NORGES HANDELSHØYSKOLE

Bergen, vår 2015

Strukturerte spareprodukter

Det er ikke gull alt som glimrer

Erlend Jarl Osland

Veileder: Petter Bjerksund

Masterutredning i fordypningsområdet: Finansiell økonomi

NORGES HANDELSHØYSKOLE

Executive Summary

Strukturerte spareprodukter er investeringsprodukter konstruert og utstedt av banker. Flere strukturerte spareprodukter har blitt kritisert for å være dyre og uoversiktlige, samt å ha misvisende prospekter. I denne oppgaven analyseres tre strukturerte spareprodukter utstedt av Nordea, med hensyn til verdien og avkastningsprofilen til produktene. Resultatene sammenlignes med tilsvarende informasjon fra prospektene.

Ved hjelp av modifiserte utgaver av Black'76 opsjonsprisingsformel og Monte Carlo-simuleringer estimeres verdiene til de tre produktene. Resultatene viser at alle produktene har lavere verdi enn det som oppgis i prospektene. Spesielt Nordea Warrant Amerikanske Aksjer og Nordea Aksjekupong Oljeservice skiller seg ut negativt. Nordea Aksjebuffer Europa Eksport gjør det noe bedre, men også verdien av denne er lavere enn prospektverdien. Differansen mellom prospektverdien og verdien estimert i oppgaven innebærer et skjult gebyr for kundene.

Videre analyseres produktenes avkastningsprofiler ved bruk av Monte Carlo-simuleringer. For Nordea Warrant Amerikanske Aksjer er den forventede årlige avkastningen som blir oppgitt i prospektet relativt lik funnene i oppgaven. For de to andre produktene estimeres den forventede årlige avkastningen til vesentlig lavere enn det som står i prospektet.

Ut ifra resultatene i oppgaven konkluderes det med at produktene ikke er så gode som Nordea hevder. Kritikken rundt strukturerte spareprodukter om misvisende prospekter kan derfor sies å være berettiget for disse produktene.

Forord

Denne utredningen er skrevet som en avsluttende del av masterstudiet ved Norges Handelshøyskole. Utredningen tar for seg strukturerte spareprodukter, med en analyse av både produktenes verdi og forventet avkastning. Det forutsettes at leseren har grunnleggende kunnskaper innen opsjonsteori.

Arbeidet med utredningen har vært en lang prosess, som både har vært utfordrende og lærerik. Å kombinere tidligere opparbeidet kunnskap med utforskning av nye teorier og metoder, og å bruke dette til å produsere noe eget, har vært svært givende. Det er fint å sitte igjen med en følelse av å ha produsert noe som kan være til nytte for andre.

Jeg vil gjerne rette en stor takk til min veileder, professor Petter Bjerksund, som har vært veldig hjelpsom under arbeidet og har kommet med gode og konstruktive tilbakemeldinger.

Norges Handelshøyskole

Bergen, Juni 2015

____

Erlend Jarl Osland

Innholdsfortegnelse

1. Innledning

Introduksjon

Strukturerte spareprodukter er en samlebetegnelse for investeringsprodukter satt sammen av flere finansielle instrumenter. Produktene blir utstedt av banker, som bestemmer hvilke egenskaper de skal ha i form av risikonivå, avkastningsmuligheter, investeringshorisont og hvilke aktivaklasser investeringen skal være koblet mot (Nordea, 2015d).

I Norge har strukturerte spareprodukter fått et frynsete rykte. Produktene som har blitt tilbudt har ofte blitt kritiserte for å være dyre, uoversiktlige og med misvisende prospekter. De første produktene ble introdusert i 1996 av Spax Management, DnB Nor og Sparebanken 1 (Pihl, 2012). Kort tid etter kritiserte tidsskriftet Dine Penger produktene, med konklusjoner som «Nå gliser de fett på DnB Investors kontor på Aker Brygge» (Pihl, 2012). Likevel økte tilbudet av strukturerte produkter de neste årene, og flere av produktene ble fremstilt som aksjesparing uten risiko (Pihl, 2012). I 2000 ble småsparer Ivar Petter Røeggen invitert til et salgsmøte med DnB Nor, og endte opp med å investere i to lånefinansierte produkter. Denne hendelsen skulle vise seg å ha stor betydning for den videre oppfattelsen av strukturerte spareprodukter. Produktene ble forespeilet å være risikofrie, men Røeggen endte likevel opp med et tap på investeringene. Etter mange runder i rettssystemet vant Røeggen endelig frem mot DNB i Høyesteretten i 2013, og DNB ble dømt til å betale Røeggen en erstatning på 230 000 kroner (Hultgreen and Lundervold, 2013). Avgjørelsen åpnet for at tusenvis av andre saker skulle vurderes, der medholdsakene typisk inneholdt en lånefinansiering, feil i prospektet og skjev fremstilling av produktet (Wig, 2013). Likevel var det flere småsparere som ikke fikk erstatning for tapene sine, til tross for svært liknende saker som Røeggen-saken (Bjerksund, 2014).

Selv om de strukturerte spareproduktene i Norge har fått mye kritikk, kan de være attraktive produkter dersom de tilbys til riktig pris og ved rettferdige premisser. Felles for alle strukturerte spareprodukter er at de er satt sammen som en pakke av ulike verdipapirer, som for eksempel obligasjoner og ulike typer opsjoner. Dette gir kundene muligheten til å få skreddersydd spareprodukter etter deres risiko- og avkastningsprofil, som ellers kunne være vanskelig for dem å oppnå ved rene aksje-, fond- eller obligasjonsinvesteringer. Det kan også gjøre det enklere for småsparere å få tilgang til utenlandske og eksotiske verdipapirer, som vanligvis ikke er tilgjengelig for allmennheten.

Tidligere var de fleste av de strukturerte spareproduktene som ble tilbudt i Norge av typen garanterte spareprodukter, som skulle gi investoren et garantert beløp ved forfall, i tillegg til en potensiell mulighet for høyere avkastning. Den potensielle avkastningen kan for eksempel knyttes til utviklingen i en aksjeindeks, og produktet kan da kalles en aksjeindeksobligasjon. I dag er det få aksjeindeksobligasjoner som tilbys i Norge. Trolig er dette forårsaket av blant annet det frynsete ryktet produktene har fått etter Røeggen-saken. I stedet har bankene startet å tilby nye typer strukturerte produkter. Disse kalles blant annet warranter, aksjebuffere, aksjekuponger, kupongsertifikater, rentebevis og lignende. Noen av dem har flere av de samme elementene som aksjeindeksobligasjoner, mens andre er bygd opp på en helt annen måte.

Problemstillinger

Denne oppgaven tar for seg tre ulike typer strukturerte produkter som ble tilbudt av Nordea i starten av 2015: en warrant, en aksjebuffer og en aksjekupong. Oppgavens fokus ligger på kritikken av strukturerte produkter og deres prospekter, hvor det hevdes at prospektene gir feilaktige opplysninger som gir et skjevt bilde av produktene. Utredningen analyserer om denne kritikken er gjeldene for de utvalgte produktene. Dette vil undersøkes ved følgende problemstillinger:

1. Hva er verdien til de tre strukturerte produktene, og hvordan avviker verdien fra prospektestimatet?
2. Hvilken avkastning kan man forvente av produktene, og hvordan er avkastningsprofilen til produktene i forhold til det som opplyses i prospektene?

Struktur, metodologi og litteratur

Kapittel 2 tar for seg oppbyggingen av strukturerte produkter. Den første delen omhandler teorien bak oppbyggingen til en aksjeindeksert obligasjon, og er basert på en artikkel i tidsskriftet Praktisk økonomi & finans av Bjerksund, Carlsen og Stensland (1999). Der vises det hvordan man kan finne en tilnærmet verdi av en aksjeindeksert obligasjon ved å anvende og fortolke Black'76 opsjonsprisformel. Selv om det ikke analyseres noen aksjeindekserte obligasjoner i denne oppgaven, er metoden anvendbar for både warranter og aksjebuffere, ved enkelte formeljusteringer. Den andre delen av kapittelet tar for seg oppbyggingen av aksjekuponger. I motsetning til warranter og aksjebuffere, er aksjekuponger konstruert på en helt annen måte enn aksjeindekserte obligasjoner, og Black'76 opsjonsprisformel kan derfor ikke anvendes. En alternativ måte å verdsette aksjekuponger på, er å benytte seg av Monte Carlo-simuleringer.

Monte Carlo-simuleringsmetoder er en sentral del av kapittel 3. Først belyses aksjekursens bevegelse og antakelsene som ligger til grunn for å kunne modellere den. Denne delen er i hovedsak basert på boka «Options, Futures and Other Derivatives» av Hull (2009). Deretter gjennomgås selve Monte Carlo-simuleringsmetoden, og hvordan den kan brukes til å verdsette strukturerte produkter. Til slutt i kapittel 3 vises det hvordan Monte Carlo-simuleringer kan benyttes til å analyse avkastningsprofilen til strukturerte produkter. Teoridelen om Monte Carlo-simuleringsmetoden er både basert på bøkene til Wilmott (1998) og McDonald (2013) om derivater, og «Monte Carlo Methods in Finance» av Jäckel (2002).

Kapittel 4 inneholder selve analysen av de tre strukturerte produktene. For hvert produkt skal det beregnes ulike parametere, og derfor forklares metodene for å beregne disse parameterne i starten av kapittelet. Deretter analyseres hvert produkt i hvert sitt delkapittel. Analysen av hvert produkt inneholder først en beregning av parameterne som skal benyttes. Den nødvendige informasjonen for å beregne parameterne er hentet fra ulike årsrapporter og nettsider som blant annet Yahoo Finance, Google Finance, Eurex, Bloomberg, Norges Bank og Nordnet. Videre utføres verdsettelsen av produktet ved bruk av en modifisert Black´76 opsjonsprisingsformel og/eller Monte Carlo-simuleringer. I tillegg benyttes en sensitivitetsanalyse til å belyse hvor kritisk valget av parametere er for verdien til produktet. Til slutt utføres Monte Carlo-simuleringer for å analyse avkastningsprofilen til det aktuelle produktet.

Resultatene oppsummeres i kapittel 5. Her besvares problemstillingen, og de endelige konklusjonene presenteres.

Resultater og konklusjoner

Beregningene i oppgaven viser at de tre produktene har en lavere verdi enn det som oppgis i prospektene. For en investering på 10 000 kroner har warranten en verdi på 7 788 kroner, aksjebufferen har en verdi på 9 199 kroner og aksjekupongen er verdt 8 418 kroner. I prospektene oppgis det at warranten har en verdi på 9 000 kroner, aksjebufferen er verdt 9 550 kroner og aksjekupongen er verdt 9 625 kroner. Differansen mellom det prospektet oppgir og den verdien som kommer frem i oppgaven, vil være et skjult gebyr for kunden som går til Nordea eller deres underleverandør. I tillegg viser beregningene at produktene har en lavere forventet avkastningen enn det prospektene oppgir. Warranten er et unntak, hvor den forventede årlige avkastningen i prospektet er relativt lik det beregningene i oppgaven viser. For aksjebufferen og aksjekupongen er det derimot en oppsiktsvekkende stor forskjell, hvor den forventede årlige avkastningen ut ifra beregningene i oppgaven nesten er halvparten av det som prospektet forespeiler.

Selv om det er usikkerhet knyttet til parameterne som brukes i analysen av produktene, er det likevel mye som tyder på at kritikken mot strukturerte produkter er gjeldende for disse tre produktene. Prospektenes bilde av produktene synes å være basert på relativt optimistiske antagelser, som gjør at de fremstår bedre enn de kanskje er.

2. Oppbygging og verdsettelse av strukturerte produkter

Oppgaven tar for seg en warrant, en aksjebuffer og en aksjekupong utstedt av Nordea. Warranter og aksjebuffere har flere felles elementer med aksjeindekserte obligasjoner. Derfor er det mulig å verdsette dem med samme tilnærmingsmåte som for aksjeindekserte obligasjoner, om det gjøres noen justeringer. Jeg kommer derfor til å ta for meg oppbyggingen av aksjeindekserte obligasjoner og vise hvordan de kan verdsettes. Dette gjøres i kapittel 2.1, og er basert på Bjerksund, Carlsen og Stensland (1999). Jeg vil også vise hvordan metoden kan tilpasses til warranter og aksjebuffere. Aksjekuponger er bygd opp på en helt annen måte enn de andre produktene, og det er derfor ikke mulig å bruke samme metode for å verdsette dem. Oppbyggingen og verdsettelsesmetoden for aksjekuponger beskrives i kapittel 2.2.

2.1 Warranter og aksjebuffere: tilpasninger av aksjeindekserte obligasjoner

En aksjeindeksert obligasjon kan betraktes som en sammensetning av to komponenter: et sikkert fremtidig krav, og en usikker del som tilsvarer et bestemt antall opsjoner. Den første delen kan verdsettes ved risikofri diskontering, mens en tilnærmet verdi av den andre delen kan beregnes ved Black`76 opsjonsprisingsformel.

Vi tar utgangspunkt i at underliggende er en enkelt indeks. Den underliggende indeksen har verdi q(0) på tidspunkt null, mens den har et usikkert fremtidig beløp $\tilde{q}(T)$ på tidspunkt T. Da utstederen lover at man er garantert å få tilbake det investerte beløpet, og i tillegg får avkastning basert på utviklingen i underliggende indeks, kan den fremtidige verdien av obligasjonen uttrykkes slik:

$$\tilde{B}(T) = B(0)\left(1 + maks\left\{\frac{\tilde{q}(T) - q(0)}{q(0)}, 0\right\}\right) \qquad (2.1)$$

hvor B(0) er det opprinnelig investerte beløp. Dette kan også uttrykkes slik:

$$\tilde{B}(T) = B(0) + \frac{B(0)}{q(0)} maks\{\tilde{q}(T) - q(0), 0\} \qquad (2.2).$$

Det første leddet på høyresiden i likningen tolkes som den garanterte summen man får tilbakebetalt, som er lik det opprinnelig investerte beløp. Det andre leddet kan tolkes som $\frac{B(0)}{q(0)}$

antall europeiske callopsjoner med indeksen som underliggende, hvor hver callopsjon har forfall T og strike q(0). Dermed kan produktet betraktes som en risikofri plassering, kombinert med callopsjoner på den underliggende indeksen.

Warranter fungerer på tilsvarende måte som opsjoner, og derfor vil de også kunne betraktes ut ifra Black`76 opsjonsprisingsformel. Verdien av en warrant kan uttrykkes på tilsvarende måte som en aksjeindeksert obligasjon, bortsett fra at man ikke er sikret tilbakebetaling av det investerte beløpet. Matematisk kan fremtidig verdi av warranten uttrykkes ved:

$$\widetilde{W}(T) = B(0) * maks\left\{\frac{\tilde{q}(T) - q(0)}{q(0)}, 0\right\} \qquad (2.3)$$

hvor vi kjenner igjen $B(0)$, $\tilde{q}(T)$ og $q(0)$ fra likning (2.1) og (2.2). For å veie opp for at man ikke har kapitalsikring på det investerte beløpet, gir warranter typisk en høyere avkastning ved at man tilfører en avkastningsfaktor, som multipliseres med utviklingen i den underliggende indeksen.

Aksjebuffere er også strukturert på en måte som minner om aksjeindekserte obligasjoner, men det er likevel noen sentrale forskjeller. På samme måte som for aksjeindekserte obligasjoner er aksjebufferen satt sammen av et bestemt antall opsjoner, samtidig som det inneholder et fremtidig krav som nesten er sikkert. Med dette menes det at det fremtidige kravet er sikkert så lenge den underliggende indeksen ikke faller under en bestemt barriere. Om dette skulle skje, vil utbetalingen igjen være knyttet til indeksen, og dermed får man et tap på det «sikrede» kravet tilsvarende fallet i indeksen. På samme måte som for warranter er det vanlig at aksjebufferne har en avkastningsfaktor som multipliseres med opsjonselementet dersom indeksen styrker seg, som dermed gir en høyere avkastning.

Ettersom både aksjebuffere og warranter kan betraktes ut ifra de samme karakteristikkene som for aksjeindekserte obligasjoner, vil jeg videre bare ta for meg oppbyggingen av aksjeindekserte obligasjoner. Dette vil likevel være anvendbart for både aksjebuffere og warranter, da de har samme oppbygging, bare uten et sikret fremtidig krav eller med et delvis sikret fremtidig krav.

For et velfungerende marked uten arbitrasjemuligheter må verdien av en kombinasjon av posisjoner være lik summen av verdiene i hver enkelt posisjon. Dette kalles verdiadditivitet. Ettersom aksjeindeksobligasjonen består av en risikofri plassering og et opsjonselement, må verdien av aksjeindeksobligasjonen tilsvare summen av verdiene for de to enkelte komponentene. Dette kan uttrykkes slik:

$$V_0[\tilde{B}(T)] = V_0[B(0)] + \frac{B(0)}{q(0)} V_0[maks\{\tilde{q}(T) - q(0), 0\}] \quad (2.4)$$

hvor V_0 er dagens markedsverdi.

Første ledd er verdien av et risikofritt krav, som kan finnes ved å neddiskontere med renten r over tiden T. Dermed har vi $V_0[B(0)] = e^{-rT}B(0)$. Det andre leddet er verdien av de europeiske callopsjonene, med forfall T. Her er fremtidens verdi av indeksen $\tilde{q}(T)$ underliggende aktivum, mens dagens verdi av indeksen q(0) er strike. Om vi antar at forutsetningene bak Black & Scholes (og da også Black`76) formelen holder, kan den aksjeindekserte obligasjonens markedsverdi gis ved dette uttrykket:

$$V_0[\tilde{B}(T)] = e^{-rT}[B(0)] + B(0)\{e^{-\delta T}N(d_1) - e^{-rT}N(d_2)\} \quad (2.5)$$

hvor N(.) er den kumulative sannsynlighetsfunksjonen for en standard normalfordelt variabel, og d_1 og d_2 er gitt ved:

$$d_1 = \frac{\left(r - \delta + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \; og \; d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T} \quad (2.6),$$

og volatiliteten er definert ved $\sigma T^2 = Var_0\left[\ln\left(\frac{\tilde{q}(T)}{q(0)}\right)\right]$. Som vi ser fra likning (2.5) er det kun opsjonselementet som påvirkes av dividenderaten δ og volatiliteten σ. Fra finansteori vet man at europeiske callopsjoner har økende verdi for økt volatilitet, mens verdien er synkende for høyere dividenderate. Dermed vil verdien av den aksjeindekserte obligasjonen øke ved økt volatilitet og falle ved økt dividenderate.

Aksjeindekserte obligasjoner er ofte knyttet til utenlandske indekser. Dersom man skulle gjort en direkte investering i en utenlandsk aksjeindeks ville man vært utsatt for to typer risiko: risikoen ved indeksutviklingen og risikoen ved valutakursutviklingen. For mange aksjeindekserte obligasjoner er det vanlig å fjerne valutarisikoen. Dette gjøres ved at man lar avkastningen til den aksjeindekserte obligasjonen knytte seg direkte til den fremtidige observerte indeksverdien. Dersom for eksempel den utenlandske indeksen stiger med 20%, vil avkastningen i norske kroner på den aksjeindekserte obligasjonen også være 20%, uavhengig av valutakursutviklingen. Produktet lar dermed investor ha en investering i en fremmed valutakurs uten å være utsatt for valutarisiko, noe som i finanslitteraturen omtales som «quantos» (Bjerksund, Carlsen og Stensland, 1999). Likning (2.4) kan da omskrives til:

$$V_0[\tilde{B}(T)] = V_0[B(0)] + \frac{B(0)}{q(0)^i} V_0\left[maks\{\tilde{q}(T)^i - \; q(0)^i, 0\}\right] \qquad (2.7)$$

hvor $q(0)^i$og $\tilde{q}(T)^i$ er indeksen notert i utlandet på tidspunkt 0 og T. I utgangspunktet kan det virke ubetydelig at man fjerner valutarisikoen, eller man kan se på risikoelimineringen som positiv. Det viser seg derimot at dette påvirker både implisitt dividenderate og implisitt volatilitet, noe som demonstreres i de videre avsnittene.

Fra likning (2.7) ser man at avkastningen til den aksjeindekserte obligasjonen er direkte knyttet til den utenlandske aksjeindeksens fremtidige realisasjon, der $\tilde{q}(T)^i$ er den fremtidige utbetalingen i norske kroner. Terminprisen for en fremtidig utbetaling på $\tilde{q}(T)^i$ norske kroner på tidspunkt T kan uttrykkes som:

$$F_0\left[\tilde{q}^i(T)\right] = e^{(r-\delta)T} q^i(0) \qquad (2.8)$$

hvor δ er implisitt dividenderate. Her kan $(r - \delta)$ tolkes som «cost of carry», mens δ er en «rate of return shortfall». Med «rate of return shortfall» menes differansen mellom avkastningen på den underliggende aksjeporteføljen, og avkastningen på aksjeindeksen. Dersom δ = 0 vil avkastningen på aksjeindeksen fullt ut tilsvare avkastningen til den underliggende aksjeporteføljen. Den implisitte dividenderaten gis ut ifra følgende likning:

$$\delta = \; \delta_i + (r - r_i) + c_{ii} \qquad (2.9).$$

I likning (2.9) er δ_i dividenderaten til den utenlandske aksjeindeksen, $(r - r_i)$ er rentedifferansen mellom inn- og utenlandsrenten og c_{ii} er samvariasjonen mellom de logaritmiske avkastningene til den utenlandske aksjeindeksen og den tilhørende valutakursen. c_{ii} er definert ved:

$$c_{ii}T = Cov_0\left[ln\left(\frac{\tilde{S}_i(T)}{S_i(0)}\right), ln\left(\frac{\tilde{q}^i(T)}{q^i(0)}\right)\right] \qquad (2.10)$$

hvor $S_i(0)$ og $\tilde{S}_i(T)$ er henholdsvis dagens og fremtidens valutakurs. I denne oppgaven antas det at valutakursen er ukorrelert med endringer i aksjeindeksen, noe som også ble lagt til grunn for verdsettelsen i Røeggen-saken. Dermed vil c_{ii} settes som null i likning (2.9).

Gitt at $\tilde{q}^i(T)$ er en lognormal usikker størrelse, kan verdien av den aksjeindekserte obligasjonen verdsettes ut ifra likning (2.5) og (2.6). Den implisitte dividenderate beregnes ut ifra likning (2.9), og vi benytter en volatilitet σ gitt ved:

$$\sigma^2 T = Var_0\left[\ln\left(\frac{\tilde{q}^i(T)}{q^i(0)}\right)\right] \qquad (2.11).$$

Fra likning (2.9) ser man at rentedifferansen $(r - r_i)$ inngår i den implisitte dividenderaten, og inngår således som en «rate of return shortfall» for den underliggende avkastningen. Årsaken til dette er at dersom man ser bort ifra valutakursendringene ved beregning av den underliggende avkastningen, foretas det en implisitt avkastningsswap der hjemmerente byttes med uterente. Om det er en positiv differanse mellom hjemmerenten og uterenten, vil dette tilsvare en situasjon hvor den utenlandske valutaen forventes å styrke seg. Siden en høy rentedifferanse fører til større implisitt dividenderate, og høy dividenderate fører til lavere verdi av aksjeindeksobligasjonen, betyr dette at verdien til aksjeindeksobligasjonen vil bli lavere dersom den tilhørende valutaen er ventet å styrke seg.

