensorer innestår for de metoder som er anvendt, resultater som er fremkommet eller konklusjoner som er trukket i arbeidet.

Sammendrag

I denne utredningen forsøker vi å finne optimal aktivaallokering i innskuddspensjon. Ved å sammenligne ulike tilgjengelige og alternative innskuddsprofiler, finner vi hvilke deterministiske porteføljestrategier som passer for ulike pensjonssparere. Vi betrakter ett risikofritt og ett risikabelt aktivum, der sistnevnte potensielt kan korrelere med lønnsvekst. Lønnsinntekt er kalibrert realistisk for å fange opp den konkave reallønnsutviklingen over livsløpet. Vi studerer tre ulike yrkesgrupper, og undersøker hvor sensitiv optimal aktivaallokering er for ulike nivåer av risikoaversjon. Vi finner at det er rasjonelt for mange investorer å investere innskuddspensjonen i 100 % aksjer over hele spareperioden. Årsaken er at folketrygden implisitt kan anses som et nokså risikofritt aktivum, som utgjør en stor andel av den totale pensjonsbeholdningen. Nedtrappingsprofiler er imidlertid mer attraktive desto høyere arbeidsinntekt man har, og for investorer med høyere risikoaversjon. Problemet er løst numerisk basert på en realistisk kalibrert modell. Resultatene er basert på 100 000 Monte Carlo-simuleringer gjennomført i programmeringsspråket R.

Nøkkelord: Innskuddspensjon, Porteføljevalg, Aktivaallokering

Forord

Denne masterutredningen er skrevet som en avsluttende del av masterstudiet i finansiell økonomi ved Norges Handelshøyskole. Vi sammenligner ulike deterministiske porteføljestrategier for innskuddspensjon og begrunner hvilke som passer best for ulike pensjonssparere.

I utredningen har vi forsøkt å fokusere på våre resultater og analysen rundt disse. Vi har valgt å ikke legge vekt på en omfattende gjennomgang av det norske pensjonssystemet, men forutsetter at leseren har grunnleggende forkunnskap om emnet.

Arbeidet med utredningen har vært både lærerikt og utfordrende. Å gjennomføre store deler av analysen i et fremmed programmeringsspråk har bydd på en bratt læringskurve, men har også gitt nyttig kompetanse og innsikt for fremtidig arbeid. Vi ønsker særlig å takke vår hyggelige veileder, Helge Nordahl, for gode råd og innspill.

Norges Handelshøyskole, desember 2014.

Thomas Borgen Ha

Ole-Johannes Hauan

Innhold

1 Innledning	4
2 Litteraturgjennomgang	7
3 Det norske pensjonssystemet	9
3.1 Folketrygden	9
3.2 Tjenestepensjon	12
4 Teori	14
4.1 Nyttedefunksjoner og forventet nytte	14
4.2 Stokastiske differensialligninger	17
4.3 Ornstein-Uhlenbeck-prosess	18
5 Metode	20
5.1 Monte Carlo-simulering	20
5.2 Kalibrering av Ornstein-Uhlenbeck-prosesser	22
5.3 Tidsutvikling av innskuddsporteføljen	23
5.4 Beregning av folketrygden	23
5.5 Beskrivelse av innskuddsprofilene	24
5.6 Metode for prestasjonsvurdering av innskuddsprofilene	25
6 Kalibrering av modellen	27
6.1 Parametre for økonomien	27
6.2 Utvikling i arbeidsinntekt	28
6.3 Inflasjon	32
6.4 Arbeidsledighet	34
6.5 Parametre for nyttefunksjoner	35
7 Resultater	37
7.1 Deskriptiv statistikk for innskuddsprofilene	37
7.2 Porteføljevalg med CRRA-nytte for ulike yrkesgrupper	41
7.3 Porteføljevalg ved kumulativ prospect theory	48
8 Sensitivitetsanalyser	51
8.1 Parametre for økonomien	51
8.2 Mulige utvidelser og forbedringer	57
9 Konklusjon	60
Kilder	61

Figurer

1	Sammenligning av nedtrappingsprofiler	26
2	Lønnsutvikling for ulike yrkesgrupper etter alder	30
3	Årlig forventet utbetalingsbeløp fra folketrygd og innskuddspensjon	40
4	Sikkerhetsekvivalenter for ulike yrkesgrupper	42
5	Sikkerhetsekvivalenter for ulike nivåer av risikoaversjon	45
6	Kumulativ sannsynlighetsfordeling for et utvalg av innskuddsprofilene	49
7	Sikkerhetsekvivalenter for ulike yrkesgrupper med CPT	50
8	Sensitivitetsanalyse av forventet aksjeavkastning	53
9	Sensitivitetsanalyse for volatilitet i aksjemarkedet	53
10	Sensitivitetsanalyse av risikofri rente	56
11	Sikkerhetsekvivalenter ved ulike nivåer av risikoaversjon, $\rho_{AY} = 0,25$	56

Tabeller

1	Konvergens i verdiestimer	22
2	Referanseverdier for parametrene	27
3	Referanseverdier i OU-prosessene for lønnsutvikling.	31
4	Innskuddssatser for de ulike yrkesgruppene.	31
5	Referanseverdier i Vasicek-modellen for inflasjon.	33
6	Korrelasjonsmatrise for stokastiske variabler.	34
7	Sikkerhetsekvivalenter for et lotteri, med ulike koeffisienter for RRA.	35
8	Innskuddspensjon. Deskriptiv statistikk for de ulike innskuddsprofilene	38
9	Totalpensjon. Deskriptiv statistikk for de ulike innskuddsprofilene	39
10	Kostnader knyttet til suboptimale porteføljevalg	46

1 Innledning

Dagens kunnskapsnivå om pensjon blant den norske befolkningen er generelt svakt. Derfor ønsker vi å belyse dette temaet. Etter pensjonsreformen i 2011 er problemstillinger knyttet til innskuddspensjon særlig relevante. I en undersøkelse gjennomført av SpareBank 1 og Respons Analyse i januar 2014, svarte 76 prosent at de ikke har endret investeringsprofil. Storebrand rapporterer på sin side at kun fem til ti prosent endrer profilen sin. Mange begrunner det med at de stoler på valget arbeidsgiver har gjort. For andre er årsaken manglende kunnskap om aksje- og rentefond.

Flertallet av norske livsforsikringsselskaper tilbyr nå innskuddsprofiler som automatisk nedjusterer aksjeandelen etter hvert som man nærmer seg pensjonsalder. Hensikten er å gjøre pensjonssparing enklere for kunden. Kundene slipper dermed å foreta eventuelle endringer i aktivaallokering på egenhånd underveis i spareperioden. Storebrand markedsfører sin løsning med utsagnet: «Ta ett valg, kun én gang». Enkelheten ved disse profilene er åpenbart fordelaktig for investorer med begrenset kunnskap om sparing og finans. Dessuten virker det intuitivt fornuftig å redusere risikoen etter hvert som man blir eldre. En kritikkverdig egenskap ved disse profilene er imidlertid at de utelukkende baserer seg på investors alder, mens de ignorerer kritiske parametre slik som risikoaversjon og nivå på arbeidsinntekt. Vi undersøker derfor hvorvidt slike automatiske nedtrappingsstrategier er fornuftige, og hvem de eventuelt passer for. Ved å sammenligne ulike tilgjengelige og alternative allokeringstrategier finner vi hvilke strategier som passer for ulike pensjonssparere.

Felles for mange pensjonskalkulatorer i dag er at de anbefaler individuell sparing til pensjonstilværelsen, for å supplere beløpet man mottar fra folketrygden og tjenestepensjonen. Flertallet av disse pensjonskalkulatorene tar imidlertid ikke hensyn til reallønnsvekst; verken i samfunnet generelt eller individspesifikke ansiennitetseffekter. Man kan derfor stille seg spørsmålet om livsforsikringsselskapene hensiktsmessig er for forsiktige i sine estimater, for å fremme individuell sparing med tilhørende forvaltnings- og administrasjonsinntekter til selskapene.

Vi betrakter tre varierte yrkesgrupper med ulik startlønn og lønnsutvikling. Vi forutsetter at man arbeider i samme yrkesgruppe i hele sin yrkesaktive karriere med uendrede innskuddssatser. Pensjonstiden defineres ved at man ikke lenger mottar arbeidsinntekt. Vi antar at den totale opptjente innskuddspensjonsbeholdningen blir plassert risikofritt i hele uttaksperioden. Dette er en avgrensning vi gjør for å fokusere på effekten av aktivaallokering under opptjeningsperioden. Årlig pensjonsutbetaling blir dermed betraktet som en annuitet basert på opptjent innskuddspensjon, pluss

alderspensjon fra folketrygden. Vi antar at innskuddspensjonsbeholdningen betales ut over ti år. Gitt våre forutsetninger vil den årlige, nominelle pensjonsutbetalingen fra innskuddspensjonen være konstant frem til hele beholdningen er utbetalt. Vi beregner nytten av de årlige pensjonsutbetalingene med både CRRA- og «behavioral»-preferanser.

Ettersom pensjonssparing i innskuddspensjon og folketrygd er uavhengig av konsum i opptjeningsperioden, velger vi å se bort ifra avveiningen mellom konsum og sparing i yrkesaktiv periode. Vi noterer oss imidlertid at konsumnivået i realiteten påvirker eventuell annen privat pensjonssparing. Vi antar at pensjonisten konsumerer hele den årlige pensjonsutbetalingen i løpet av året. Vi forutsetter en konstant risikofri rente i våre beregninger. Dette skyldes hovedsaklig kompleksiteten forbundet med å modellere fremtidige rentebaner for ulike forfallsdatoer. Aksjemarkedet, arbeidsinntekt og inflasjon betraktes derimot som stokastiske faktorer. Resultatene er basert på dagens pensjonsreglement.

Til tross for at innskuddsporteføljen utvikler seg over flere år, behandler vi problemstillingen som et statisk porteføljeproblem. Vi betrakter en investor i starten av sin arbeidskarriere som gjør en investeringsbeslutning som er gjeldende for resten av arbeidslivet. Dersom en nedjusterer aksjeandelen i løpet av spareperioden skyldes det at man følger strategien som ble bestemt i første periode. Et flerperiodisk porteføljeproblem kunne vært løst ved hjelp av dynamisk stokastisk programmering, men ville komplisert problemstillingen betydelig.

Å behandle valg i innskuddspensjon som et statisk porteføljeproblem er likevel ikke helt urealistisk. Ettersom flertallet av pensjonssparere har et passivt forhold til sin innskuddspensjon, er det nærliggende å tro at mange uansett ikke ville foretatt endringer underveis i spareperioden. De alderstilpassede innskuddsprofilene med automatisk nedjustering av aksjeandel, eksisterer tross alt for at man ikke skal behøve å ta aktive valg underveis. Denne utredningen forsøker følgelig ikke å optimere aktivallotering dynamisk over tid, men vurderer heller hvorvidt det er fornuftig for en investor i starten av arbeidslivet å velge en investeringsstrategi med automatisk aksjenedtrapping. Vi vurderer ulike deterministiske innskuddsprofiler med alderstilpassning og beregner kostnadene forbundet med suboptimale porteføljevalg. Vi finner at det er rasjonelt for mange investorer å investere innskuddspensjonen i 100 % aksjer over hele spareperioden. Årsaken er at folketrygden implisitt kan anses som et nokså risikofritt aktivum, som utgjør en stor andel av den totale pensjonsbeholdningen. Nedtrappingsprofiler er imidlertid mer attraktive desto høyere arbeidsinntekt man har, og for investorer med høyere risikoaversjon.

Utredningen er inndelt som følger. Vi starter med å gjennomgå relevant litteratur innen porteføljevalg over livsløpet. Del 3 gir en kort innføring i det norske pensjonssystemet, for å gi leseren innsikt i grunnleggende regler knyttet til folketrygd og innskuddspensjon. Del 4 og 5 beskriver relevant teori og metode for beregningene som utføres i modellen. Videre, i del 6, beskriver vi prosessen for kalibrering av modellen, for å oppnå realistiske referanseparametre. I del 7 og 8 fremstiller vi resultatene fra modellen og gjennomfører omfattende sensitivitetsanalyser for å teste robusthet. I del 9 konkluderer vi, og diskuterer forslag til fremtidig forskning.

2 Litteraturgjennomgang

Investeringsrådgivere anbefaler typisk å ta høyere risiko i sparing når man er ung og gradvis redusere risikoen etter hvert som man nærmer seg pensjonsalder. Et av argumentene baserer seg på at aksjer er mindre risikable for en ung persons lange investeringshorisont. Tidsdiversifisering er troen på at risikoen forbundet med aksjeinvesteringer reduseres når tidshorisonten økes. Bakgrunnen er blant annet at en sjelden opplever negativ totalavkastning for tidsperioder som varer 15 år eller lengre. Tidsdiversifisering har vært et tema for debatt i både akademiske miljøer og blant profesjonelle investorer, der Samuelson (1963, 1969) er blant de mer kjente kritikerne. Ifølge Samuelson (1969) og Merton (1969) er den optimale andelen investert i aksjer konstant og uavhengig av formue og alder dersom investoren har CRRA-preferanser, aksjemarkedet følger en «random walk» og når arbeidsinntekt er fraværende. Kritzman (1994) bekrefter Samuelsons argumenter som matematiske sannheter, men understreker at forutsetningene som ligger til grunn er diskutabile.

Hvorvidt *risikoen* for aksjer øker eller reduseres med tid avhenger imidlertid av hvordan man velger å definere risiko. På en side kan man argumentere med at det annualiserte standardavviket til aksjeavkastningen avtar med tid. I tillegg reduseres sannsynligheten for tap over tid for aktiva med positiv forventet avkastning. Hvis risiko oppfattes som sannsynligheten for tap vil altså risikoen avta med tiden. Dersom en derimot definerer risiko som størrelsen på potensielt tap, vil risikoen øke med tiden.

I klassisk finanst teori er betydningen av risiko standardisert. Risiko kommer til uttrykk ved konkaviteten i nyttefunksjonen og måles i varians. Konkaviteten i nyttefunksjonen innebærer at en investor med CRRA-preferanser alltid vil foretrekke et sikkert beløp fremfor et lotteri med tilsvarende forventet verdi. Kahneman og Tversky (1979) finner derimot at mange investorer ikke handler i tråd med standard beslutningsteori, men heller oppfører seg som «behavioral»-investorer. Ifølge Prospect theory er ikke investorer alltid risikoaverse. Nytte uttrykkes dessuten ikke som en funksjon av formue, men heller som gevinst og tap relativt til et bestemt referansepunkt.

Samuelson (1994) kom med et nytt og sterkere argument mot tidsdiversifisering. Argumentet bygger på at tidsdiversifisering er basert på en kognitiv feil, nemlig troen på at tap aldri vil forekomme for investorer som holder fast ved sine aksjeinvesteringer over lengre tid. Mange investorer vurderer feilaktig sannsynligheten for tap på langsiktige aksjeinvesteringer som lik null. Tversky og Kahneman (1992) kommenterte

rer denne kognitive feilen og hevder at veldig små sannsynligheter enten overvektes kraftig eller totalt ignoreres. Benartzi og Thaler (1995) presenterer en annen kognitiv feil, *myopisk tapsaversjon*. De finner på sin side at tapsaversjon og kortsiktig porteføljeevaluering kan forklare hvorfor mange investorer ikke ønsker risikoeksponeringen fra aksjer. En tapsavers investor vil mislike risikable investeringer, slik som aksjer, for korte tidshorisonter. Dette resultatet strider imidlertid mot de velkjente funnene til Merton (1969) og Samuelson (1969).

Bodie, Merton og Samuelson (1992) formulerer to argumenter for aldersavhengig nedtrapping i aksjeandelen. For det første er effekten av humankapital viktig for porteføljevalg. Å ignorere humankapital gir et «utelatt variabel»-problem. Dette problemet er særlig alvorlig for unge investorer som befinner seg i en tidlig fase av arbeidslivet og som har stor grad av fleksibilitet knyttet til fremtidig tilbud av arbeidskraft. Det andre argumentet baserer seg på risikoevne. Dersom aksjemarkedet opplever et kraftig fall, kan unge investorer tilpasse seg slik at de likevel oppnår en tilfredstillende pensjonsbeholdning. Valg av arbeidsinnsats, utdanning og familiestørrelse er eksempler på slike tilpasninger. En eldre investor som nærmer seg pensjonsalder er ikke like tilpasningsdyktig.

Cocco, Gomes og Maenhout (2005) understreker også viktigheten av å vurdere risikoen knyttet til arbeidsinntekt når en diskuterer porteføljevalg. Arbeidsinntekt kan nemlig anses som en implisitt aksje eller obligasjon, avhengig av risikoen i arbeidsinntekten. De finner en lav og ikke-signifikant korrelasjon mellom risiko i arbeidsinntekt og aksjer, slik at arbeidsinntekt kan anses som et substitutt for risikofri investering. Etter hvert som den implisitte risikofrie investeringen fra arbeidsinntekt reduseres med alder, bør man øke den eksplisitte risikofrie investeringen i porteføljen og redusere aksjeandelen. Investorer med mer risikabel arbeidsinntekt bør nedjustere aksjeandelen deretter.

Shiller (2005) påpeker et åpenbart, men ofte oversett faktum ved aldersavhengige nedtrappingsprofiler. Nedtrappingsprofiler eksponerer investorer for mer aksjerisiko i ung alder når verdien av innskuddspensjonen er lav, og mindre aksjerisiko etter hvert som man blir eldre, når verdien av innskuddspensjonen er høy. Med andre ord; porteføljen er mer aggressiv når porteføljen er liten og mer konservativ når porteføljen er stor. Dette virker å være suboptimalt for kapitalopptjening. Forsvarere av nedtrappingsprofiler påpeker imidlertid at målet med disse strategiene ikke er å maksimere kapitalopptjeningen i porteføljen, men å balansere forholdet mellom avkastning og risiko på en tilfredstillende måte. Vi utfordrer denne påstanden, og undersøker om nedtrappingsprofiler er en passende porteføljestrategi for ulike pensjonssparere.

3 Det norske pensjonssystemet

Det norske pensjonssystemet er bygget på tre pilarer:

- Folketrygd
- Tjenestepensjon
- Individuell sparing

Summen av sparing i disse tre pilarene avgjør hvor mye en person vil få utbetalt i pensjon.

3.1 Folketrygden

Folketrygden er et obligatorisk sosialforsikringssystem og har to hovedformål. For det første skal det sikre alle en viss minstestandard uavhengig av tidligere inntekt før pensjonering. Minstestandarden sikres gjennom garantipensjonen. For det andre skal folketrygden sikre pensjonistene en inntektsstandard som står i et visst forhold til inntekten som yrkesaktiv (Regjeringen, 2014a).

3.1.1 Inntektpensjon

Personer født i 1963 eller senere, tjener opp alderspensjon i folketrygden etter nye opptjeningsregler, jf. pensjonsreformen i 2011. Alle arbeidstakere mellom 13 og 75 år opparbeider seg pensjonsrettigheter tilsvarende 18,1 prosent av pensjongivende inntekt opptil 7,1 ganger folketrygdens grunnbeløp (G). 1 G per 1. mai 2014 tilsvarer 88 370 kr. De nye opptjeningsreglene innebærer at man for hvert år med pensjonsopptjening bygger opp en pensjonsbeholdning. Pensjonskontoen i folketrygden er ikke en konto med beholdning man har eiendomsrett til, men er derimot en hjelpeteknisk regnemåte for å beregne pensjonsrettigheter. Proporsjonal opptjening fra første krone opp til en øvre grense stimulerer til deltagelse i arbeidslivet. Opptjent inntektpensjon blir omregnet til antall G for å beskytte realverdien av beløpet. Dette kan uttrykkes slik:

$$\text{Antall opptjente G} \cdot \text{Grunnbeløp} \cdot 18,1 \% = \text{Pensjonsbeholdning}$$

3.1.2 Garantipensjon

Personer med liten eller ingen pensjonsopptjening får en grunnsikring i alderdommen gjennom en garantipensjon. For å ha rett på full garantipensjon kreves minst 40 års trygdetid.¹ Denne retten faller ikke bort selv om man har annen inntekt i trygdetiden, men avkortes med 80 % av opptjent inntekstpensjon (Regjeringen, 2014b). Den gradvise avkortingen gjør at alle som har opparbeidet seg rett til inntekstpensjon vil få en alderspensjon som er høyere enn minstenivået. Garantipensjonen differensieres etter sivilstand, hvor enslige vil få en høy sats tilsvarende 2 G før levealdersjustering og gifte får en ordinær sats tilsvarende 1,85 G.² Bakgrunnen for differensieringen mellom enslige og gifte/samboende er merkostnadene ved å bo alene, for eksempel kostnader knyttet til boutgifter. Det er i tillegg bestemt at garantipensjonen skal levealdersjusteres slik at fremtidige garantipensjoner bli lavere enn den opprinnelige G-regulerte minstepensjonen (NAV, 2011).