Fra likning (2.6) ser vi at også volatiliteten spiller en sentral rolle for verdsettelsen av den aksjeindekserte obligasjonen. Når valutakursrisikoen elimineres bort, vil også volatiliteten til den aksjeindekserte obligasjonen være uavhengig av valutakursutviklingen. Dette gjør at volatiliteten typisk blir lavere uten valutarisiko enn med. Unntaket er dersom indeksavkastningen og valutautviklingen er betydelig negativt korrelert. Som tidligere nevnt antas det i oppgaven at indeksavkastningen er uavhengig av valutakursutviklingen. Da vil volatiliteten bli redusert, og aksjeindeksobligasjonens verdi blir lavere.

For utstedere av aksjeindekserte obligasjoner kan det være fristende å redusere den samlede volatiliteten til produktet, og dermed redusere verdien. I de videre avsnittene vil jeg beskrive ulike måter utstedere kan gjøre dette på.

Kurv av indekser

Ved å definere en kurv av indekser som underliggende i stedet for en enkelt indeks, kan man effektivt redusere volatiliteten. Obligasjonen knyttes da opp mot avkastningen:

$$\frac{\tilde{q}(T) - q(0)}{q(0)} = \sum_i w_i \frac{\widetilde{q^i}(T) - q^i(0)}{q^i(0)} \qquad (2.12)$$

hvor w_i er positive vekter som summeres opp til 1. I finanslitteratur omtales denne typen opsjoner for «basket options», der man har et vektet gjennomsnitt av indekser som underliggende (Bjerksund, Carlsen og Stensland, 1999). Ved å justere den implisitte dividenderaten og volatiliteten kan man finne en tilnærmet verdi til en basket-opsjon med

Black`76. Den implisitte dividenderaten må reflektere den teoretiske terminprisen for det underliggende aritmetiske prisgjennomsnittet, og er bestemt ved:

$$e^{-\delta t} = \sum_i w_i \, e^{-(\delta_i + (r - r_i))T} \quad (2.13).$$

Videre kan volatiliteten uttrykkes som:

$$\sigma^2 = \sum_i \sum_j w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \qquad (2.14)$$

hvor indeksvolatiliteten σ_i og korrelasjonen ρ_{ij} er definert ved:

$$\sigma_i^2 T = Var_0\left[\ln\left(\frac{\tilde{q}^i(T)}{q^i(0)}\right)\right] \qquad (2.15)$$

$$\sigma_i \sigma_j \rho_{ij} T = Cov_0\left[\ln\left(\frac{\tilde{q}^i(T)}{q^i(0)}\right), \ln\left(\frac{\tilde{q}^j(T)}{q^j(0)}\right)\right] \qquad (2.16)$$

Ved å bruke likning (2.13) og (2.14) for implisitt dividende og volatilitet, kan man benytte seg av likning (2.5) og (2.6) for å finne en tilnærmet pris på den aksjeindekserte obligasjonen med en kurv av indekser.

Tidsgjennomsnitt

En annen måte utstederen kan redusere volatiliteten på er å bruke et gjennomsnitt av indeksverdier observert på ulike tidspunkter frem til oppgjørstidspunktet. Opsjoner av denne typen blir i finanslitteraturen omtalt som asiatiske opsjoner (Bjerksund, Carlsen og Stensland, 1999). Den aksjeindekserte obligasjonen knyttes da opp til det aritmetiske gjennomsnittet av M observasjoner i perioden fra τ til T:

$$\frac{\tilde{q}(T) - q(0)}{q(0)} = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^{M} \frac{\tilde{q}^i(\tau + k\Delta t) - q^i(0)}{q^i(0)} \qquad (2.17)$$

hvor tiden mellom hver observasjon M er $\Delta t = (T - \tau)/M$.

Som for basket-opsjoner kan også asiatiske opsjoner verdsettes ved Black’76 ved å justere den implisitte dividenderaten og volatiliteten. Dividenderaten må igjen reflektere en teoretisk riktig terminpris på det aritmetiske gjennomsnittet, mens volatiliteten til det aritmetiske gjennomsnittet tilnærmes ved å benytte volatiliteten til det tilhørende geometriske gjennomsnittet. Implisitt dividenderate vil da bli bestemt ved likning (2.18), mens volatiliteten er uttrykt ved likning (2.19):

$\frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M} e^{[r-(\delta_i+(r-r_i))](\tau+k\Delta t)}$ (2.18)

$\sigma^2 T = \sigma_i^2\left(\tau + \frac{1}{6}\frac{(T-\tau+\Delta t)(2(T-\tau)+\Delta t)}{T-\tau}\right)$ (2.19).

Både en kurv av indekser og tidsgjennomsnitt

For å redusere volatiliteten mest mulig kan man kombinere de to tidligere nevnte metodene. Den underliggende avkastningen vil være definert som:

$\frac{\tilde{q}(T)-q(0)}{q(0)} = \sum_{k=1}^{M}\sum_i \frac{w_i}{M}\frac{\tilde{q}^i(\tau+k\Delta t)-q^i(0)}{q^i(0)}$ (2.20).

Man kan da finne en tilnærmet verdi av den aksjeindekserte obligasjonen ved å bruke Black'76, der den implisitte dividenderaten er gitt ved:

$\sum_{k=1}^{M}\sum_i \frac{w_i}{M} e^{[(r-(\delta_i+(r-r_i))](\tau+k\Delta t)}$ (2.21)

og volatiliteten er uttrykt implisitt ved:

$\sigma^2 T = \sum_i\sum_j w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}\left(\tau + \frac{1}{6}\frac{(T-\tau+\Delta t)(2(T-\tau)+\Delta t)}{T-\tau}\right)$ (2.22).

2.2 Aksjekuponger

Aksjekuponger er navnet Nordea bruker på sine investeringsprodukter som kan gi avkastning til investoren i form av kupongutbetalinger, som er avhengig av utviklingen til underliggende aktivum. Tilsvarende produkter tilbys også av blant annet Handelsbanken, hvor de blir kalt kupongsertifikater. Navnet på slike produkter varierer altså mellom banker, men siden produktene i denne oppgaven er fra Nordea, brukes betegnelsen aksjekupong.

Aksjekuponger har flere gjenkjennelige trekk fra obligasjoner. En obligasjon er et verdipapir som innebærer at utstederen låner et beløp av obligasjonskjøperen og forplikter seg til å betale forhåndsbestemte fremtidige beløp på gitte datoer. Ved en nullkupongobligasjon vil det fremtidige beløp være en engangsbetaling som forekommer på utløpsdatoen til obligasjonen. Obligasjonskjøperen får da tilbakebetalt pålydende verdi pluss renter. Om det er en kupong knyttet til obligasjonen, vil obligasjonskjøperen motta renter i form av kupongutbetalinger på gitte datoer, og tilbakebetaling av hovedstolen på utløpsdatoen. Prisen på en obligasjon vil derfor kunne uttrykkes som nåverdien av fremtidige kupongbetalinger og tilbakebetalingen av pålydende verdi (Bodie et al., 2003).

På samme måte som for en obligasjon, har utstederen av en aksjekupong lånt et beløp av kjøperen, og forplikter seg til å tilbakebetale dette i form av kupongutbetalinger og pålydende verdi. Siden aksjekupongens utbetaling i tillegg er avhengig av utviklingen til et underliggende aktivum, er det flere risikomomenter for aksjekuponger enn for obligasjoner. For obligasjoner er den eneste risikoen for obligasjonskjøperen at utstederen ikke kan oppfylle sine forpliktelser, og dermed misligholder obligasjonen. For aksjekuponger vil derimot kupongutbetalingene bare forekomme så lenge utviklingen til underliggende aktivum oppfyller visse kriterier på observasjonsdatoene. Det samme gjelder ofte for tilbakebetalingen av pålydende verdi, som bare tilbakebetales fullt ut dersom utviklingen til underliggende aktivum er over en bestemt barriere. Om utviklingen er under barrieren på forfallstidspunktet, vil tilbakebetalingen reduseres tilsvarende utviklingen til underliggende aktivum. Dersom utviklingen til underliggende aktivum oppfyller kriteriene for kupongutbetalinger og full tilbakebetaling av pålydende verdi, vil aksjekupongen tilsvare en kupongobligasjon. Samtidig følger det av definisjon av et derivat, som et finansielt instrument der utbetalingen er avhengig av utviklingen til noe annet (McDonald, 2013), at aksjekupongen også er et derivat.

Siden aksjekupongen kun utbetaler kuponger dersom utviklingen i underliggende aktivum oppfyller visse kriterier, vil produktets totale utbetaling være avhengig av antall observasjonsdatoer hvor kriteriene oppfylles. Dette betyr at den totale utbetalingen av aksjekupongen er stiavhengig, og påvirkes av det underliggende aktivumets bevegelse frem til forfall. Videre er løpetiden til aksjekupongen stokastisk, fordi man har en forfallsdato som utgangspunkt, men hvor denne forfallsdatoen kan bli endret dersom det underliggende aktivumet har en bestemt utvikling. Et typisk eksempel er dersom det underliggende aktivumet har hatt en positiv utvikling som overstiger en bestemt barriere på en av observasjonsdatoene, noe som medfører at aksjekupongen blir avsluttet umiddelbart, og man får tilbakebetalt den pålydende verdien i tillegg til en kupongutbetaling. Dermed kan man ikke på forhånd vite når produktet vil forfalle.

I motsetning til warranter, hvor man taper hele investeringsbeløpet dersom underliggende aktivum ikke utvikler seg positivt, kan man ikke tape hele investeringen med aksjekuponger. Unntaket er om underliggende aktivum får en verdi på null. Derfor har aksjekuponger relativt lav risiko sammenlignet med warranter. Samtidig er det ikke samme mulighet for høy avkastning, da utbetalingen er begrenset til kupongutbetalinger og tilbakebetaling av pålydende. Sammenligner man aksjekuponger med aksjebuffere, ser man at de har den samme potensielle nedsiden, hvor tilbakebetaling av pålydende verdi følger utviklingen til underliggende aktivum dersom den bryter en bestemt barriere. Hvis derimot underliggende aktivum holder seg over barrieren, vil aksjekupongen ha faste kupongutbetalinger, mens aksjebufferen får avkastning basert på utvikling i underliggende aktivum. Man kan derfor si at aksjekuponger og aksjebuffere har samme nedsiderisiko, mens aksjebufferen har usikkerhet knyttet til den positive avkastningen, og aksjekupongen har en konstant oppside.

Fra en investors ståsted vil et kupongsertifikat være attraktivt dersom man tror at underliggende aktivum ikke faller mer enn barrieren. Samtidig tror ikke investoren at underliggende aktivum vil ha en stor positiv utvikling, ettersom man da heller ville tjent på å gjøre en direkte investering i det underliggende aktivumet. Investors syn vil altså være at den positive utviklingen er lavere enn kupongrenten til aksjekupongen. Basert på en modifisert utgave av likningen i Høiby (2010), kan investors forventning uttrykkes på denne måten:

$$\mathrm{B} - 1 < \mathrm{E}\left[\frac{S_t}{S_0}\right] < (1 + \mathrm{C}) \qquad (2.23)$$

hvor B er barrieren for underliggende aktivum, $\mathrm{E}\left[\frac{S_t}{S_0}\right]$ er investors forventning til utviklingen i underliggende aktivum, og C er kupongrenten.

Aksjekuponger har en kompleks struktur som gjør det problematisk å verdsette dem med formler. Derfor vil jeg benytte Monte Carlo-simuleringer som metode for å finne et estimat på verdien.

3. Aksjekursens bevegelse og Monte Carlo-simuleringer

Kapittel 3.1 tar for seg prosessen aksjekurser følger, og går nærmere inn på hvordan man kan modellere den. Dette danner utgangspunktet for en verdsettelsesmetode som kalles Monte Carlo-simulering, som presenteres i kapittel 3.2. Kapittel 3.1 er hovedsakelig basert på Hull (2009), mens kapittel 3.2 er hovedsakelig basert på McDonald (2013).

3.1 Aksjekursens bevegelse

En vanlig antakelse om aksjekurser er at de følger en stokastisk prosess, kjennetegnet som en tilfeldig prosess som er en funksjon av tid. En stokastisk prosess kan være klassifisert som diskret eller kontinuerlig i tid, og som en diskret eller kontinuerlig variabel. Ved diskret tid menes det at kursen kun kan endre seg ved bestemte tidspunkter, mens ved kontinuerlig tid kan kursen endre seg når som helst. I en prosess med en diskret variabel kan kursen bare ha bestemte verdier, mens kursen kan ha alle verdier som en kontinuerlig variabel. I praksis vil aksjekurser følge en diskret variabel og være diskret i tid, fordi aksjene kun kan handles innenfor bestemte prisintervaller og på tidspunkt når børsen er åpen. På tross av dette er det en vanlig forutsetning i finanslitteraturen at aksjekursen følger en kontinuerlig variabel – kontinuerlig tid prosess (Hull, 2009).

3.1.1 Markov-prosesser

En Markov-prosess er en bestemt type stokastisk prosess hvor kun nåverdien av variabelen er relevant for å predikere fremtiden. Med andre ord er det ingenting fra fortiden som påvirker variabelens videre utvikling. Aksjekurser antas å følge en Markov-prosess, hvor man for eksempel hevder at forrige ukes, måneds, eller års kurs ikke er relevant for fremtidens kurs. Denne egenskapen ved Markov-prosessen er konsistent med svak form for markedseffisiens, som innebærer at dagens aksjekurs reflekterer all informasjon fra tidligere aksjekurser. Dersom dette ikke var gjeldende, ville det være mulig for investorer å få over gjennomsnittlig avkastning kun ved å analysere historiske kurser. I et velfungerende marked vil investorer følge kursutviklingen nøye. Dersom det ble oppdaget et mønster i en aksje som ville gi høyere avkastning enn gjennomsnittet, ville etterspørselen etter denne aksjen øke, og prisen ville blitt presset opp. Dette hadde fortsatt frem til muligheten for ekstra avkastning var eliminert bort.

3.1.2 Wiener-prosesser

En Wiener-prosess er en bestemt type Markov-prosess. Den uttrykkes ved $\phi(0,1)$, der $\phi(m,v)$ er en sannsynlighetsfordeling som er normalfordelt med forventning m og varians v^2. Wiener-prosessen omtales også som en «Brownian motion» (Hull, 2009).

En variabel som følger en Wiener-prosess har disse to egenskapene:

1. Endringen Δz over en kort tidsperiode Δt er gitt ved
   $\Delta z = \varepsilon\sqrt{\Delta t}$ (3.1)
   hvor ε er standard normalfordelt $\phi(0,1)$.
2. Verdiene for Δz for to hvilke som helst ulike korte tidsintervaller er uavhengige av hverandre.

Fra den første egenskapen følger det at Δz selv er normalfordelt, med gjennomsnittet til $\Delta z = 0$, standardavviket til $\Delta z = \sqrt{\Delta t}$ og variansen til $\Delta z = \Delta t$. Den andre egenskapen slår fast at z følger en Markov-prosess.

Endringen i z over en relativt lang periode T, kan uttrykkes som $\Delta z(T) - \Delta z(0)$. Dette kan betraktes som summen av alle endringer i z over N antall små intervaller, hvor $N = T/\Delta t$. Det kan uttrykkes som:

$$\Delta z(T) - \Delta z(0) = \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i \sqrt{\Delta t} \qquad (3.2)$$

hvor ε_i (i = 1, 2, … , N) er standard normalfordelt $\phi(0,1)$. Forventningen til endringen vil da være summen av hvert av disse intervallene. Fra den andre egenskapen til Wiener-prosessen vet vi at alle verdiene av ϵ_i er uavhengige av hverandre. Derfor vil man også kunne finne variansen til endringen ved å summere opp variansen til hvert intervall. Dermed er $\Delta z(T) - \Delta z(0)$ normalfordelt med:

Forventning = 0

Varians = $N * \Delta t = T$

Standardavvik = $\sqrt{T}$.

3.1.3 Generalisert Wiener-prosess

Hittil har oppgaven gjennomgått en grunnleggende wiener-prosess med en forventet utvikling lik null. For en aksje vil dette være problematisk, fordi det innebærer at man har en forventet avkastning lik null, og da ville ingen ønsket å investere i aksjer. I den generaliserte Wiener-prosessen derimot, introduserer man en driftsrate som kan tolkes som den forventede avkastningen til aksjen. En generalisert Wiener-prosess for en variabel x kan defineres slik:

$$dx = a\, dt + b\, dz \qquad (3.3)$$

hvor a og b er konstante parametere. Det første leddet i likningen representerer driften, ved at x har en drift på a per enhet tid. Det andre leddet er støy, der støymengden er b ganger en Wiener-prosess. Siden en Wiener-prosess har standardavvik på én, følger det at andre ledd har standardavvik på b. I et lite tidsintervall Δt, vil endringen Δx i x være gitt ved likning (3.1) og (3.3) som:

$$\Delta\mathrm{x} = \mathrm{a}\ \Delta\mathrm{t} + \mathrm{b}\ \varepsilon\sqrt{\Delta\mathrm{t}} \qquad (3.4)$$

hvor ε fremdeles er standard normalfordelt. Dermed er også Δx normalfordelt med:

Forventning = $a\ \Delta t$

Standardavvik = $b\ \sqrt{\Delta t}$

Varians = $b^2\ \Delta t$

Denne prosessen kalles også en aritmetisk Brownsk bevegelse (McDonald, 2013).

3.1.4 Itô-prosessen

Ved å la a og b i den generaliserte Wiener-prosessen være funksjoner av den underliggende variabelen x og tiden t, får man en annen type stokastisk prosess som kalles Itô-prosessen. Algebraisk kan den uttrykkes slik:

$$dx = a(x,t)\ dt + b(x,t)\ dz \qquad (3.5).$$

I en Itô-prosess vil både den forventede driften og variansen endre seg over tid. I et lite tidsintervall mellom t og t + Δt, vil variabelen endre seg fra x til x + Δx, hvor:

$\Delta x = a(x,t)\Delta t + b(x,t)\epsilon\sqrt{\Delta t}$ (3.6).

Denne tilnærmingen har en liten approksimering, da den antar at drift- og variansraten av x holder seg kontant lik $a(x,t)$ og $b(x,t)^2$, mellom tidsperioden t og t + Δt.

3.1.5 Prosessen for en ikke-dividende-betalende aksje

I den generaliserte Wiener-prosessen antar man at den forventede drift- og variansraten er konstant. For en aksjekursutvikling er dette derimot problematisk, da det ikke tas hensyn til at investors avkastningskrav for aksjen er uavhengig av aksjeprisen. Dersom en investor har et avkastningskrav på 10% når aksjen koster 10 dollar, så vil avkastningskravet fremdeles være 10% når aksjen koster 50 dollar. Derfor må antagelsen om at den forventede driftsraten er konstant erstattes med at forventet avkastning, uttrykt ved driftsrate dividert med aksjekursen, er konstant. Om S er aksjeprisen på tidspunkt t, vil den forventede driftsraten i S kunne uttrykkes som µS, hvor µ er en kontant parameter som reflekterer aksjens forventede avkastning.

Dersom man antar at aksjens volatilitet alltid er null, vil denne modellen implisere at:

$\Delta S = \mu S * \Delta t$ (3.7).

Om man ser på dette som en grenseverdi, får man:

$dS = \mu S\, dt \rightarrow \frac{dS}{S} = \mu\, dt$ (3.8).

Ved å integrere dette mellom tid 0 og T, får man:

$S_T = S_0 e^{\mu T}$ (3.9).

Man ser da at når variansraten er null vil aksjeprisen vokse kontinuerlig med rate µ per tidsenhet.

I virkeligheten er det derimot ingen aksjer som har null varians. En plausibel antagelse er at variansen til den prosentvise avkastningen over et kort tidsintervall (Δt) er lik for alle aksjepriser. Da vil investor ha samme usikkerhet knyttet til investeringens prosentvise avkastning, uavhengig av aksjeprisen. Dette medfører at standardavviket til endringen over et kort tidsintervall er proporsjonal til aksjeprisen, og man får:

$dS = \mu S\ dt + \sigma S\ dz \rightarrow \frac{dS}{S} = \mu\ dt + \sigma\ dz$ (3.10)

hvor μ er den aksjens forventede avkastning, mens σ er aksjeprisens volatilitet. Likning (3.10) er den mest brukte modellen for å uttrykke aksjekursens bevegelse, og blir omtalt som en geometrisk Brownsk bevegelse (Hull, 2009).

3.1.6 Itôs lemma og Black-Scholes-Merton differensiallikning

Tidligere i oppgaven har vi sett at en Itô-prosess kan defineres ut ifra likning (3.6) ved:

$$dx = a(x,t)\ dt + b(x,t)\ dz$$

hvor dz er en Wiener-prosess og a og b er funksjoner av x og t. Itôs lemma viser at en funksjon G av x og t kan uttrykkes på følgende måte:

$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial x}\ a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} b^2\right) dt + \frac{\partial G}{\partial x} b\ dz$ (3.11)

hvor dz er den samme Wiener-prosessen som i uttrykk (3.5). Dermed følger også G en Itô-prosess, med en driftsrate på $\left(\frac{\partial G}{\partial x}\ a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} b^2\right)$ og en varians på $\left(\frac{\partial G}{\partial x}\right)^2 b^2$. Dersom man bruker Itôs lemma på likning (3.10), følger det at prosessen som følger G av S og t er gitt ved:

$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial S}\ \mu S + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 G}{\partial S^2}\sigma^2 S^2\right) dt + \frac{\partial G}{\partial S}\sigma S\ dz$ (3.12).

Ved å sette G = ln S, blir dG aksjens logaritmiske avkastning. Man får da:

$$\frac{\partial G}{\partial S} = \frac{1}{S}, \qquad \frac{\partial G}{\partial t} = 0, \qquad \frac{\partial^2 G}{\partial S^2} = -\frac{1}{S^2}$$

og videre ved å sette inn i formel (3.12) får man:

$dG = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) dt + \sigma\ dz$ (3.13).

Siden μ og σ er konstante, impliserer det at G = ln S følger en generalisert Wiener-prosess, med en driftsrate på $\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)$ og varians på σ^2. Derfor er endringen i ln S mellom tid 0 og T normalfordelt, med gjennomsnitt $\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) T$ og varians $\sigma^2 T$. Ved å løse likning (3.13) for S får man:

$$S_t = S_0 e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma z} \quad (3.14).$$

Likning (3.14) kan brukes til å simulere en aksjekurs på tidspunkt t. Dersom man benytter denne likningen til å verdsette et derivat, oppstår det derimot et problem knyttet til driftsraten μ, altså aksjekursens forventede avkastning. Problemet er at μ vil være avhengig av investors risikopreferanser, noe som igjen påvirker hvilket avkastningskrav man skal bruke i verdsettelsen. En løsning på dette problemet er å foreta en risikonøytral verdsettelse. For å forklare bakgrunnen for risikonøytral verdsettelse, er det nyttig å se på Black-Scholes-Merton differensiallikning. Utledningen av Black-Scholes-Merton differensiallikning har visse forutsetninger, som ifølge Hull (2009) er:

1. Aksjekursen følger en geometrisk Brownsk bevegelse med konstant μ og σ.
2. Det er mulig innta en kort posisjon i verdipapirer.
3. Ingen skatt eller transaksjonskostnader.
4. Det er ingen dividendeutbetalinger under derivatets løpetid.
5. Det er ingen risikofrie arbitrasjemuligheter.
6. Den risikofrie renten, r, er konstant for hele derivatets løpetid.

Det er viktig å merke seg at noen av disse forutsetningene ikke er absolutte, og at uttrykket kan modifiseres til å gjelde selv uten noen av forutsetningene. For eksempel kan uttrykket modifiseres til å ta hensyn til dividendeutbetalinger.

Den fullstendige utledningen av Black-Scholes-Merton differensiallikning inkluderes ikke i oppgaven. Kort fortalt tar den utgangpunkt i at man konstruerer en portefølje med aksjen S og et derivat f med S som underliggende, og at denne porteføljen eliminerer bort wiener-prosessen. Porteføljen vil da være risikofri og vokse i takt med andre risikofrie investeringer, da en forskjell ville innebære muligheter for arbitrasjegevinster. Black-Scholes-Merton differensiallikning kan uttrykkes som:

$$\frac{\partial f}{\partial t}\mathrm{f} + \mathrm{rS}\frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = \mathrm{r}f \qquad (3.15).$$

Likningen er uavhengig av aksjens forventede avkastning μ. De eneste variablene i likningen er dagens aksjekurs, volatilitet, tid og risikofri rente. I motsetning til μ er ingen av variablene avhengige av investors risikopreferanser, og derfor vil ikke risikopreferanser spille noen rolle for løsningen. Man kan da gjøre en antagelse om at alle investorer er risikonøytrale. I en verden der alle er risikonøytrale, vil alle ha en forventet avkastning lik den risikofrie renten, fordi ingen krever en risikopremie for å ta på seg ekstra risiko. I tillegg vil man kunne finne nåverdien av en fremtidig utbetaling ved å neddiskontere med den risikofrie renten. Verdsettelse med en antagelse om risikonøytrale investorer kalles risikonøytral verdsettelse, og er et sentralt verktøy for lettere å kunne analysere derivater, fordi man eliminerer bort problematikken knyttet til risikopreferanser og valg av neddiskonteringsfaktor. Man går dermed bort fra et subjektivt sannsynlighetsmål P, og over til det ekvivalente martingalmålet Q (McDonald, 2013). I praksis vil man under risikonøytral verdsettelse kunne verdsette et derivat ved å gå igjennom tre steg:

1. Anta at den forvente avkastningen til underliggende aktiva er lik risikofri rente ($\mu = r$).
2. Kalkuler derivatets forventede utbetaling.
3. Finn den forventede utbetalingens nåverdi ved å neddiskontere med risikofri rente.

Tidligere i oppgaven ble det nevnt at likning (3.14) kan brukes til å estimere en aksjekurs, som videre kan brukes til å verdsette et derivat. Her inngår derimot den forvente avkastningen μ som driftsledd. For å kunne overføre dette til den risikonøytrale verdenen, kan man ifølge Øksendal (2003) benytte Girsanovs teorem, som sier at man kan endre driftsleddet i en Itô-prosess uten å endre karakteristikkene for selve prosessen. Man kan dermed erstatte den forventende avkastningen μ med risikofri rente r. Om man i tillegg tillater at aksjen kan utbetale dividende, vil man kunne omgjøre likning (3.10) til:

$$dS = (r - \delta)S\,dt + \sigma S\,dz \qquad (3.16)$$

hvor r er risikofri rente og δ er den underliggende aksjens kontinuerlige dividenderate. Som tidligere vist i oppgaven kan man benytte Itôs lemma, og finne et uttrykk for aksjekursen som ikke inneholder aksjekursens forventede avkastning:

$$S_t = S_0 e^{\left(r-\delta-\frac{\sigma^2}{2}\right)t+\sigma z} \qquad (3.17).$$

Man kan også skrive om likningen til diskret form på denne måten:

$$S_{t+\Delta t} = S_t e^{\left(r-\delta-\frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t+\sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t}} \qquad (3.18)$$

hvor ε er standard normalfordelt $\phi(0,1)$. Likning (3.18) er sentral for å simulere en aksjekurs etter det ekvivalente martingalemålet, og brukes i denne oppgaven til å verdsette produktene ved bruk av Monte Carlo-simuleringer.

3.2 Monte Carlo-simuleringer

For mange derivater finnes det formler som kan brukes for å fastsette prisen, men det er ikke mulig for alle typer. For eksempel finnes det ikke prisingsformler for aritmetiske asiatiske opsjoner, og heller ikke for aksjekuponger. Man må da benytte en annen metode for å prise derivatene, og en måte å gjøre dette på er ved å bruke Monte Carlo-verdsettelse.

Monte Carlo-verdsettelse baserer seg på risikonøytral verdsettelse, hvor man antar at underliggende aktivum har en gjennomsnittlig avkastning lik risikofri rente, og neddiskonterer med risikofri rente. Verdsettelsen foregår gjennom flere steg. Først simulerer man en prisbane for det underliggende aktivumet. Dette gjøres ved å trekke ut tilfeldige standard normalfordelte variabler som benyttes i likning (3.18). Deretter benytter man prisbanen for å finne ut hva utbetalingen blir ved forfall, og neddiskonterer denne utbetalingen til dagens verdi. Ved å gjøre mange slike simuleringer, kan man finne et estimat på verdien av derivatet ved å ta gjennomsnittet av simuleringenes neddiskonterte utbetalinger (Hull, 2009). For å øke estimatets presisjon, er det nødvendig med mange simuleringer. Nøyaktigheten vil øke jo flere simuleringer man har (McDonald, 2013).

Treffsikkerheten til Monte Carlo-simuleringen kan uttrykkes ved standardavviket til estimatet. Det er ønskelig med et så lavt standardavvik som mulig. Vi lar $C(\widetilde{S_i})$ være prisen på callopsjonen fra den tilfeldig valgte $\widetilde{S_i}$. Om vi har n simuleringer, vil Monte Carlo-estimatet være gitt ved:

$$\bar{C}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} C(\tilde{S}_i) \qquad (3.19).$$

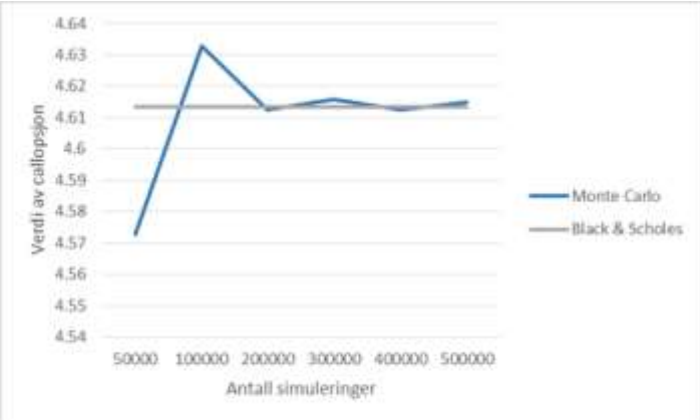
Vi lar σ_c være standardavviket til en simulering, mens σ_n er standardavviket til n simuleringer. Gitt at simuleringene er uavhengige og identisk distribuerte, kan estimatets standardavvik uttrykkes som:

$$\sigma_n = \frac{1}{\sqrt{n}}\sigma_c \qquad (3.20).$$

Dette betyr at estimatets standardavvik vil være proporsjonal til den inverse kvadratrota av antall simuleringer (McDonald, 2013).

For å demonstrere graden av treffsikkerhet i en Monte Carlo-simulering, kan vi først bruke det på et derivat som det er mulig å prise med formler, for eksempel en europeisk callopsjon. Anta at den underliggende aksjen i dag koster 40 kroner, striken er 40 kroner, dividenderaten er 2%, risikofri rente er 5% og opsjonen løper ut om ett år. Black & Scholes formel gir da en teoretisk pris på 4,61 kroner. Deretter gjøres verdsettelsen med Monte Carlo-simulering. Resultatet av dette kan ses i figur 1. Når antall simuleringer øker, vil verdsettelsen ved Monte Carlo-metoden konvergere mot den teoretisk riktige verdien gitt fra Black & Scholes formel.

Figur 1: Verdien av en callopsjon med Black & Scholes prisingsformel og Monte Carlo-simuleringer



Standardavviket for en simulering er 10,41 kroner, som er funnet ved å ta standardavviket til alle de 500 000 simuleringene. Vi kan da beregne standardavviket for hele estimatet ved å bruke likning (3.20), som gir et standardavvik på 0,0147 kroner. Dette tilsvarer 0,32% av den teoretisk riktige prisen på callopsjonen.

For enkle strukturer som en standard europeisk callopsjon, trengs det altså ikke så mange simuleringer for å få et godt estimat. Med mer komplekse strukturer kan det derimot være behov for svært mange simuleringer for å få et tilfredsstillende estimat. For stiavhengige derivater, hvor hele eller deler av prisbanen må simuleres, vil det være behov for svært mange simuleringer. Dette gjør prosessen mer tidkrevende.

3.2.1 Korrelerte indekser

Produktene i oppgaven har flere aksjer som underliggende aktiva, og aksjekursene må simuleres simultant i verdsettelsen. Det oppstår da en utfordring, fordi aksjene kan være positivt eller negativt korrelert. For å ta hensyn til dette kan man nytte seg av en metode kalt Cholesky-faktorisering (Jorion, 2007). Den videre fremstillingen av denne metoden er basert på Jorion (2007).

For å benytte seg av Cholesky-faktorisering må man først finne korrelasjonen mellom de ulike underliggende aktivaene, og føre denne opp som en matriseform. Man får da en real symmetrisk korrelasjonsmatrise, som kalles R. Deretter faktoriserer man denne korrelasjonsmatrisen til to Cholesky-faktorer T og T', der T er nedre triangulærmatrise og T' er den transponerte av T. Forholdet mellom korrelasjonsmatrisen og de to Cholesky-faktorene er gitt ved $R = TT'$. Korrelasjonsmatrisen tilsvarer altså produktet av de to Cholesky-faktorene.

For å illustrere metoden, kan det brukes et eksempel med to korrelerte indekser. Korrelasjonsmatrisen kan dekomponeres slik:

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}^2 & a_{11}a_{21} \\ a_{21}a_{11} & a_{21}^2 + a_{22}^2 \end{bmatrix}$$

Man kan da finne a_{11}, a_{21} og a_{22} ved å løse likningene:

$$a_{11}^2 = 1$$

$$a_{21}a_{11} = \rho$$

$$a_{21}^2 + a_{22}^2 = 1$$

Dette gir $a_{11} = 1$, $a_{21} = \rho$ og $a_{22} = (1 - \rho^2)^{1/2}$. Cholesky-faktoriseringen blir slik:

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \rho & (1 - \rho^2)^{1/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ 0 & (1 - \rho^2)^{1/2} \end{bmatrix}$$

Man kan da finne to korrelerte standard normalfordelte variabler (ε_i) ved å trekke ut to standard normalfordelte variabler (n_i) og multiplisere dem med den nedre triangulærmatrisen:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \rho & (1 - \rho^2)^{1/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix}$$

Vi ser at dersom ρ er 1 vil indeksene være perfekt korrelerte, og fører til at $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = n_1$. Den andre variabelen n_2 vil derfor være overflødig i dette tilfellet.

For å utføre Cholesky-faktoriseringer i oppgaven bruker jeg en VBA-kode hentet fra Wilmott (1998) som kan ses i appendiks.

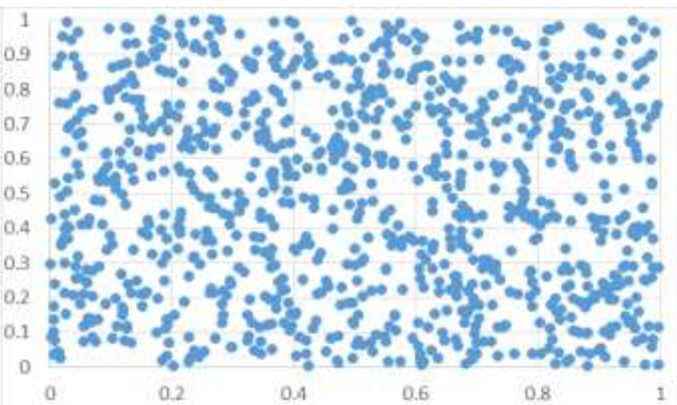
3.2.2 Generering av tilfeldige tall

For alle Monte Carlo-metoder må man generere tilfeldige standard normalfordelte tall. Vanligvis gjøres dette over to operasjoner. Først trekker man tilfeldige uniformfordelte tall mellom 0 og 1, og deretter transformerer man disse til standard normalfordelte tall. Hver av de to operasjonene kan løses ved ulike metoder. Den neste delen av oppgaven tar for seg ulike tilnærminger til hvordan man kan trekke tilfeldige uniformfordelte tall mellom 0 og 1. Senere ses det nærmere på den andre operasjonen, hvor tallene skal transformeres. De kommende avsnittene er basert på Jäckel (2002) og Wilmott (1998).

Pseudo-tilfeldige tall

Tradisjonelt har Monte Carlo-teknikker vært avhengig av tallgeneratormetoder som etterligner tilfeldighet så godt som mulig, og det har blitt lagt ned en stor mengde teoretisk arbeid for å få dette til. Oppgaven har vist seg å være krevende, da computere er designet til å følge instruksjoner på en deterministisk måte, og dermed ikke kan produsere noe som i realiteten er tilfeldig. Av denne grunn blir tilfeldige tall som er genererte av computere referert til som pseudo-tilfeldige tall, da de ikke kan være helt tilfeldige (Jäckel, 2002). Det finnes flere metoder for å komme frem til slike pseudo-tilfeldige tall. Et eksempel er Excels innebygde funksjon for å finne tilfeldige tall, som er illustrert i figur 2 over to dimensjoner. Figuren viser at punktene har en tendens til å samle seg i klynger, noe som også er et generelt problem for mange pseudo-tilfeldige tallgeneratorer (Jäckel, 2002). Konsekvensen av dette er at det trengs svært mange punkter for å få en god tilnærming til tilfeldighet.

Figur 2: Tilfeldige tall basert på Excel-funkonen RAND() over to dimensjoner, med 1 000 simuleringer for hver dimensjon.



Jäckel (2002) nevner også andre metoder for å generere pseudo-tilfeldige tall, blant annet The Mid-Square Method, Congruential Generation og The Mersenne Twister. Ingen av metodene er overlegne, og det blir anbefalt å ha flere metoder tilgjengelig slik at man kan variere. Det poengteres at alle pseudo-tilfeldige tallgeneratorer har småfeil, og at metodens egnethet er avhengig av problemet som adresseres (Jäckel, 2002).

Quasi-Monte Carlo

Monte Carlo-simulering med bruk av pseudo-tilfeldige tall gir som vist ofte problemer med at punktene klumper seg sammen, i stedet for å gi en fin spredning. Dersom man ikke har tilstrekkelig med simuleringer kan dette gi grunnlag for feilprising av derivatet. En måte å komme utenom problemet er ved å bruke en deterministisk tallalgoritme for å generere en ikke-tilfeldig serie av punkter. Dette kan gi bedre distribusjonelle egenskaper enn pseudo-tilfeldige punkter. Essensen av metoden er at tallgeneratoren tar hensyn til tidligere punkter i serien når den velger nye, og dermed unngår klynger av punkter. Man får i stedet en ønsket jevn fordeling. Dette kalles «low discrepancy» eller «quasi-random» sekvenser (Jäckel, 2002).

Som for pseuso-tilfeldige tall finnes det også flere metoder for å konstruere quasi-random sekvenser. En av disse er Halton-sekvensen. Dette er en sekvens av tall h(i;b) for i =1, 2, …, der heltallet b er basen for sekvensen. Alle tall som blir konstruert er mellom null og en. For å forstå hvordan Halton-sekvensen fungerer, presenteres et eksempel. Først velger man seg et primtall som base, for eksempel tallet 2. Deretter fører man opp alle positive heltall i stigende rekkefølge med base to, det vil si 1, 10, 11, 100, 101, 110, og så videre. Halton-sekvensen med base 2 er en refleksjon av de positive heltallene i desimalene, og kan demonstreres på denne måten:

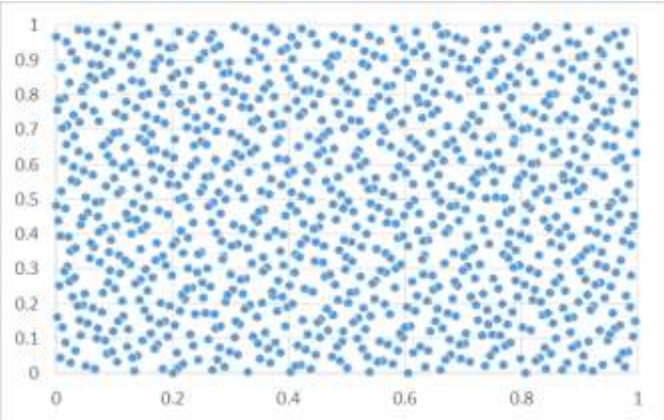
Tabell 1: Illustrasjon av Halton-sekvensen med base 2

Heltall base 10	Heltall base 2	Reflektert over desimaltegnet	Halton sekvens base 2	Halton tall base 10
1	1	0,1	$1 * 2^{-1}$	0,5
2	10	0,01	$0 * 2^{-1} + 1 * 2^{-2}$	0,25
3	11	0,11	$1 * 2^{-1} + 1 * 2^{-2}$	0,75
4	100	0,001	$0 * 2^{-1} + 0 * 2^{-2}$	0,125
…	…		…	…

For å kalkulere Halton-tall fra en vilkårlig base, bruker jeg en algoritme hentet fra Wilmott (1998). VBA-koden til denne algoritmen kan ses i appendiks. Algoritmen har den egenskapen at jo flere punkter man konstruerer, jo jevnere fyller man inn området mellom 0 og 1. Dette kalles en «open low discrepancy sequence» (Wilmott, 1998), hvor man antar at man på senere vil konstruere flere punkter. I motsatt tilfelle, ved en «closed low dicrepancy sequence», vil man forsøke å gi et best mulig estimat for integralet ut ifra et forhåndsbestemt antall punkter (Wilmott, 1998).

Figur 3 viser et eksempel på en tallkonstruksjon i to dimensjoner ved bruk av Halton sekvensen. Ved å sammenligne figur 2 og 3, ser man tydelig at Halton sekvensen gir en jevnere fordeling.

Figur 3: Halton-tall over to dimensjoner, med base 2 og 3, og 1 000 simuleringer for hver dimensjon



Avviket i quasi-random metoden kan uttrykkes ved $O(\frac{(\log N)^d}{N})$. Sammenligner man dette med standard Monte Carlo-simulering, som har et avvik på $O(\frac{1}{\sqrt{N}})$, ser man at quasi-random Monte Carlo kan gi et mye mindre avvik, så lenge man har få dimensjoner. Det er altså mulig å få et mer nøyaktig resultat ved quasi-Monte Carlo-simulering enn ved standard Monte Carlo-simulering. Selv dersom N er liten, og man har mange dimensjoner, vil quasi-Monte Carlo-metoden i verste fall gi samme avvik som Monte Carlo med pseudo-tilfeldige tall (Wilmott, 1998).

Quasi-random metoder fungerer godt når man har få dimensjoner, men det påpekes blant annet av Jäckel (2002) at kvaliteten faller jo flere dimensjoner man har, ved at tallene blir fordelt mindre uniformt. Man ser blant annet klare tendenser til at tallene klynger seg sammen ved bruk av dimensjon 29 og 30 i Halton-sekvensen, og dette blir enda tydeligere for høyere dimensjoner (Jäckel, 2002).

3.2.3 Transformering fra uniforme til normalfordelte tall

Generelt produserer tallgeneratorer uniformfordelte tall mellom 0 og 1. Dette gjelder også tallgeneratorene oppgaven har tatt for seg. Når man skal gjøre Monte Carlo-simuleringer som krever andre distribusjoner enn den uniforme, må man transformere disse tallene til den ønskede distribusjonen. I denne oppgaven ønsker jeg å transformere tallene til standard normalfordelte tall.

En metode man kan gjøre dette på er ved å bruke Excels funksjon Norm.S.Inv. En fordel ved denne metoden er at den er enkel, fordi den allerede er innebygd i Excel. Ulempen er at metoden er relativt treg. Et annet alternativ er Box-Muller metoden, som er basert på transformasjonen av (u, v) til (x, y), der u og v er uavhengige uniforme tall, og x og y er gitt ved:

$$x = \sqrt{-2\ln u}\,\sin(2\pi v)$$

$$y = \sqrt{-2\ln u}\,\cos(2\pi v)$$

Det er to problemer med denne metoden. For det første bør den ikke kombineres med low-dicrepancy tall, som for eksempel Halton-tall. For det andre forekommer Neave effekten når man bruker pseudo-tilfeldige tall, som gir en unøyaktig transformering i halene på distribusjonen (Jäckel, 2002).

Et tredje alternativ er Moros interpoleringsformel. Denne metoden er noe mer kompleks enn Excel-funksjonen, med en relativt lang VBA-kode. Likevel er det denne metoden mye raskere, og er sammen med en interpoleringsmetode av Peter Acklam den metoden Jäckel (2002) anbefaler å bruke. Jeg kommer derfor til å bruke Moros interpoleringsformel i oppgaven. VBA-koden for denne metoden kan ses i appendiks, og er hentet fra Bøe (2007).

3.2.4 Variansreduserende teknikker

Sammenlignet med teoretisk riktige formelløsninger er Monte Carlo-simuleringer en ineffektiv metode, særlig når det er få dimensjoner (Wilmott, 1998). Et naturlig spørsmål å stille, er om man kan øke konvergeringsraten ved å redusere variansen til simuleringene. Dette kan gjøres på flere måter, og jeg vil nå trekke frem to av de vanligste.

Antitetiske variabler

I denne teknikken kalkulerer man to estimater for verdien av derivatet ved å bruke et sett av tilfeldige tall. Man genererer først et tilfeldig normalfordelt tall z_i som brukes til første verdi av derivatet, $v_i = v(z_i)$. Deretter tar man det samme tallet, endrer fortegnet fra z_i til $-z_i$, og finner det andre estimatet av derivatet, $\tilde{v}_i = v(-z_i)$. Til slutt finner man verdien av derivatet ved å ta gjennomsnittet av disse to estimatene. Man kan bruke denne teknikken på grunn av symmetrien rundt 0 i normalfordelingen, hvor sannsynligheten for å trekke et gitt positivt tall er lik sannsynligheten for å trekke tilsvarende negativt tall. For at denne teknikken skal gi en reduksjon i variansen, må følgende vilkår være oppfylt (Jäckel, 2002):

$$Var\left[\frac{1}{2}\,(v_i + \tilde{v}_i)\right] < \frac{1}{2}Var[v_i]$$

Som er ekvivalent med:

$$Cov[v_i, \tilde{v}_i\,] < 0$$

I motsetning til pseudo-tilfeldige tall, er low discrepancy tall konstruert med denne teknikken delvis innebygd (Jäckel, 2002). Derfor vil ikke bruk av antitetiske variabler være egnet for Monte Carlo-simuleringer med low discrepancy tall, da det vil kunne gi uventede og uønskede resultater.