For å kunne sammenligne inntekstpensjon og garantipensjon gjøres garantipensjonen om til en *garantipensjonsbeholdning*. For å beregne garantipensjonsbeholdningen til en enslig person benyttes følgende formel:

$$\text{Garantipensjonsbeholdning} = \frac{\text{Grunnbeløp} \cdot 2}{\text{forholdstall}} \cdot \text{delingstall}$$

Forholdstall og delingstall brukes i forbindelse med levealdersjustering for å beregne årlig pensjon etter nye fleksible uttaksregler for alderspensjon. Frem til år 2030 er det bestemt at forholdstall skal benyttes i denne beregningen. Dersom man ønsker å regne ut garantipensjonsbeholdningen for en person som blir pensjonist etter dette, må forholdstallet justeres. Forholdstallet justeres ved å skalere forholdstallet for 1963-kullet (1,113) opp med den relative forskjellen mellom delingstallene for 1963-kullet og det andre relevante kullet (NAV, 2011). Forholdstallet for en som er født i 1988 kan dermed regnes ut på følgende måte:

$$\text{forholdstall}_{67,1988} = \text{forholdstall}_{67,1963} \cdot \frac{\text{delingstall}_{67,1988}}{\text{delingstall}_{67,1963}}$$

Garantipensjonsnivået finnes ved å dividere 2 G (høy sats) med det forholdstallet man har kommet frem til. For personer med opptjent inntekstpensjon vil imidlertid garantipensjonen avkortes med 80 % av opptjent inntekstpensjon. Dersom vi antar

¹Som trygdetid regnes tidsrom da en person fra fylte 16 år til og med det året han eller hun fylte 66 år har vært medlem av trygden med rett til ytelser etter pensjonskapitlene. For å være medlem av trygden er hovedregelen at man skal være bosatt eller være arbeidstaker i Norge (NAV, 2011).

²Vi benytter 2 G som sats i våre beregninger. Merk imidlertid at valget er ubetydelig for resultatene, ettersom garantipensjonen er irrelevant for yrkesgruppene vi vurderer.

at en person har rett på en inntektpensjon tilsvarende 100 000 kr og garantipensjonsnivået for vedkommende er 130 000 kr, vil den totale pensjonsrettigheten fra folketrygden være:

$$\begin{aligned} 130\,000 - (100\,000 \cdot 0,80) &= 50\,000 \text{ kr} \\ 100\,000 + 50\,000 &= 150\,000 \text{ kr} \end{aligned}$$

Denne avkortingen vil skje helt til man har en inntekt som tilsier at man ikke lenger har rett på garantipensjon. Etter dette nivået vil man kun motta inntektpensjon fra folketrygden.

3.1.3 Utbetaling av alderspensjon fra folketrygden

Levealdersjustering for personer født etter 1963 skjer gjennom såkalte delingstall. Som hovedregel beregnes årlig pensjon ved at pensjonsbeholdningen divideres med delingstallet. Delingstallet uttrykker årskullets forventede gjenstående levealder på uttakstidspunktet (NAV, 2014).³ Prinsippet bak levealdersjustering (delingstall) er å sikre at folketrygdens utgifter til alderspensjon er nær upåvirket av endringer i levealderen i befolkningen. Dersom levealderen i befolkningen øker, må de opptjente pensjonsrettighetene fordeles på flere gjenværende leveår. Effekten av levealdersjusteringen kan kompenseres for ved å stå lenger i arbeid (Regjeringen, 2014b).

Alderspensjonen kan tas ut fleksibelt fra fylte 62 år til fylte 75 år. Den nye løsningen sikrer mer fleksibilitet og stimulerer til å forlenge den yrkesaktive perioden. For den enkelte innebærer dette at man kan velge å gå av med pensjon fra fylte 62 år, eller vente noen år og tjene opp mer. På den måte kan man få et større beløp utbetalt i pensjonstiden.

Folketrygden i Norge er basert på et såkalt «Pay as you go»-system. Det innebærer at beløpet man har rett på fra folketrygden, ikke blir satt av når inntekten opptjenes, men betales av de yrkesaktive mens man er pensjonist gjennom skatter og avgifter (Storebrand, 2014). Pensjonsrettighetene reguleres hvert år slik at verdien opprettholdes over tid. Formelt kan verdien av opptjent folketrygd på tidspunkt T uttrykkes på følgende måte:

$$V_{F,T} = \sum_{t=1}^T F_{T-t+1} \prod_{j=1}^t (1 + w_{T-j+2}) \quad (3.1)$$

³Resultatene tar utgangspunkt i en person født i 1988 som går av med pensjon ved fylte 67 år. Det aktuelle delingstallet er dermed lik 18,48.

der $V_{F,T}$ er det totale beløpet man har tilgjengelig fra folketrygden ved pensjonsalder, T er antall år i arbeid, F_{T-t+1} er folketrygd opptjent i perioden, og det siste leddet er produktet av alle vekstratene. Skrevet ut får man følgende rekke:

$$V_{F,T} = F_T + F_{T-1}(1 + w_T) \dots + F_2(1 + w_3)(1 + w_4) \dots (1 + w_T) + \\ F_1(1 + w_2)(1 + w_3) \dots (1 + w_T)$$

der det første leddet er opptjeningen som forekommer i siste periode. Denne opptjeningen forrentes ikke, mens etterfølgende ledd blir forrentet med årlige vekstrater.

Pensjon under opptjening skal reguleres med lønnsvekst. Pensjon under utbetaling skal reguleres etter to ulike regler. Garantipensjon under utbetaling skal reguleres med lønnsvekst, mens inntektspensjon skal reguleres etter lønnsvekst fratrukket 0,75 prosent (Statens Pensjonskasse, 2014). Nedjusteringen med 0,75 prosent er basert på en vurdering av at reallønningene på lang sikt i gjennomsnitt kan vokse med rundt 1,5 prosent per år. Nedjusteringen tilsvarer dermed at de årlige pensjonsutbetalingene for flere år sett under ett reguleres med gjennomsnittet av lønns- og prisveksten (Fredriksen & Stølen, 2011).

3.2 Tjenestepensjon

Tjenestepensjon er en pensjonsordning som betales av arbeidsgiver, og er sparing til alderspensjon som kommer til utbetaling i tillegg til folketrygdens ytelser. OTP-loven som trådte i kraft 1. januar 2006 pålegger de fleste foretak en plikt til å opprette tjenestepensjonsordning for sine arbeidstakere (Lovdata, 2005).

Arbeidsgiver må ha enten en innskuddsbasert eller en ytelsesbasert pensjonsordning. Ytelsespensjon er definert som en fastsatt ytelse, ofte som en bestemt andel av arbeidstakers lønn ved pensjonsalder. Ved innskuddspensjon betaler arbeidsgiver inn et fastsatt årlig innskudd. Innskuddsbaserte ordninger kan tilbys av banker, livsforsikringsselskaper, pensjonskasser og forvaltningsselskaper for verdipapirfond. Ytelsesbaserte ordninger kan tilbys av livsforsikringsselskap og pensjonskasser (Finansdepartementet, 2006).

I denne utredningen fokuserer vi på innskuddsbaserte pensjonsordninger.

3.2.1 Innskuddspensjon

Dersom arbeidsgiver har en innskuddspensjonsordning innbetales det hvert år et innskudd til arbeidstakers alderspensjonssparekonto. Alderspensjonsbeholdningen vil

utgjøre summen av alle innskudd og oppnådd avkastning. Størrelsen på innskuddet avhenger av arbeidsinntekt, og er begrenset av følgende innskuddssatser:

- Minimumssatsen er 2 % av lønn mellom 1 G og 12 G.
- Inntil 7 % av lønn opp til 12 G.
- Mulig med tilleggsinnskudd på inntil 18,1 % av lønn mellom 7,1 G og 12 G.
- Arbeidsgiver kan velge om innskuddene skal gjelde fra første lønnskroner eller bare for lønn som overstiger 1 G.

Innskuddspensjon med investeringsvalg gjør at ansatte selv kan påvirke avkastningen. Oppnådd avkastning på innskuddspensjonen avhenger av hvilken risikoprofil man velger. Aksjer gir mulighet for høy avkastning og gir over tid en god sikring av kjøpekraften, men er på kort sikt mer utsatt for svingninger i markedet. Lav aksjeandel gir mindre risiko for verdifall, men også lavere forventet avkastning. Andelen som ikke er plassert i aksjer er typisk plassert i obligasjoner og pengemarked. Ved at den ansatte selv bestemmer aktivaallokeringen, kan man i teorien optimere sparingen ut fra sin egen risikovilje, alder og arbeidsinntekt.

Til forskjell fra en ytelsespensjonsordning vil en innskuddspensjonsordning overføre risiko fra arbeidsgiver til arbeidstaker. Innskuddspensjon gir forutsigbare kostnader og er enkel for bedriften å administrere, mens de ansatte selv må avgjøre hvordan pensjonskapitalen skal investeres. Innbetalingene gir bedriften rett til skattefradrag, og får ikke skattemessige konsekvenser for den ansatte før ved utbetaling (Altinn, 2013). Det årlige beløpet man får utbetalt fra innskuddspensjonen er usikkert og avhenger av følgende faktorer:

- Summen av innskudd. Avhenger av lønn, lønnsvekst og innskuddssats.
- Oppnådd avkastning. Avhenger av valgt aktivallokering, oppnådd aksjeavkastning og renteutvikling.
- Lengden på sparetiden og hvor mange år man utbetaler pensjonen over.

Alderspensjon etter innskuddspensjonsloven kan tas ut fra fylte 62 år, uavhengig av om man fortsatt jobber eller om man velger å fratruke. Den ansatte velger også hvor mange år pensjonen skal utbetales over. Minste utbetalingstid er imidlertid 10 år, og pensjonen må minimum utbetales frem til den ansatte fyller 77 år.

4 Teori

4.1 Nyttefunksjoner og forventet nytte

Forventet nytte av et lotteri med utfall x_1 til x_n og med tilhørende sannsynligheter p_1 til p_n er definert som:

$$E[u(x)] = \sum_{i=1}^n p_i u(x_i) \quad (4.1)$$

4.1.1 CRRA-nytte

Nyttefunksjonen for en investor med konstant relativ risikoaversjon (CRRA) er gitt ved:

$$u(x) = \begin{cases} \frac{x^{1-\gamma}}{1-\gamma} & \text{for } \gamma > 0, \gamma \neq 1 \\ \ln(x) & \text{for } \gamma = 1 \end{cases} \quad (4.2)$$

der parameteren γ er konstant og indikerer investorens grad av risikoaversjon. Jo høyere γ , jo høyere risikoaversjon. Dette kan illustreres ved at nyttefunksjonen blir mer konkav dersom γ økes. Konkaviteten i nyttefunksjonen innebærer at en investor med CRRA-preferanser alltid vil foretrekke et sikkert beløp fremfor et lotteri med tilsvarende forventet verdi. Ved hjelp av L'Hôpitals regel kan det vises at dersom $\gamma \rightarrow 1$, vil nyttefunksjonen bli logartimisk: $u(x) = \ln(x)$. Nyttefunksjonen er stigende i $x^{1-\gamma}$ hvis $\gamma < 1$, og avtagende dersom $\gamma > 1$. Ved å dividere på $1 - \gamma$ sikrer man at marginalnyttens alltid vil være positiv.

Merk at en investor med CRRA-preferanser vil ha avtakende absolutt risikoaversjon (ARA). En investor som holder en portefølje bestående av et risikabelt og et risikofritt aktivum, vil holde sin relative allokering i de to aktivaene konstant dersom formuen stiger. Dette medfører at investoren påtar seg større risiko i absolutt forstand, mens risikoen er uendret i relative termer.

Ettersom selve verdien fra nyttefunksjonen er lite informativ og egner seg dårlig for sammenligning mellom individer, er det hjelpsomt å konvertere nytteverdien om til en sikkerhetsekivalent (CE). Sikkerhetsekivalenten uttrykker hvilket sikkert beløp som tilsvarer den forventede nytten forbundet med et usikkert lotteri. Fra Jensens ulikhet har vi at $u(\text{CE}) = E[u(x)]$, slik at:

$$\frac{\text{CE}^{1-\gamma}}{1-\gamma} = E[u(x)]$$

Ved å løse uttrykket med hensyn på sikkerhetsekivalenten får vi at:

$$CE = (E[u(x)](1 - \gamma))^{\frac{1}{1-\gamma}} \quad (4.3)$$

4.1.2 Prospect theory

Forventet nytteteori (*expected utility theory*) er en sentral fremstilling for mye av moderne økonomisk teori, og er en normativ beskrivelse av hvordan individer bør oppføre seg under usikkerhet. Forventet nytteteori har imidlertid mottatt mye kritikk for ikke å være en deskriptiv modell for hvordan individer faktisk oppfører seg. Kahneman og Tversky (1979) utviklet en alternativ modell ved navn «Prospect theory». Verdien av et usikkert prospekt kan uttrykkes som:

$$V(K; p) = \sum_{i=1}^n p_i v(K_i) \quad (4.4)$$

Verdifunksjonen i prospect theory har tre viktige egenskaper. For det første er den definert over gevinst og tap relativt til et bestemt referansepunkt, fremfor den absolute verdien av formue. For det andre er funksjonen brattere for utbetalinger nedenfor referansepunktet (tap) enn for utbetalinger ovenfor referansepunktet (gevinster). For det tredje er verdifunksjonen konkav for gevinster og konveks for tap. Tversky og Kahneman (1992) foreslår følgende stykkvis definerte potensfunksjon:

$$v(K_T) = \begin{cases} (K_T - RP)^\alpha & \text{for } K_T \geq RP \\ -\lambda(RP - K_T)^\alpha & \text{for } K_T < RP \end{cases} \quad (4.5)$$

der K_T er verdien av kapitalen og RP er referansepunktet som definerer hva individet vurderer som gevinst og tap. Parameteren λ indikerer hvor bratt verdifunksjonen er for tap, det vil si individets tapsaversjon. Parameteren α er et uttrykk for verdifunksjonens grad av konkavitet og konveksitet. For $\alpha < 1$ uttrykker verdifunksjonen risikoaversjon ved gevinst og risikosøking ved tap. Disse preferansene kan beskrives ved en S-formet nyttefunksjon. Tversky og Kahneman finner at medianverdien for parametrene er gitt ved $\alpha = 0,88$ og $\lambda = 2,25$.

Ifølge Tversky og Kahneman reagerer investorer på sannsynligheter slik at små sannsynligheter overvektes, mens høye sannsynligheter undervektes. Det matematiske steget fra null til én prosent sannsynlighet har stor psykologisk påvirkning ettersom det tross alt innebærer en overgang fra umulig til mulig. Tversky og Kahneman foreslår at de psykologiske, subjektive sannsynlighetene bør beregnes analytisk ved hjelp av

følgende funksjon for sannsynlighetsvekting:

$$w(p) = \frac{p^\varphi}{(p^\varphi + (1-p)^\varphi)^{1/\varphi}} \quad (4.6)$$

der $0,287 \leq \varphi \leq 1$ (Rieger & Wang, 2004). Jo lavere φ , jo sterkere er skjevheten i sannsynlighetsvektingen. Merk at vi antar tilsvarende parameter φ i vektingsfunksjonen for både tap og gevinst, da dette forenkler modellen. Dessuten finner tidligere studier svært like vektingsfunksjoner for tap og gevinst, deriblant Tversky og Kahneman (1992), Camerer og Ho (1994) og Tversky og Wakker (1995). Dersom $\varphi = 1$ vil $w(p) = p$, slik at vi kan bruke rammeverket for forventet nytteteori, men med en unormal nyttefunksjon.

For å korrigere de irrasjonelle effektene som kan oppstå ved sannsynlighetsvekting, foreslår Tversky og Kahneman (1992) kumulativ prospect theory (CPT). Denne metoden legger sannsynlighetsvektingen på den kumulative sannsynlighetsfordelingen fremfor de enkelte sannsynlighetene.

Anta at et lotteri består av $m + n + 1$ utfall, $K_{T,-m} < \dots < RP < \dots < K_{T,n}$, med tilhørende sannsynligheter p_{-m}, \dots, p_n . Lotteriet kan beskrives ved parene $(\mathbf{K}; \mathbf{p})$, der $\mathbf{K} = (K_{T,-m}, \dots, K_{T,n})$ og $\mathbf{p} = (p_{-m}, \dots, p_n)$. Vi definerer

$$V^+(\mathbf{K}; \mathbf{p}) = w(p_n)u(K_{T,n}) + \sum_{k=1}^n \left[w\left(\sum_{j=0}^k p_{n-j}\right) - w\left(\sum_{j=0}^{k-1} p_{n-j}\right) \right] u(K_{T,n-k}) \quad (4.7)$$

og

$$V^-(\mathbf{K}; \mathbf{p}) = w(p_{-m})u(K_{T,-m}) + \sum_{k=1}^m \left[w\left(\sum_{j=0}^k p_{-(m-j)}\right) - w\left(\sum_{j=0}^{k-1} p_{-(m-j)}\right) \right] u(K_{T,-(m-k)}) \quad (4.8)$$

Nytteverdien av lotteriet $(\mathbf{K}; \mathbf{p})$ er gitt ved

$$V(\mathbf{K}; \mathbf{p}) = V^+(\mathbf{K}; \mathbf{p}) + V^-(\mathbf{K}; \mathbf{p}) \quad (4.9)$$

der $V^+(\mathbf{K}; \mathbf{p})$ er bidraget fra gevinster og $V^-(\mathbf{K}; \mathbf{p})$ er bidraget fra tap.

For å kunne sammenligne resultatene med CPT- og CRRA-nytte, beregner vi også her sikkerhetsekvivalenter. Sikkerhetsekvivalenten for verdifunksjonen er gitt ved:

$$\text{CE} = \begin{cases} RP + [V(\mathbf{K}; \mathbf{p})]^{1/\alpha} & \text{for } K_T \geq RP \\ RP - \left[\frac{-V(\mathbf{K}; \mathbf{p})}{\lambda} \right]^{1/\alpha} & \text{for } K_T < RP \end{cases} \quad (4.10)$$

4.2 Stokastiske differensialligninger

Finansielle modeller som er basert på kontinuerlig tid blir typisk uttrykt som stokastiske differensialligninger. Én årsak er at tid i den virkelige verden tross alt er kontinuerlig, en annen årsak er at matematiske rammeverk gir mulighet for analytiske løsninger. I tilfeller der analytiske løsninger ikke er mulig kan også numeriske Monte Carlo-metoder brukes.

4.2.1 Standard Wiener-prosess

Wiener-prosessen, også kalt Brownsk bevegelse, er en modell for tilfeldig støy. En standard Wiener-prosess, W_t , kan defineres som en kontinuerlig stokastisk prosess med følgende egenskaper:

1. $W_0 = 0$.
2. W_t er normalfordelt $\sim \mathcal{N}(0, t)$. For ethvert tidsintervall $[s, t]$, er inkrementet $W_t - W_s$ også normalfordelt med $\sim \mathcal{N}(0, t - s)$, altså en normalfordelt variabel med forventningsverdi lik null og standardavvik lik $\sqrt{t - s}$.
3. Inkrementene er stasjonære, i den forstand at kun bredden på tidsinkrementet er relevant, og ikke hvor det er lokalisert.
4. Inkrementene er uavhengige. For tidspunktene $t_1 < t_2 < t_3 < t_4$, vil $W_{t_2} - W_{t_1}$ og $W_{t_4} - W_{t_3}$ være uavhengige tilfeldige variabler.

Wiener-prosessen er kontinuerlig, men ikke differensierbar (Brandimarte, 2014).

4.2.2 Geometrisk Brownsk bevegelse

En stokastisk prosess S_t følger en geometrisk Brownsk bevegelse (GBB) dersom den oppfyller følgende stokastiske differensialligning:

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t \quad (4.11)$$

GBB-modellen gitt ved ligning (4.11) er den mest grunnleggende modellen for modellering av tilfeldig utvikling i aksjepriser. For å få differensialligninger på en mer håndterlig form kan vi bruke Itô's Lemma. Vi kan dermed omskrive ligning (4.11) til:

$$d \log S_t = \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) dt + \sigma dW_t \quad (4.12)$$

Vi får da en generalisert Wiener-prosess som kan integreres. Ved å ta eksponensialet av ligning (4.12) fjerner vi logaritmen og får

$$S_t = S_0 \exp \left(\nu t + \sigma \int_0^t dW(\tau) \right),$$

hvor $\nu = \mu - \sigma^2/2$. Siden integralet av en standard Wiener-prosess er normalfordelt, kan vi omskrive det siste uttrykket til:

$$S_t = S_0 e^{\nu t + \sigma \sqrt{t} \epsilon}, \quad \epsilon \sim \mathcal{N}(0, t) \quad (4.13)$$

som gir lognormalfordelte priser. Den analytiske løsningen gitt ved ligning (4.13) gjelder for alle positive verdier av S_0 . Forventet pris på tidspunkt t er $E[S_t] = S_0 e^{\mu t}$.

4.3 Ornstein-Uhlenbeck-prosess

For enkelte økonomiske variabler er det nærliggende å anta at de følger en utviklingsprosess som er «mean reverting». En slik prosess vil over tid bevege seg mot et langsiktig gjennomsnitt. I motsetning til en random walk, der prosessen kan bevege seg langt fra utgangspunktet, vil en mean reverting-prosess trekkes tilbake mot gjennomsnittet. Desto lenger unna prosessen er fra gjennomsnittet, desto sterkere vil også tiltrekningskraften være. Driften i modellen kan således være både positiv og negativ. En enkel modell som tar hensyn til dette er en *Ornstein-Uhlenbeck*-prosess (Dixit & Pindyck, 1994). Ornstein-Uhlenbeck-prosessen er en stokastisk prosess som tilfredsstiller følgende stokastiske differensialligning:

$$dX_t = \kappa(\bar{X} - X_t) dt + \sigma dW_t, \quad (4.14)$$

der W_t er en standard Brownsk bevegelse på $t \in [0, \infty)$.