Kontroll variat metoden

Om man har to derivater som minner om hverandre, hvor den ene er den man skal verdsette med simuleringer og den andre har en eksplisitt formel for å finne verdien, kan man bruke kontroll variat metoden til å redusere variansen i Monte Carlo-simuleringen. Først verdsetter man begge derivatene basert på samme simulering av prisen på underliggende aktivum. Verdiene kan uttrykkes som $V_1{'}$ og $V_2{'}$. Deretter finner man teoretisk riktig verdi av det andre derivatet, V_2. Man kan da finne et bedre estimat enn $V_1{'}$ for det første derivatet ved å beregne $V_1{'}$ - $V_2' + V_2$. Argumentet bak dette er at feilen i $V_1{'}$ vil være tilnærmet lik feilen i $V_2{'}$, og dermed kan man bruke den kjente feilen i $V_2{'}$ til å komme med et forbedret estimat for $V_1{'}$.

Et eksempel på når kontroll variat metoden fungerer godt er for aritmetiske asiatiske opsjoner. Man verdsetter da først både en aritmetisk og en geometrisk asiatisk opsjon med den samme simuleringen. Deretter bruker man formelen for verdien til en geometrisk asiatisk opsjon, utarbeidet av Vorst og Kemna (1990), til å finne feilen i simuleringsverdien til den geometriske asiatiske opsjonen. Siden den aritmetiske og den geometriske asiatiske opsjonen er relativt like, kan man bruke feilen til å gjøre verdiestimatet til den aritmetiske asiatiske opsjonen bedre.

3.2.5 Monte Carlo-simuleringer og forventet avkastning

I verdsettelsen av derivater er antagelsen om risikonøytralitet meget nyttig, fordi man kan prise derivatet uten å ta hensyn til investorens risikopreferanser. Når man skal finne derivatets forventede avkastning er det ikke lenger mulig å benytte seg av denne antagelsen, fordi avkastningen er avhengig av det underliggende aktivumets forventede avkastning. Man må derfor se bort fra det ekvivalente martingalmålet Q, og gå tilbake til det subjektive sannsynlighetsmålet P. Dette innebærer å ta hensyn til det underliggende aktivumets forventede kursstigning (Koekebakker and Zakamouline, 2006), som tilsvarer driftsraten μ i likning (3.14). Siden vi antar at det underliggende aktivumet følger en geometrisk Brownsk bevegelse, vil den den forventede avkastningen til det underliggende aktivumet kunne betraktes gjennom CAPM (Coval and Shumway, 2000). Forventet avkastning, $E[r_i]$, vil da være uttrykt som:

$$E[r_i] = r + E[r_M - r]\beta_i \qquad (3.21)$$

hvor r er risikofri rente, r_M er avkastningen til marketsporteføljen og β_i er betaen til det underliggende aktivumet. Man kan også se på den forventede avkastningen som risikofri rente pluss en risikopremie, der risikopremien er $E[r_M - r]\beta_i$. Om vi uttrykker den samlede risikopremien som λ, vil den forventede avkastningen være gitt ved r + λ. Ved å erstatte driftsleddet μ i likning (3.14) med den forventede avkastningen til underliggende aktivum, kan man simulere den underliggende prisbanen for å beregne derivatets forventede avkastning:

$$S_{t+\Delta t} = S_t e^{\left(r+\lambda-\delta-\frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t+\sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t}} \qquad (3.22).$$

For å finne produktenes forventede avkastning, vil jeg utføre Monte Carlo-simuleringer basert på likning (3.22). Dette gjøres ved å finne den diskrete avkastningen til hver simulering, og til slutt finne forventet avkastning ved å beregne gjennomsnittsavkastningen til simuleringene.

4. Analyse av produktene

I dette kapittelet analyseres de tre produktene Nordea Warrant Amerikanske Aksjer, Nordea Aksjebuffer Europa Eksport og Nordea Aksjekupong Oljeservice. Selv om hvert produkt har en egen grense for minsteinvestering, vil jeg gjøre verdsettelser med utgangspunkt i investeringer på 10 000 kroner, da dette vil gjøre det lettere å sammenligne produktene. For verdsettelsen av warranten og aksjebufferen tas det utgangspunkt i Black'76, hvor produktene verdsettes med en modifisert utgave av likning (2.5), tilpasset det respektive produkt. I tillegg bruker jeg Monte Carlo-simuleringer basert på likning (3.18) for å verdsette produktene. Selv om dette kun er nødvendig for aksjekupongen, vil jeg gjøre det for alle produktene som en sjekk av verdien. Som tidligere nevnt vil Monte Carlo-simuleringene være basert på Halton-tall, da de gir bedre nøyaktighet enn pseudo-tilfeldige tall. Moros interpoleringsformel brukes for å transformere uniformfordelte tall til normalfordelte tall. Jeg benytter meg ikke av noen variansreduserende teknikker. For warranten og aksjebufferen er dette fordi de uansett prises nøyaktig med Black'76, så det synes unødvendig å bruke variansreduserende teknikker når simuleringen kun er for å dobbeltsjekke verdien. Når det gjelder aksjekupongen kunne variansreduserende teknikker vært nyttig, da produktet kun prises med Monte Carlo-simuleringer. Antitetiske variabler kan ikke brukes, da dette ikke egner seg for low discrepancy tall som Halton-tall. I tillegg gjør aksjekupongens komplekse struktur at det synes problematisk å finne egnede derivater som kan brukes i kontroll variat metoden. Derfor benyttes variansreduserende teknikker heller ikke for aksjekupongen.

I tillegg til verdsettelsen, inneholder kapittel 4 sannsynlighetsberegninger for produktenes forventede avkastning. Dette gjøres ved den samme Monte Carlo-metoden som for verdsettelsen, bortsett fra at likning (3.22) blir brukt for å simulere prisbanene i stedet for likning (3.18). Det vil derfor være nødvendig å beregne risikopremier for de underliggende aktivaene, som brukes som λ i likning (3.22). Da Nordea har et tegningsgebyr som varierer mellom 0% og 2% for alle produktene, gjøres avkastningsberegninger både med og uten gebyrer. Videre beregnes det sannsynlighetsfordelinger for avkastningen til produktene innenfor ulike intervaller. Dette gjøres ved å bruke «frequency»-funksjonen i Excel, som viser hvor mange av simuleringene som befinner seg innenfor bestemte intervaller.

Delkapittel 4.1 tar for seg metodene for å estimere de ulike parameterne som trengs i verdsettelsen og sannsynlighetsberegningen. De videre delkapitlene tar for seg hvert enkelt produkt, hvor det først gjøres parameterberegninger, deretter verdsettes produktene, og til slutt analyseres forventet avkastning.

4.1 Estimering av parametere

Risikofri rente

En av parameterne som trengs i verdsettelsen av produktene er risikofri rente. Et naturlig utgangspunkt er å betrakte statsobligasjoner. Yielden på en statsobligasjon er renten staten kan låne for i sin egen valuta (Hull, 2009). Fordi det antas at det er ingen sjanse for at land vil misligholde et lån notert i sin egen valuta, kan renten i praksis vurderes som risikofri. En annen tilnærming til risikofri rente, som ofte brukes av derivathandlere i større finansielle institusjoner, er pengemarkedsrenter. De kan kan tolkes som den renten banker krever for å gjøre et større innskudd i en annen bank (Hull, 2009). Argumentet bak dette er at pengemarkedsrenten er deres alternative kapitalkostnad, og at statsobligasjoner da gir en for lav rente til å kunne anses som deres risikofrie rente (Hull, 2009).

For å få innblikk i norske aktørers oppfatning av størrelsen på blant annet risikopremier og risikofri rente, har PWC i samarbeid med Norske Finansanalytikers Forening utført en undersøkelse. Resultatet for 2014 viser at 48% av deltakerne i undersøkelsen mener at ti års statsobligasjoner bør benyttes for risikofri rente. 17% mener at man bør benytte seg av fem års statsobligasjoner. Resten av deltakerne er fordelt mellom tre års statsobligasjoner, tre måneders pengemarkedsrente, syntetiske 30-årige statsobligasjoner og andre alternativer. Samtidig er det mange som påpeker at den risikofrie renten må samsvare med horisonten på den aktuelle kontantstrømmen (PWC, 2014).

Produktene i oppgaven har en løpetid fra to til fem år. Å bruke ti års statsobligasjoner som grunnlag for risikofri rente blir misvisende, da produktene ikke varer så lenge. Jeg kommer derfor til å benytte meg av statsobligasjoner med tilnærmet lik løpetid som produktene i oppgaven for å bestemme risikofri rente.

Volatilitet

Det finnes to metoder som er vanlige å bruke for finne volatiliteten til de underliggende aktivaene i et derivat: historisk volatilitet og implisitt volatilitet.

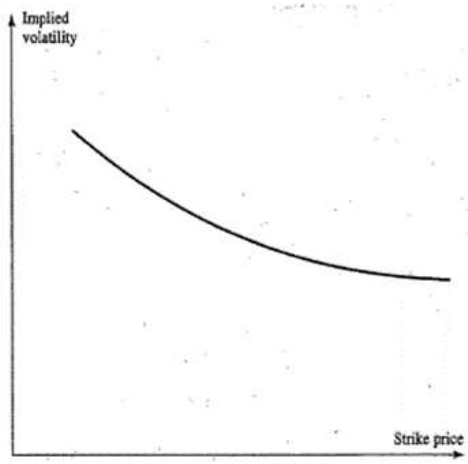
For å finne historisk volatilitet må man beregne historisk avkastning for det underliggende aktivumet over en bestemt periode. For den gitte tidsperioden og avkastningsfrekvensen, finner man den periodiske volatiliteten. Deretter annualiserer man den periodiske volatiliteten ved å multiplisere den med kvadratroten til antall perioder per år. Et eksempel kan være å finne daglig avkastning for en aksje over ett år, for så å finne den daglige volatiliteten over dette året, og til slutt finne årlig volatilitet ved å multiplisere den daglige volatiliteten med $\sqrt{252}$[1].

I motsetning til historisk volatilitet, som er basert på fortiden, er implisitt volatilitet basert på markedets syn på fremtiden. Den ignorerer historien, og finner volatiliteten basert på faktiske opsjonspriser. Dette gjøres ved å finne alle kjente parametere som brukes for å prise opsjonen med Black & Scholes formel, altså aksjeprisen, striken, risikofri rente og tid til forfall. Da man har den faktiske prisen til opsjonen, kan man bruke denne som opsjonspris i Black & Scholes, og dermed kan man løse likningen og finne den ukjente volatiliteten (Benninga, 2014).

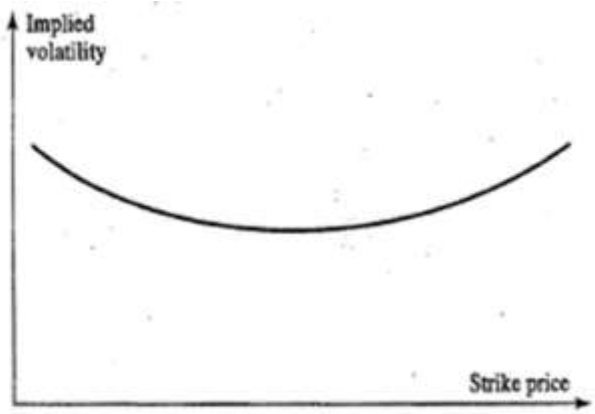
En av antagelsene i Black & Scholes er at volatiliteten er konstant. Man skulle derfor tro at det ikke spiller noen rolle hvilken strike eller tid til forfall man velger for å finne implisitt volatilitet, da det burde gi samme resultat. Det viser seg at dette ikke stemmer. Om man plotter den implisitte volatiliteten for opsjoner med ulik strike, finner man ofte et mønster som refereres til som «volatility skew» (McDonald, 2013). Man ser en skjevhet i den implisitte volatiliteten, hvor in-the-money opsjoner typisk har høyere implisitt volatilitet enn at-the-money og out-of-the-money opsjoner. Noen ganger observeres det også det som kalles et volatilitetssmil, hvor både in-the-money og out-of the-money opsjoner har høyere implisitt volatilitet enn at-the-money opsjonene. For opsjoner på valuta er det vanlig med volatilitetssmil, mens for opsjoner på aksjer ser man oftest «volatility skew» (Hull, 2009).

[1] 252 dager er det som vanligvis brukes som antall arbeidsdager per år.

Figur 4: «Volatilityskew» for aksjer. Hentet fra Hull (2009).



Figur 5: Volatilitetssmil for valuta. Hentet fra Hull (2009).



I oppgaven kommer jeg hovedsakelig til å benytte meg av implisitt volatilitet. Jeg vil basere meg på opsjoner med tilnærmet lik løpetid som produktene, dersom dette er mulig og ikke gir urimelige resultater. Samtidig kommer jeg til å se på den historiske volatiliteten, for å ha noe å sammenligne den implisitte volatiliteten med.

Korrelasjoner

Når investeringsproduktet har flere underliggende aktiva, for eksempel tre ulike aksjer, vil korrelasjonen mellom disse aktivaene ha betydning for verdsettelsen av produktet. Ved å benytte samme historiske avkastning som brukes for å finne historisk volatilitet, kan man estimere korrelasjonen mellom de underliggende aktivaene.

I tillegg til korrelasjon mellom de ulike aktivaene, vil også en eventuell korrelasjon mellom aktivaene og valutakursen være sentral i analysen. Som nevnt i kapittel 2 antas det derimot i oppgaven at korrelasjonen mellom utvikling i aktiva og valutakurs er null.

Dividende

Til slutt må det finnes dividenderater for de underliggende aktivaene som skal brukes i verdsettelsen. Alle produktene i oppgaven har aksjer som underliggende aktiva, der dividenderaten til aksjene ofte er oppgitt på Yahoo Finance, Google Finance eller lignende. Dersom det ikke er mulig å finne dividenderater på denne måten, blir de beregnet ved å se på informasjon om dividendeutbetalinger i selskapenes årsrapporter. Dividenderaten beregnes ved å dividere den årlige dividendeutbetalingen med aksjeprisen.

4.2 Nordea Warrant Amerikanske Aksjer

4.2.1 Om produktet

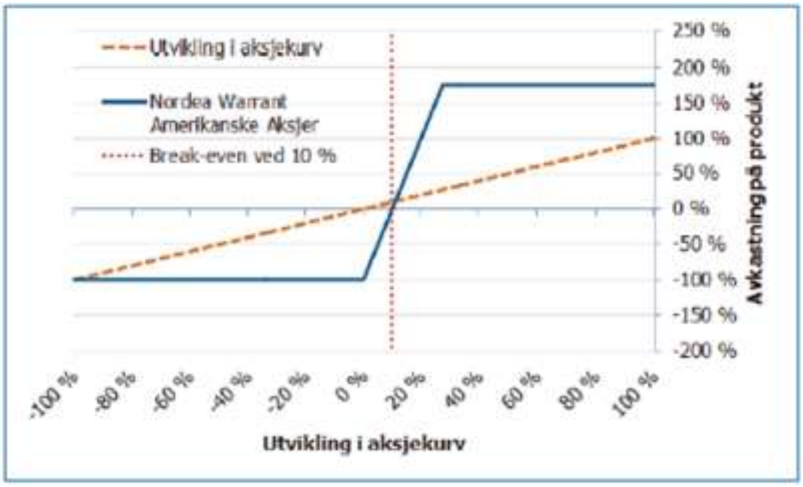
Det første produktet som analyseres er Nordea Warrant Amerikanske Aksjer. Produktet har en tegningsperiode fra 9. februar 2015 til 9. mars 2015. 13. mars 2015 er innbetalingsdag samt startdato. Produktet har en løpetid på to år, hvor fastsettelsen av sluttkurs for underliggende aktiva er 27. februar 2017, mens utbetalingen skal forekomme 13. mars 2017. Underliggende er en konstruert indeks bestående av de fem amerikanske aksjene Google Inc., PepsiCo Inc., General Motors Co, CBS Corp. og Hewlett-Packard Co, med 20% vekt i hver aksje. Utbetalingsbeløpet avgjøres av indeksutviklingen fra startdato til sluttdato, som multipliseres med investeringsbeløpet og en avkastningsfaktor. Indeksen justeres ikke for dividendeutbetalinger. Produktet er utstedt i norske kroner, og det er ikke knyttet noen risiko til utviklingen i amerikanske dollar. Dermed kan produktet betraktes som tilsvarende en quanto-opsjon. I tillegg finnes det en øvre grense på utviklingen til den underliggende indeksen, ved at utviklingen ikke kan bli høyere enn 27,5%.

Som nevnt i kapittel 2 kan warranter verdsettes som europeiske callopsjoner. For denne warranten må man derimot også ta hensyn til den øvre utbetalingsgrensen. En måte å gjøre dette på, er å se på produktet som strukturert sammen av en lang callopsjon med strike lik startverdien på underliggende indeks, og en kort callopsjon med strike lik taket på utbetalingen. Striken på den korte callopsjon vil da være 27,5% over striken på den lange. Om indeksen øker med over 27,5%, vil den korte callopsjonen nulle ut utbetalingen fra den lange callopsjonen, slik at man ikke overstiger maksimalavkastningen. Med utgangspunkt i likning (2.3), tilpasset til å inneholde både en lang og en kort callopsjon, kan utbetalingen til warranten uttrykkes matematisk på denne måten:

$$\widetilde{W}(T) = B(0) * \left(maks\left\{\frac{\tilde{q}(T) - q(0)}{q(0)}, 0\right\} - maks\left\{\frac{\tilde{q}(T) - q(0)}{q(0)} - 0{,}275, 0\right\}\right) * AF$$

hvor $\tilde{q}(T)$ og $q(0)$ er indeksverdien på henholdsvis fastsettelsesdatoen og startdatoen, og AF er avkastningsfaktoren. I prospektet opplyses avkastningsfaktoren til å være indikativ 1000%, men denne ble senere satt til 1100% (Nordea, 2015g). Jeg vil derfor benytte 1100% i analysen. Figur 6 illustrerer den potensielle avkastningen på warranten som en funksjon av utviklingen i aksjekurven. Denne er hentet fra prospektet og tar derfor utgangspunkt i en avkastningsfaktor på 1000%. En avkastningsfaktor på 1100% vil gi en tilsvarende brattere funksjon med en litt høyere maksimalavkastning.

Figur 6: Avkastning på Nordea Warrant Amerikanske Aksjer. Denne utbetalingsprofilen omtales som en «bull spread» i finansindustrien (Hull, 2009). Hentet fra Nordea (2015c).



Nordea har også tegningsomkostninger som varierer ut ifra hvor mye man investerer i produktet. Ved minsteinvesteringen på 10 000 og opp til 240 000 kroner vil tegningsomkostningen være 2%, fra 250 000 til 490 000 kroner er den 1%, og ved investeringer over 500 000 kroner er den 0%.

4.2.2 Estimering av parametere

Risikofri rente

For å verdsette warranten trengs både risikofri rente i USA og Norge. Siden løpetiden til produktet er to år, benytter jeg en interpolering av ett og tre års statsobligasjoner for å finne risikofri rente i Norge, da det ikke finnes to års statsobligasjoner. I USA finnes det derimot to års statsobligasjoner, og derfor benyttes dette til å finne risikofri rente i USA. Informasjonen er hentet fra Norges Banks hjemmeside (Norges Bank, 2015) og fra Yahoo Finance (2015c).

Tabell 2: To års risikofri rente i Norge og USA

RISIKOFRI RENTE	DISKRET	KONTINUERLIG
NORGE	0,785%	0,782%
USA	0,580%	0,578%

Volatilitet

Tabell 3 viser de fem aksjenes historiske volatilitet over ett til fem år. De er basert på daglige logaritmiske avkastninger, med daglige aksjekurser hentet fra Yahoo Finance (2015j, 2015g, 2015q, 2015d, 2015m). For Google og Pepsi er volatiliteten relativt konstant over de ulike tidsperiodene, selv om en lengre horisont gir en liten økning i volatilitet. For General Motors, CBS og Hewlett-Packard ser man at volatiliteten blir høyere jo større dataserie som brukes. Jeg har ikke beregnet den historiske volatiliteten til General Motors for fem års historiske data, da det kun var data fra de siste fire årene som var tilgjengelig.

Tabell 3: Historisk volatilitet

HISTORISK VOLATILITET	5 ÅR	4 ÅR	3 ÅR	2 ÅR	1 ÅR
GOOGLE	24,78%	24,19%	21,63%	21,62%	21,63%
GENERAL MOTORS	N/A	31,19%	26,40%	24,24%	23,53%
PEPSI	14,07%	13,87%	12,73%	13,85%	13,24%
CBS	31,61%	30,22%	24,57%	23,28%	23,72%
HEWLETT-PACKARD	34,35%	35,83%	33,65%	30,85%	26,23%

I tabell 4 ser man aksjenes implisitte volatilitet, basert på opsjoner med tilnærmet løpetid som warranten, hvor alle opsjonene utgår 20. januar 2017. Også informasjonen om opsjonene er hentet fra Yahoo Finance (2015k, 2015h, 2015r, 2015e, 2015n). Jeg har beregnet den implisitte volatiliteten både for callopsjoner med tilnærmet samme strike som aksjens verdi på samme tidspunkt, en såkalt at-the-money opsjon, og for callopsjoner med en strike som er 27,5% høyere enn aksjens verdi på samme tidspunkt, som da er out-of-the-money opsjoner. Dette gjøres fordi den lange og den korte callopsjonen i warranten har ulik strike, og de vil dermed kunne ha ulik implisitt volatilitet.

Tabell 4: Implisitt volatilitet

IMPLISITT VOLATILITET	AT-THE-MONEY OPSJON	OUT-OF-THE-MONEY OPSJON
GOOGLE	22,32%	20,92%
GENERAL MOTORS	28,53%	25,39%
PEPSI	19,74%	19,51%
CBS	25,18%	21,87%
HEWLETT-PACKARD	30,87%	27,62%

Det blir mest naturlige å sammenligne den implisitte volatiliteten med den to års historiske volatiliteten. For Google, CBS og Hewlett-Packard er det relativt likt, mens for General Motors og Pepsi er den implisitte volatiliteten basert på at-the-money opsjonen høyere enn den historiske. Implisitt volatilitet for General Motors ligger mellom tre og fire års historisk volatilitet, mens Pepsi har mye høyere implisitt volatilitet enn noen av de historiske.

Det er verdt å merke seg at den implisitte volatiliteten for out-of-the-money opsjonene er lavere enn for at-the-money opsjonene. Dermed ser man en «volatility skew», som er vanlig for opsjoner på aksjer. I verdsettelsen benyttes at-the-money-volatiliteten for den lange opsjonen, mens out-of-the-money-volatiliteten benyttes for den korte.

Korrelasjon mellom aksjene

Korrelasjonen mellom de ulike aksjene er beregnet ved bruk av fire års daglig logaritmisk avkastning. Resultatet ses i tabell 5.

Tabell 5: Korrelasjoner mellom de underliggende aksjene.

KORRELASJONER	GOOGLE	GM	PEPSI	CBS	HP
GOOGLE	1	0,3775	0,2882	0,4563	0,2411
GM	0,3775	1	0,3177	0,4775	0,3653
PEPSI	0,2882	0,3177	1	0,3872	0,2621
CBS	0,4563	0,4775	0,3872	1	0,3184
HP	0,2411	0,3653	0,2621	0,3184	1

Dividende

Aksjenes dividenderate er oppgitt på Yahoo Finance (2015l, 2015i, 2015s, 2015f, 2015o). I verdsettelsen skal det også tas hensyn til renteforskjellen mellom USA og Norge. Ved å legge til renteforskjellen til dividenderaten, finner man den implisitte dividenderaten som brukes i verdsettelsen.

Tabell 6: Implisitte dividenderater.

AKSJE	DIV.RATE	KONTINUERLIG DIV.RATE	RENTEDIFFERANSE ($R - R_I$)	IMPLISITT DIV.RATE
GOOGLE	0,00%	0,00%	0,204%	0,204%
GM	3,1%	3,053%	0,204%	3,257%
PEPSI	2,8%	2,762%	0,204%	2,966%
CBS	1,00%	0,995%	0,204%	1,199%
HP	2,00%	1,980%	0,204%	2,184%

4.2.3 Verdsettelse av produktet

Ved å beregne volatiliteten og den implisitte dividenderaten for en kurv av aksjer, gitt ved likning (2.13) og (2.14), kan man bruke Black'76 til å finne verdien av warranten. Dette gjøres ved først å beregne den lange callopsjonens verdi, for så å trekke fra verdien til den korte callopsjonen. Ut ifra mine beregninger finner jeg at den lange callopsjonen har en verdi på 0,0850389. Med en avkastningsfaktor på 1 100% og en investering på 10 000 kroner gir dette en verdi på 9 354,28 kroner. Den korte callopsjonen har en verdi på 0,0142349, og med samme avkastningsfaktor og investering gir dette en verdi på 1 565,84 kroner. Dermed blir den samlede verdien av warranten 7 788,44 kroner.

Selv om warranten kan verdsettes med formler, har jeg også valgt å prise den med Monte Carlo-simuleringer, som en kontroll av verdien. Det må gjøres simuleringer for både den lange og den korte callopsjonen. Den samlede verdien av warranten blir verdien av den lange callopsjonen minus den korte.. Da det er fem aksjer som underliggende må det trekkes fem tilfeldige normalfordelte tall for hver simulering. Disse omgjøres til korrelerte normalfordelte tall ved bruk av Cholesky-faktorisering. Med 500 000 simuleringer blir produktet estimert til en verdi på 7 790,94 kroner, med et standardavvik for hele estimatet på 26,52 kroner. Forskjellen på verdien ved bruk av Black'76 og Monte Carlo-simuleringer er altså liten. Fra tabell 7 ser man at produktverdien ligger med 95% sikkerhet mellom 7 738,96 kroner og 7 842,92 kroner, gitt at de benyttede parameterne er korrekte.

Tabell 7: Konfidensintervall for estimert verdi

	NEDRE GRENSE	ØVRE GRENSE
95% KONFIDENSINTERVALL	7 738,96	7 842,92

Ifølge prospektet går 90% av det innbetalte beløpet til sikring av derivatene, og 10% til tilretteleggerprovisjon ekskludert tegningsomkostninger. Dette betyr at per 10 000 kroner investert, er produktverdien 9 000 kroner, mens de resterende 1 000 kroner er en margin til Nordea. Sammenlignet med mine beregninger, er dette en langt høyere produktverdi og mye lavere marginer til Nordea. Produktverdien på 7 788,44 kroner som ble beregnet ved Black'76 impliserer at Nordea tar en margin på hele 2 211,56 kroner. Differensen mellom de to marginestimatene er da 1 211,56 kroner.

4.2.4 Sensitivitetsanalyse

Fra likning (2.13) ble den samlede indeksens volatilitet beregnet til å være 17,61% for den lange callopsjonen, og 15,99% for den korte callopsjonen. Dette er basert på bruk av implisitte volatiliteter estimert fra opsjoner. I delkapittel 4.2.2 ble det vist at toårig historisk volatilitet generelt var lavere enn implisitt volatilitet med at-the-money-opsjoner. Dersom man bruker toårig historisk volatilitet for både den lange og korte callopsjonen i warranten, og holder alle andre parametere uforandret, vil den samlede indeksen ha en volatilitet på 15,79%. Dette gjør at verdien av begge callopsjonene faller, men siden endringen i volatilitet er større for den lange callopsjonen enn for den korte, reduseres verdien av den lange callopsjon mest. Derfor er nettoeffekten at produktverdien reduseres. Ved bruk av Black'76 blir verdien 8 274,48 kroner for den lange callopsjonen og 1 501,07 kroner for den korte. Den samlede verdien på 6 773,41 kroner er 1 015,03 kroner lavere enn verdien ved bruk av implisitt volatilitet.

Tabell 8 illustrerer hvor sensitiv verdien av warranten er for endringer i volatilitet. Økt volatilitet for den lange opsjonen gir økt produktverdi, mens økt volatilitet for den korte opsjonen gir lavere produktverdi. Scenarioet med 16% volatilitet for den korte opsjonen og 17% eller 18% i volatilitet for den lange er tilnærmet lik det som ble brukt i verdsettelsen. Det er ulike alternativer som gjør at warranten blir verdt omtrent de 9 000 kronene man får opplyst i prospektet. Dersom man for eksempel holder volatiliteten fast på 16% for den korte opsjonen, mens man øker den lange opsjonens volatilitet til 20%, får man en produktverdi på 9 197,94 kroner. Alternativt kan man redusere den korte opsjonens volatilitet, for eksempel til 15%, som kombinert med en volatilitet for den lange opsjonen på 19% gir en produktverdi på 8 924,83 kroner. De ulike alternativene innebærer uansett å øke volatiliteten til den lange opsjonen, og redusere volatiliteten til den korte opsjonen til nivåer som ikke støttes av hverken den historiske eller implisitte volatiliteten som ble funnet i delkapittel 4.2.2. For å få en produktverdi på 9 000 kroner må det være et meget stort gap i volatilitet mellom den korte og lange opsjonen, som ut ifra beregningene synes usannsynlig.

Tabell 8: Produktverdi ved bruk av ulike volatiliteter.

VOLATILITET KORT CALL

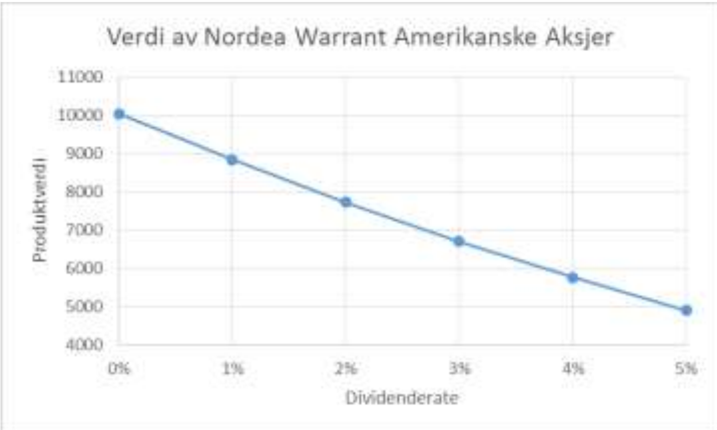
VOLATILITET LANG CALL	**14%**	**15%**	**16%**	**17%**	**18%**	**19%**	**20%**
14%	6247,56	5960,50	5641,40	5293,30	4919,08	4521,42	4102,77
15%	6840,56	6553,50	6234,40	5886,30	5512,08	5114,43	4695,77
16%	7433,60	7146,54	6827,44	6479,34	6105,12	5707,46	5288,81
17%	8026,56	7739,50	7420,40	7072,30	6698,08	6300,42	5881,77
18%	8619,35	8332,29	8013,19	7665,09	7290,87	6893,21	6474,56
19%	9211,89	8924,83	8605,73	8257,62	7883,41	7485,75	7067,09
20%	9804,10	9517,04	9197,94	8849,84	8475,62	8077,96	7659,31
21%	10395,93	10108,87	9789,77	9441,67	9067,45	8669,79	8251,14
22%	10987,32	10700,26	10381,16	10033,06	9658,84	9261,18	8842,53

Den implisitte dividenderaten påvirker også warrantens verdi i stor grad. Fra tabell 9 og figur 7 ser man at produktverdien er fallende ved økt dividenderate. Med en implisitt dividenderate for den samlede indeksen på 0% ville produktverdien vært 10 041,90 kroner, mens en 5% implisitt dividenderate kun vil gi en verdi på 4 918,07 kroner. Dividenderaten har altså stor betydning for produktverdien til warranten.

Tabell 9: Produktverdi ved bruk av ulike dividenderater for den underliggende indeksen.

IMPLISITT DIVIDENDERATE	PRODUKTVERDI
0%	10 041,90
1%	8 842,90
2%	7 733,90
3%	6 712,19
4%	5 574,69
5%	4 918,07

Figur 7: Produktverdien som funksjon av implisitt dividenderate for underliggende indeks.



4.2.5 Sannsynlighetsberegninger for forventet avkastning

For warranten er det fem amerikanske aksjer som er underliggende aktiva, og derfor tar jeg utgangspunkt i risikopremien i det amerikanske aksjemarkedet. I en undersøkelse om risikopremien i 88 ulike land, kommer Fernandez, Linares og Fernandez Acín (2014) frem til at markeds risikopremie i USA i 2014 i gjennomsnitt var 5,4%. Dette er et estimat på $E[r_M - r]$, men siden vi skal finne risikopremien til hver aksje, må det i tillegg tas hensyn til de fem ulike aksjenes beta.

På Yahoo Finance (2015l, 2015i, 2015s, 2015f, 2015o) er det oppgitt betaverdier for de fem aktuelle aksjene. Ved å multiplisere betaene med markedets forventede risikopremie, finner man risikopremien til hver aksje. Risikopremiene er illustrert i tabell 10, og blir brukt som λ i simuleringene.

Tabell 10: Risikopremier.

AKSJE	BETA	$E[r_M - r]\beta_i$
GOOGLE	0,88	4,75%
GM	1,08	5,83%
PEPSI	0,60	3,24%
CBS	1,58	8,53%
HP	1,50	8,10%

Fordi warranten har 2% tegningsomkostninger ved minsteinvesteringer, blir dette tatt med i beregningene av avkastning med gebyrer. Med 500 000 simuleringer finner jeg at warrantens forventede avkastning er 23,17% uten gebyrer og 20,75% med gebyrer. Standardavviket er 0,18% for begge estimatene. Dette tilsvarer en forventet årlig avkastning på 11,14% uten gebyrer og 10,03% med gebyrer, med et standardavvik på 0,09%. Nordea på sin side oppgir i prospektet at den forventede årlige avkastningen estimeres til 10,66% uten tegningsomkostninger, og 9,67% når tegningsomkostninger er medregnet. Man ser dermed at deres forventede årlige avkastning er relativ lik, og faktisk så vidt lavere, enn det jeg har funnet i mine beregninger,

Tabell 11: Forventet avkastning.

	U/ GEBYR	M/ GEBYR	ST.AVVIK
FORVENTET TOTALAVKASTNING	23,17%	20,75%	0,18%
FORVENTET ÅRLIG AVKASTNING	11,14%	10,03%	0,09%

Videre har jeg gjort beregninger for sannsynlighetsfordelingen til warranten. Tabell 12 viser sannsynlighetsfordelingen til totalavkastningen. Sannsynligheten for at man taper hele investeringen er estimert til 39,60%. Nordea hevder i sitt prospekt at sannsynligheten er 36,8%, så forskjellen mellom min og Nordeas sannsynlighetsvurdering er ikke stor. Ut over muligheten for å tape hele investeringen, er det en 13,86% sannsynlighet for negativ avkastning uten tegningsomkostninger, og 14,13% med tegningsomkostninger. Dette gir en samlet sannsynlighet for negativ avkastning på 53,46% uten tegningsomkostninger, og 53,73% med tegningsomkostninger.

Tabell 12: Sannsynlighetsfordelingen til totalavkastningen.

SANNSYNLIGHETSFORDELING TOTALAVKASTNING	UTEN GEBYR	MED GEBYR
-100%	39,60%	39,60%
-100-0%	13,86%	14,13%
0-25%	3,26%	3,33%
25-50%	3,15%	3,20%
50-75%	3,05%	3,09%
75-100%	2,90%	2,92%
100-125%	2,71%	2,74%
125-150%	2,58%	2,60%
150-175%	2,47%	2,48%
175-200%	2,29%	25,91%
>200%	24,13%	0,00%

Tabell 12 viser videre at sannsynlighetsfordelingen holder seg relativt lav innenfor de ulike intervallene, men sannsynligheten for en avkastning på over 200% er høy med 24,13% uten tegningsomkostninger. Fordi utviklingen i underliggende indeks er begrenset til 27,5%, vil maksimalavkastningen være 202,5%. Det er med andre ord en rimelig stor mulighet for tilnærmet maksimalavkastning. Om man tar hensyn til tegningsomkostninger vil den maksimale avkastningen være like under 200%, og derfor er sannsynligheten for en avkastning mellom 175% og 200% så høy som 25,91%, ettersom dette inneholder alle tilfeller hvor den underliggende indeksen stiger med 27,5% eller mer.

I prospektet kan man lese at «den høyeste avkastningen i simuleringen er målt til 50,58 % p.a. uten tegningsomkostninger og 49,59 % p.a. inkludert 2 % tegningsomkostninger» (Nordea, 2015c). Sannsynligheten for dette estimerer de til å være tilnærmet lik null. Dette stemmer lite overens med mine beregninger. Som nevnt vil produktet gi en maksimalavkastning like over 200% når indeksen styrker seg med 27,5% eller mer. I så fall vil den årlige avkastningen være 75,29%, som dermed er rundt 25 prosentpoeng høyere enn det Nordea oppgir. I tillegg gir mine beregninger nesten en fjerdedels sjanse for tilnærmet maksimalavkastningen, som er mye mer enn Nordeas vurdering om at det nesten ikke er mulig.

Med en så ulik vurdering av maksimalavkastning kan det virke som det er noen som har begått en regnefeil. Mye tyder på at det er Nordea som er synderen, ettersom de videre skriver i prospektet: «laveste og høyeste annualiserte avkastning på produktet vil med 70 % sannsynlighet ligge i intervallet 50,58 % p.a. og -100 % p.a. uten tegningsomkostninger og i intervallet 49,59 % p.a. og -100 % p.a. inkludert 2 % i tegningsomkostninger» (Nordea, 2015c). Med andre ord hevder de at det er en 70% sannsynlighet for at avkastningen er i intervallet mellom maksimum- og minimumsavkastningen, noe som faller på sin egen urimelighet. Det kan tenkes at det har skjedd en regne- eller trykkfeil fra Nordea sin side, da det er lite trolig at de med vilje vil gi informasjon som fremstiller produktet som dårligere enn det er. Uansett gjør denne opplagte feilen at min tiltro til beregningene i prospektet reduseres.

Tabell 13 og figur 8 viser sannsynlighetsfordelingen til den forventede årlige avkastningen. Som vi ser er det mest sannsynlige utfallet at man får en negativ avkastning, mens sannsynligheten for en årlig avkastning på over 70% er 25,52% uten tegningsomkostninger, og 25,00% med tegningsomkostninger. Warranten er altså svært risikabel, og kan på mange måter omtales som et «alt eller ingenting» produkt».

Tabell 13: Sannsynlighetsfordelingen til den årlige avkastningen.

SANNSYNLIGHETFORDELING ÅRLIG AVKASTNING	**UTEN GEBYR**	**MED GEBYR**
<0%	53,46%	53,73%
0-10%	2,71%	2,74%
10-20%	2,85%	2,90%
20-30%	3,03%	3,09%
30-40%	3,11%	3,15%
40-50%	3,10%	3,12%
50-60%	3,12%	3,16%
60-70%	3,10%	3,11%
>70%	25,52%	25,00%

Figur 8: Sannsynlighetsfordelingen til den årlige avkastningen.

4.3 Nordea Aksjebuffer Europa Eksport

4.3.1 Om produktet

Det neste produktet som analyseres er Nordea Aksjebuffer Europa Eksport. Produktet opererer med mange av de samme datoene som Nordea Warrant Amerikanske Aksjer, hvor tegningsperioden er fra 9. februar 2015 til 9. mars 2015. Innbetalingsdag og startdato for produktet er 13. mars 2015. Aksjebufferen har en lengre investeringshorisont enn warranten, hvor fastsettelse av sluttkurs for underliggende aktiva er 27. februar 2020. Utbetalingen skjer 13. mars 2020. Også for aksjebufferen er underliggende aktivum en konstruert indeks bestående av fem aksjer. Her er det de tyske aksjene BMW AG, Siemens AG og SAP SE, samt de franske aksjene LVMH Moet Hennessy Louis Vetton S.A og Sanofi S.A som inngår i indeksen. Aksjene er vektet likt med 20% hver.

Strukturen til Nordea Aksjebuffer Europa Eksport ligner på en aksjeindeksert obligasjons struktur, men det er noen sentrale forskjeller. For aksjeindekserte obligasjoner er man sikret tilbakebetaling av investeringsbeløpet, og kan få en høyere utbetaling avhengig av utviklingen til underliggende aktivum. Med aksjebufferen har man også mulighet for høyere avkastning dersom den underliggende indeksen utvikler seg positivt, og man får tilbakebetalt investeringsbeløpet hvis den underliggende indeksen ikke faller mer enn 30%. Skulle indeksen derimot falle mer enn 30%, er utbetalingen igjen knyttet til indeksen, hvor man får et tap på investeringsbeløpet tilsvarende fallet i indeksen. Figur 9 viser hvordan utbetalingen avhenger av indeksutviklingen.

Figur 9: Avkastningen på Nordea Aksjebuffer Europa Eksport. Hentet fra Nordea (2015a).

I figur 9 ser man at ved den samme positive kursutviklingen vil aksjebufferens avkastning være høyere enn aksjekurvens avkastning. Dette skyldes at Nordea har lagt inn en avkastningsfaktor som multipliseres med en eventuell kursstigning. I prospektet er denne opplyst til å være indikativ 125%, men da produktet startet ble denne satt til 150% (Nordea, 2015e). Siden figur 9 er hentet fra prospektet er avkastningen på produktet vist med en avkastningsfaktor på 125%. En avkastningsfaktor på 150% vil gi samme funksjon, men med en brattere oppside.

Aksjebufferen kan verdsettes med utgangspunkt i Black'76. Dette gjøres på samme måte som ved aksjeindekserte obligasjoner, men det må i tillegg tas hensyn til den potensielle nedsiden ved et fall i indeksen med mer enn 30%. Man kan derfor bruke likning (2.5) for å verdsette aksjebufferen, og legge til en kort gap putopsjon. Ved en gap putopsjon har man to ulike typer striker: en som representerer det opsjonens eier har rett til å selge aksjen for (K_1), og en som representerer den aksjeprisen som utløser retten til å selge (K_2). Dersom S_T < K_2 på tidspunkt T, vil man få en utbetaling på K_1 – S_T. Verdien av en gap putopsjon vil være gitt ved:

$$P_0^{GAP}(S_0, K_1, K_2, \sigma, r, T, \delta) = K_1 e^{-rT} N(-d_2) - S_o e^{-\delta T} N(-d_1)$$

hvor d_1 og d_2 er definert ved:

$$d_1 = \frac{ln\left({S_0}/{K_2}\right) + \left(r - \delta + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \ og \ d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$ (McDonald, 2013).

For aksjebufferen vil dette tilsvare at K_1 = 1 og K_2 = 0,7. Dermed får man en utbetaling lik fallet i aksjekurven når S_T < 0,7. Ved å legge til en slik kort gap putopsjon til en aksjeindeksert obligasjon, får man samme struktur som aksjebufferen.

Aksjebufferen er utstedt i norske kroner, og er i likhet med warranten en quanto, fordi det ikke er knyttet risiko til euroens utvikling. Produktet tar ikke hensyn til eventuelle dividendeutbetalinger for aksjene.

Minsteinvestering i aksjebufferen er 50 000 kroner, tilsvarende fem andeler på 10 000 kroner. For minsteinvesteringer og opp til 990 000 kroner har Nordea en tegningsomkostning på 2%, fra 1 000 000 til 4 990 000 kroner er den 1%, og for investeringer over 5 000 000 kroner er den 0%.

4.3.2 Estimering av parametere

Risikofri rente

Produktet er utstedt i norske kroner og inneholder både tyske og franske aksjer. Derfor trengs både risikofri rente fra Norge og risikofri rente for eurosonen. Siden aksjebufferen har en løpetid på fem år, benytter jeg fem års statsobligasjoner som utgangspunkt for risikofri rente. For eurosonen bruker jeg tyske statsobligasjoner, da disse anses som de sikreste av statsobligasjonene i eurosonen. Informasjon om norske statsobligasjoner er hentet fra Norges Banks hjemmeside (Norges Bank, 2015), mens informasjon om tyske statsobligasjoner er hentet fra bloomberg.com (Bloomberg, 2015).

Tabell 14: Risikofrie renter.

RISIKOFRI RENTE	DISKRET	KONTINUERLIG
NORGE	1,030%	1,025%
EUROSONEN	-0,120%	-0,120%

Tabell 14 viser at tyske femårige statsobligasjoner har en negativ yield. Problemet med bruk av negativ risikofri rente er at man da implisitt ser bort ifra muligheten man har til å ta ut euro i kontanter, for så å oppbevare disse i en safe. Dette alternativet innebærer en risikofri rente på 0%, og jeg vil derfor benytte meg av 0% som eurosonens risikofrie rente i verdsettelsen.

Volatilitet

Tabell 15 viser de fem aksjenes historiske volatilitet over ett til fem år. Disse er beregnet fra daglige logaritmiske avkastninger, med aksjekurser hentet fra Yahoo Finance (2015v, 2015u, 2015p, 2015b) og Google Finance (2015). Siemens, SAP og Sanofi har relativt lik volatilitet over de ulike tidsperiodene, mens BMW og LVMH har høyere volatilitet jo lenger tidsperioden er. Siden aksjebufferen har en løpetid på fem år, er det naturlig å ta utgangspunkt i fem års volatilitet. Videre har jeg beregnet den implisitte volatiliteten til hver aksje, som kan ses i tabell 16. Opsjonene som brukes har nesten fem års løpetid, og utgår 20. desember 2019. Informasjonen om opsjonene er hentet fra Eurex nettside (2015d, 2015c, 2015e, 2015a, 2015b).

Tabell 15: Historisk volatilitet.