Konstantene er som følger:

- $\kappa > 0$ er hvor fort prosessen går mot gjennomsnittet.
- \bar{X} er det langsiktige gjennomsnittet for prosessen.
- $\sigma > 0$ er volatiliteten, per kvadratrot av tid, av de tilfeldige variasjonene som blir modellert som Brownske bevegelser.

Ornstein-Uhlenbeck-prosessen kan betraktes som en AR(1)-prosess, men i kontinuerlig tid.

4.3.1 Vasicek-modellen for korte renter

Vasicek (1977) utviklet en modell for renteutvikling på kort sikt. Ifølge Vasicek-modellen følger spotrenten en Ornstein-Uhlenbeck-prosess. Etersom Vasicek-modellen er en stokastisk differensialligning kan den løses ved å benytte Itô's Lemma (Brandimarte, 2014). Itô's Lemma sier at dersom man har en ligning på formen som den i (4.14), vil enhver funksjon G av x og t følge prosessen:

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial x} a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} b^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial x} b dW$$

der uttrykket i parentes tilsvareer driften i modellen, mens det siste leddet følger en Wiener-prosess med forventning lik 0. Dersom man bruker tilsvarende metode på ligning (4.14) og skriver om, kommer man frem til følgende uttrykk:

$$X_t = X_0 e^{-\kappa t} + \bar{X} (1 - e^{-\kappa t}) + \sigma \int_0^t e^{\kappa(\tau-t)} dW_\tau$$

Siden forventningsverdien til det stokastiske leddet er 0, vil forventningsverdien til Vasicek-modellen være:

$$E[X_t] = X_0 e^{-\kappa t} + \bar{X} (1 - e^{-\kappa t}) \quad (4.15)$$

Å finne variansen er noe mer komplisert, men det kan vises at den blir:⁴

$$\text{Var}(X_t) = E \left[\sigma^2 \int_0^t e^{2\kappa(\tau-t)} d\tau \right] = \frac{\sigma^2}{2\kappa} (1 - e^{-2\kappa t}) \quad (4.16)$$

Fra ligning (4.16) ser vi at variansen øker med økt standardavvik, men blir dempet av mean reversion.

⁴Se eksempelvis Brandimarte (2014)

5 Metode

5.1 Monte Carlo-simulering

For å gjøre problemstillingen mest mulig realistisk, betrakter vi flere variabler som stokastiske. Porteføljeproblemet har dermed ingen analytisk løsning, men kan løses numerisk. Resultatene er basert på 100 000 Monte Carlo-simuleringer gjennomført i programmeringsspråket R.

5.1.1 Simulering av aksjemarkedet

I likhet med Black og Scholes (1973) og Merton (1973) antar vi at prisprosessen i aksjemarkedet følger en standard geometrisk Brownsk bevegelse, uttrykt ved ligning (4.11). For å generere stier for aksjeprisene er det hensiktsmessig å behandle ligning (4.13) som:

$$S_{t+\delta t} = S_t \exp\left(\nu\delta t + \sigma\sqrt{\delta t}\epsilon\right) \quad (5.1)$$

5.1.2 Simulering av utvikling i arbeidsinntekt

Beløpet som utbetales i pensjonstiden fra folketrygden og tjenestepensjonen, avhenger av arbeidsinntekten man har mottatt i løpet av sin yrkesaktive periode. Etersom det er stor usikkerhet forbundet med utviklingen i fremtidig arbeidsinntekt er det hensiktsmessig å modellere dette som en stokastisk prosess. Merk at vi modellerer *årlig vekst* i arbeidsinntekt, fremfor selve arbeidsinntekten i nominelle beløp. Metoden er dermed noe ulik den som er brukt i aksjesimuleringen.

Vi antar at utviklingen i arbeidsinntekt følger en «mean reverting» OU-prosess. Kim og Solon (2005) og Benzoni, Collin-Dufresne og Goldstein (2005) modellerer også utvikling i arbeidsinntekt med mean reversion, basert på amerikanske data. Hypotesen er således at lønnsvekst utvikler seg forholdsvis jevnt, med variasjon rundt en gjennomsnittlig vekstrate. I realiteten vil variasjonen i lønnsveksten påvirkes av blant annet konjunktursvingninger. Vi benytter Vasicek-modellen for å modellere årlig vekst i arbeidsinntekt. For å generere stier for lønnsveksten bruker vi resultatene fra ligning, (4.15) og (4.16) og får:

$$X_{t+\delta t} = X_t e^{-\kappa\delta t} + \bar{X}(1 - e^{-\kappa\delta t}) + \epsilon \cdot \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2\kappa\delta t}}{2\kappa}} \quad (5.2)$$

der $\epsilon \sim \mathcal{N}(0, 1)$. Veksten i en periode avhenger av veksten i perioden før, nivået på den langsiktige gjennomsnittsveksten, styrken på mean reversion og volatiliteten i vekstraten.

5.1.3 Multivariat normalfordeling

For at simuleringene for aksjemarkedet, lønnsveksten og inflasjonen skal kunne korrelere, genererer vi stokastiske verdier i henhold til en multivariat normalfordeling med forventningsverdi $\boldsymbol{\mu}$ og kovariansmatrise $\boldsymbol{\Sigma}$ der

$$\epsilon \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}), \quad \boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_x \\ \mu_y \\ \mu_z \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \rho_{xy}\sigma_x\sigma_y & \rho_{xz}\sigma_x\sigma_z \\ \rho_{xy}\sigma_x\sigma_y & \sigma_y^2 & \rho_{yz}\sigma_y\sigma_z \\ \rho_{xz}\sigma_x\sigma_z & \rho_{yz}\sigma_y\sigma_z & \sigma_z^2 \end{bmatrix}$$

Merk at kovariansmatrisen $\boldsymbol{\Sigma}$ er lik korrelasjonsmatrisen ettersom vi her jobber med standard normalfordelte variabler. Vi kan dermed forenkle uttrykkene og får:

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{xy} & \rho_{xz} \\ \rho_{xy} & 1 & \rho_{yz} \\ \rho_{xz} & \rho_{yz} & 1 \end{bmatrix}$$

Vi kontrollerer at korrelasjonsmatrisen $\boldsymbol{\Sigma}$ er positiv definitt ved å sjekke at alle dens egenverdier er positive.

5.1.4 Konvergens i estimater

I det følgende avsnittet beskrives konvergensegenskapene til modellen. Vi tester modellen 100 ganger for et gitt antall simuleringer. Resultatene er vist i Tabell 1. Vi finner det tilstrekkelig å gjennomføre 100 000 simuleringer for å oppnå tilfredstillende stabilitet i estimatene. Ettersom standardavviket til estimatene kun avtar med \sqrt{n} er det avtakende grensenytte ved å øke antall simuleringer. Det finnes derfor variansreducerende Monte Carlo-teknikker som øker presisjonen til estimatene, uten å påvirke algoritmens effektivitet.⁵ Vi finner det imidlertid ikke nødvendig å anvende slike metoder, ettersom «normale» Monte Carlo-teknikker gir tilfredstillende stabilitet i estimatene og overkommelige kjøretider.

⁵Se Rubinstein og Kroese (2011) og Brandimarte (2014) for en beskrivelse av metodene.

Simuleringer	Forventet verdi		Sikkerhetsekvivalent	
	Estimat	Standardavvik	Estimat	Standardavvik
500	894 041	17 707	698 991	11 590
1 000	890 674	13 382	697 513	8 502
5 000	892 780	6 495	698 652	3 795
10 000	892 566	4 150	698 606	2 306
50 000	892 759	1 889	698 452	1 102
100 000	892 903	1 317	698 524	682
500 000	892 939	572	698 617	368

Tabell 1: Konvergens i verdiestimer for total årlig pensjonsutbetaling. Verdiene er beregnet for den mest volatile innskuddsprofilen med 100 % aksjer, da denne krever flest simuleringer for å oppnå stabilitet i estimatene. Estimaten er basert på lønnsutviklingen for IKT.

5.2 Kalibrering av Ornstein-Uhlenbeck-prosesser

Ved å ta utgangspunkt i ligning (5.2) kan vi kalibrere en OU-prosess fra historiske data ved å benytte minste kvadraters metode. Forholdet mellom $X_{t+\delta t}$ og X_t følger en AR(1)-prosess med et standard normalfordelt feilledd ϵ :

$$X_{t+\delta t} = aX_t + b + \epsilon$$

Forholdet mellom den lineære tilnærmingen og parametrene i (5.2) er gitt ved:

$$\begin{aligned} a &= e^{-\kappa\delta t} \\ b &= \bar{X} \left(1 - e^{-\kappa\delta t}\right) \\ sd(\epsilon) &= \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2\kappa\delta t}}{2\kappa}} \end{aligned} \tag{5.3}$$

Ved å skrive om disse uttrykkene kan vi beregne de nødvendige parametrene:

$$\begin{aligned} \kappa &= -\frac{\ln a}{\delta t} \\ \bar{X} &= \frac{b}{1 - a} \\ \sigma &= sd(\epsilon) \sqrt{\frac{-2\ln a}{\delta t(1 - a^2)}} \end{aligned} \tag{5.4}$$

5.3 Tidsutvikling av innskuddsporteføljen

Utviklingen av innskuddsporteføljen avhenger av flere faktorer. For det første avhenger porteføljeutviklingen av aksjeavkastningen og den risikofrie renten man mottar i tidsperioden $[t, t - 1]$. Vi benytter kontinuerlig aksjeavkastning og kontinuerlig risikofri rente i våre beregninger, der logaritmisk aksjeavkastning er gitt ved $r_t = \ln(S_t/S_{t-1})$. I tillegg må man vite hvor stor andel av innskuddspensjonen som er investert i aksjer og hvor mye som er plassert risikofritt. I vår modell er aksjeandelen i hver periode deterministisk, og avhenger av den valgte innskuddsprofilen. Verdien av innskuddsporteføljen på tidspunkt t , K_t , kan uttrykkes som:

$$K_t = K_{t-1} (e^{r_t} w_t + e^{r_f} (1 - w_t)) + Y_t \pi \quad (5.5)$$

der w_t er aksjeandelen i periode t , Y_t er arbeidsinntekten i periode t og π er innskuddssatsen. Vi åpner for ulike innskuddssatser, π , basert på lønnsnivået, men utelater det fra ligning (5.5) for enkelhets skyld. Vi antar at investoren ikke har opptjent innskuddspensjon fra tidligere arbeidsgivere og at vedkommende starter å jobbe på tidspunkt $t = 0$. Videre forutsetter vi at periodiske innbetalinger til innskuddsporteføljen forekommer i starten av hvert lønnsår. Altså forekommer den første innbetalingen på tidspunkt $t = 0$, mens det siste innskuddet forekommer på tidspunkt $T - 1$.

Vi antar at livsforsikringsselskapene som forvalter innskuddspensjonen, rebalanserer innskuddsporteføljen årlig for å opprettholde ønsket aktivaallokering. Eventuell nedjustering av aksjeandel foregår også med årlige mellomrom. Vi forutsetter videre at det ikke påløper transaksjonskostnader ved endring i aktivallokering. Forvaltningskostnader for pensjonskapitalbevis blir implisitt vurdert i sensitivitetsanalysen, ved å redusere forventet aksjeavkastning. Vi vurderer ikke effekten av valutarisiko på utenlandske aksjeinvesteringer, men antar at innskuddsporteføljen er valutasikret.

5.4 Beregning av folketrygden

Beregning av folketrygden tar utgangspunkt i ligning (3.1), med dagens satser og grenser. Modellen legger til grunn at investoren har opptjent inntektspensjon fra folketrygden tilsvarende 100 000 kr for inntekt mottatt før fylte 26 år.⁶ Dette beløpet reguleres hvert år med utgangspunkt i lønnsveksten slik at kjøpekraften opprettholdes over tid. Den årlige lønnsveksten følger en stokastisk «mean reversion»-prosess med en gjennomsnittlig årlig lønnsvekst på 4 %.

⁶Effekten av å inkludere beløpet på 100 000 kr har ingen betydning for resultatene, men er inkludert for å gjøre resultatene mer realistiske.

5.5 Beskrivelse av innskuddsprofilene

Vi sammenligner ti ulike deterministiske porteføljestrategier for innskuddspensjon. Alle innskuddsprofilene har aldersavhengig nedtrapping av aksjeandelen, med unntak av 100 % aksjer og risikofri investering. Beregningene tar utgangspunkt i innskuddsprofilene tilbudt av ulike norske livsforsikringselskaper samt alternative nedtrappingsstrategier. Vi vurderer Gjensidige Alderstilpasset pensjonsprofil, Storebrand Anbefalt Pensjon og fire nedtrappingsprofiler tilbudt av Sparebank 1. Tilsvarende profiler som de tilbudt av Sparebank 1 finnes også hos andre tilbydere.

Malkiel (1999) anbefaler å investere en andel av porteføljen i aksjer tilsvarende 100 minus alder, der aksjeinvesteringen er plassert i en veldiversifisert aksjeindeks. Aksjeandelen på tidspunkt t kan uttrykkes som:

$$w_t = \frac{100 - t}{100} \quad (5.6)$$

der t er investorens alder. Denne tommelfingerregelen er imidlertid noe enkel sett fra et teoretisk ståsted. Ligning (5.6) ignorerer kritiske parametre slik som risikoaversjon, risikopremie og variasjon i aksjeavkastning. I tillegg er anbefalt aksjeandel uavhengig av formue, inntekt og andre individspesifikke karakteristika. Ifølge Samuelson (1969) og Merton (1969) er den optimale andelen investert i aksjer konstant og uavhengig av formue og alder dersom investoren har CRRA-preferanser og aksjemarkedet følger en geometrisk Brownsk bevegelse. Optimal andel avhenger dermed kun av risikoaversjon, forventet risikopremie og variasjonen i avkastningen til aksjemarkedet. Optimal andel investert i det risikable aktivumet w^* kan enkelt uttrykkes ved:

$$w^* = \frac{\mu - r_f}{\gamma\sigma^2} \quad (5.7)$$

Ligning (5.7) forutsetter imidlertid fravær av arbeidsinntekt. Ettersom vi tillater stokastisk utvikling i arbeidsinntekt som ikke kan forsikres, eksisterer ingen analytisk løsning på porteføljeproblemet. Cocco mfl. (2005) foreslår en nokså aggressiv nedtrappingsprofil som starter nedtrappingen ved fylte 40 år og med gulv på 50 % aksjer, heretter omtalt som «Cocco approx.»:

$$w_t = \begin{cases} 100 \% & \text{for } t < 40 \\ (200 - 2,5t) \% & \text{for } t \in [40, 60] \\ 50 \% & \text{for } t > 60. \end{cases} \quad (5.8)$$

En grafisk fremstilling av de ulike nedtrappingsprofilene er gitt i Figur 1.

5.6 Metode for prestasjonsvurdering av innskuddsprofilene

Vi sammenligner de ulike innskuddsprofilene ved å ta utgangspunkt i deres forventede nytte og tilhørende sikkerhetsekvivalenter. Forventet nytte beregnes ut fra nåverdien av potensielle *årlige* pensjonsutbetalinger fra den stokastiske folketrygden og innskuddspensjonen.⁷ Den årlige pensjonsutbetalingen fra folketrygden reguleres av delingstallet, mens størrelsen på den årlige utbetalingen fra innskuddspensjonen er delvis valgfritt. Vi antar at investoren utbetaler innskuddspensjonen som et årlig risikofritt annuitetsbeløp over n perioder.⁸ Det forutsettes at den første utbetalingen forekommer øyeblikkelig, mens den resterende beholdningen utbetales med ett års mellomrom. Ved bruk av diskret rente er det årlige annuitetsbeløpet gitt ved:⁹

$$PMT = K_T \left[\frac{r}{1 - (1 + r)^{-n}} \right] \frac{1}{1 + r} = K_T A_{r,n} \quad (5.9)$$

der PMT er det årlige utbetalingsbeløpet fra innskuddspensjonen og K_T er den nominelle verdien av innskuddspensjonsbeholdningen på pensjonstidspunktet T . Det forutsettes at hele innskuddspensjonen plasseres risikofritt i utbetalingstiden, slik at den årlige utbetalingen fra innskuddspensjonen vil være lik hvert år. Vi gjør denne forenklingen for å fokusere på aktivaallokeringen under opptjeningsperioden, fremfor valgene man tar i pensjonstiden. Vi antar at investoren beregner forventet nytte basert på nåverdien av den første årlige pensjonsutbetalingen, som forekommer på tidspunkt T . Nåverdien beregnes ved å diskontere det nominelle beløpet tilbake til tidspunkt $t = 0$, med produktet av en stokastisk inflasjonsutvikling. Forventet nytte for en innskuddsprofil, P_T , kan formelt uttrykkes som:

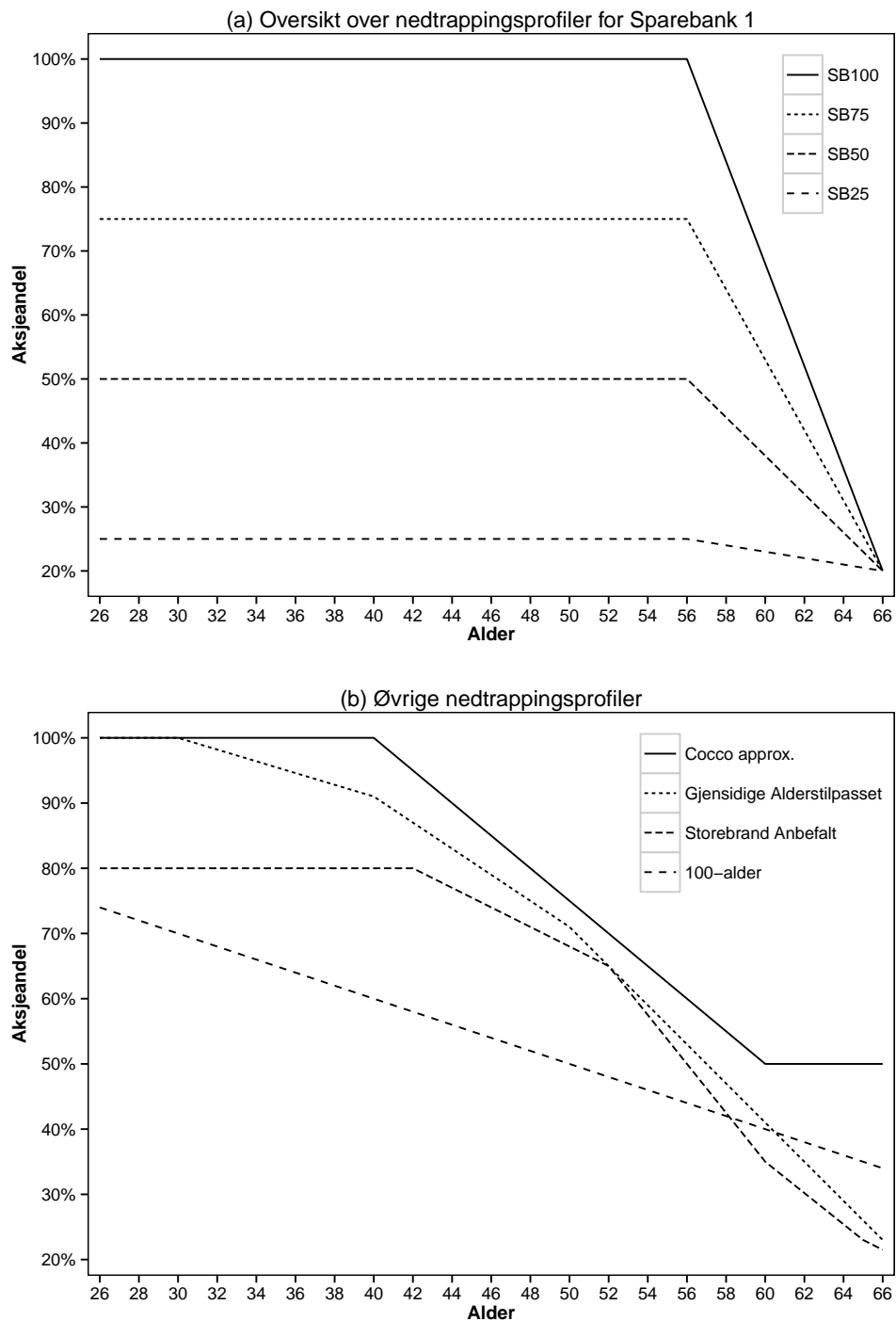
$$E[u(P_T)] = \sum_{j=1}^k p_j u \left(\frac{K_{T_j} A_{r,n} + F_j}{\prod_{t=1}^T (1 + i_{t_j})} \right) \quad (5.10)$$

der $K_{T_j} A_{r,n}$ uttrykker den årlige annuiteten fra innskuddspensjonen og F_j er det årlige beløpet fra folketrygden, for utfall j av totalt k utfall. Nevneren i brøken uttrykker produktet av den stokastiske inflasjonsutviklingen, der i_t er inflasjonsraten i periode t . Resultatene tar utgangspunkt i at innskuddspensjonen utbetales over ti år.

⁷Alternativt kunne man beregnet forventet nytte av nåverdien til den totale pensjonsbeholdningen i folketrygden og innskuddspensjonen på tidspunkt T . Vi finner det imidlertid mer naturlig å ta utgangspunkt i årlige pensjonsutbetalinger. For det første er det enklere å sammenligne et årlig pensjonsbeløp med årlig arbeidsinntekt. For det andre har investoren ingen mulighet til å utbetale hele pensjonsbeholdning på én gang.

⁸Å anta at innskuddspensjonen utbetales som en risikofri annuitet er en normal antakelse i litteraturen. Se eksempelvis Cairns, Blake og Dowd (2006), Campbell og Viceira (2002) og Campbell, Cocco, Gomes og Maenhout (2001)

⁹ $r = e^{rf} - 1 = e^{0,03} - 1 \approx 0,03045$



Figur 1: Sammenligning av nedtrappingsprofiler. Panel (a) viser innskuddsprofilene tilbudt av Sparebank 1. Panel (b) viser alternative alderstilpassede nedtrappingsprofiler. Vi setter 66 år som siste år med innskuddsporteføljen. Fra fylte 67 år går investoren av med pensjon, og hele beløpet plasseres risikofritt.

6 Kalibrering av modellen

Tabell 2 viser årlige referanseverdier for parametrene som inngår i modellen.

Beskrivelse	Parameter	Referanseverdi
Yrkesaktiv fra		26
Pensjonsalder		67
Forventet avkastning for aksjeindeksen	μ	0,07
Volatilitet i aksjeindeksen	σ_A	0,17
Risikofri rente	r_f	0,03
Koeffisient for relativ risikoaversjon	γ	4
Styrke på mean reversion i lønnsvekst	κ_Y	0,3
Dagens lønnsvekst	Y_0	0,04
Langsiktig lønnsvekst	\bar{Y}	0,04
Styrke på mean reversion i inflasjon	κ_I	0,4
Dagens inflasjon	I_0	0,025
Langsiktig inflasjon	\bar{I}	0,025
Volatilitet i inflasjon	σ_I	0,01
Korrelasjon mellom aksjemarked og lønnsvekst	ρ_{AY}	0
Korrelasjon mellom aksjemarked og inflasjon	ρ_{AI}	0
Korrelasjon mellom inflasjon og lønnsvekst	ρ_{IY}	0,7

Tabell 2: Årlig referanseverdier for parametrene som inngår i modellen.

6.1 Parametre for økonomien

Vi betrakter en økonomi der individer kan investere i to aktiva: et risikofritt og et risikabelt, der sistnevnte antas å være en veldiversifisert, internasjonal aksjeindeks. I våre beregninger legger vi til grunn en konstant risikofri rente, $r_f = 3,0\%$. Årsgjennomsnittet i 2013 for 10-årige norske statsobligasjoner var 2,58%, mens nivået for amerikanske statsobligasjoner med 30 år til forfall har variert mellom 3 og 4% i 2014. Det kan imidlertid diskuteres hvorvidt obligasjoner med såpass lang tid til forfall er en god tilnærming til risikofri rente. I et historisk perspektiv er dagens rentenivå unormalt lavt, og det er ventet at det holder seg lavt i en periode frem-

over.¹⁰ På lang sikt virker imidlertid en risikofri rente på 3,0 % rimelig. Dette sikrer også at forventet realrente er positiv ved en forventet årlig inflasjon på 2,5 %. For aksjemarkedet antar vi en forventet årlig avkastning lik $\mu = 7,0\%$ og et standardavvik lik $\sigma_A = 17\%$. I relevant litteratur er det flere som anvender en risikopremie på $\mu - r_f = 4,0\%$, fremfor den historiske risikopremien på 6 %.¹¹ Se eksempelvis Cocco mfl. (2005), Gomes og Michaelides (2005) og Campbell mfl. (2001).

6.2 Utvikling i arbeidsinntekt

Empiriske data viser typisk at livsløpsinntekten følger en utvikling der reallønnsveksten er høy i begynnelsen og avtar med tiden, før den blir negativ etter hvert som man nærmer seg pensjonsalder.¹² Nyutdannede arbeidstakere har typisk en bratt kompetanseutvikling som godtgjøres med høyere lønn. Etter hvert som denne effekten avtar, flates også reallønnsnivået ut. I det man nærmer seg pensjonsalder faller gjerne også reallønnsnivået. Årsaken er at yrkesaktivitet avtar på grunn av begrenset fysisk arbeidskapasitet og sykdom. Dette danner grunnlaget for den konkave inntektskurven.

6.2.1 Ansiennitet for ulike yrkesgrupper

For å modellere utviklingen i arbeidsinntekt over livsløpet til en investor, er det hensiktsmessig å skille mellom effektene av ansiennitet og den generelle lønnsveksten i samfunnet. Ansiennitet kommer til uttrykk ved at ulike aldersgrupper har forskjellig lønnsnivå i samme lønnsår. Vi betrakter tre ulike yrkesgrupper med heterogen lønnsutvikling etter alder. Figur 2A viser den typiske konkave lønnskurven for alle yrkesgrupper. Vi modellerer i tillegg en stokastisk utvikling i folketrygdens grunnbeløp for å fange opp den generelle lønnsveksten i samfunnet, heretter omtalt som «G-utviklingen».

Våre beregninger er basert på tall fra SSB for gjennomsnittlig månedslønn for heltidsansatte i privat sektor, sortert etter yrkes- og aldersgruppe, samt lønnsstatistikk

¹⁰Renten holdes lavt grunnet fall i oljepris og økt usikkerhet om utviklingen ute, spesielt i euroområdet. Den ventede renteoppgangen blir dermed skjøvet frem i tid (Norges Bank, 2014).

¹¹Mehra og Prescott (1985) finner en aritmetisk risikopremie for hele verden som ligger i overkant av 6 % over den kortsiktige renten med et standardavvik på 16,7 %, for tidsperioden fra 1889-1978. Ifølge Dimson, Marsh og Staunton (2011) var den aritmetiske risikopremien, relativt til sertifikater, for verden i tidsperioden 1900-2010 på 5,9 % med et standardavvik på 17,1 %.

¹²Se Kirkebøen (2010) for en analyse av forskjeller i livsløpsinntekt mellom utdanningsgrupper.

for Econas medlemmer i 2013.¹³ Månedslønninger er konvertert til årlige tall ved å multiplisere med 12, og er interpolert lineært innad i de ulike aldersintervallene. Lønnsdata for 2013 er oppjustert med G-utviklingen fra 2013 til 2014.¹⁴ Vi forutsetter at man arbeider i samme yrkesgruppe i hele sin yrkesaktive karriere med uendrede innskuddssatser.

Vi tar utgangspunkt i tre varierte yrkesgrupper med potensielt store lønnsforskjeller. Dermed kan vi undersøke hvilken effekt startlønn og lønnsvekst har for valg av innskuddsprofil. Under følger en kort beskrivelse av de tre yrkesgruppene:

- **Econa-medlemmer:** Econas medlemmer består av siviløkonomer og masterutdannede innen økonomisk-administrative fag. De vil dermed kunne representere en yrkesgruppe med høy utdanning. Vi tar utgangspunkt i privat sektor, ettersom offentlige ansatte har en ytelsespensjonsordning.
- **Informasjon og kommunikasjon (IKT):** Forlagsvirksomhet, film- og TV-produksjon, radio og fjernsyn, telekommunikasjon, IKT-tjenester, informasjonstjenester.
- **Varehandel:** Butikker, bilverksteder, detaljhandel, engroshandel.

6.2.2 Gjennomsnittlig lønnsvekst og vekst i grunnbeløpet

Tabell 3 viser parameterverdiene vi benytter i modelleringen av G-utviklingen, basert på tall fra NAV.¹⁵ Vi legger til grunn en årlig forventet vekst i grunnbeløpet på 4%.¹⁶ Årlig vekst i grunnbeløpet fra 1990-2014 har et standardavvik på omlag 1%. Dette er lavt i et lengre historisk perspektiv og vi benytter derfor en oppjustert referanseparameter, $\sigma_Y = 1,5\%$.

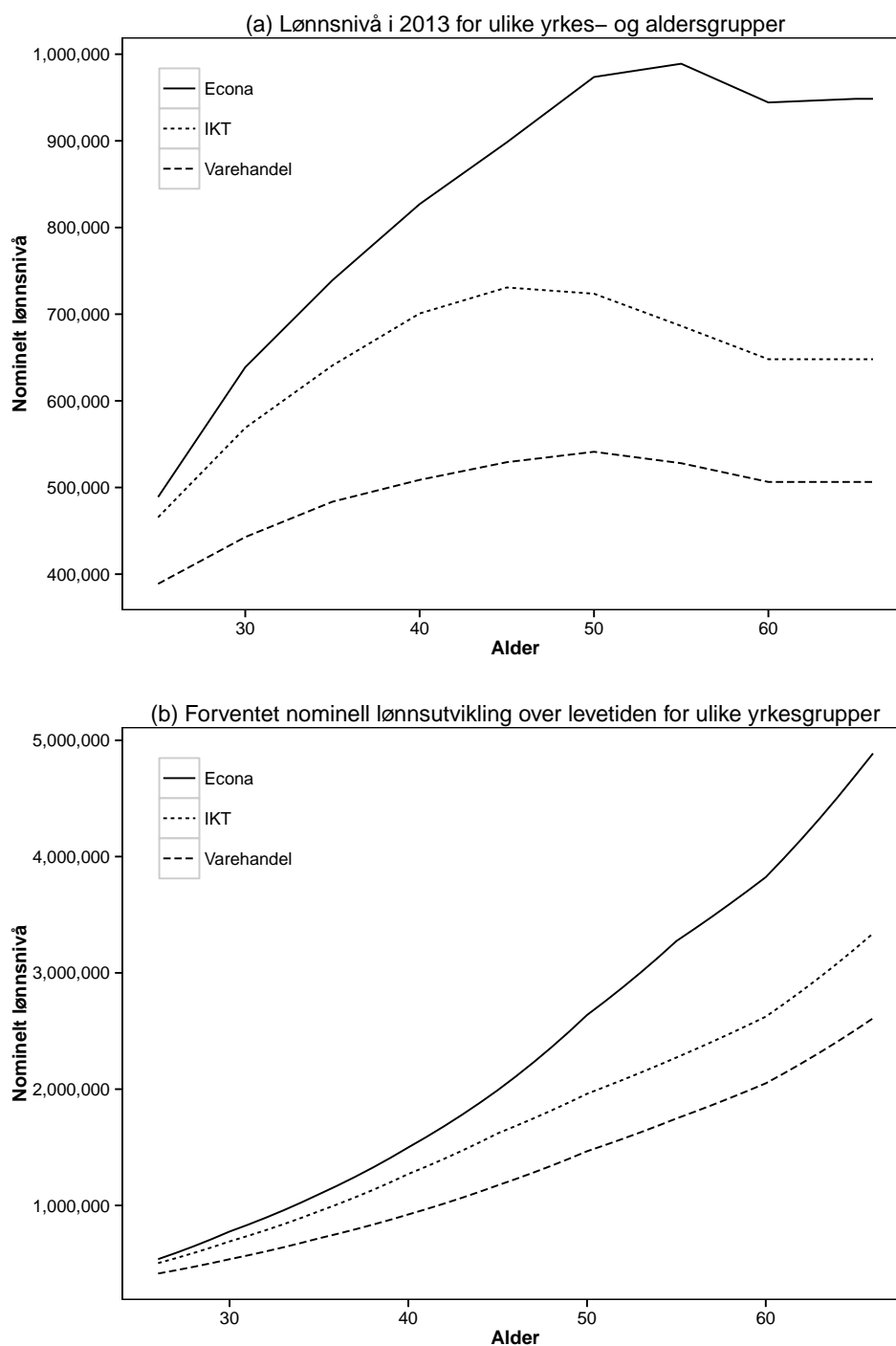
Tabell 3 viser i tillegg referanseparametere for utviklingen i arbeidsinntekten til de tre yrkesgruppene. Ved kalibrering av OU-prosessene finner vi at κ_Y er svært sensitiv for endringer i inputdata og vanskelig å stabilisere. Ettersom vi har få observasjoner for historiske lønnsdata fra de ulike yrkesgruppene, velger vi å bruke tilsvarende κ_Y

¹³Brutto månedslønn. Omfatter avtalt lønn, uregelmessige tillegg og bonus. Overtidsgodtgjørelser er ikke medregnet.

¹⁴ $88\,370/85\,245 \approx 1,0367$

¹⁵Stigningstallet i den lineære regresjonen med tall fra 1967-2014 er statistisk signifikant på 1%-nivå. Vi merker oss imidlertid at stigningstallet fra 1988-2014 ikke er statistisk signifikant på 10%-nivå.

¹⁶Tall fra 1967-2014 gir et gjennomsnitt på 5,7%, mens tall fra 1988-2014 gir et gjennomsnitt på 4,1%. Volatiliteten er beregnet til hhv. 2,2% og 2,0%.



Figur 2: Lønnsutvikling for ulike yrkesgrupper etter alder. Panel (a) viser lønnsnivået i 2013 for ulike yrkes- og aldersgrupper. Vi ser den typiske konkave lønnsprofilen. Panel (b) viser hvordan det nominelle lønnsnivået forventes å utvikle seg over livsløpet.

som i G-utviklingen. Verdier for volatilitet er derimot mer stabile. Vi bruker derfor historiske tall fra 1999-2013 for de enkelte yrkesgruppene, og tillater ulik variasjon i lønnsutvikling. Vi antar at både grunnbeløpet og de tre yrkesgruppene har en årlig, langsiktig vekst lik 4 %. Eventuelle forskjeller i forventet lønnsvekst fanges indirekte opp gjennom ansiennitetseffekten i yrkesgruppene.

Beskrivelse	Parameter	Grunnbeløp	Econa	IKT	Varehandel
Styrken på mean reversion	κ_Y	0,30	0,30	0,30	0,30
Langsiktig lønnsvekst	\bar{Y}	0,04	0,04	0,04	0,04
Volatilitet i lønnsvekst	σ_Y	0,015	0,030	0,020	0,010

Tabell 3: Referanseverdier i OU-prosessene for lønnsutvikling.

6.2.3 Innskuddssatser for de ulike yrkesgruppene

Tabell 4 viser antatte innskuddssatser for de ulike yrkesgruppene. Vi fastsetter like innskuddssatser for Econa og IKT for å isolere effekten av ulik lønnsutvikling. Vi antar at Varehandel mottar minimumssatsen på 2 % for alle nivåer av arbeidsinntekt. Det vil dermed være uklart hvorvidt resultatene for Varehandel skyldes lav arbeidsinntekt eller lav innskuddssats. Det åpner derimot opp for at vi kan undersøke porteføljevalg for en investor hvor innskuddspensjonen utgjør en liten andel av den totale pensjonsbeholdningen. Det gis ikke innskudd på arbeidsinntekt under 1 G.

Beskrivelse	Parameter	Econa	IKT	Varehandel
Innskuddssats (under 7,1 G)	π_1	0,04	0,04	0,02
Innskuddssats (over 7,1 G)	π_2	0,06	0,06	0,02

Tabell 4: Innskuddssatser for de ulike yrkesgruppene.

6.2.4 Humankapital og aktivaallokering

Benzoni, Collin-Dufresne og Goldstein (2007) betrakter humankapital som et usikkert aktivum, og mener følgelig at man bør investere lite i aksjer som ung ettersom man har mye humankapital. Dette argumentet kan bidra til å forklare den lave deltagelsen i aksjemarkedet. De finner i tillegg lav korrelasjon mellom utviklingen i arbeidsinntekt og aksjemarkedet på kort sikt, men at de på lang sikt vil kunne ha høy

korrelasjon.¹⁷ Norske livsforsikringselskaper plasserer dessuten mye av aksjeinvesteringene i utenlandske aksjeindekser. Det er nærliggende å tro at norsk lønnsvekst korrelerer svakere med utviklingen i utenlandske aksjeindekser sammenlignet med Oslo Børs, grunnet den norske olje- og gassnæringen.

Cocco mfl. (2005) finner at det er tilnærmet null korrelasjon mellom utviklingen i aksjemarkedet og arbeidsinntekt for ulike utdanningsnivåer. Viceira (2001) vurderer to situasjoner: $\rho_{AY} = 0$ og $\rho_{AY} = 0,25$. Nullkorrelasjonstilfellet betraktes som referanseverdi, der variasjon i arbeidsinntekt er å anse som usystematisk risiko. Situasjonen der $\rho_{AY} = 0,25$, vurderes for å undersøke hvilken effekt høyere korrelasjon har på optimalt porteføljevalg. Viceira finner at det ved høy korrelasjon vil være optimalt å ha lavere andel i aksjer ettersom diversifiseringsmulighetene reduseres.

Det virker å være uenighet i litteraturen om hvorvidt det eksisterer korrelasjon mellom utviklingen i arbeidsinntekt og aksjemarkedet. En kan imidlertid tenke seg at enkelte yrkesgrupper trolig vil ha en lønnsutvikling som korrelerer sterkere med aksjemarkedet enn andre. For eksempel vil arbeidsinntekten til en aksjemegler være mer utsatt for svingninger i aksjemarkedet enn arbeidsinntekten til en ansatt i offentlig sektor. Vi velger å se på humankapitalen som nokså risikofri, men åpner for at det kan være ulik volatilitet i lønnsutviklingen til ulike yrkesgrupper. I likhet med Cocco mfl. (2005) antar vi ingen korrelasjon mellom utviklingen i arbeidsinntekt og aksjemarkedet. Vi studerer imidlertid også tilfellet med høy korrelasjon, $\rho_{AY} = 0,25$.

6.3 Inflasjon

I likhet med Ahlgrim, D'Arcy og Gorvett (2005) og Brennan og Xia (2002) antar vi at inflasjonen følger en Ornstein-Uhlenbeck-prosess. Dette kan også underbygges ved at Lee og Wu (2001) finner mean reversion i inflasjonsutviklingen i 13 OECD-land, deriblant Norge. Modellen er kalibrert med tall fra SSB fra perioden 1920-2013, ved bruk av minste kvadraters metode. Vi kalibrerer også modellen med tall fra etterkrigstiden, 1946-2013, og finner forskjeller i parametrene.¹⁸ Dette sammenfaller med resultatene til Ahlgrim mfl. (2005), basert på tall fra USA i perioden 1913-2001.¹⁹

¹⁷Benzoni mfl. (2007) benytter en korrelasjonskoeffesient lik 0,5 som referanseparameter.

¹⁸Kalibreringen er basert på årlige tall for å minimere feilrapporteringen som kan komme av over- og undervurderte månedlige data.

¹⁹Ahlgrim mfl. (2005) finner $\kappa_I = 0,37$ i perioden 1913-2001, og $\kappa_I = 0,47$ i perioden 1946-2001, med gjennomsnitt på hhv. 3,3 % og 4,8 % og et standardavvik på hhv. 4 % og 3 %.

En inflasjonsmodell med mean reversion vil begrense variasjonen fra år til år, og får frem at Norges Bank jobber mot et inflasjonsmål på 2,5 % (Norges Bank, 2001). Tabell 5 viser resultatet fra regresjonsanalysen.²⁰

Beskrivelse	Parameter	Historiske verdier		
		1920-2013	1946-2013	1990-2013
Styrken på mean reversion	κ_I	0,45	0,41	1,63
Historisk gjennomsnitt	\bar{I}	0,034	0,044	0,022
Volatilitet i inflasjon	σ_I	0,052	0,030	0,009

Tabell 5: Referanseverdier i Vasicek-modellen for inflasjon.

Som referanseverdi benytter vi $\kappa_I = 0,4$ og $\sigma_I = 0,01$. Til tross for høyere historisk inflasjonsnivå, velger vi å ta utgangspunkt i den langt mer stabile inflasjonsutviklingen fra 1990-2013. Vi benytter $\bar{I} = 0,025$, da dette er det langsiktige inflasjonsmålet.

Bjørnland (2012) finner en korrelasjonskoeffisient mellom utviklingen i arbeidsinntekt og inflasjon, $\rho_{IY} = 0,7$, dersom arbeidsinntekten leder inflasjonen med 6 kvartaler. Bjørnland finner derimot ingen korrelasjon mellom arbeidsinntekt og inflasjon i samme periode. Vi ser imidlertid bort i fra denne komplikasjonen ettersom den stokastiske inflasjonen kun benyttes for diskontering av sluttbeløpet på tidspunkt T . For vår langsiktige modell vil forenklingen være ubetydelig for resultatene.

Ettersom vi kun har korte tidsserier med historiske lønnsdata for de ulike yrkesgruppene, velger vi å ikke beregne empiriske korrelasjonskoeffisienter mellom lønnsvekst og de øvrige stokastiske variablene.²¹ Det er imidlertid nærliggende å tro at korrelasjonskoeffisienten mellom lønnsveksten i hver av yrkesgruppene og G-utviklingen er svært høy. Vi antar en korrelasjonskoeffisient lik 0,9 for alle yrkesgruppene. Vi finner dessuten at realistiske endringer i antatt korrelasjon har liten betydning for resultatene. Korrelasjonskoeffisienten mellom lønnsveksten i yrkesgruppene og inflasjonen antas å være lavere enn 0,7. Vi forutsetter $\rho_{YI} = 0,6$ for alle yrkesgruppene, og finner også her at resultatene er robuste for eventuelle endringer. Korrelasjonsmatrisen er gitt i Tabell 6. Vi kontrollerer at matrisen er positiv definit ved å sjekke at alle dens egenverdier er positive.

²⁰Stigningstallet i den lineære regresjonen er statistisk signifikant på 1 %-nivå.

²¹Det er heller ikke enkelt å finne sekundærkilder som gjør tilsvarende studier på de tre utvalgte yrkesgruppene.

	Aksjer	Grunnbeløp	Inflasjon	Lønnsvekst
Aksjer	1	0	0	0
Grunnbeløp	0	1	0,7	0,9
Inflasjon	0	0,7	1	0,6
Lønnsvekst	0	0,9	0,6	1

Tabell 6: Korrelasjonsmatrise for stokastiske variabler.