HISTORISK	5 ÅR	4 ÅR	3 ÅR	2 ÅR	1 ÅR
BMW	29,48%	28,75%	23,96%	22,51%	23,72%
SIEMENS	22,69%	21,33%	19,09%	19,56%	19,79%
SAP	20,37%	21,12%	19,80%	19,45%	20,74%
LVMH	26,05%	25,39%	22,93%	21,76%	21,85%
SANOFI	22,91%	22,98%	22,52%	22,51%	23,21%

Om man sammenligner implisitt volatilitet med fem års historisk volatilitet, ser man at den er nesten helt lik for BMW. Siemens og SAP har litt høyere implisitt enn historisk volatilitet. LVMH har litt lavere implisitt enn historisk volatilitet, mens Sanofi har mye høyere implisitt enn historisk volatilitet. I verdsettelsen benyttes implisitt volatilitet.

Tabell 16: Implisitt volatilitet.

IMPLISITT VOLATILITET	AT-THE-MONEY OPSJON
BMW	29,15%
SIEMENS	25,25%
SAP	23,18%
LVMH	24,19%
SANOFI	28,71%

Korrelasjon mellom aksjene

Korrelasjonen mellom aksjene beregnes ut ifra fem års logaritmisk avkastning, og kan ses i tabell 17.

Tabell 17: Korrelasjoner mellom de underliggende aksjene

KORRELASJON	BMW	SIEMENS	SAP	LVMH	SANOFI
BMW	1	0,6653	0,5229	0,5499	0,4206
SIEMENS	0,6653	1	0,5794	0,4686	0,4464
SAP	0,5229	0,5794	1	0,4425	0,4352
LVMH	0,5499	0,4686	0,4425	1	0,5461
SANOFI	0,4206	0,4464	0,4352	0,5461	1

Dividende

I motsetning til de amerikanske aksjene som var underliggende i warranten, er det ikke oppgitt dividenderate for aksjene som er underliggende i aksjebufferen på Yahoo Finance eller andre nettsider som jeg kunne finne. Derfor tar jeg utgangspunkt i årsrapporten til BMW Group (2015), Siemens (2015), SAP (2015), LVMH (2015) og Sanofi (2015) for 2014. Her har jeg funnet dividendeutbetalingene de siste årene, for så å beregne dividenderaten ved å dividere den årlige dividendeutbetalingen med aksjeprisen.

Tabell 18: Dividenderater

DIVIDENDERATE	2014	2013	2012	2011	2010	GJENNOMSNITT
BMW	3,23%	3,05%	3,43%	4,45%	2,21%	3,27%
SIEMENS	3,50%	3,00%	3,60%	3,90%	2,90%	3,38%
SAP	1,89%	1,60%	1,40%	2,69%	1,57%	1,83%
LVMH	2,42%	2,34%	2,09%	2,38%	1,71%	2,19%
SANOFI	3,77%	3,63%	3,88%	4,67%	5,22%	4,23%

Jeg har valgt å bruke gjennomsnittet av de siste fem års dividenderater som utgangspunkt for verdsettelsen. Ved å omgjøre fra diskrete til kontinuerlige dividenderater, og legge til rentedifferansen mellom Norge og Eurosonen, får man den implisitte dividenderaten, som vises i tabell 19.

Tabell 19: Implisitte dividenderater.

AKSJE	DISKRET DIV.RATE	KONTINUERLIG DIV.RATE	RENTE-DIFFERANSE	IMPLISITT DIV.RATE
BMW	3,27%	3,221%	1,025%	4,246%
SIEMENS	3,38%	3,324%	1,025%	4,349%
SAP	1,83%	1,816%	1,025%	2,840%
LVMH	2,19%	2,162%	1,025%	3,187%
SANOFI	4,23%	4,147%	1,025%	5,172%

4.3.3 Verdsettelse av produktet

Som tidligere nevnt i oppgaven kan aksjebufferen verdsettes basert på Black'76 og likning (2.5) ved å legge til en kort gap putopsjon. Jeg bruker likning (2.13) og (2.14) til å beregne volatilitet og implisitt dividenderate for kurven av aksjer. Callopsjons verdi i aksjebufferen beregnes da til 0,1027, som med en investering på 10 000 kroner og en avkastningsfaktor på 150% gir en verdi på 1 539,95 kroner. Ved å legge til verdien av obligasjonselementet på 9 503,24 kroner, får man en samlet verdi på 11 043,19 kroner. Til slutt må verdien av den korte gap putopsjonen trekkes fra, som har en verdi på 1 843,75 kroner ved en investering på 10 000 kroner. Den samlede verdien av aksjebufferen blir dermed 9 199,44 kroner.

Også for aksjebufferen har jeg valgt å gjøre en verdsettelse med Monte Carlo-simuleringer. På samme måte som for warranten trekker jeg fem tilfeldige normalfordelte tall for hver simulering, og omgjør de til korrelerte normalfordelte tall ved bruk av Cholesky-faktorisering. Med 500 000 simuleringer finner jeg at aksjebufferen har en verdi på 9 200,51 kroner, med et standardavvik på 7,50 kroner for hele simuleringen. Forskjellen på verdsettelsen med formler og Monte Carlo-simuleringer er altså så liten som 1,07 kroner. Tabell 20 viser at aksjebufferen med 95% sikkerhet har en verdi mellom 9 185,82 og 9 215,20 kroner.

Tabell 20: Konfidensintervall for den estimerte verdien.

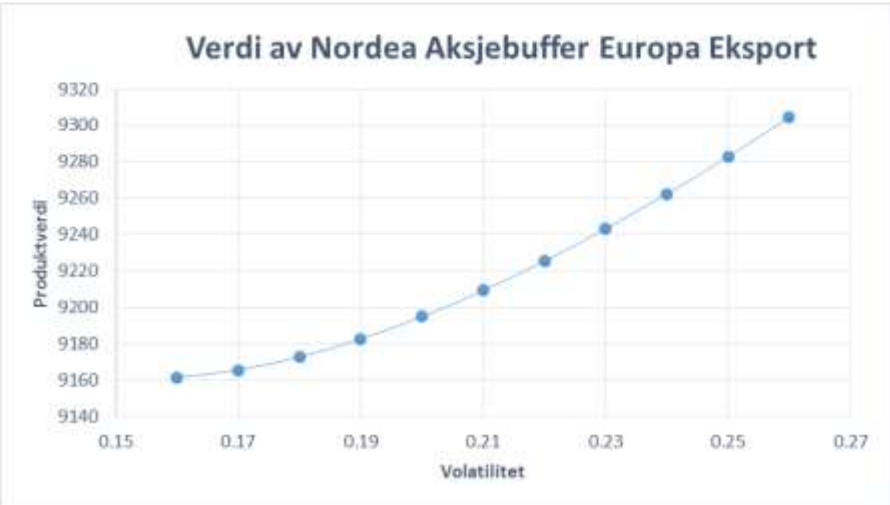
	NEDRE GRENSE	ØVRE GRENSE
95% KONFIDENSINTERVALL	9185,82	9215,20

I prospektet skriver Nordea at 93,3% av innbetalingsbeløpet går til sikring av obligasjonen, 2,2% går til sikring av derivatet, mens de resterende 4,5% er tilretteleggerprovisjon. Dette tilsier at per 10 000 kroner investert vil produktverdien være 9 550 kroner, mens 450 kroner er en margin til Nordea. Med mine beregninger basert på Black'76 ble produktverdien 9 199,44 kroner, som betyr at Nordeas margin er på 800,56 kroner. Dette er 350,56 kroner mer enn det Nordea hevder.

4.3.4 Sensitivitetsanalyse

Ved bruk implisitt volatilitet, ble den samlede volatiliteten til indeksen estimert til 20,33%. Alternativt kunne man brukt fem års historisk volatilitet, og ville da fått en samlet volatilitet på 18,99% for indeksen. Med denne volatiliteten ville produktverdien vært 9 182,55 kroner, altså kun 16,89 kroner mindre enn ved bruk av implisitt volatilitet. Det viser seg nemlig at verdien til aksjebufferen ikke er spesielt sensitiv overfor endringer i volatilitet. Dette er illustrert i figur 10, hvor produktverdien vises som en funksjon av volatiliteten. Når volatiliteten er så lav som 16% er produktverdien 9 161,68 kroner, mens en volatilitet på 26% gir en verdi på 9 304,35 kroner. Man ser dermed at selv for en 10 prosentpoengs økning i volatilitet, er ikke økningen i produktverdi særlig stor. Dette skyldes at høyere volatilitet øker verdien til både gap putopsjonen og callopsjonen. Dermed vil de to opsjonenes verdiendringer delvis utligne hverandre. Dette gjør at produktverdien ikke er spesielt sensitiv overfor volatilitetsendringer.

Figur 10: Produktverdi som funksjon av volatiliteten til underliggende indeks.

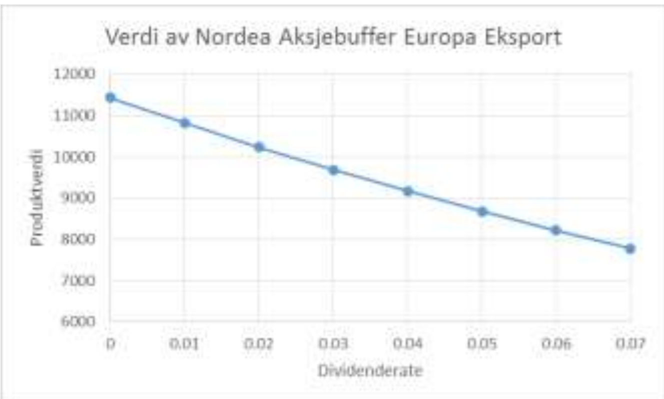


Tabell 21: Produktverdi for ulike volatiliteter for den underliggende indeksen.

VOLATILITET	PRODUKTVERDI
16%	9 161,68
17%	9 165,66
18%	9 172,80
19%	9 182,68
20%	9 194,94
21%	9 209,29
22%	9 225,46
23%	9 243,23
24%	9 262,41
25%	9 282,83
26%	9 304,35

I motsetning til volatiliteten, spiller den implisitte dividenderaten en betydelig rolle for aksjebufferens verdi. Figur 11 og tabell 22 viser aksjebufferens verdi som en funksjon av den samlede indeksens implisitte dividenderate. Når dividenderaten er 3,26% er produktverdien lik de 9 550 kronene oppgitt i prospektet. Om dividenderaten er så høy som 7%, er produktverdien 7 779,49 kroner. For hver prosentpoengs økning i dividenderate får man en reduksjon på i overkant av 5% av produktverdien.

Figur 11: Verdien av Nordea Aksjebuffer Europa Eksport som funksjon av den implisitte dividenderaten til underliggende indeks.



Tabell 22: Produktverdi med ulike implisitte dividenderater for den underliggende indeksen.

IMPLISITT DIVIDENDERATE	PRODUKTVERDI
0%	11 434,34
1%	10 817,08
2%	10 235,64
3%	9 687,35
4%	9 169,76
5%	8 680,57
6%	8 174,76
7%	7 779,49

4.3.5 Sannsynlighetsberegninger for forventet avkastning

For å estimere risikopremien tas det utgangspunkt i risikopremien i Tyskland og Frankrike, fordi underliggende aktiva er tre tyske og to franske aksjer. I den samme undersøkelsen til Fernandez, Linares og Fernandez Acín (2014) som nevnt i delkapittel 4.2.5, finner de at markeds gjennomsnittlige risikopremie i 2014 var 5,4% for Tyskland og 5,8% for Frankrike. På nettsiden til Reuters (2015b, 2015g, 2015f, 2015c, 2015e) er det oppgitt betaverdier for de fem ulike aksjene. Dermed kan det finnes risikopremier for hver aksje, og disse risikopremiene vises i tabell 23.

Tabell 23: Risikopremier.

AKSJE	BETA	$\mathbf{r_M - r}$	$\mathbf{E[r_M - r]\beta_i}$
BMW	1,27	5,40%	6,86%
SIEMENS	0,87	5,40%	4,70%
SAP	0,7	5,40%	3,78%
LVMH	0,92	5,80%	5,34%
SANOFI	0,63	5,80%	3,65%

Ettersom aksjebufferen har 2% tegningsomkostninger ved minsteinvesteringer, inkluderes dette i beregninger av avkastning med gebyrer. Ved å benytte risikopremiene fra tabell 23, finner jeg med 500 000 simuleringer at aksjebufferens forventede avkastning er 26,65% uten gebyrer og 24,17% med gebyrer. Begge estimatene har et standardavvik på 0,10%. Forventet årlig avkastning blir da 4,87% uten gebyrer og 4,45% med gebyrer, med et standardavvik på 0,02%. Dette er mye lavere enn det Nordea opplyser som forventet årlig avkastning i prospektet, med 7,84% uten gebyrer og 7,45% med gebyrer.

Tabell 24: Forventet avkastning.

	U/GEBYR	M/GEBYR	ST.AVVIK
FORVENTET TOTALAVKASTNING	26,65%	24,17%	0,10%
FORVENTET ÅRLIG AVKASTNING	4,87%	4,45%	0,02%

Tabell 25 viser sannsynlighetsfordelingen til aksjebufferens totalavkastning. Her ser man blant annet at sannsynligheten for negativ avkastning uten gebyrer er 22,18%. Dette vil være i de tilfeller hvor den underliggende indeksen har falt med 30% eller mer. Dersom man tar hensyn til gebyrer vil sannsynligheten for negativ avkastning være 51,96%. Årsaken til at den er så høy er at den inkluderer alle tilfeller hvor den underliggende indeksen har falt, også de tilfeller hvor man får tilbakeført investeringsbeløpet, som gir negativ avkastning når man medregner gebyrer. Dette gjør at det også blir stor forskjell i sannsynlighet for totalavkastning mellom 0-10%, da sannsynligheten er så høy som 34,25% uten gebyrer, mot 5,66% medregnet gebyrer. Man ser dermed at sannsynligheten for 0% avkastning er relativt stor, og i tabell 26 er den beregnet til å være 28,62%. Her ser man også at sannsynligheten for positiv avkastning er 49,20%. I prospektet skriver Nordea at sannsynligheten for positiv avkastning er 65,80%; sannsynligheten for tilbakebetaling av investeringsbeløp uten gevinst er 22,80% og sannsynligheten for tap er 11,40%. Deres sannsynlighetsvurdering er dermed høyere for gevinst og tilbakebetaling, men lavere for tap enn hva mine beregninger viser.

Tabell 25: Sannsynlighetsfordeling for totalavkastningen.

SANNSYNLIGHETSFORDELING TOTALAVKASTNING	UTEN GEBYR	MED GEBYR
<0%	22,18%	51,96%
0-10%	34,25%	5,66%
10-20%	5,16%	5,16%
20-30%	4,68%	4,61%
30-40%	4,23%	4,22%
40-50%	3,78%	3,73%
50-60%	3,32%	3,21%
60-70%	2,90%	2,85%
70-80%	2,56%	2,50%
80-90%	2,23%	2,17%
90-100%	1,96%	1,87%
100-110%	1,71%	1,65%
110-120%	1,47%	1,42%
>120%	9,58%	9,00%

Tabell 26: Sannsynlighetsberegninger.

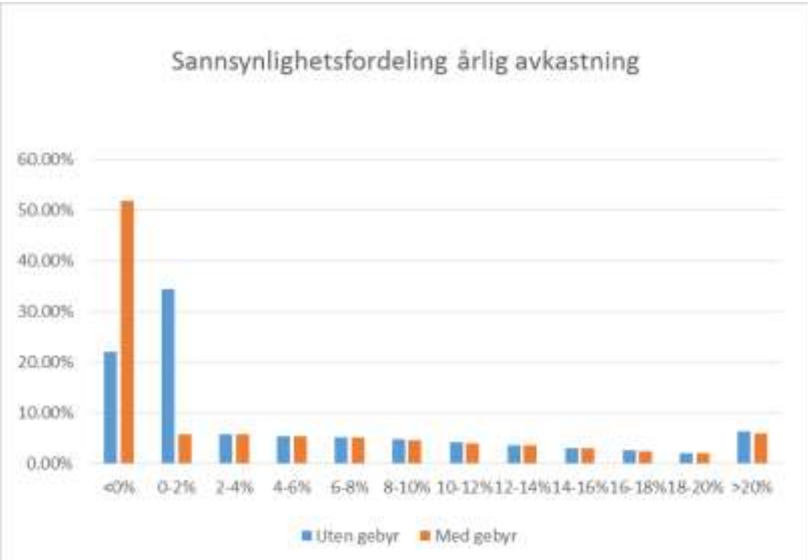
SANNSYNLIGHET	MINE BEREGNINGER	NORDEAS BEREGNINGER
FOR TAP	22,18%	11,40%
FOR KUN TILBAKEBETALING	28,62%	22,80%
FOR GEVINST	49,20%	65,80%

Tabell 27 og figur 12 viser sannsynlighetsfordelingen til aksjebufferens årlige avkastning. Nordea skriver i prospektet at aksjebufferen med 70% sannsynlighet vil gi en årlig avkastning mellom 0% og 15,49% uten tegningsomkostninger, og mellom -0,40% og 15,10% med tegningsomkostninger (Nordea, 2015a). Dette er i tråd med mine beregninger, der man for eksempel ved å legge sammen sannsynligheter finner at avkastningen med 66,62% sikkerhet ligger mellom 0 og 16% uten tegningsomkostninger.

Tabell 27: Sannsynlighetsfordeling for årlig avkastning.

SANNSYNLIGHETSFORDELING ÅRLIG AVKASTNING	**UTEN GEBYR**	**MED GEBYR**
<0%	22,18%	51,96%
0-2%	34,45%	5,85%
2-4%	5,72%	5,73%
4-6%	5,47%	5,44%
6-8%	5,20%	5,14%
8-10%	4,76%	4,63%
10-12%	4,20%	4,11%
12-14%	3,68%	3,58%
14-16%	3,14%	3,01%
16-18%	2,63%	2,53%
18-20%	2,11%	2,02%
>20%	6,46%	6,00%

Figur 12: Sannsynlighetsfordeling for årlig avkastning.



Sammenlignet med warranten, har aksjebufferen mye mindre risiko knyttet til seg, hvor det er over 30% mer sannsynlig med negativ avkastning for warranten enn for aksjebufferen. I tillegg innehar ikke aksjebufferen risiko for å tape hele investeringen, slik som warranten har. På den annen siden er aksjebufferens positive avkastning begrenset, hvor den årlige avkastningens sannsynlighetsfordeling holder seg lav for de fleste intervaller, og har bare 6,46% sjanse for en årlig avkastning over 20% uten tegningsomkostninger. Den forventede årlige avkastningen er også lavere for aksjebufferen enn for warranten. Dette er naturlig da aksjebufferen har lavere risiko.

4.4 Nordea Aksjekupong Oljeservice

4.4.1 Om produktet

Nordea Aksjekupong Oljeservice er det siste produktet som analyseres. Aksjekupongens tegningsperioden er fra 26. januar 2015 til 2. februar 2015. Startdato samt innbetalingsdato er 6. februar 2015. Produktet har i utgangspunktet en løpetid på nesten fem år, der tilbakebetalingsdatoen er 31. januar 2020, men det er mulig produktet avsluttes før denne datoen. Aksjekupongen har tre norske aksjer som underliggende aktiva: Petroleum Geo-Services ASA, Aker Solutions ASA og Subsea 7 S.A. 21. desember hvert år observeres aksjenes verdiutvikling, hvor den første observasjonen er 21. desember 2015, og siste observasjon er 21. desember 2019. Til sammen blir det altså fem observasjoner.

Som nevnt i kapittel 2.2 har aksjekuponger mye til felles med obligasjoner, hvor utstederen har lånt et beløp av kjøperen, og forplikter seg til å tilbakebetale dette i form av kupongutbetalinger og pålydende verdi. For dette produktet var kupongen indikativ satt til 23% i prospektet, men den virkelige kupongen ble 27,8% (Nordea, 2015f). Jeg vil derfor benytte meg av 27,8% som utgangspunkt i verdsettelsen. Fordi utbetalingen til kupongen er avhengig av de underliggende aksjenes utvikling, kan aksjekupongen omtales som et derivat. I tillegg er også løpetiden avhengig av de underliggende aksjenes utvikling.

Den aksjen med svakest utvikling av de tre underliggende aksjene avgjør hva aksjekupongens utbetaling blir. Dette omtales videre som «den svakeste aksjen». Det er flere kriterier for den svakeste aksjen som spiller inn på aksjekupongens utbetaling. For å forklare disse kriteriene vil jeg introdusere noen terminologier som Nordea bruker. Kupongbarrieren er den laveste aksjekursutviklingen som gjør at produktet utbetaler en kupong. Denne er satt til 70% av aksjenes startverdi. Dersom den svakeste aksjens kursutviklingen er over eller lik kupongbarrieren på observasjonsdatoen, vil produktet gi en kupongutbetaling på 27,8%. Videre har man innløsningsbarrieren. Dette er den laveste aksjekursutviklingen som gjør at produktet forfaller før den opprinnelige forfallsdatoen. Innløsningsbarrieren er satt til 100% av startverdien. Dersom den svakeste aksjen har hatt en utvikling som er over eller lik innløsningsbarrieren på observasjonsdatoen, vil produktet forfalle umiddelbart. Man får da utbetalt pålydende verdi og en kupongutbetaling på 27,8%, da den svakeste aksjen også vil være over kupongbarrieren. Så lenge den svakeste aksjen ikke overstiger innløsningsbarrieren på noen av observasjonsdatoene, vil produktet løpe frem til forfallsdatoen. På forfallsdatoen introduseres risikobarrieren. Dette er den verdien på aksjekursen som gjør at produktets utbetaling av pålydende verdi blir redusert. For denne aksjekupongen er risikobarrieren satt til 70%. Det vil si at dersom den svakeste aksjen har falt med mer enn 30% fra startdatoen til forfallsdatoen, vil utbetalingen av pålydende verdi reduseres tilsvarende reduksjonen i aksjekursen. Da kursutviklingen også er lavere enn kupongbarrieren, får man heller ikke utbetalt noen kupong.

Basert på disse kriteriene, vil det være tre mulige utfall på de fire første observasjonsdatoene:

1. Ingen de tre underliggende aksjene har hatt en negativ utvikling fra startdato til måling. Dermed er den svakeste aksjen over innløsningsbarrieren, og produktet avsluttes med en gang. Man får utbetalt 100% av pålydende verdi, i tillegg til en kupongutbetaling på 27,8%, fordi den svakeste aksjen er over kupongbarrieren.
2. En eller flere av aksjene har hatt en negativ utvikling fra startdatoen til måling, men ingen av de har falt under kupongbarrieren på 70% av startverdien. Da den svakeste aksjen er over kupongbarrieren får man en kupongutbetaling på 27,8%. Produktet forsetter likevel å løpe til neste observasjonsdato, da den svakeste aksjen er under innløsningsbarrieren.
3. En eller flere av de underliggende aksjene har falt under kupongbarrieren på 70% av startverdien. Man får da ingen kupongutbetaling. Siden den svakeste aksjen er under innløsningsbarrieren, vil produktet fortsette å løpe til neste observasjonsdato.

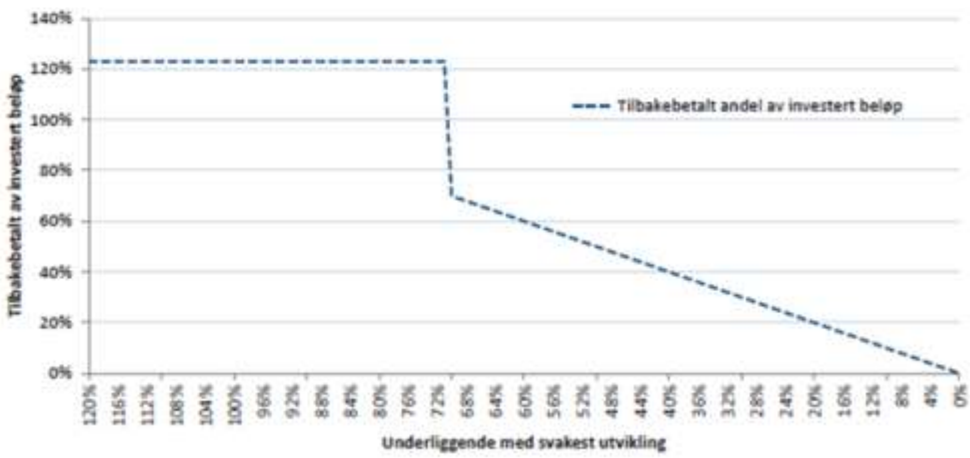
Skulle kupongutbetalingens kriterier oppfylles, vil kupongutbetalingen forekomme 31. januar påfølgende år. For eksempel vil en observasjon 21. desember 2015 som oppfyller vilkårene gi en kupongutbetaling 31. januar 2016. Dette gjelder også for en eventuell tidlig produktavslutning.

Dersom den svakeste aksjen ikke overstiger innløsningsbarrieren på noen av de fire første observasjonsdatoene, vil produktet løpe videre til femte observasjonsdato. Dette er også den opprinnelige forfallsdatoen. På denne datoen forfaller produktet uansett, men utbetalingen er fremdeles knyttet til den svakeste aksjens utvikling. På den femte observasjonsdatoen er det to scenarioer som kan inntreffe:

1. Ingen av de tre underliggende aksjene har falt under risikobarrieren på 70% av startverdien. Man får da utbetalt 100% av pålydende verdi, og en kupongutbetaling på 27,8%, da den svakeste aksjen er over kupongbarrieren.
2. En eller flere av de underliggende aksjene har falt under risikobarrieren på 70% av startverdien. Man får da utbetalt det investerte beløp, redusert med den svakeste aksjens prosentvise fall. Hvis for eksempel den svakeste aksjen har falt med 40% fra startdato til sluttdato, får man utbetalt 60% av pålydende verdi.

Det siste året vil utbetalinger forekomme på tilbakebetalingsdatoen 31. januar 2020. I figur 13 er utbetalingen på den femte observasjonsdatoen (gitt at produktet løper frem til denne datoen) uttrykt som en funksjon av den svakeste aksjens utvikling. Så lenge den svakeste aksjen ikke er under 70% av startverdien, vil man få utbetalt 100% av pålydende verdi og en kupongutbetaling på 27,8%. Dersom den svakeste aksjen er under 70% av startverdien vil man ikke få noen kupongutbetaling, og utbetaling av pålydende verdi reduseres tilsvarende fallet i aksjekursen. Figuren tar ikke hensyn til eventuelle kupongutbetalinger ved tidligere observasjonsdatoer.

Figur 13: Utbetaling på den femte observasjonsdatoen ut ifra utviklingen til den svakeste aksjen. Hentet fra Nordea (2015b).



Minsteinvesteringen for aksjekupongen er 500 000 kroner, tilsvarende 50 andeler på 10 000 kroner. Nordea har lavere tegningsomkostninger for aksjekupongen enn for aksjebufferen og warranten. Tegningsomkostningen er 1% for minsteinvesteringer og opp til 990 000 kroner, 0,5% for investeringer fra 1 000 000 til 4 990 000 kroner, og 0% for investeringer som er over 5 000 000 kroner.

4.4.2 Estimering av parametere

Risikofri rente

Aksjekupongen har norske aksjer som underliggende aktiva, og produktet er utstedt i norske kroner. Derfor trengs bare risikofri rente i Norge. Siden aksjekupongen har en løpetid på fem år, benytter jeg fem års statsobligasjoner som utgangspunkt for risikofri rente. Siden produktet starter 6. februar 2015, bruker jeg yielden fra denne datoen, som er hentet fra Norges Banks hjemmeside (Norges Bank, 2015).

Tabell 28: Risikofri rente.

RISIKOFRI RENTE	DISKRET	KONTINUERLIG
NORGE	0,820%	0,817%

Dividende

Informasjonen om aksjenes dividenderate er ikke tilgjengelig hos Yahoo Finance eller andre nettsteder som jeg kunne finne. Derfor benytter jeg selskapenes årsrapporter for å estimere dividenderater.

Tabell 29 viser Petroleum Geo-Services dividenderate fra 2010 til 2014. Disse er beregnet ved å dividere dividenden per aksje med aksjekursen ved årets slutt, som er hentet fra tre av de siste årsrapportene til Petroleum Geo-Services (2015, 2014, 2012). Dividenderaten i 2011 og 2010 er null fordi det ikke ble utbetalt dividende disse årene. Fra årsrapporten til PGS i 2014 kommer det frem at det ble gjort en endring i utbyttepolitikken i 2011. Endringen innebar at PGS skulle betale utbytte på mellom 25% og 50% av netto inntekt i de neste årene (Petroleum Geo-Services, 2015). Jeg ser derfor bort i fra dividenderatene i 2010 og 2011. Fra 2012 til 2014 er det en økning i dividenderaten, både på grunn av økt utbytte og lavere aksjekurs. Samtidig foreslåes det i årsrapporten 2014 å utbetale 0,7 NOK per aksje i utbytte i 2015, noe som er lavere enn alle de tre foregående årene. For bruk i verdsettelsen synes jeg derfor at dividenderaten i 2014 blir kunstig høy, og velger å gå for et gjennomsnitt av dividenderatene fra 2012 til 2014, som er 2,97%.

Tabell 29: Divividenderater for Petroleum Geo-Services.

PGS	2014	2013	2012	2011	2010	GJENNOMSNITT
AKSJEKURS	42,34	71,45	95,35	65,45	90,85	
DIVIDENDE	2,30	1,65	1,10	0	0	
DIVIDENDERATE	5,43%	2,31%	1,15%	0%	0%	1,78%

I september 2014 ble Aker Solutions splittet til to selskap: Akastor, og det som nå heter Aker Solutions (Aker Solutions, 2014). Dette innebærer at informasjonen som finnes om Aker Solutions før splittelsen av selskapet ikke er egnet for å vurdere dagens Aker Solutions. I årsrapporten fra 2014 er det derimot oppgitt et forslag til utbytte på 1,45 NOK per aksje i 2015 (Aker Solutions, 2015). Ved å dividere utbytteforslaget på dagens aksjekurs finner man et estimat på dividenderaten, og dette estimatet benytter jeg i verdsettelsen. Dette er et relativt usikkert estimat, men sensitivitetsanalysen senere i oppgaven tar for seg verdsettelsen basert på andre estimater. Beregningen av dividenderaten ses i tabell 30.

Tabell 30: Dividenderate for Aker Solutions.

AKER SOLUTIONS	2015
AKSJEKURS (15.04.2015)	50,65
FORESLÅTT DIVIDENDE	1,45
DIVIDENDERATE	2,86%

Tabell 31 viser dividenderaten til Subsea 7 fra 2010 til 2014. Dette er beregnet ut ifra informasjon fra årsrapportene til Subsea 7 S.A. (2015, 2014, 2013, 2012). Utbetalingen av dividende fra 2012 til 2014 var mye høyere enn i 2010 og 2011, og derfor har dividenderaten økt de siste årene. I tillegg faller aksjekursen fra 2012 til 2014, som også bidrar til økt dividenderate. Ut ifra årsrapportene er det ingenting som tyder på at det er gjort endringer i utbyttepolitikken gjennom disse årene, men at man hvert år vurderer hva som er egnet dividende basert på selskapets finansielle posisjon og reinvesteringsmuligheter (Subsea 7 S.A, 2015). Jeg velger derfor et gjennomsnitt av de siste fem års dividenderater som grunnlag for verdsettelsen.

Tabell 31: Dividenderater for Subsea 7.

SUBSEA 7	2014	2013	2012	2011	2010	GJENNOMSNITT
AKSJEKURS	76,55	116,10	132,10	111,00	143,00	
DIVIDENDE	3,60	3,53	3,49	0,00	1,34	
DIVIDENDERATE	4,70%	3,04%	2,64%	0,00%	0,94%	2,26%

Tabell 32 viser de tre dividenderatene samlet, både diskret og kontinuerlig. Siden aksjekupongen er utstedt i norske kroner, og underliggende er norske aksjer, vil det ikke være noen renteforskjeller som påvirker implisitt dividenderate. Dermed kan selskapenes dividenderater benyttes direkte i verdsettelsen.

Tabell 32: Dividenderater.

DIVIDENDERATE	DISKRET	KONTINUERLIG
PGS	2,97%	2,92%
AKER SOLUTIONS	2,86%	2,82%
SUBSEA 7	2,26%	2,24%

Volatilitet

Med unntak fra Aker Solutions, viser tabell 33 historisk volatilitet for de underliggende aksjene over ett til fem år. Den historiske volatiliteten er basert på daglige logaritmiske avkastningstall, basert på aksjekurser hentet fra Yahoo Finance (2015t, 2015a, 2015w). Siden Aker Solutions ble splittet i september 2014, er data fra perioden før dette ikke representativ for selskapet. Jeg har likevel beregnet Aker Solutions annualiserte volatilitet fra 01.10.2014 til 15.04.2015. For alle de tre selskapene er den historiske volatiliteten høy. For PGS har volatiliteten det siste året vært høyere enn for resten av perioden, selv om femårsvolatiliteten ikke er mye lavere. Også Subsea 7 har hatt høyest volatilitet det siste året med over 40%, mens den ellers har holdt seg relativt konstant rundt 35%.

Tabell 33: Historisk volatilitet.

HISTORISK VOLATILITET	5 ÅR	4 ÅR	3 ÅR	2 ÅR	1 ÅR	01.10.2014 - 15.04.2015
PGS	42,42%	41,79%	37,20%	38,15%	44,75%	
AKER SOLUTIONS	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	45,30%
SUBSEA 7	35,71%	34,64%	32,92%	34,40%	40,23%	

Det norske opsjonsmarkedet er relativt begrenset, og har ikke opsjoner med lang løpetid på alle aksjer. For PGS og Subsea 7 var det mulig å finne at-the-money opsjoner med i underkant av ett års løpetid, mens opsjonen med lengst løpetid for Aker Solutions var for fem måneder (Nordnet, 2015b, 2015a, 2015c). Tabell 34 viser implisitt volatilitet, som er beregnet med disse opsjonene.

Tabell 34: Implisitt volatilitet.

IMPLISITT VOLATILITET	AT-THE MONEY-OPSJON
PGS	48,22%
AKER SOLUTIONS	51,65%
SUBSEA 7	42,20%

Som vist i tabell 33 og 34 er implisitt volatilitet høyere enn historisk volatilitet for alle aksjene og for alle tidsperioder. Når korttidsvolatiliteten er historisk høy tenderer volatiliteten til å være fallende over tid. Dette er fordi man forventer at volatiliteten skal normalisere seg over tid (Hull, 2009). Da produktet har en løpetid på fem år, virker det derfor rimelig å bruke noe lavere volatilitet i verdsettelsen enn den implisitte volatiliteten som ble funnet. Jeg velger derfor å benytte meg av fem års historisk volatilitet for PGS og Subsea 7, i tillegg til den historiske volatiliteten som er funnet for Aker Solutions. Samtidig vises det i sensitivitetsanalysen hvordan valg av volatilitet påvirker verdsettelsen.

Korrelasjon mellom aksjene

Manglende data for nye Aker Solutions har også gjort det problematisk å beregne korrelasjoner mellom aksjene. Jeg har valgt å se på to ulike datasett for å finne en plausibel korrelasjon mellom aksjene: én for perioden etter splittelsen av Aker Solutions, og én for en femårsperiode, hvor gamle Aker Solutions også inngår i datasettet. Korrelasjonene er illustrert i henholdsvis tabell 35 og 36.

Tabell 35: Korrelasjoner mellom de underliggende aksjene ut ifra perioden etter splittelsen av Aker Solutions

KORRELASJON	PGS	AKER SOLUTIONS	SUBSEA
PGS	1	0,4758	0,7118
AKER SOLUTIONS	0,4758	1	0,5596
SUBSEA 7	0,7118	0,5596	1

Tabell 36: Korrelasjoner mellom de underliggende aksjene ut ifra en femårsperiode.

KORRELASJON	PGS	AKER SOLUTIONS	SUBSEA
PGS	1	0,5658	0,6998
AKER SOLUTIONS	0,5658	1	0,5756
SUBSEA 7	0,6998	0,5756	1

Det er ikke store forskjeller mellom de to korrelasjonsmatrisene. Unntaket er at Aker Solutions og PGS har en høyere korrelasjon for femårsperioden enn for perioden etter selskapssplittelsen. Jeg velger å bruke en kombinasjon av korrelasjonsmatrisene, der korrelasjonen mellom PGS og Subsea 7 er basert på fem års historiske data, mens de to aksjenes korrelasjonen med Aker Solutions er basert på perioden etter selskapssplittelsen. Dette fører til korrelasjonsmatrisen i tabell 37.

Tabell 37: Korrelasjoner som benyttes i analysen.

KORRELASJON	PGS	AKER SOLUTIONS	SUBSEA
PGS	1	0,4758	0,6998
AKER SOLUTIONS	0,4758	1	0,5596
SUBSEA 7	0,6998	0,5596	1

4.4.3 Verdsettelse av produktet

Som tidligere nevnt har aksjekuponger en kompleks struktur, slik at de ikke kan prises ved bruk av formler. For å verdsette Nordea Aksjekupong Oljeservice har jeg derfor brukt Monte Carlo-simuleringer. Ettersom produktet har tre ulike aksjekurser som underliggende og fem observasjonsdatoer, må jeg benytte 15 ulike dimensjoner i simuleringen. Det trekkes derfor ut 15 tilfeldige normalfordelte tall, som omgjøres til korrelerte normalfordelte tall ved bruk av Cholesky-faktorisering. Som nevnt i delkapittel 3.2.2 faller kvaliteten til quasi-Monte Carlo-metoden ved økt antall dimensjoner. Derfor er ikke metoden ideell med 15 dimensjoner, men den skal likevel kunne gi tilfredsstillende resultater. Med 300 000 quasi-Monte Carlo-simuleringer estimeres verdien av produktet til å være 8 425,04 kroner. Om man justerer for at utbetalingsdatoene kommer senere enn forfallsdatoene, blir produktverdien 8 417,67 kroner. Standardavviket til estimatet er 10,56 kroner, så verdien ligger derfor med 95% sannsynlighet mellom 8 397,50 kroner og 8 437,84 kroner.

Tabell 38: Konfidensintervall for den estimerte verdien.

	NEDRE GRENSE	ØVRE GRENSE
95% KONFIDENSINTERVALL	8 397,50	8 437,84

Nordea skriver i prospektet at 96,25% av det investerte beløpet går til sikring av obligasjonen i aksjekupongen, og at de resterende 3,75% er en tilretteleggerprovisjon. Dette betyr at de verdsetter produktet til 9 625 per 10 000 kroner investert, mens 375 kroner er en margin til dem. Som for de andre produktene viser det seg at marginen Nordea oppgir er langt lavere enn det mine beregninger viser. Med en verdi på 8 417,67 per 10 000 kroner investert, vil Nordeas margin være hele 1 582,33 kroner. Dette er 1 207,33 kroner høyere enn det Nordea opplyser i prospektet.

4.4.4 Sensitivitetsanalyse

I motsetning til for warranten og aksjebufferen, har jeg valgt å bruke historisk volatilitet i verdsettelsen av aksjekupongen. Dette er fordi opsjonene som ble brukt for å finne implisitt volatilitet hadde for kort løpetid. Likevel kan det være interessant å se hva verdien vil være dersom man legger implisitt volatilitet til grunn i verdsettelsen. Ved bruk av samme simuleringsprosess som i delkapittel 4.4.3, bortsett fra å endre historisk volatilitet til implisitt volatilitet, får aksjekupongen en verdi på 7 620,98 kroner. Ved å justere for at tilbakebetalingsdatoen er senere enn forfallsdatoen, har produktet en verdi på 7 614,31 kroner. Ved bruk av den implisitte volatiliteten, som er markant høyere enn den historiske, får aksjekupongen altså en verdi som er 803,36 kroner lavere enn ved bruk av historisk volatilitet. At økt volatilitet gir lavere produktverdi synes intuitivt riktig, da en høy volatilitet gir større svingninger i aksjeprisen. Siden kupongutbetalingen er fast vil ikke store svingninger gjøre oppsiden av produktet bedre. Nedsiderisikoen blir derimot større, da man ved tap følger den underliggende aksjens kurs.

Tabell 39 viser verdien av aksjekupongen ved bruk av ulike volatiliteter for de underliggende aksjene. Det er tatt utgangspunkt i at én av aksjene har endret volatilitet, mens de to andre fremdeles har volatilitet lik den historiske. For eksempel viser tabellen at dersom Subsea 7 har en volatilitet på 30%, er verdien av produktet 8 586,41 kroner, gitt at PGS fremdeles har fem års historisk volatilitet og Aker Solutions volatilitet fremdeles er lik den korttids historiske. Alle andre parametere er ellers de samme som ble brukt i delkapittel 4.4.3. Man ser også her at økt volatilitet gir en lavere produktverdi. Produktverdien synes relativt sensitiv overfor endringer i volatilitet, da for eksempel en endring i volatilitet for PGS fra 40% til 35% gir en økning i produktverdi på 230,09 kroner. Dette tilsvarer en prosentvis økning på 2,63%.

Tabell 39: Produktverdi ved bruk av ulike volatiliteter for de underliggende aksjene.

VOLATILITET	**PGS**	**AKER SOLUTIONS**	**SUBSEA 7**
20%	9 305,82	9 770,37	8 782,00
25%	9 157,61	9 541,91	8 700,89
30%	8 973,60	9 286,31	8 586,41
35%	8 764,15	9 013,25	8 440,44
40%	8 534,06	8 727,83	8 269,88
45%	8 289,34	8 436,28	8 077,28
50%	8 035,94	8 136,28	7 866,85
55%	7 777,16	7 842,39	7 644,51

Tabell 40 viser aksjekupongens produktverdi ved bruk av ulike dividenderater. Ettersom dividenderaten for Aker Solutions som ble brukt i verdsettelsen bare var basert på forslag til utbytte i 2015, er det spesielt interessant å se på hvordan endringer i denne dividenderaten påvirker verdien. Som i tabell 39 tas det utgangspunkt i en endring for én av aksjene, mens de andre aksjene har uendrede parametere. Lite overraskende ser man at produktverdien er fallende ved økt dividenderate. Det er interessant å merke seg at selv om man hadde brukt en dividenderate på 0% for Aker Solutions, ville verdien fremdeles vært så lav som 8 622,87 kroner, gitt at de andre parameterne holdes uendret.

Tabell 40: Produktverdi ved bruk av ulike dividenderater for de underliggende aksjene.

DIVIDENDERATE	PGS	AKER SOLUTIONS	SUBSEA 7
0%	8 622,87	8 663,09	8 520,55
1%	8 556,84	8 580,44	8 477,93
2%	8 486,50	8 493,86	8 430,11
3%	8 411,82	8 400,70	8 378,87
4%	8 330,89	8 302,36	8 322,05
5%	8 245,19	8 202,22	8 260,34

4.4.5 Sannynlighetsberegninger for forventet avkastning

Med tre norske aksjer som underliggende aktiva, er det kun risikopremien i Norge som er aktuell for aksjekupongen. I undersøkelsen til Fernandez, Linares og Fernandez Acín (2014) finner de at markeds gjennomsnittlig risikopremie i Norge var 5,8% i 2014. Med informasjon om betaverdiene til de tre aksjene hentet fra nettsiden til Reuters (2015d, 2015a, 2015h), beregnes hver aksjes risikopremie. Dette kan ses i tabell 41.

Tabell 41: Risikopremier.

AKSJE	BETA	$\mathbf{E[r_M - r]\beta_i}$
PETROLEUM GEO SERVICES	1,54	8,93%
AKER SOLUTIONS	1,62	9,40%
SUBSEA 7	1,27	7,37%

I motsetning til warranten og aksjebufferen, er ikke aksjekupongens løpetid fastsatt på forhånd. Den normerte løpetiden er nesten fem år, men produktet kan bli avsluttet tidligere. I tillegg kan det forekomme kupongutbetalinger før produktets forfallsdato. Kompleksiteten rundt utbetalingstidspunktene gjør det mer problematisk å beregne forventet avkastning for aksjekupongen enn for de to andre produktene. Jeg gjør derfor en antagelse om at en eventuell utbetaling før år 5 blir reinvestert til risikofri rente, slik at utbetalingen tilsvarer fremtidig verdi i år 5.

Aksjekupongen har lavere tegningsomkostninger enn warranten og aksjebufferen, hvor en minsteinvestering har en tegningsomkostning på 1% av investeringen. I avkastningsberegninger inkludert gebyrer blir denne tegningsomkostningen benyttet. Ved bruk av risikopremiene i tabell 41, finner jeg med 300 000 simuleringer at aksjebufferens forventede avkastning er 7,31% uten, og 6,25% med gebyrer. Begge estimatene har et standardavvik rundet opp til 0,11%. Forventet årlig avkastning blir da 1,46% uten gebyrer og 1,25% med gebyrer, med et standardavvik på 0,02%. Som for aksjebufferen er dette vesentlig lavere enn det Nordea oppgir. De har kommet frem til en forventet årlig avkastning på 2,65% uten gebyrer og 2,15% med gebyrer.

Tabell 42: Forventet avkastning.

	U/GEBYR	M/GEBYR	ST.AVVIK
FORVENTET TOTALAVKASTNING	7,31%	6,25%	0,11%
FORVENTET ÅRLIG AVKASTNING	1,46%	1,25%	0,02%

Tabell 43 viser sannsynlighetsfordelingen til aksjekupongens totalavkastning. Sannsynligheten for negativ totalavkastning er 39,68% uten gebyrer, og 39,82% med gebyrer. Når det gjelder den positive avkastningen, er det visse intervaller som er mer sannsynlige enn andre. For eksempel har man uten gebyrer en 27,27% sjanse for å få en totalavkastning på 30-40%, mens sannsynligheten bare er 3,46% for en totalavkastning på 20-30%. Årsaken til dette er at man har et diskret antall muligheter for kupongutbetalinger, som gjør at enkelte avkastninger oppstår mye oftere enn andre. Samtidig har man en nedside av produktet, der sluttbetalingen følger den dårligste aksjekursutviklingen under 70% av startverdien, som gjør at man har et kontinuerlig antall avkastningsmuligheter.

Tabell 43: Sannsynlighetsfordeling for totalavkastningen.