6.4 Arbeidsledighet

For å gjøre risikoen i arbeidsinntekt mer realistisk, inkluderer vi mulighet for arbeidsledighet i modellen. Cocco mfl. (2005) finner at sannsynligheten for arbeidsledighet er omtrent 0,5 %.²² Dersom investoren blir arbeidsledig i en periode innebærer det null i arbeidsinntekt. Dermed tjener man verken opp innskuddspensjon fra arbeidsgiver eller inntektspensjon fra folketrygden i perioden. Dette er en streng antagelse, ettersom trygdeordninger vil sikre at man mottar inntekt i perioden, som også er pensjonsgivende i folketrygden (Arbeids- og sosialdepartementet, 2007). Risiko knyttet til uførhet er heller ikke aktuelt i denne sammenhengen, da norske bedrifter med en innskuddspensjonsordning har rett på betalingsfritak.²³

I likhet med Viceira (2001) finner vi at å inkludere tilfeldig og midlertidig arbeidsledighet i modellen ikke påvirker resultatene i særlig grad. Ettersom arbeidsledigheten kun er midlertidig og sannsynligheten er konstant over tid, vil investoren gjøre samme porteføljevalg uavhengig av arbeidsledighet. En mer realistisk antagelse ville vært å inkludere ikke-uavhengige sannsynligheter slik at sannsynligheten for å bli arbeidsledig i en periode er høyere dersom investoren også var arbeidsledig i foregående periode. En slik tilnærming ville åpnet for lange perioder med arbeidsledighet og kunne gitt andre optimale porteføljevalg. At vi likevel velger å bruke en én-periodemodell kan begrunnes med at det i Norge finnes en rekke arbeidsmarkedstiltak som skal sikre økt yrkesdeltakelse og redusere ledighet. Følgelig vil sannsynligheten for lange ledighetsperioder reduseres (Arbeids- og sosialdepartementet, 2008).

²²Basert på data fra Panel Study of Income Dynamics (PSID) finner Cocco mfl. (2005) at 0,495 % (326 observasjoner) av de spurte rapporterte null i arbeidsinntekt. Det antas derfor at sannsynligheten for arbeidsledighet er 0,5 %.

²³Betalingsfritak er en forsikringsordning fra livsforsikringsselskapet som dekker innskuddet til alderspensjon ved arbeidsuførhet. Livsforsikringsselskapet dekker hele eller deler av innskuddsbeløpet, avhengig av graden av uførhet (Sparebank 1, 2011).

6.5 Parametre for nyttefunksjoner

6.5.1 Koeffisient for relativ risikoaversjon i CRRA-nytte

Det kan være nyttig å illustrere størrelsen på koeffisienten for relativ risikoaversjon (RRA) med et enkelt eksempel. Betrakt et individ som tilbys et lotteri med to utfall og like sannsynligheter: 50 prosent sannsynlighet for å motta en pensjonsinntekt på 1 million kroner, og 50 prosent sannsynlighet for å motta en pensjonsinntekt på 500 000 kroner. En CRRA-investor med risikoaversjon γ vil ha følgende sikkerhets-ekvivalenter:

	Koeffisient for relativ risikoaversjon, γ						
	1	2	4	6	10	20	30
CE	707 107	666 667	605 707	570 825	539 913	518 577	512 095

Tabell 7: Sikkerhetsekvivalenter for et lotteri, med ulike koeffisienter for RRA.

Basert på verdiene i Tabell 7 vurderer vi γ mellom 1 og 10 som rimelige grader av risikoaversjon. I en studie av risikoaversjon blant nordmenn finner Aarbu og Schroyen (2009) en gjennomsnittlig RRA lik $\gamma = 3,7$, med et standardavvik på 2,2. Variasjonen vitner om høy heterogenitet i preferanser, og avhenger av flere forhold som vi velger å ikke vurdere. Vi velger å bruke $\gamma = 4$ som referanseverdi, men gjennomfører omfattende sensitivitetsanalyser på nevnte parameter da nivået er høyst subjektivt.²⁴

6.5.2 Prospect theory

Tversky og Kahneman (1992) finner at medianverdien for parametrene er gitt ved $\alpha = 0,88$, $\lambda = 2,25$, $\varphi^+ = 0,61$ og $\varphi^- = 0,69$. For medianindividet i Norge finner derimot Rieger, Wang og Hens (2011) at $\alpha = 0,55$, $\lambda = 1,83$ og $\varphi = 0,55$.²⁵ Som nevnt tidligere velger vi å bruke samme parameter φ i vektingsfunksjonen for både gevinst og tap.

Å fastsette nivået på referansepunktet er ikke trivielt, ettersom det er en subjektiv parameter. Det er dessuten uklart når referansepunktet fastsettes og hvorvidt det

²⁴Viceira (2001) benytter $\gamma = 3$ og Gomes og Michaelides (2005) benytter $\gamma = 5$. Begge utfører omfattende sensitivitetsanalyser av parameteren.

²⁵Rieger mfl. (2011) beregner egentlig en tapsaversjonsparameter $\theta = 1,83$. Dette begrunnes med at parameteren for tapaversjon, λ , er veldig følsom for forholdet mellom konkaviteten og konveksiteten i hhv. gevinst og tap.

oppdateres underveis. Vi finner det naturlig å vurdere det årlige utbetalte pensjonsbeløpet mot to objektive referansepunkter: Nivået på en ytelsespensjon tilsvarende 66 % av forventet sluttlønn, og det forventede pensjonsbeløpet fra en risikofri plassering av innskuddspensjonen. Vi antar at investoren fastsetter referansepunktet i første periode i forbindelse med valg av innskuddsprofil. Ettersom vi betrakter et statisk porteføljeproblem, vurderer vi ikke direkte hvordan porteføljen utvikler seg over spareperioden, men heller størrelsen til pensjonsbeløpet på sluttidspunkt T relativt til referansepunktet. Porteføljeplanet er altså ikke «path dependent».²⁶

Det kan også diskuteres hvorvidt tap og gevinst skal defineres for nominelle eller reelle pensjonsbeløp. Et utfall kan defineres som en nominell gevinst, men samtidig defineres som et reelt tap dersom den stokastiske diskonteringsfaktoren er høy. Ettersom samtlige av våre resultater uttrykkes i nåverdi anser vi det som mest hensiktsmessig å også definere gevinst og tap for reelle beløp.

²⁶Til tross for at beslutningen kun baserer seg på sluttverdien av porteføljen på tidspunkt T , er det nødvendig å modellere porteføljeutviklingen i spareperioden ettersom porteføljen mottar nye innskudd hvert år.

7 Resultater

Ved bruk av våre referanseverdier bør en investor med CRRA-preferanser velge å investere 100 % av innskuddspensjonen i aksjer gjennom hele spareperioden. Dette gjelder for alle de tre yrkesgruppene. Nedtrappingsprofiler er imidlertid mer attraktive jo høyere arbeidsinntekt man har, og for investorer med høyere risikoaversjon.

7.1 Deskriptiv statistikk for innskuddsprofilene

Ideen bak nedtrappingsprofiler i innskuddspensjon er ikke å maksimere forventet kapitalopptjening, men å balansere forholdet mellom avkastning og risiko på en tilfredstillende måte. Innskuddsprofiler med høy aksjeeksponering over spareperioden har høyere forventet sluttverdi, men også større usikkerhet i mulige utfall. Tabell 8 viser at standardavviket til sluttbeløpet er større for 100 % aksjer enn for nedtrappingsprofilene. Følgelig vil det være mindre usikkerhet rundt pensjonsbeløpet for nedtrappingsprofilene. Merk imidlertid at standardavviket ikke nødvendigvis er et godt mål på risiko i denne forbindelse. Det er nærliggende å tro at investorer er bekymret for det potensielle tapet ved de ulike profilene, og hvordan de vil prestere i verst tenkelige tilfelle. Vi finner at første persentil i innskuddspensjonen for 100 % aksjer er lavere enn for de øvrige profilene, for alle yrkesgruppene. 25. persentil er imidlertid omtrent like høyt for 100 % aksjer som for de beste nedtrappingsprofilene, for alle yrkesgruppene.

Tabell 9 viser en tilsvarende oversikt for totalpensjonen, som er summen av folketrygd og innskuddspensjon. Folketrygden er uavhengig av porteføljevalg i innskuddspensjonen, men varierer mellom yrkesgruppene. Med folketrygden i bunn reduseres de relative forskjellene mellom profilene. Ved å inkludere folketrygd ser vi faktisk at første persentil er høyere for 100 % aksjer enn for risikofri investering.²⁷ Vi finner at allerede 10. persentil er svært likt for 100 % aksjer og de mest aggressive innskuddsprofilene, for alle yrkesgruppene. At 100 % aksjer har et mye høyere oppsidepotensiale, og nesten lik nedsiderisiko, vitner om at standardavviket hovedsaklig uttrykker risiko i oppsiden, og ikke nedsiden. Dette er viktig å være klar over når man vurderer sannsynlighetsfordelinger med positiv skjevhet.

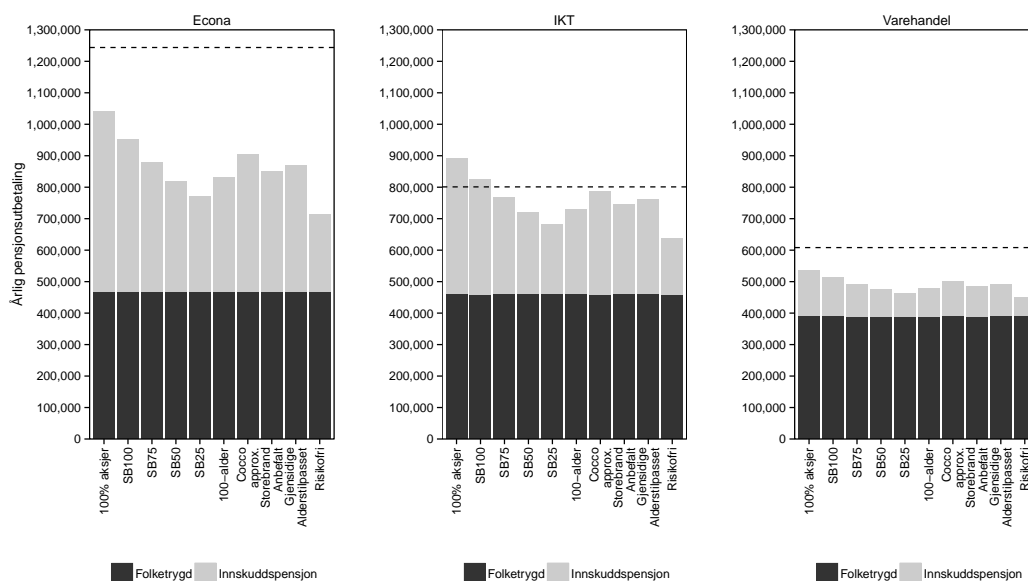
²⁷Dette skyldes det usikre beløpet fra folketrygden. Den stokastiske G-utviklingen påvirker risikofri plassering av innskuddsporteføljen relativt mer enn 100 % aksjer. Dermed fremstår ikke en risikofri investering som særlig risikofri lenger. Etersom utviklingen i aksjemarkedet og lønn ikke korrelerer perfekt, oppstår en diversifiseringseffekt som er gunstig for aksjeinvesteringer.

Tabell 8: Innskuddspensjon. Deskriptiv statistikk for de ulike innskuddsprofilene. Verdiene beskriver årlig utbetalingsannuitet fra innskuddspensjonen på tidspunkt T . Tabellen uttrykker nåverdier i tusen kroner, ved å diskontere beløpene tilbake til tidspunkt $t = 0$.

Profil	Gj.snitt	St.avvik	P(1)	P(10)	P(25)	Median	P(75)	P(99)
Econa:								
100 % aksjer	575	508	88	181	274	434	704	2 540
SB100	487	346	106	195	274	400	593	1 756
SB75	412	213	116	200	269	368	502	1 140
SB50	352	136	124	198	257	333	425	764
SB25	304	94	124	186	236	298	364	551
100-alder	365	147	124	201	262	343	442	819
Cocco approx.	439	247	116	203	277	384	535	1 303
Storebrand anbefalt	385	174	122	202	267	354	466	957
Gjensidige Alderstilpasset	403	197	120	204	271	364	489	1 069
Risikofri	247	68	107	155	196	248	295	405
IKT:								
100 % aksjer	433	390	70	136	203	324	529	1 943
SB100	367	266	87	146	203	297	446	1 353
SB75	307	159	98	153	200	272	372	859
SB50	260	96	108	155	191	243	309	565
SB25	222	62	113	150	177	213	257	406
100-alder	270	106	107	157	196	251	322	608
Cocco approx.	328	187	97	155	206	284	399	997
Storebrand anbefalt	286	129	104	156	198	260	344	725
Gjensidige Alderstilpasset	301	148	103	156	201	269	362	811
Risikofri	178	43	102	128	147	173	204	304
Varehandel:								
100 % aksjer	146	130	26	48	70	109	177	651
SB100	124	89	33	52	70	100	149	454
SB75	103	51	38	55	69	91	123	283
SB50	87	28	42	56	67	82	101	178
SB25	74	15	46	56	63	72	83	118
100-alder	90	32	42	57	68	85	106	195
Cocco approx.	111	61	37	55	71	96	133	331
Storebrand anbefalt	96	41	41	56	69	87	114	236
Gjensidige Alderstilpasset	101	48	40	56	70	90	120	270
Risikofri	59	8	43	49	54	59	65	81

Tabell 9: Totalpensjon. Deskriptiv statistikk for de ulike innskuddsprofilene. Verdiene beskriver årlig utbetaling fra både folketrygd og innskuddspensjon på tidspunkt T . Tabellen uttrykker nåverdier i tusen kroner, ved å diskontere beløpene tilbake til tidspunkt $t = 0$.

Profil	Gj.snitt	St.avvik	P(1)	P(10)	P(25)	Median	P(75)	P(99)
Econa:								
100 % aksjer	1 043	535	415	586	719	918	1 207	3 042
SB100	956	382	421	591	714	882	1 102	2 285
SB75	881	265	425	586	699	844	1 018	1 707
SB50	821	206	422	573	676	803	945	1 388
SB25	772	178	411	552	647	761	885	1 238
100-alder	833	214	425	578	683	813	960	1 435
Cocco approx.	907	294	429	592	709	862	1 049	1 851
Storebrand anbefalt	853	233	426	583	692	827	985	1 541
Gjensidige Alderstilpasset	871	251	427	587	698	840	1 006	1 635
Risikofri	715	161	384	515	603	707	818	1 135
IKT:								
100 % aksjer	894	415	400	537	643	799	1 022	2 437
SB100	828	299	407	540	636	770	946	1 863
SB75	768	209	412	536	624	738	877	1 417
SB50	720	164	413	526	604	703	817	1 186
SB25	683	145	404	509	580	669	770	1 083
100-alder	731	170	416	530	610	712	830	1 220
Cocco approx.	789	231	415	541	632	753	902	1 531
Storebrand anbefalt	747	186	416	534	617	724	851	1 301
Gjensidige Alderstilpasset	762	200	416	537	623	734	868	1 372
Risikofri	639	135	380	477	544	627	721	1 013
Varehandel:								
100 % aksjer	537	151	318	390	441	510	597	1 068
SB100	514	117	320	389	436	498	572	886
SB75	494	92	320	385	429	485	548	753
SB50	477	81	318	379	420	471	528	695
SB25	465	77	312	371	410	458	512	673
100-alder	481	82	319	381	423	474	532	703
Cocco approx.	501	98	321	388	433	490	557	786
Storebrand anbefalt	487	86	320	383	426	479	539	725
Gjensidige Alderstilpasset	492	90	321	385	429	483	545	744
Risikofri	450	76	300	359	396	444	496	655



Figur 3: Årlig forventet utbetalingsbeløp fra folketrygden og innskuddspensjon for ulike nedtrappingsprofiler. De stiplede linjene indikerer 66 % av forventet sluttlønn for hver av yrkesgruppene.

Figur 3 viser årlig forventet pensjonsutbetaling fra folketrygden og innskuddspensjonen. Vi finner at innskuddspensjonen kan utgjøre en relativt stor andel av den totale pensjonsbeholdningen for høytlønnede yrkesgrupper. Noen vil muligens reagere på at forventet årlig pensjonsbeløp virker å være høyt sammenlignet med hva pensjonskalkulatorer normalt predikerer. Flertallet av kalkulatorene forutsetter imidlertid at man ikke opplever reallønnsvekst i løpet av arbeidslivet; verken gjennom ansiennitetseffekt eller ved at realverdien av grunnbeløpet vokser. Ved å fjerne antagelsen om årlig forventet realvekst i grunnbeløpet lik 1,5 prosent, men likevel beholder ansiennitetseffekten, reduseres årlig forventet pensjonsutbetaling med nesten halvparten.²⁸ Rangeringen av innskuddsprofilene, etter forventningsverdi, er imidlertid upåvirket av endringen. Figur 3 viser også at det kun er IKT som har mulighet til å oppnå en forventet pensjonskapital som overstiger 66 % av forventet sluttlønn. Dette skyldes i hovedsak at vi antar at denne yrkesgruppen har samme innskuddssatser som Econa-medlemmer (4+6 %), men lavere sluttlønn. For Varehandel er årsaken lave innskuddssatser. For de fleste vil det derfor være nødvendig med privat pensjonssparing for å oppnå en årlig pensjonsutbetaling tilsvarende 66 % av sluttlønn.

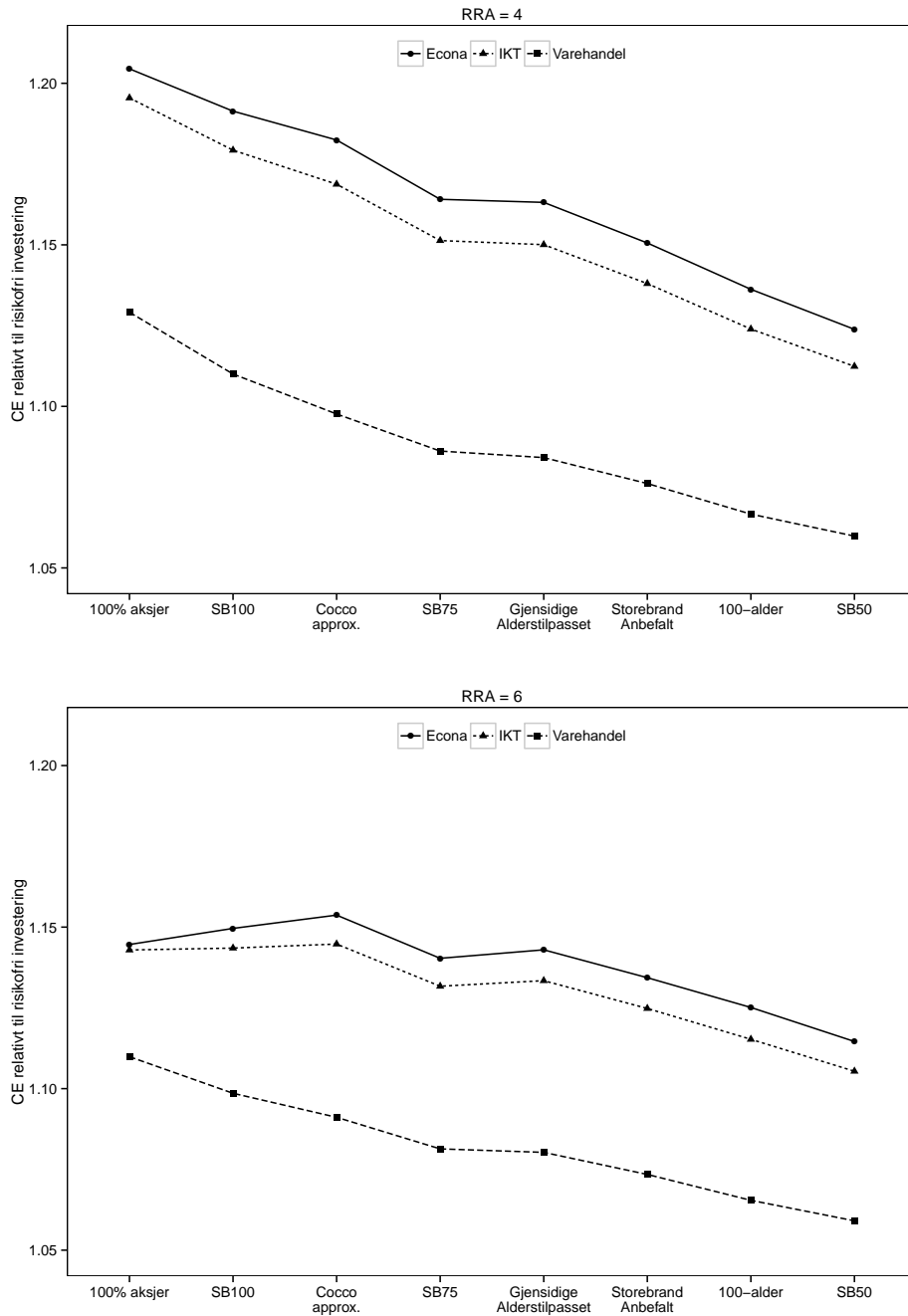
²⁸Forventet realvekst i grunnbeløpet tilsvarer en faktor lik $\left(\frac{1,040}{1,025}\right)^{41} = 1,814$.

7.2 Porteføljevalg med CRRA-nytte for ulike yrkesgrupper

Nedtrappingsprofiler er mer attraktive jo høyere arbeidsinntekt man har. Høytlønnede yrkesgrupper vil oppleve at opptjent inntektspensjon fra folketrygden begrenses ved 7,1 G, mens innskuddspensjonen ikke begrenses før 12 G. I tillegg vil mange høytlønnede arbeidstakere motta høyere innskuddssatser for arbeidsinntekt over 7,1 G. Dermed vil innskuddspensjonen utgjøre en større andel av totalpensjonen for høytlønnede yrkesgrupper. Figur 3 illustrerer fordelingen mellom folketrygd og innskuddspensjon for ulike yrkesgrupper. For høytlønnede yrkesgrupper finner vi at innskuddspensjonen potensielt kan utgjøre over halvparten av total pensjonsutbetaling.²⁹ Etersom innskuddspensjonen er relativt viktigere for de høytlønnede yrkesgruppene, vil innskuddsprofiler med mindre aksjeeksponering fremstå som mer attraktive relativt til 100 % aksjer. For yrkesgrupper med lavere arbeidsinntekt vil det motsatte være tilfellet; innskuddspensjonen vil utgjøre en liten andel av total pensjonsbeholdning. Etersom den nokså sikre folketrygden utgjør mesteparten av den totale pensjonsbeholdningen for denne yrkesgruppen, bør de være mer risikovillige i investeringsvalg for den relativt lave innskuddspensjonsbeholdningen. Et nokså risikofritt pensjonsbeløp i bunn medfører altså at en større andel av innskuddspensjonen bør investeres i aksjer, for et gitt nivå av risikoaversjon.

Effekten av høyere innskuddssatser er omtrent lik som ved høyere arbeidsinntekt; innskuddspensjonen vil øke relativt til folketrygden. Nedtrappingsprofiler fremstår dermed som mer attraktive. Ved høyere innskuddssatser er det imidlertid kun innskuddspensjonen som påvirkes. Ved endringer i arbeidsinntekt påvirkes både folketrygd og innskuddspensjon. Vi finner at høytlønnede yrkesgrupper bør substituere innskuddspensjonen over til nedtrappingsprofiler, for lavere nivåer av RRA enn lavtlønnede yrkesgrupper. De vil derfor være mer sensitive for økning i innskuddssatser. Det er dessuten nærliggende å anta at høytlønnede yrkesgrupper mottar høyere innskuddssatser enn lavtlønnede yrkesgrupper. Denne kombinasjonen gjør at nedtrappingsprofiler fremstår som mer attraktive sammenlignet med 100 % aksjer, for høytlønnede yrkesgrupper. Figur 4 illustrerer dette ved at de relative forskjellene mellom 100 % aksjer og nedtrappingsprofilene er mindre for Econa enn de to andre yrkesgruppene. Verdiane for Varehandel er lave ettersom innskuddspensjonen utgjør relativt lite av den totale pensjonsbeholdningen for lavtlønnede yrkesgrupper.

²⁹Resultatene forutsetter at innskuddspensjonen blir utbetalt over en periode på 10 år. En lengre utbetalingsperiode vil redusere størrelsen på innskuddspensjonen relativt til folketrygden, og vil påvirke resultatene. Det er imidlertid viktig å påpeke at en lengre utbetalingsperiode kun vil styrke konklusjonen om at 100 % aksjer i innskuddspensjon er rasjonelt å velge for mange investorer.



Figur 4: Sikkerhetsekvivalenter relativt til risikofri investering for ulike yrkesgrupper. Med referanseverdi for RRA, $\gamma = 4$, er 100 % aksjer optimalt for alle yrkesgruppene. De relative forskjellene mellom 100 % aksjer og nedtrappingsprofilene er imidlertid mindre for høytlønnede yrkesgrupper. Med RRA lik $\gamma = 6$ er det optimalt for Econa å velge en nedtrappingsprofil, mens IKT er tilnærmet indifferent mellom 100 % aksjer, SB100 og Cocco approx. Varehandel bør fremdeles investere innskuddspensjonen i 100 % aksjer.

7.2.1 Sikkerhetsekvalenter for ulike nivåer av risikoaversjon

Jo høyere RRA, desto lavere sikkerhetsekivalent og forventet nytte har man fra en usikker pensjonsbeholdning. Dermed vil nedtrappingsprofiler fremstå som mer attraktive sammenlignet med en innskuddspensjon investert i 100 % aksjer. Vi finner at yrkesgrupper med høy arbeidsinntekt er mer sensitive for en endring i det antatte nivået av RRA. Figur 5 viser sikkerhetsekvalenter for ulike nivåer av risikoaversjon relativt til risikofri investering.

For Econa vil det være rasjonelt å velge en nedtrappingsprofil dersom man har RRA, $\gamma > 5,5$. I så fall vil det være rasjonelt å velge en aggressiv nedtrappingsprofil slik som Cocco approx. For IKT gjelder tilsvarende resonnement, men skjæringspunktet inntreffer ikke før $\gamma = 6$. Følgelig bør flere individer med mellomstor arbeidsinntekt investere hele innskuddspensjonen i aksjer, sammenlignet med høytlønnede yrkesgrupper. For Varehandel kreves en RRA, $\gamma > 10$, for å rasjonalisere valg av nedtrappingsprofil. Det virker urimelig høyt. Tabell 7 illustrerer betydningen av en så høy koeffisient for RRA.

Et interessant funn er at det aldri er optimalt å velge standardprofilen SB50 for noen av yrkesgruppene, for alle rimelige nivåer av RRA. For Econa kreves faktisk en RRA lik $\gamma > 16$ for at SB50 skal være optimal. Det vil i så fall bety at man vil være indifferent mellom et sikkert beløp på 523 600 kroner og et 50/50-lotteri med utfallene 1 million og 500 000 kroner. Det sikre beløpet ville være enda lavere for de to andre yrkesgruppene. Tommelfingerregelen «100-alder» har også for lav aksjeandel til å være attraktiv for investorer med normale nivåer av RRA. Vi finner derimot at den nokså aggressive nedtrappingsprofilen, Cocco approx., er optimal for flertallet av investorer som er for risikoaverse til å velge 100 % aksjer. Denne profilen virker følgelig å være et bedre valg for «folk flest» sammenlignet med de alderstilpassede profilene tilbudt av Storebrand og Gjensidige. Årsaken er at de nedjusterer aksjeandelen for mye og for tidlig i spareperioden. Vi ønsker likevel å påpeke at nedtrappingsprofilene tilbudt av Storebrand og Gjensidige er bedre valg enn standardprofilen SB50.

Profilen SB100 er kun optimal for noen spesifikke nivåer av RRA. Dette skyldes at investorer med lav risikoaversjon vil mislike nedtrappingsdelen av profilen, mens mer risikoaverse investorer vil synes at profilen generelt er for aggressiv. Figur 5 viser nemlig at 100 % aksjer, SB100 og Cocco approx. alle krysser hverandre ved omtrent samme RRA, for alle yrkesgruppene. En kan imidlertid tenke seg mer aggressive innskuddsprofiler som har mindre nedtrapping enn SB100, og som vil være optimale for visse nivåer av RRA i området før 100 % aksjer og SB100 krysser hver-

andre. Vi velger imidlertid å ikke illustrere dette, ettersom det finnes uendelig mange innskuddsprofiler som passer beskrivelsen.

«Merton-løsningen» i ligning (5.7) tilsier at en investor under våre referanseparametere bør ha en konstant optimal aksjeandel lik $w^* = 0,346$.³⁰ Resultatene viser tydelig at en såpass lav aksjeandel over hele spareperioden er suboptimalt for nyttemaksimering. Årsaken er at vår modell inkluderer stokastisk arbeidsinntekt som ikke kan forsikres. Arbeidsinntekt har betydning for periodiske innskudd og for størrelsen på folketrygden. Ettersom fremtidige innskudd i innskuddsporteføljen kan betraktes som avkastningen fra et tilnærmet risikofritt aktivum uten korrelasjon med aksjemarkedet, er det optimalt å investere en større andel av innskuddsporteføljen i aksjer enn hva Merton-løsningen tilsier.

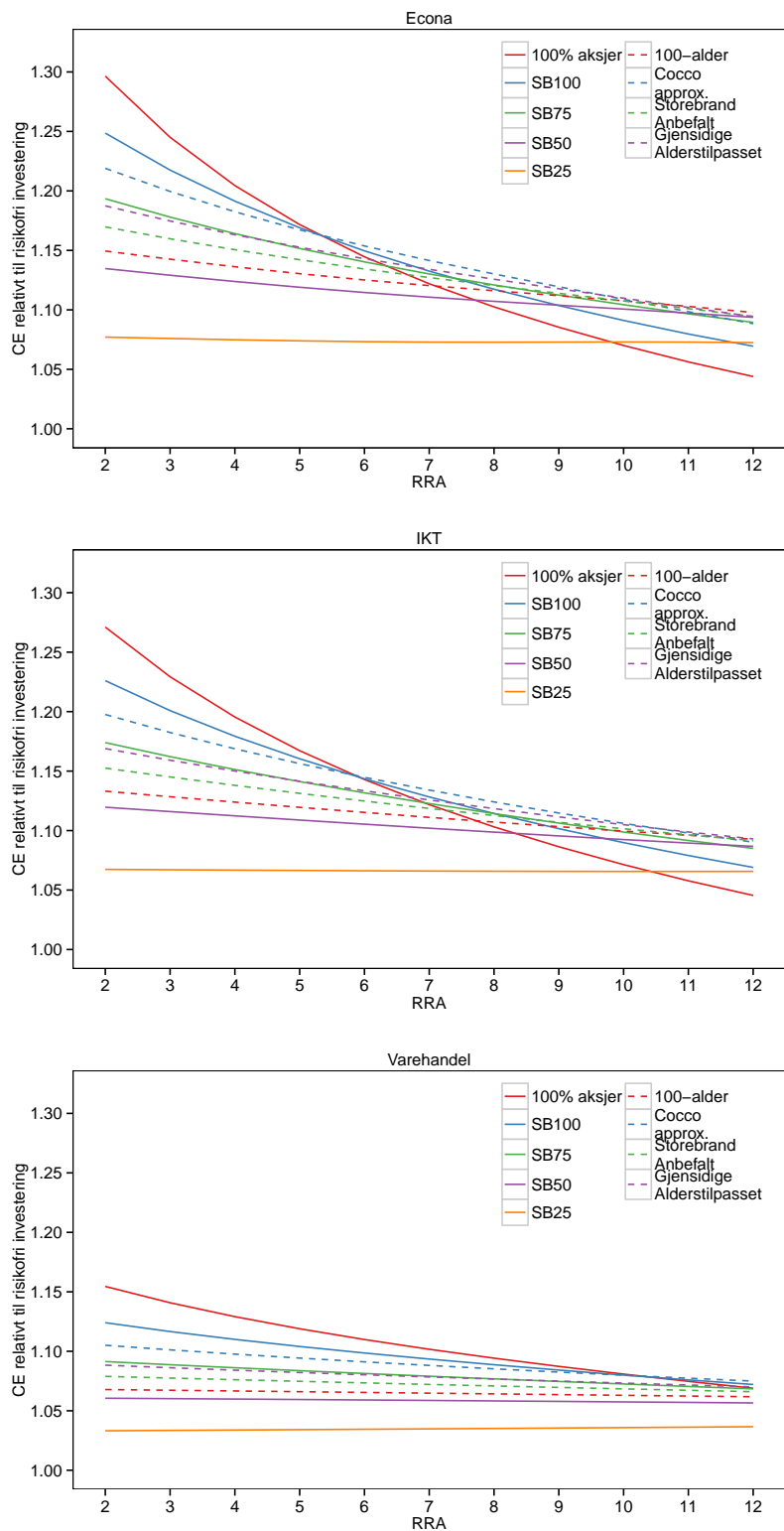
7.2.2 Kostnader ved suboptimale porteføljevalg

Det er interessant å vite kostnaden forbundet med suboptimale porteføljevalg i innskuddspensjonen. Tabell 10 viser nedtrappingsprofilene rangert fra høyest til lavest etter størrelsen på sikkerhetsekvivalentene for konsum, også omtalt som konsumekvivalenter. Konsumekvivalentene uttrykker hvilket sikkert konsumbeløp som gir investoren like høy forventet nytte som det usikre konsumbeløpet fra en innskuddsprofil. Kostnadsverdiene i tabellen uttrykker hvor mange prosent lavere sikkerhetsekvivalentene er for de ulike profilene i forhold til den beste innskuddsprofilen. Med andre ord uttrykker verdiene hvor mye sikkert konsum man indirekte gir avkall på ved å velge en suboptimal innskuddsprofil.

Vi finner at kostnadene ved suboptimale porteføljevalg kan være av betydelig størrelse. For investorer med $RRA = 4$, ser vi eksempelvis at de taper mellom 6 og 7 % av årlig konsum ved å velge standardprofilen SB50 fremfor 100 % aksjer. Kostnaden for tommelfingerregelen «100-alder» er noe mindre, men likevel betydelig. Dersom man ignorerer arbeidsinntekt, og følgelig tar utgangspunkt i «Merton-andelen» lik $w^* = 0,346$, vil nyttekostnaden vært et sted i mellom verdiene for SB50 og SB25. Det er med andre ord svært uheldig å ignorere effekten av arbeidsinntekt på porteføljevalg.

Kostnaden ved suboptimale porteføljevalg er størst dersom investoren enten har lav eller høy RRA. For mellomstore nivåer av RRA er porteføljevalg mindre kritisk. Figur 5 illustrerer dette resultatet ved at avstanden mellom innskuddsprofilene er kortest i midten av diagrammet. Kostnaden varierer imidlertid mellom yrkesgruppene og

³⁰ $(0,07 - 0,03)/(0,17^2 \cdot 4) = 0,346$



Figur 5: Sikkerhetsekvivalenter relativt til risikofri investering for ulike nivåer av risikoaversjon.

Tabell 10: Rangering av innskuddsprofilene og kostnad knyttet til suboptimale porteføljevalg. Verdiene uttrykker hvor mange prosent lavere sikkerhetsekvivalentene for de ulike profilene er i forhold til den beste innskuddsprofilen.

		Rangering									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Panel A: RRA = 4											
Econa	100% aksjer	SB100	Cocco	SB75	Gjensidige	Storebrand	100-alder	SB50	SB25	Risikofri	
	0,000	-0,011	-0,018	-0,034	-0,034	-0,045	-0,057	-0,067	-0,108	-0,170	
IKT	100% aksjer	SB100	Cocco	SB75	Gjensidige	Storebrand	100-alder	SB50	SB25	Risikofri	
	0,000	-0,014	-0,022	-0,037	-0,038	-0,048	-0,060	-0,069	-0,108	-0,164	
Varehandel	100% aksjer	SB100	Cocco	SB75	Gjensidige	Storebrand	100-alder	SB50	SB25	Risikofri	
	0,000	-0,017	-0,028	-0,038	-0,040	-0,047	-0,055	-0,061	-0,084	-0,114	
Panel B: RRA = 6											
Econa	Cocco	SB100	100% aksjer	Gjensidige	SB75	Storebrand	100-alder	SB50	SB25	Risikofri	
	0,000	-0,004	-0,008	-0,009	-0,012	-0,017	-0,025	-0,034	-0,070	-0,133	
IKT	Cocco	SB100	100% aksjer	Gjensidige	SB75	Storebrand	100-alder	SB50	SB25	Risikofri	
	0,000	-0,001	-0,002	-0,010	-0,011	-0,017	-0,026	-0,034	-0,069	-0,126	
Varehandel	100% aksjer	SB100	Cocco	SB75	Gjensidige	Storebrand	100-alder	SB50	SB25	Risikofri	
	0,000	-0,010	-0,017	-0,026	-0,027	-0,033	-0,040	-0,046	-0,068	-0,099	

avhenger av størrelsen på innskuddsporteføljen. For Econa og IKT er de relative forskjellene mellom innskuddsprofilene minst dersom RRA er mellom 6 og 8. For Varehandel er derimot de relative forskjellene minst dersom RRA er omtrent lik 11.

Panel A i Tabell 10 viser rangering av innskuddsprofilene og tilhørende kostnadsverdier for en investor med RRA lik 4. Som vist tidligere, er 100 % aksjer den optimale porteføljestrategien for alle yrkesgruppene. Jo lavere aksjeeksponering, desto høyere er kostnaden. Panel B viser tilsvarende informasjon, men for en investor med RRA lik 6. I tillegg til at kostnaden ved suboptimal investering blir lavere for alle yrkesgruppene, endrer rangeringen seg for Econa og IKT. Dette illustreres også i Figur 4. Profiltrangeringen for Varehandel er imidlertid uforandret, ettersom det kreves høyere RRA for at 100 % aksjer ikke lenger skal være optimalt. For Econa og IKT vil Cocco approx. være den optimale profilen. Vi finner at Cocco approx. generelt fremstår som svært attraktivt i de tilfellene der 100 % aksjer ikke lenger er optimalt.

Kostnaden ved suboptimale porteføljevalg for Varehandel er både lavere og høyere enn for de to andre yrkesgruppene. På en side er kostnaden ved å velge risikofri investering, fremfor 100 % aksjer, lavere for Varehandel enn for IKT og Econa. På en annen side er den relative kostnaden ved å velge en aggressiv nedtrappingsprofil fremfor 100 %, høyere for Varehandel enn for de to andre yrkesgruppene. Årsaken er at innskuddspensjonen utgjør relativt lite av den totale pensjonsbeholdningen. Det kan tolkes i retning av at porteføljevalg er mindre kritisk for lavtlønnede yrkesgrup-

per, men til gjengjeld er det også klart best å investere innskuddspensjonen i 100 % aksjer fremfor nedtrappingsprofiler. Robustheten til dette resultatet bekreftes også i våre andre analyser.

Det kan være nyttig å sammenligne disse kostnadsverdiene med andre parametre. Med utgangspunkt i våre referanseparametre må eksempelvis en arbeidstaker med Econa-lønn, SB50-profil og RRA lik 4, øke sine innskuddssatser med i overkant av 0,3 prosentpoeng (4,3 + 6,3 %) for å oppnå tilsvarende sikkerhetsekvivalent som 100 % aksjer.³¹ Tilsvarende, må IKT øke innskuddssatsene med i overkant av 0,4 prosentpoeng (4,4 + 6,4 %), mens Varehandel må øke innskuddssatsen med i overkant av 0,5 prosentpoeng (2,5%).³² For individer med RRA lik 6 gjelder samme resonnement, men det kreves en mindre økning i innskuddssatser for å oppnå samme sikkerhets-ekvivalent som den beste profilen.

³¹Dersom sikkerhetsekvivalenten for 100 % aksjer med referanseparametere holdes fast.

³²Høy innskuddssats har ingen effekt for Varehandel ettersom forventet årslønn er lavere 7,1 G.

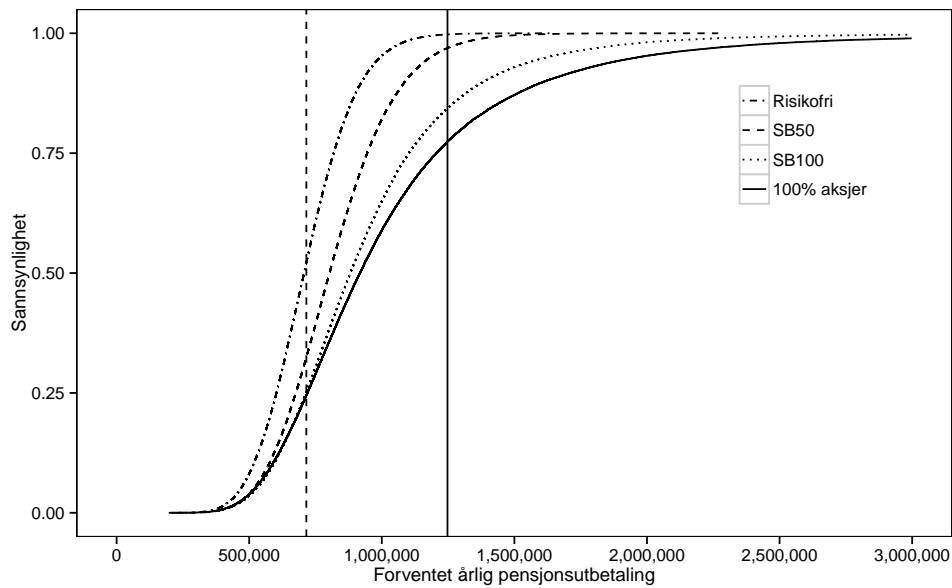
7.3 Porteføljevalg ved kumulativ prospect theory

Vi finner at innskuddsprofiler med høy aksjeeksponering fremdeles er attraktive for en investor med betydelig tapsaversjon. Forsiktige innskuddsprofiler har større sannsynlighet for å oppleve tap relativt til referansepunktet, men tapene er også mer begrenset. En innskuddspensjon investert i 100 % aksjer har derimot mindre sannsynlighet for tap, men tapene kan også være større. Dermed er også den gjennomsnittlige «shortfall»-risikoen noe større enn for nedtrappingsprofilene. Årsaken til disse resultatene er at 100 % aksjer har både høyere forventet avkastning og standardavvik. Tabell 9 viser imidlertid at forskjellene i nedsiderisiko for totalpensjonen er svært lik for 100 % aksjer og nedtrappingsprofilene. Dette medfører at sannsynlighetsfordelingen har en mye lengre høyrehale, mens venstrehalen kun er noe lengre. Figur 6 illustrerer dette. Haberman og Vigna (2002) bekrefter våre resultater.

Resultatet holder uavhengig av om at man setter referansepunktet lik forventet pensjonsbeholdning fra risikofri investering eller lik 66 % av sluttlønn. Høyere tapsaversjon, λ , påvirker heller ikke rangeringen av innskuddsporteføljene. Til tross for at størrelsen på potensielle tap er noe høyere for 100 % aksjer, er sannsynligheten for tap mindre. Dermed er det faktisk nedtrappingsprofilene som påvirkes mest av å øke tapsaversjonen. Se Figur 6.

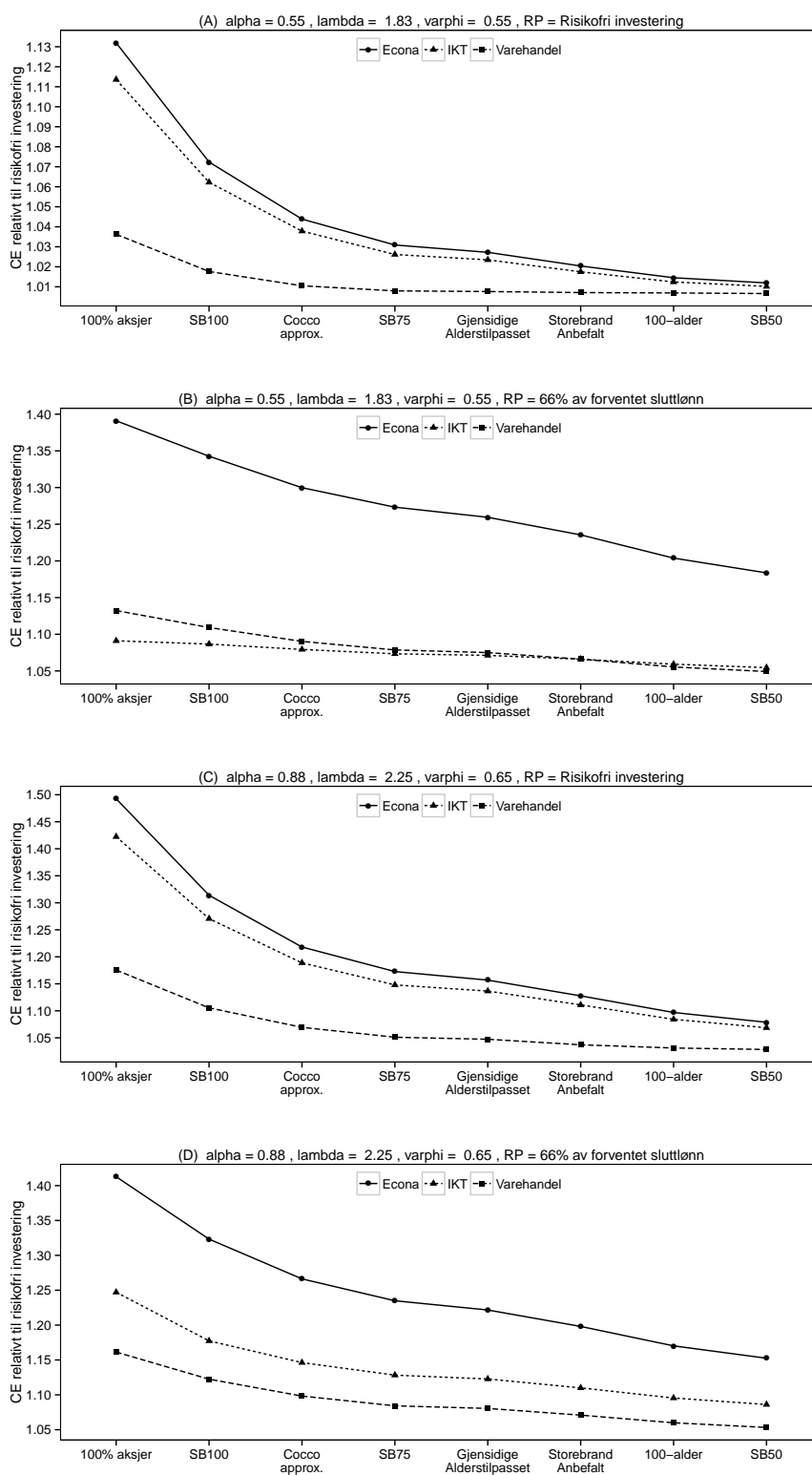
Figur 7 sammenligner sikkerhetsekvivalentene for investorer i ulike yrkesgrupper med CPT-preferanser. For alle varianter finner vi at en tapsavers investor vil foretrekke 100 % aksjer. Panel A og B viser resultater med norske parametre fra Rieger mfl. (2011), mens det i panel C og D er brukt parametre fra Tversky og Kahneman (1992). I panel A og C er referansepunktet satt lik det forventede sluttbeløpet fra en risikofri plassering av innskuddspensjonen. Til tross for at figurene er nokså like, er verdiene på y-aksen i panel A mye lavere enn i panel C. Forskjellen skyldes hovedsakelig en mye høyere risikoaversjon i panel A, der $\alpha = 0,55$. Som forklart tidligere vil sikkerhetsekvivalentene avvike mindre fra hverandre for en investor med høyere risikoaversjon. Forskjellene i tapsaversjon og sannsynlighetsvekting har liten påvirkning på resultatene.

Panel B og D viser resultater med et høyere referansepunkt, lik 66 % av forventet sluttlønn for de ulike yrkesgruppene. Fra Figur 3 ser vi at samtlige profiler for både Econa og Varehandel forventer å tape relativt til referansepunktet. Ifølge prospect theory er investorer risikosøkende i tapsregionen av nyttefunksjonen. Dermed vil 100 % aksjer være mest attraktivt, ettersom sannsynligheten for tap er minst. Profiler med lav risiko er derimot ikke attraktive ettersom sannsynligheten for tap



Figur 6: Kumulativ sannsynlighetsfordeling for et utvalg av innskuddsprofilene. Den rette stiplede linjen indikerer forventet pensjonsutbetaling ved risikofri plassering av innskuddsporteføljen. Den rette solide linjen indikerer 66 % av forventet sluttlønn. Figuren viser tall for Econa, men sannsynlighetsfordelingen er nokså lik for de to andre yrkesgruppene.

relativt til referansepunktet er høy. Vi finner følgelig at resultatene er robuste også for tapsaverse investorer. For at en investor med CPT-preferanser skal foretrekke nedtrappingsprofiler fremfor 100 % aksjer kreves ekstreme preferanser. Man er nødt til å kombinere svært høy risiko- og tapsaversjon med et lavt referansepunkt. Ved eksempelvis å sette $\alpha = 0,2$ sikrer man høy konkavitet i nyttefunksjonen for gevinster, og reduserer grensenytten av ekstra konsum betraktelig. I tillegg må referansepunktet settes strategisk lavt slik at sannsynligheten for tap er større for 100 % aksjer enn for nedtrappingsprofilene. Dessuten kreves det tapsaversjon $\lambda > 4$. En slik kombinasjon virker imidlertid svært urealistisk.



Figur 7: Sikkerhetsekivalenter for investorer i ulike yrkesgrupper med CPT-preferanser.

8 Sensitivitetsanalyser

Våre beregninger er basert på en rekke antakelser om verdiene for de ulike parametrene i økonomien. Ettersom flertallet av disse parametrene er usikre, er det hensiktsmessig å gjennomføre sensitivitetsanalyser. På den måten kan vi vurdere hvor robuste resultatene er for endringer i parametrene. Vi gjennomfører sensitivitetsanalyser på én parameter av gangen og ser hvilken effekt dette har på sikkerhetsekvivalentene for de ulike profilene. De øvrige parametrene i Tabell 2 holdes konstante. Vi illustrerer sensitivitetsanalyser for både Econa og Varehandel. Grensene for IKT vil befinne seg et sted mellom de to andre yrkesgruppene – som regel noe nærmere Econa enn Varehandel. Vi minner om at hovedresultatene er basert på realistisk kalibrerte parametre basert på historiske data. Ved å gjennomføre omfattende sensitivitetsanalyser lar vi det imidlertid være opp til leseren å vurdere resultatene for ulike parameterverdier.

Sikkerhetsekvivalentene (CE) i sensitivitetsanalysene er normalisert mot risikofri plassering. Vi illustrerer dermed sikkerhetsekvivalentene for de risikable profilene relativt til den risikofrie plasseringen. Årsaken er at heller ikke den risikofrie plasseringen har en sikkerhetsekvivalent tilsvarende forventet verdi, da det også eksisterer usikkerhet i utviklingen av arbeidsinntekt og inflasjon. Ved å normalisere verdiene isolerer vi effekten av usikkerhet i investeringsvalg.

Resultatene er robuste for endringer i parametrene, for yrkesgrupper med både lav og mellomstor arbeidsinntekt. Porteføljevalg for høytlønnede yrkesgrupper er noe mer sensitivt for endringer i parametrene, og det kan argumenteres for at en innskuddsprofil med svak aksjenedtrapping er fornuftig.

8.1 Parametre for økonomien

8.1.1 Aksjemarkedsutvikling

Hovedresultatene er basert på parametrene $\mu = 0,07$ og $\sigma_A = 0,17$. Dette virker å være rimelige størrelser basert på historiske data. Det er imidlertid svært usikkert hvordan aksjemarkedet vil utvikle seg i løpet av de neste 40 årene. Vi tester derfor modellen for ulike verdier av forventet avkastning og volatilitet for aksjeindeksen. Risikofri rente holdes konstant, $r_f = 0,03$. Figur 8 viser effekten av å endre størrelsen

på forventet aksjeavkastning.³³ Vi finner at Econa er mer sensitiv for endringer i forventet aksjeavkastning, sammenlignet med Varehandel. En nedtrappingsprofil vil være optimalt for Econa dersom $\mu < 0,06$. Varehandel er derimot robust helt ned til $\mu = 0,04$. Det innebærer en risikopremie på hhv. 3 % og 1 %. Merk imidlertid at en risikopremie på 3 % er lavt, sett i et historisk perspektiv. Vi anser dermed resultatene som robuste for endringer i forventet aksjeavkastning. Figur 9 illustrerer effekten av å endre volatiliteten i aksjeindeksen. For Econa og Varehandel er resultatene robuste for hhv. $\sigma_A < 0,19$ og $\sigma_A < 0,25$. Dette understreker viktigheten av å investere aksjeandelen av innskuddspensjonen i en veldiversifisert aksjeindeks. 100 % aksjer vil være langt mindre attraktivt for en investor som plasserer innskuddspensjonen i en mer volatil aksjeindeks, slik som Oslo Børs.³⁴ Norske investorer bør derfor være oppmerksomme på «home bias».

For lavtlønnede yrkesgrupper finner vi at resultatene er svært robuste for endringer parametrene for aksjemarkedet. Selv en realistisk kombinasjon av lavere forventet aksjeavkastning og høyere volatilitet vil ikke endre resultatene. For høytlønnede yrkesgrupper kan endringer i aksjemarkedet rasjonalisere valg av nedtrappingsprofiler.

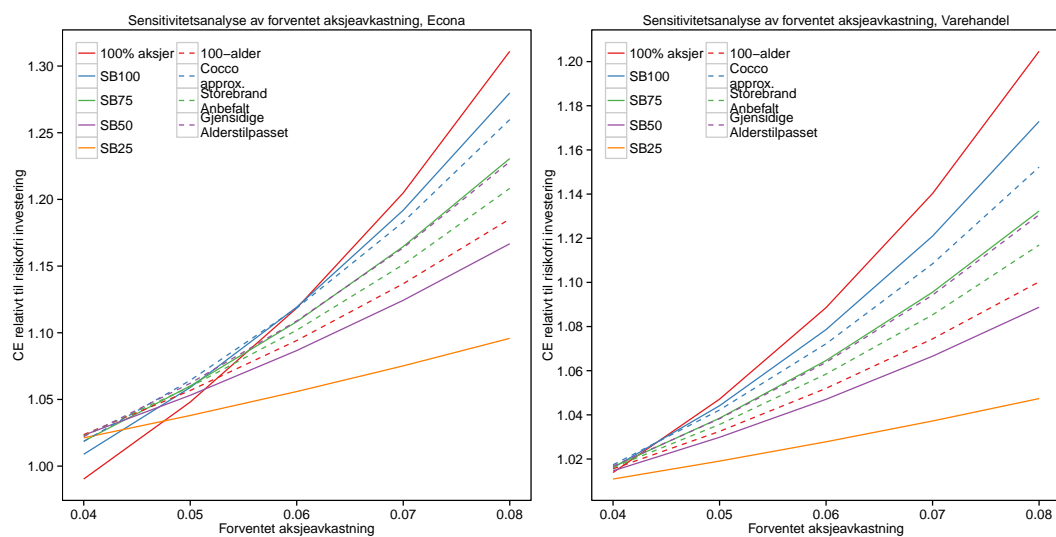
8.1.2 Risikofri rente og risikopremie

Dagens rentenivå er historisk lavt og det er rimelig å forvente et høyere rentenivå i fremtiden. Derfor legger vi til grunn en risikofri rente, $r_f = 3,0$ %. Etersom modellen forutsetter at den risikofrie renten holdes konstant i både spare- og pensjonsperioden, er det særlig viktig å gjennomføre sensitivitetsanalyser for denne faktoren.

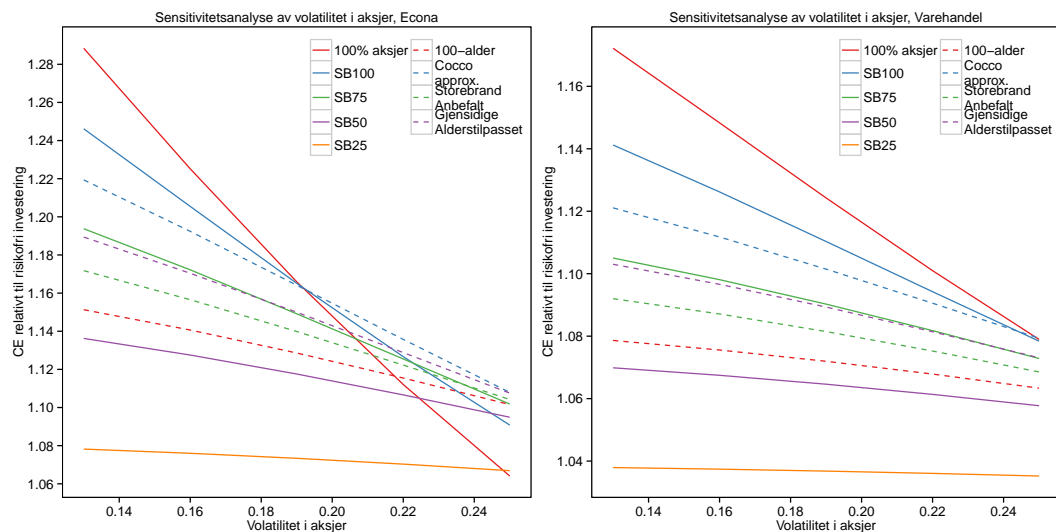
Dersom den konstante renten økes, vil innskuddsprofiler med høy aksjeandel fremstå som mindre attraktive sammenlignet med en risikofri plassering. Figur 10 illustrerer at resultatene for Econa og IKT er robuste for rentenivåer på hhv. 3,7 % og 4,8 %. For profilene med jevn fordeling av aksje- og renteinvesteringer trekker en renteøkning i to ulike retninger. Den risikofrie delen av porteføljen gir høyere avkastning, mens den risikable aksjeandelen gir en lavere risikopremie. For lave rentenivåer er det relative CE-nivået til innskuddsprofilene med lite aksjeinvesteringer nærmest

³³Virkningen av forvaltningskostnader forbundet med pensjonskapitalbevis kan vurderes ved å redusere forventet aksjeavkastning. Dersom vi legger til grunn en forvaltningskostnad på ett prosentpoeng og $RRA = 4$, finner vi at det kan være rasjonelt for høytlønnede yrkesgrupper å velge en nedtrappingsprofil. Lavtlønnede yrkesgrupper bør fremdeles investere hele innskuddspensjonen i aksjer.

³⁴Ifølge Dimson mfl. (2011) var den aritmetiske risikopremien, relativt til sertifikater, for Norge i tidsperioden 1900-2010 på 5,9 % med et standardavvik på 26,5 %.



Figur 8: Sensitivitetsanalyse av forventet aksjeavkastning. For Varehandel gir 100 % aksjer høyest sikkerhetsekvivalent for alle rimelige avkastningsnivåer. Høytlønnede yrkesgrupper er mer følsomme for endringer i forventet aksjeavkastning. For Econa vil det være rasjonelt for å velge en innskuddsprofil med nedtrapping dersom $\mu < 0,06$, alt annet like.



Figur 9: Sensitivitetsanalyse for volatilitet i aksjemarkedet. Innskuddsprofiler med høy aksjeeksponering er mindre attraktive jo høyere volatilitet det er i aksjemarkedet. For Econa og Varehandel er resultatene robuste for hhv. $\sigma_A < 0,19$ og $\sigma_A < 0,25$.

uberørt av renteøkning. Nyttten faller imidlertid for alle profiler dersom rentenivået er tilstrekkelig høyt.

Dersom man kun varierer den risikofrie renten, og ikke forventet avkastning i aksjemarkedet, vil også risikopremien variere. Fra finansteori er det urimelig å ikke kunne forvente en risikopremie dersom man påtar seg systematisk risiko. Vi vurderer derfor også tilfellet der både risikofri rente og forventet aksjeavkastning varieres simultant, mens risikopremien holdes konstant lik $\mu - r_f = 0,04$. Dersom både risikofri rente og forventet aksjeavkastning øker, vil innskuddsprofiler med høy aksjeeksponering fremstå som mindre attraktive. Årsaken er at risikofri rente øker relativt mer enn forventet aksjeavkastning. For Econa er resultatene robuste inntil kombinasjonen $\mu = 0,09$ og $r_f = 0,05$, mens Varehandel er robust inntil kombinasjonen $\mu = 0,12$ og $r_f = 0,08$. Dersom begge variablene reduseres vil 100 % aksjer være mer attraktivt enn ved referanseparametrene, ettersom risikofri rente reduseres relativt mer enn forventet aksjeavkastning.

8.1.3 Inflasjon

Størrelsen på forventet årlig inflasjon er irrelevant for porteføljevalg, ettersom alle innskuddsprofilene diskonteres med samme sats. Å justere volatiliteten eller styrken på mean reversion i forventet inflasjonsutvikling, har heller ingen betydningsfull påvirkning på resultatene. Forutsetningene for inflasjonsutviklingen har derimot stor betydning for nåverdiberegningene og kronebeløpet som rapporteres. Dette er imidlertid ikke hovedfokuset for denne utredningen.

8.1.4 Parametre for utvikling i arbeidsinntekt

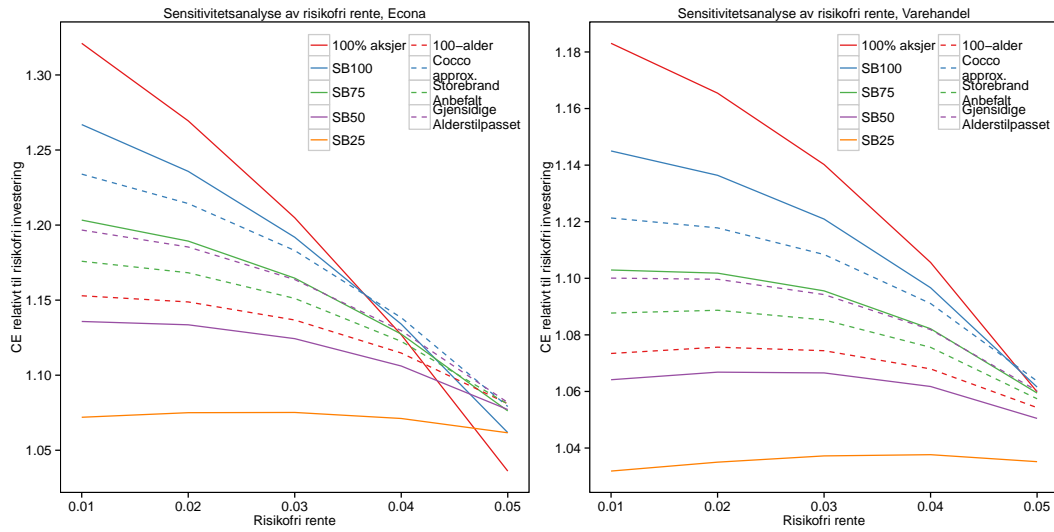
Dersom forventet G-vekst holdes fast på 4 %, vil en høyere forventet vekst i arbeidsinntekt medføre at innskuddspensjonen vil utgjøre en større andel av totalpensjonen. Årsaken er at pensjonsopptjening i folketrygden begrenses ved 7,1 G. 100 % aksjer gir høyest forventet nytte for alle yrkesgruppene, for alle rimelige nivåer av forventet årlig lønnsvekst (2-6 %). 100 % aksjer er imidlertid relativt mindre attraktivt sammenlignet med nedtrappingsprofiler desto høyere forventet årlig lønnsvekst man legger til grunn. De relative forskjellene og rangeringen av sikkerhetsekvivalentene er nær upåvirket av endringer i styrken på mean reversion.

I likhet med Benzoni mfl. (2007) finner vi at å øke volatiliteten i arbeidsinntekt gir to motvirkende effekter. Dersom risikoen i arbeidsinntekt øker, stiger også den to-

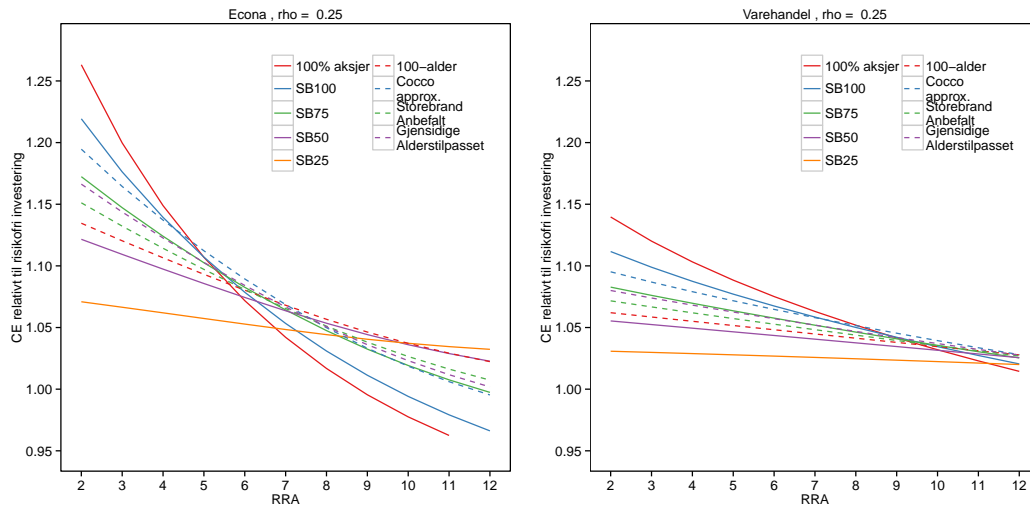
tale risikoen for pensjonsbeholdningen. Denne effekten isolert sett, gjør det mindre attraktivt å investere innskuddspensjonen i aksjer. På en annen side oppstår det en etterspørsel etter diversifisering. Ettersom utviklingen i aksjemarkedet og arbeidsinntekten ikke er perfekt korrelert, kan man diversifisere bort noe av risikoen i arbeidsinntekt ved å investere en større andel av innskuddspensjonen i aksjer. For Econa finner vi at sikkerhetsekvivalenten for 100 % aksjer øker, relativt til risikofri investering, helt frem til $\sigma_Y = 0,06$. Følgelig er ikke økt volatilitet i lønnsvekst et gyldig argument for lavere aksjeandel i innskuddsporteføljen.

Benzoni mfl. finner liten korrelasjon mellom lønn og aksjer på kort sikt, men finner at de på lang sikt vil korrelere. I likhet med Viceira (2001) vurderer vi to tilfeller: $\rho_{AY} = 0$ og $\rho_{AY} = 0,25$. Vi antar at utviklingen i både grunnbeløpet og lønn for hver av yrkesgruppene påvirkes av endringen.³⁵ Ved høy korrelasjon mellom arbeidsinntekt og aksjemarked reduseres risikoviljen i investeringsvalg, ettersom den totale porteføljerisikoen øker. Årsaken er at effekten av diversifisering reduseres. En innskuddsprofil investert i 100 % aksjer fremstår dermed som mindre attraktiv enn dersom man antar null korrelasjon. Ved å sammenligne resultatene i Figur 11 med de i Figur 5, finner vi at skjæringspunktet mellom 100 % aksjer og nedtrappingsprofilene inntreffer for lavere nivåer av RRA dersom arbeidsinntekt og aksjemarked korrelerer. Forskjellen er imidlertid ikke stor. En viktigere effekt er at kostnaden ved suboptimale porteføljevalg reduseres. Denne effekten illustreres ved at linjene i figuren ligger tettere på hverandre. Vi finner likevel at resultatene er robuste for høyere antatt korrelasjonskoeffisient mellom arbeidsinntekt og aksjemarked.

³⁵Utviklingen i grunnbeløpet vil trolig ikke korrelere like mye med aksjemarkedet som lønnsutviklingen for den enkelte yrkesgruppen. Effekten av økt korrelasjon på porteføljevalg er dermed overdrevet.



Figur 10: Sensitivitetsanalyse av risikofri rente. Innskuddsprofiler med høy aksjeandel fremstår relativt mindre attraktive sammenlignet med risikofri plassering dersom renten økes. Porteføljevalg for lavtlønnede yrkesgrupper er mer robust for endringer i risikofri rente enn høytlønnede yrkesgrupper.



Figur 11: Sikkerhetsekvivalenter ved ulike nivåer av risikoaversjon med $\rho_{AY} = 0,25$. Ved høy korrelasjon mellom arbeidsinntekt og aksjemarkedet reduseres risikoviljen i investeringsvalg. Økt totalrisiko medfører også at sikkerhetsekvivalentene er lavere for alle nivåer av RRA.

8.2 Mulige utvidelser og forbedringer

Vi vurderer et statisk porteføljeproblem og finner hvilken innskuddsprofil som er fornuftig å velge for en investor i starten av sin arbeidskarriere. Det forutsettes at den valgte strategien følges i hele spareperioden. I realiteten kan imidlertid investorer foreta beslutninger dynamisk gjennom livet, for å tilpasse seg endringer i livssituasjon og preferanser. Aarbu og Schroyen (2009) og Pålsson (1996) finner at eldre menn i henholdsvis Norge og Sverige, har høyere risikoaversjon enn yngre menn. Dette kan tale for aldersavhengig nedtrapping av aksjeandelen i innskuddspensjonen. Konstant relativ risikoaversjon fanger per definisjon ikke opp slike preferanser.

Cairns mfl. (2006) finner en optimal strategi for dynamisk aktivaallokering i innskuddspensjon, og sammenligner strategien med deterministiske nedtrappingsprofiler. De finner at investorer kan oppnå signifikant høyere nytte ved å adaptere en stokastisk alderstilpasset porteføljestrategi. Et flerperiodisk porteføljeproblem kunne vært løst ved hjelp av dynamisk stokastisk programmering, men ville komplisert problemstillingen betydelig. Bodie mfl. (1992) påpeker at investorer med fleksibelt arbeidstilbud har bedre mulighet til å påta seg høyere porteføljerisiko. Dersom aksjemarkedet opplever et kraftig fall, kan unge investorer tilpasse seg slik at de likevel oppnår en tilfredstillende pensjonsbeholdning. Valg av arbeidsinnsats, utdanning og familiestørrelse er eksempler på slike tilpasninger. Vi oppfordrer fremtidig forskning til å inkorporere disse og andre realistiske komplikasjoner inn i modellen.

Vi vurderer heller ikke effekten av konsum eller annen privat sparing underveis. Til tross for at konsumnivået ikke påvirker beløpet man får fra innskuddspensjon og folketrygd, påvirker det nivået av privat sparing. Inkludering av privat sparing i modellen vil ha en uklar effekt på optimal innskuddsprofil. Ved å inkludere privat pensjonssparing vil innskuddspensjonen utgjøre en mindre andel av total pensjonskapital. Som diskutert tidligere taler det for en høyere aksjeandel i innskuddspensjonen. Denne effekten avhenger imidlertid av hvor den private spareporteføljen er investert. Dersom mye av det private sparebeløpet er investert i aksjemarkedet, taler det isolert sett for å redusere aksjeandelen i innskuddspensjonen. Årsaken er at man ønsker å balansere den totale aksjeeksponeringen. Virkningen av å inkludere privat pensjonssparing er dermed tvetydig. En utvidet modell kunne i tillegg inkorporert komplikasjoner slik som arv og bolig. I så tilfelle vil innskuddspensjonen utgjøre en mindre andel av total formue, og taler for mer risikable porteføljevalg i innskuddspensjonen. Nettoeffekten vil imidlertid avhenge av antatt korrelasjonskoeffisient mellom utviklingen i aksje- og boligmarkedet.

Vi forutsetter en konstant risikofri rente i våre beregninger. Dette skyldes hovedsaklig kompleksiteten forbundet med å modellere fremtidige rentebaner for ulike forfallsdatoer. En velimplementert stokastisk rentemodell ville vært mer realistisk, men ville ikke forandret konklusjonen. Ved å inkludere usikkerhet i renteelementet, vil en risikofri investering tross alt bli mindre attraktiv relativt til aksjer.

Det er uenighet knyttet til hypotesen om at aksjemarkedet følger en geometrisk Brownsk bevegelse. Det finnes nå bevis for at risikopremien i aksjemarkedet er forutsigbar, deriblant Campbell og Shiller (1988) og Fama og French (1988, 1989). Merton (1969, 1971) og Samuelson (1969) viser også at forutsigbarhet i aksjemarkedet påvirker porteføljevalg for en CRRA-investor, med mindre man har risikoaversjon $\gamma = 1$. Campbell og Viceira (1999) finner at tidsvarierende risikopremie øker den gjennomsnittlige etterspørselen etter aksjer og innebærer «timing» av aksjemarkedet. Våre resultater forandres imidlertid ikke dersom man antar at aksjemarkedet heller er «mean reverting». Det vil derimot styrke resultatet om at aksjer er attraktivt for investorer på lang sikt.

9 Konklusjon

I denne utredningen forsøker vi å finne optimal aktivaallokering i innskuddspensjon. Ved å sammenligne ulike tilgjengelige og alternative innskuddsprofiler, finner vi hvilke deterministiske porteføljestrategier som passer for ulike pensjonssparere. Vi finner at flere investorer bør velge en mer aggressiv porteføljestrategi for innskuddspensjonen enn det arbeidsgiver fastsetter som standard. Det kreves urimelig høy risikoaversjon for å rasjonalisere valg av standardprofiler i innskuddspensjon. Til tross for at innskuddsprofiler med automatisk aksjenedtrapping har tiltalende egenskaper, finner vi at pensjonssparere vil dra nytte av å ha en mer aggressiv innskuddsportefølje. For mange investorer vil det være optimalt å investere innskuddspensjonen i 100 % aksjer i hele spareperioden. Årsaken er at folketrygden implisitt kan anses som et nokså risikofritt aktivum, som utgjør en stor andel av den totale pensjonsbeholdningen. Flertallet av nedtrappingsprofilene som tilbys i dag er kun å foretrekke for svært risikoaverse investorer. Vi foreslår derfor alternative porteføljestrategier som vil være bedre valg for investorer med middels-høy risikoaversjon. Strategiene vi foreslår bør dessuten være enkle å implementere for tilbyderne.

Resultatene er robuste for endringer i en rekke parametre. Vi finner imidlertid at høytlønnede er mer sensitive for endringer i parametrene enn lavtlønnede yrkesgrupper. Vi utelukker derfor ikke at det for enkelte kan være optimalt å investere innskuddspensjonen i en profil med nedtrapping, men da med en høyere aksjeandel enn dagens standard på 50 prosent.

Resultatene våre føyer seg inn i rekken av litteratur som omhandler «the equity premium puzzle». Vi finner at det kreves urimelig høy risikoaversjon for å rasjonalisere valg av standardprofiler i innskuddspensjon. Hvorfor mange investorer da ikke endrer på innskuddsprofilen sin forblir uklart. Vi oppfordrer fremtidig forskning til å undersøke hvorfor investorer har et så passivt forhold til innskuddspensjonen sin, og i så fall om oppførselen kan rasjonaliseres ved bruk av mer deskriptive nyttefunksjoner. I tillegg er det interessant å undersøke hvilke argumenter arbeidsgivere vektlegger når de fastsetter standard innskuddsprofil for sine ansatte. Det er nærliggende å tro at arbeidsgivere velger konservative standardporteføljer ettersom de selv har liten oppside ved å velge profiler med høyere risiko for sine ansatte. Dette er interessante spørsmål, og overlates til fremtidig forskning.

Kilder

- Ahlgrim, K. C., D'Arcy, S. P. & Gorvett, R. W. (2005). Modeling financial scenarios: a framework for the actuarial profession. I *Proceedings of the casualty actuarial society* (Bd. 92, 177, s. 177–238). Casualty Actuarial Society Arlington, VA.
- Altinn. (2013). Obligatorisk tjenestepensjon. Hentet 23. oktober 2014, fra <https://www.altinn.no/no/Starte-og-drive-bedrift/Registrere/Forsikring-og-pensjon/Hva-er-Obligatorisk-tjenestepensjon/>
- Arbeids- og sosialdepartementet. (2007). Opptjening og uttak av alderspensjon i folketrygden. Hentet fra <http://www.regjeringen.no/nb/dep/asd/dok/regpubl/stmeld/20062007/stmeld-nr-5-2006-2007-/6.html?id=408368>
- Arbeids- og sosialdepartementet. (2008). Arbeidsmarkedstiltak. Hentet 20. oktober 2014, fra <http://www.regjeringen.no/nb/dep/asd/tema/arbeidsmarkedspolitikk/midtpalte/arbeidsmarkedstiltak.html?id=86897>
- Benartzi, S. & Thaler, R. H. (1995). Myopic loss aversion and the equity premium puzzle. *The quarterly journal of Economics*, 110(1), 73–92.
- Benzoni, L., Collin-Dufresne, P. & Goldstein, R. S. (2005). *Portfolio choice over the life-cycle in the presence of 'trickle down' labor income*. National Bureau of Economic Research.
- Benzoni, L., Collin-Dufresne, P. & Goldstein, R. S. (2007). Portfolio choice over the life-cycle when the stock and labor markets are cointegrated. *The Journal of Finance*, 62(5), 2123–2167.
- Bjørnland, H. C. (2012). Utfordringer i penge - og finanspolitikken for en liten åpen råvareproduserende økonomi. Hentet fra http://www.spekter.no/Global/Rapporter/Eksterne_rapporter/20120126_rapport%20fra%20Hilde%20C.%20Bj%C3%B8rnland.pdf
- Black, F. & Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *The journal of political economy*, 637–654.
- Bodie, Z., Merton, R. C. & Samuelson, W. F. (1992). Labor supply flexibility and portfolio choice in a life cycle model. *Journal of economic dynamics and control*, 16(3), 427–449.
- Brandimarte, P. (2014). *Handbook in monte carlo simulation: applications in financial engineering, risk management, and economics*. Wiley.
- Brennan, M. J. & Xia, Y. (2002). Dynamic asset allocation under inflation. *The journal of finance*, 57(3), 1201–1238.

- Cairns, A. J., Blake, D. & Dowd, K. (2006). Stochastic lifestyling: optimal dynamic asset allocation for defined contribution pension plans. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 30(5), 843–877.
- Camerer, C. F. & Ho, T.-H. (1994). Violations of the betweenness axiom and nonlinearity in probability. *Journal of risk and uncertainty*, 8(2), 167–196.
- Campbell, J. Y., Cocco, J. F., Gomes, F. J. & Maenhout, P. J. (2001). Investing retirement wealth: a life-cycle model. I *Risk aspects of investment-based social security reform* (s. 439–482). University of Chicago Press.
- Campbell, J. Y. & Shiller, R. J. (1988). The dividend-price ratio and expectations of future dividends and discount factors. *Review of financial studies*, 1(3), 195–228.
- Campbell, J. Y. & Viceira, L. M. (1999). Consumption and portfolio decisions when expected returns are time varying. *Quarterly Journal of Economics*, 114(2).
- Campbell, J. Y. & Viceira, L. M. (2002). *Strategic asset allocation: portfolio choice for long-term investors*. Oxford University Press.
- Cocco, J. F., Gomes, F. J. & Maenhout, P. J. (2005). Consumption and portfolio choice over the life cycle. *Review of financial Studies*, 18(2), 491–533.
- Dimson, E., Marsh, P. & Staunton, M. (2011). Equity premiums around the world.
- Dixit, A. K. & Pindyck, R. S. (1994). *Investment under uncertainty*. Princeton university press.
- Fama, E. F. & French, K. R. (1988). Dividend yields and expected stock returns. *Journal of financial economics*, 22(1), 3–25.
- Fama, E. F. & French, K. R. (1989). Business conditions and expected returns on stocks and bonds. *Journal of financial economics*, 25(1), 23–49.
- Finansdepartementet. (2006). *Obligatorisk tjenestepensjon innføres i 2006*.
- Fredriksen, D. & Stølen, N. M. (2011). Utforming av ny alderspensjon i folketrygden.
- Gomes, F. & Michaelides, A. (2005). Optimal life-cycle asset allocation: understanding the empirical evidence. *The Journal of Finance*, 60(2), 869–904.
- Haberman, S. & Vigna, E. (2002). Optimal investment strategies and risk measures in defined contribution pension schemes. *Insurance: Mathematics and Economics*, 31(1), 35–69.
- Kahneman, D. & Tversky, A. (1979). Prospect theory: an analysis of decision under risk. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 263–291.
- Kim, B. & Solon, G. (2005). Implications of mean-reverting measurement error for longitudinal studies of wages and employment. *Review of Economics and Statistics*, 87(1), 193–196.
- Kirkebøen, L. J. (2010). Forskjeller i livsløpsinntekt mellom utdanningsgrupper.

- Kritzman, M. (1994). What practitioners need to know about time diversification. *Financial Analysts Journal*, 14–18.
- Lee, H.-Y. & Wu, J.-L. (2001). Mean reversion of inflation rates: evidence from 13 oecd countries. *Journal of Macroeconomics*, 23(3), 477–487.
- Lovdata. (2005). Lov om obligatorisk tjenestepensjon. Hentet 23. oktober 2014, fra <http://lovdata.no/dokument/NL/lov/2005-12-21-124>
- Malkiel, B. G. (1999). *A random walk down Wall Street: including a life-cycle guide to personal investing*. WW Norton & Company.
- Mehra, R. & Prescott, E. C. (1985). The equity premium: a puzzle. *Journal of monetary Economics*, 15(2), 145–161.
- Merton, R. C. (1969). Lifetime portfolio selection under uncertainty: the continuous-time case. *The review of Economics and Statistics*, 247–257.
- Merton, R. C. (1971). Optimum consumption and portfolio rules in a continuous-time model. *Journal of economic theory*, 3(4), 373–413.
- Merton, R. C. (1973). Theory of rational option pricing. *The Bell Journal of economics and management science*, 141–183.
- NAV. (2011). § 20-11 garantipensjon - beholdning. Hentet 30. september 2014, fra <https://www.nav.no/rettskildene/Rundskriv/%C2%A7+20-11+Garantipensjon+-+beholdning.265255.cms>
- NAV. (2014). Forholdstall og delingstall. Hentet 29. september 2014, fra <https://www.nav.no/no/Person/Pensjon/Alderspensjon/Relatert+informasjon/Forholdstall+og+delingstall.353457.cms>
- Norges Bank. (2001). Inflasjonsmål-hvordan settes renten. Hentet 17. oktober 2014, fra <http://www.norges-bank.no/Publisert/Artikler-og-kronikker/art-2001-05-29html/>
- Norges Bank. (2014). Styringsrenten uendret på 1,5 prosent. Hentet fra <http://www.norges-bank.no/Publisert/Pressemeldinger/2014/Pressemelding-23-oktober/>
- Pålsson, A.-M. (1996). Does the degree of relative risk aversion vary with household characteristics? *Journal of economic psychology*, 17(6), 771–787.
- Regjeringen. (2014a). Folketrygden. Hentet 26. september 2014, fra <http://www.regjeringen.no/nb/dep/asd/dok/nouer/1999/nou-1999-6/6/2.html?id=351665>
- Regjeringen. (2014b). Ny modell for alderspensjon i folketrygden. Hentet 29. september 2014, fra <http://www.regjeringen.no/nb/dep/asd/dok/regpubl/stmeld/20062007/stmeld-nr-5-2006-2007-/5.html?id=408343>
- Rieger, M. O. & Wang, M. (2004). Cumulative prospect theory and the St. Petersburg paradox. *Economic Theory*, 28(3), 665–679.
- Rieger, M. O., Wang, M. & Hens, T. (2011). Prospect theory around the world.

-
- Rubinstein, R. Y. & Kroese, D. P. (2011). *Simulation and the monte carlo method*. John Wiley & Sons.
- Samuelson, P. A. (1963). Risk and uncertainty – a fallacy of large numbers. *Scientia*, 98(612), 108.
- Samuelson, P. A. (1969). Lifetime portfolio selection by dynamic stochastic programming. *The review of economics and statistics*, 239–246.
- Samuelson, P. A. (1994). The long-term case for equities. *The Journal of Portfolio Management*, 21(1), 15–24.
- Shiller, R. J. (2005). *The life-cycle personal accounts proposal for social security: a review*. National Bureau of Economic Research.
- Sparebank 1. (2011). *Forsikringsvilkår for innskuddsbasert tjenestepensjon*.
- Statens Pensjonskasse. (2014). Regulering av pensjon. Hentet 12. september 2014, fra <https://www.spk.no/Ord-og-uttrykk-om-pensjon/Regulering-av-pensjon/>
- Storebrand. (2014). Storebrand ordliste. Hentet 23. oktober 2014, fra http://www.storebrand.no/Storebrand/Internett/stb_ordliste.nsf/Ordlisten?OpenView&RestrictToCategory=P
- Tversky, A. & Kahneman, D. (1992). Advances in prospect theory: cumulative representation of uncertainty. *Journal of Risk and uncertainty*, 5(4), 297–323.
- Tversky, A. & Wakker, P. (1995). Risk attitudes and decision weights. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1255–1280.
- Vasicek, O. (1977). An equilibrium characterization of the term structure. *Journal of financial economics*, 5(2), 177–188.
- Viceira, L. M. (2001). Optimal portfolio choice for long-horizon investors with non-tradable labor income. *The Journal of Finance*, 56(2), 433–470.
- Aarbu, K. & Schroyen, F. (2009). Mapping risk aversion in Norway using hypothetical income gambles. *NHH Dept. of Economics Discussion Paper*, (13).