SANNSYNLIGHETFORDELING TOTALAVKASTNING	UTEN GEBYR	MED GEBYR
<0%	39,68%	39,82%
0-10%	1,45%	1,48%
10-20%	1,40%	1,38%
20-30%	3,46%	4,25%
30-40%	27,27%	26,42%
40-50	0,63%	0,65%
50-60	15,37%	15,30%
60-70%	0,20%	0,21%
70-80%	0,22%	0,22%
80-90%	6,51%	6,47%
90-100%	0,00%	0,00%
>100%	3,80%	3,80%

Sannsynlighetsfordelingen til den årlige avkastningen vises i tabell 44. Om man sammenligner med de to andre produktene, er sannsynligheten for negativ avkastning uten gebyrer større for aksjekupongen enn for aksjebufferen, men mindre enn for warranten. I likhet med aksjebufferen er det ingen risiko for å tape hele investeringen for aksjekupongen, med mindre et av selskapene går konkurs. Man ser også at aksjekupongen har en større sannsynlighet enn aksjebufferen for å gi en årlig avkastning på over 2%. Dette finner man ved å legge sammen sannsynligheter, og ser da at sannsynligheten er 58,85% for aksjekupongen og 43,47% for aksjebufferen, uten gebyrer. Aksjekupongen har en stor sannsynlighet for å ende mellom 4-6% og 10-12% i årlig avkastning, med henholdsvis 30,16% og 11,03% sjanse. Videre har aksjebufferen en større sannsynlighet for å få årlig avkastning over 14%, som for aksjekupongen bare er 3,80%, mens for aksjebufferen er 14,34%. Det er likevel langt unna oppsiden til warranten med 25,22% sjanse for årlig avkastning over 70%.

Tabell 44: Sannsynlighetsfordeling årlig avkastning.

SANNSYNLIGHETSFORDELING ÅRLIG AVKASTNING	UTEN GEBYR	MED GEBYR
<0%	39,68%	39,82%
0-2%	1,47%	1,50%
2-4%	1,52%	1,52%
4-6%	30,16%	30,06%
6-8%	0,79%	0,81%
8-10%	4,91%	15,57%
10-12%	11,03%	0,31%
12-14%	6,64%	6,61%
>14%	3,80%	3,80%

Videre er sannsynligheten for forfall av produktet i de ulike årene, samt hvert års sannsynlighet for å gi en kupongutbetaling, beregnet i tabell 45. Dette er gjort ved å telle antall simuleringer som gir forfall og kupongbetalinger i de ulike årene, for så å dele de på antall simuleringer. Det mest sannsynlige er at produktet forfaller i år 5. Dette var tilfellet i 53,89% av simuleringene. År 1 er det nest mest sannsynlige forfallstidspunktet med 25,80% sjanse, og sannsynligheten faller gradvis for de neste årene. Når det gjelder kupongutbetalinger, er det hele 64,47% sjanse for å få det i år 1. Sannsynligheten faller hvert år, og er i år 5 nede i 8,09%. En viktig årsak til dette er at de tilfellene hvor man får en tidlig kupongutbetaling ofte innebærer at produktet også avsluttes. Dermed vil det ikke være mulig med kupongutbetalinger de neste årene.

Tabell 45: Ulike års sannsynlighet for forfall og kupongutbetaling.

SANNSYNLIGHET	ÅR 1	ÅR 2	ÅR 3	ÅR 4	ÅR 5
FOR FORFALL	25,80%	11,60%	5,25%	3,47%	53,89%
FOR KUPONGUTBETALING	64,47%	30,05%	15,81%	10,81%	8,09%

Tabell 46 viser at aksjekupongens forventede antall kupongutbetalinger er 1,29. Dette er beregnet ved å ta gjennomsnittet av antall kupongutbetalinger i de 300 000 simuleringene. I tillegg er den forventede løpetiden beregnet til 3,48 år, ved å finne gjennomsnittlig løpetid for alle simuleringene.

Tabell 46: Forventet antall kupongutbetalinger og løpetid.

FORVENTET ANTALL KUPONGER	1,29
FORVENTET LØPETID	3,48 år

Ved å telle antall simuleringer som inneholder et bestemt antall kupongutbetalinger og dele dette på det totale antall simuleringer, finner man sannsynlighetsfordelingen til antall kupongutbetalinger. Resultatene vises i tabell 47. Det mest sannsynlige antall kupongutbetalinger er én, som forekommer i 39,69% av tilfellene. Fem kupongutbetalinger er det minst sannsynlige utfallet, med en sannsynlighet på 0,97%.

Tabell 47: Sannsynlighet for antall kupongutbetalinger.

ANTALL KUPONGSUTBETALINGER	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
SANNSYNLIGHET	25,00%	39,69%	21,84%	9,00%	3,50%	0,97%

5. Avslutning

5.1 Oppsummering av verdsettelsen

Det første målet i kapittel 4 var å estimere verdien på de tre strukturerte produktene fra Nordea, og å sammenligne estimatene med det Nordea oppgir i prospektene. Produktene ble verdsatt med utgangspunkt i en investering på 10 000 kroner, slik at man lettere kan sammenligne produktene med hverandre. De samlede verdiestimatene rundet av til nærmeste krone og verdien oppgitt i prospektene vises i tabell 48.

Tabell 48: Produktverdiene estimert i oppgaven og av Nordea.

	VERDI			DIFFERANSE	
PRODUKT	**BLACK'76**	**MC**	**PROSPEKT**	**PROSPEKT OG BLACK'76**	**PROSPEKT OG MC**
NORDEA WARRANT AMERIKANSKE AKSJER	7 788	7 791 Standardavvik 26,52	9 000	1 212	1 209
NORDEA AKSJEBUFFER EUROPA EKSPORT	9 199	9 201 Standardavvik 7,50	9 550	351	349
NORDEA AKSJEKUPONG OLJESERVICE	N/A	8 418 Standardavvik 10,56	9 625	N/A	1 207

Ut ifra mine analyser har alle produktene en lavere verdi enn de 10 000 kronene man investerer. Dette er heller ikke overraskende, da Nordea oppgir at de tar en tilretteleggingsprovisjon, og det er lite trolig at de vil tilby produktene til rabattert pris. En mer interessant bemerkning er at alle produktene har lavere verdi enn det som oppgis i prospektet. Verst ut kommer warranten og aksjekupongen, hvor differensen mellom prospektverdien og beregningene i oppgaven er 1 212 kroner for warranten (med Black'76) og 1 207 for aksjekupongen (med Monte Carlo-simuleringer). Aksjebufferen kommer bedre ut, men prospektet opplyser likevel enn verdi som er 351 kroner høyere enn det mine beregninger viser med Black'76. Denne differansen mellom prospektverdiene og verdiene beregnet i oppgaven vil være et skjult gebyr som investor ikke kan vite uten å gjøre egne beregninger.

5.2 Oppsummering av forventet avkastning

Det andre målet i kapittel 4 var å undersøke de tre strukturerte produktenes avkastningsprofiler. For å sammenligne produktene, er det mer hensiktsmessig å ta utgangspunkt i forventet årlig avkastning enn totalavkastning, fordi produktene har ulik løpetid. Den forventede årlige avkastningen ut ifra oppgaven og fra prospektene er oppsummert i tabell 49.

Tabell 49: Forventet årlig avkastning estimert i oppgaven og av Nordea.

<table>
<tr><th>PRODUKT</th><th colspan="4">FORVENTET ÅRLIG AVKASTNING</th></tr>
<tr><th></th><th colspan="2">MINE BEREGNINGER</th><th colspan="2">PROSPEKT</th></tr>
<tr><th></th><th>UTEN GEBYR</th><th>MED GEBYR</th><th>UTEN GEBYR</th><th>MED GEBYR</th></tr>
<tr><td rowspan="2">NORDEA WARRANT AMERIKANSKE AKSJER</td><td>11,14%</td><td>10,03%</td><td rowspan="2">10,66%</td><td rowspan="2">9,67%</td></tr>
<tr><td colspan="2">Standardavvik 0,09%</td></tr>
<tr><td rowspan="2">NORDEA AKSJEBUFFER EUROPA EKSPORT</td><td>4,87%</td><td>4,45%</td><td rowspan="2">7,84%</td><td rowspan="2">7,45%</td></tr>
<tr><td colspan="2">Standardavvik 0,02%</td></tr>
<tr><td rowspan="2">NORDEA AKSJEKUPONG OLJESERVICE</td><td>1,46%</td><td>1,25%</td><td rowspan="2">2,65%</td><td rowspan="2">2,15%</td></tr>
<tr><td colspan="2">Standardavvik 0,02%</td></tr>
</table>

Av de tre produktene er det warranten som har høyest forventet årlig avkastning. Samtidig viser sannsynlighetsberegningene at warranten har den klart høyeste risikoen av de tre produktene. Blant annet har man en 39,60% sjanse for å tape hele investeringen. For aksjebufferen og aksjekupongen vil det i praksis ikke være mulig å tape hele investeringen. Aksjekupongen er det produktet med lavest forventet årlig avkastning, mens aksjebufferen befinner seg midt mellom de to andre. Denne rangeringen av produktene etter forventet årlig avkastning er den samme som Nordea oppgir i prospektene.

Etter mine beregninger er warrantens forventede årlige avkastning litt høyere enn hva prospektet oppgir. Dette gjelder både med og uten gebyrer. Forskjellen er derimot ikke stor, så jeg og Nordea er relativt enige om den forventede avkastningen. Det må derimot nevnes at warrantens prospekt inneholdt logiske feil om avkastningsprofilen, hovedsakelig angående maksimalavkastningen. Dette svekker min tiltro til beregningene i prospektet. For de to andre produktene er den forventede årlige avkastningen vesentlig lavere enn det som oppgis i prospektene. Aksjebufferen har en forventet årlig avkastning på rundt 60-62% av det som oppgis i prospektet med og uten gebyrer, mens aksjekupongens forventede årlige avkastning ligger rundt 55-58% av den forespeilede årlige avkastningen.

5.3 Konklusjoner

Oppgaven hadde til hensikt å analyse tre strukturerte produkter fra Nordea: en warrant, en aksjebuffer og en aksjekupong. Problemstillingen var todelt, ved at både produktverdien og avkastningsprofilen skulle undersøkes. Metodene som ble benyttet var både formelbasert ved bruk av Black'76 opsjonsprisingsformel, og basert på Monte Carlo-simuleringer.

Kapittel 4 tok for seg selve analysen av de tre produktene. Beregningene viste at produktene generelt hadde lavere verdier enn det som ble oppgitt i prospektene. Dette innebærer at produktene har skjulte gebyrer som går til Nordea eller deres underleverandør. Spesielt warranten og aksjekupongen hadde store skjulte gebyrer, mens aksjebufferen var noe bedre. Ved å utføre en sensitivitetsanalyse, undersøkte jeg hvor avgjørende valg av enkelte parametere var for produktverdien. Som ventet hadde alle produktene fallende verdi for økt dividenderate, men warranten var mest sensitiv overfor endringer. Volatiliteten spilte også en stor rolle for warranten og aksjekupongen, mens den ikke hadde noen særlig betydning for aksjebufferens verdi. Likevel krevde det relativt store endringer i valg av parametere for at verdiestimatene skulle tilsvare prospektverdiene. Når det gjelder avkastningsprofilen til produktene, er det stor forskjell mellom produktene i forventet årlig avkastning. I tråd med finansiell teori var det det mest risikable produktet, warranten, som hadde høyest forventet avkastning. Den forventede årlige avkastningen i warrantens prospekt var også ganske lik det som ble beregnet i oppgaven. For aksjebufferen og aksjekupongen var den forventede årlige avkastningen vesentlig lavere enn det prospektene opplyste, og var nesten nede i halvparten av det man blir forespeilet.

Betyr dette at de tre strukturerte produktene er dårlige investeringsalternativer? Man skal være forsiktig må å komme med bastante utsagn, og produktene bør vurderes opp mot andre investeringsalternativer for å avgjøre dette. Personlig vil jeg riktignok ikke anbefale produktene. Warranten innehar meget høy risiko, og det er 39,60% sjanse for å tape hele investeringen. Høy risiko skal man etter finansiell teori få betalt for i form av høy forventet avkastning. Selv om warranten har høyest forventet avkastning av de tre produktene, så synes jeg ikke en forventet årlig avkastning på rundt 10% inkludert gebyrer er godt nok for risikoen man påtar seg. Aksjebufferens og aksjekupongens betydelig lavere risiko gjør som ventet at man får lavere forventet avkastning enn for warranten. Aksjebufferens forventede årlige avkastning på 4,45% er ikke spesielt forlokkende, men dersom jeg skulle velge en av de tre produktene, ville jeg nok valgt aksjebufferen. Aksjekupongen, som ikke har noen klart lavere risiko enn aksjebufferen, har til sammenligning en mye lavere forventet årlig avkastning på 1,25% inkludert gebyrer. Dette er kun 0,43 prosentpoeng høyere enn risikofri rente, og synes ikke særlig attraktivt.

Uansett om man synes produktene er gode eller dårlige investeringsalternativer, viser resultatene i oppgaven at kritikken rundt strukturerte produkter kan sies å være berettiget for disse tre produktene. Opplysningene som fremkommer i prospektene er misvisende, og skaper et skjevt bilde av produktene. Selv om warrantens forventede årlige avkastning stemte relativt bra, var verdien vesentlig lavere enn det som ble oppgitt, og selv om aksjebufferens verdi ikke var langt unna prospektverdien, var den forventede årlige avkastningen for lav. Aksjekupongen kom verst ut, med både mye lavere verdi og mye lavere forventet årlig avkastning enn prospektet opplyser. Med avvik i enten produktverdi eller forventet avkastning i forhold til det prospektene oppgir, ser det ut til at produktene ikke er fullt så gode som de fremstilles. For kundene vil det være ressurskrevende å beregne verdi og forventet avkastning selv, og de kan dermed ende opp med å gjøre investeringer basert på feilinformasjon i prospektene. Riktignok vil det være usikkerhet knyttet til hvilke parametere som bør benyttes for å analysere produktene, men det vil kreve relativt optimistiske anslag for flere av parameterne for å få resultatene som prospektene oppgir.

5.4 Svakheter og begrensninger

Valg av parametere er sentralt for resultatene i oppgaven. Derfor vil man ønske et så godt grunnlag som mulig for å bestemme seg for hva som er fornuftige parametere. Bruk av andre volatiliteter, dividenderater og korrelasjoner vil gi ulike estimater for produktverdi og forventet avkastning. Volatiliteten til de underliggende aksjene i aksjekupongen ble basert på historiske data, fordi det ikke var mulig å finne opsjoner som var hensiktsmessige å bruke. Bedre estimater på volatiliteten ville styrket analysen. Samtidig gjør bruken av sensitivitetsanalyser at man får innsikt i hva verdien ville vært ved bruk av andre parametere. På denne måten kan man se i hvor stor grad den aktuelle parameteren påvirker verdiestimatet.

Videre hadde datasettene for de underliggende aksjene enkelte «hull», ved at det manglet observasjoner for enkelte dager. Dette gjaldt for eksempel for de tyske og franske aksjene knyttet til aksjebufferen, som på grunn av ulike høytidsdager i de forskjellige landene hadde noen ulike observasjonsdatoer. For å løse dette ble datoene som bare hadde observasjoner fra det ene landet slettet. Dette kan ha ført til unøyaktigheter ved beregning av korrelasjoner mellom aksjene, men det er likevel lite trolig at dette spilte en vesentlig rolle.

Til slutt må det nevnes at konklusjonene fra denne oppgaven ikke nødvendigvis er representative for andre lignende strukturerte produkter. For å kunne generalisere konklusjonen til andre strukturerte produkter, vil man måtte ha et betydelig større utvalg produkter.

Litteraturliste

Aker Solutions (2014). *Aker Solutions deles i to for å styrke konkurranseevnen og øke verdiskapingen*. Tilgjengelig fra: <http://www.akersolutions.com/en/Global-menu/Media/Press-Releases/All/2014/Aker-Solutions-deles-i-to-for-a-styrke-konkurranseevnen-og-oke-verdiskapingen/> [Lest: 16. april 2015].

Aker Solutions (2015) Annual Report 2014. Tilgjengelig fra: <https://www.akersolutions.com/en/Global-menu/Investors/Annual-reports/> [Lest: 16. april 2015].

Benninga, S. (2014) *Financial Modeling*. 4. utg. Cambridge, Massachusetts: The MIT Press.

Bjerksund, P. (2014) Røeggen - ett år etter. Meninger. *VG,* 04. april 2014 [Internett]. Tilgjengelig fra: <http://www.vg.no/nyheter/meninger/roeeggen-ett-aar-etter/a/10146968/> [Lest: 15. mai 2015].

Bjerksund, P., Carlsen, F. & Stensland, G. (1999) Aksjeindekserte obligasjoner - både i pose og sekk?. *Praktisk økonomi og finans*, 2, s. 74-87.

Bloomberg (2015) German Government Bunds. Tilgjengelig fra: <http://www.bloomberg.com/markets/rates-bonds/government-bonds/germany/> [Lest: 9. april 2015].

BMW Group (2015) Annual Report 2014. Tilgjengelig fra: <http://www.bmwgroup.com/e/0_0_www_bmwgroup_com/investor_relations/finanzberichte/bmw-group-geschaeftsbericht-2014.shtml> [Lest: 10. april 2015].

Bodie, Z., Kane, A. & Marcus, A. (2003) *Investments*. 6. utg. New York, McGraw-Hill/Irwin

Bøe, G. M. (2007) *Analyse av strukturerte spareprodukter: Et kinderegg for banknæringen*?. Akademisk avhandling, Norges Handelshøyskole.

Coval, J. D. & Shumway, T. (2000) Expected Option Returns. Tilgjengelig fra: <http://ssrn.com/abstract=189840> [Lest: 28. april 2015].

Eurex (2015a) Equity options: LVMH (MOH). Tilgjengelig fra: <http://www.eurexchange.com/exchange-en/products/equ/opt/LVMH/32190> [Lest: 10. april 2015].

Eurex (2015b) Equity options: Sanofi (SNW). Tilgjengelig fra: <http://www.eurexchange.com/exchange-en/products/equ/opt/Sanofi/33772> [Lest: 10. april 2015].

Eurex (2015c) Equity options: Siemens [european] (SIEE). Tilgjengelig fra: <http://www.eurexchange.com/exchange-en/products/equ/opt/Siemens--european-/35624> [Lest: 10. april 2015].

Eurex (2015d) Equity options: BMW [european] (BMWE). Tilgjengelig fra: <http://www.eurexchange.com/exchange-en/products/equ/opt/BMW--european-/155346> [Lest: 10. april 2015].

Eurex (2015e) Equity options: SAP [european] (SAPE). Tilgjengelig fra: <http://www.eurexchange.com/exchange-en/products/equ/opt/SAP--european-/155366> [Lest: 10. april 2015].

Fernandez, P., Linares, P. & Fernandez Acín, I. (2014) *Market Risk Premium used in 88 Countries in 2014: a survey with 8,228 answers*. Madrid, IESE Business School. Tilgjengelig fra: <http://ssrn.com/abstract=2450452> [Lest: 28. April 2015].

Google Finance (2015) Sanofi SA (EPA:SAN): Historical Prices. Tilgjengelig fra: <https://www.google.com/finance/historical?q=EPA%3ASAN&ei=NoZMVdmDEcODsgHyx4CoCQ> [Lest: 10. april 2015].

Hull, J. (2009) *Options, Futures and Other Derivatives*. 7. utg. Upper Saddle River, N.J.: Pearson Prentice Hall.

Hultgreen, G. & Lundervold, L. K. (2013) Røeggen vant saken mot DNB i Høyesterett, *Dagbladet*, 22. mars 2013 [Internett]. Tilgjengelig fra: <http://www.dagbladet.no/2013/03/22/nyheter/roeggen/bank/hoyesterett/26332392/> [Lest: 20.05.2015].

Høiby, K. E. F. (2010) *Markedswarrants og kupongsertifikat: En analyse basert på verdsettelse og forventet avkastning*. Akademisk avhandling, Norges Handelshøyskole.

Jorion, P. (2007) *Financial Risk Manager Handbook*. 4 utg. Hoboken, N.J., John Wiley & Sons.

Jäckel, P. (2002) *Monte Carlo Methods in Finance*. Chichester, Wiley Finance.

Koekebakker, S. & Zakamouline, V. (2006) Forventet avkastning på aksjeindeksobligasjoner. Tilgjengelig fra: http://static.vg.no/uploaded/document/2006/8/18/AIO.pdf [Lest: 28. april 2015]

LVMH (2015) Annual Report 2014. Tilgjengelig fra: <http://www.lvmh.com/investors/publications/?publications=29&pub_year=&pub_month=#> [Lest: 10. april 2015].

McDonald, R. L. (2013) *Derivatives Markets*. 3. utg. Upper Saddle River, N.J., Pearson.

Nordea (2015a) Nordea Aksjebuffer Europa Eksport. Tilgjengelig fra: <http://www.nordea.no/Markets/Produkter+og+tjenester/Bevis+og+warranter/1591061.html?spid=5712> [Lest: 27. februar 2015].

Nordea (2015b) Nordea Aksjekupong Oljeservice. Tilgjengelig fra: <http://www.nordea.no/Markets/Produkter+og+tjenester/Bevis+og+warranter/1591061.html?spid=5691> [Lest: 27. februar 2015].

Nordea (2015c) Nordea Warrant Amerikanske Aksjer. Tilgjengelig fra: <http://www.nordea.no/Markets/Produkter+og+tjenester/Bevis+og+warranter/1591061.html?spid=5723> [Lest: 27. februar 2015].

Nordea (2015d) Produkter og tjenester: Investeringsprodukter. Tilgjengelig fra: <http://www.nordea.no/Markets/Produkter+og+tjenester/Investeringsprodukter/1712732.html?WT.svl=mega-menu_sparing-og-investering_category_investeringsprodukter> [Lest: 28. mai 2015].

Nordea (2015e) Produkter og tjenester: RC234 - Nordea Aksjebuffer Europa Eksport. Tilgjengelig fra: <http://www.nordea.no/Markets/Produkter+og+tjenester/Bevis+og+warranter/1591061.html?spid=5712> [Lest: 10. april 2015].

Nordea (2015f) Produkter og tjenester: RC232 - Nordea Aksjekupong Oljeservice. Tilgjengelig fra: <http://www.nordea.no/Markets/Produkter+og+tjenester/Bevis+og+warranter/1591061.html?spid=5691> [Lest: 16. april 2015].

Nordea (2015g) Produkter og tjenester: RC235 - Nordea Warrant Amerikanske Aksjer. Tilgjengelig fra: <http://www.nordea.no/Markets/Produkter+og+tjenester/Bevis+og+warranter/1591061.html?spid=5723> [Lest: 17. mars 2015].

Nordnet (2015a) Aker Solutions: Opsjoner. Tilgjengelig fra: <https://www.nordnet.no/mux/web/marknaden/aktiehemsidan/optioner.html?identifier=1301283&marketplace=15> [Lest: 16. april 2015].

Nordnet (2015b) Petroleum Geo-Services. Tilgjengelig fra: <https://www.nordnet.no/mux/web/marknaden/aktiehemsidan/optioner.html?identifier=6220&marketplace=15> [Lest: 16. april 2015].

Nordnet (2015c) Subsea 7: Opsjoner. Tilgjengelig fra: <https://www.nordnet.no/mux/web/marknaden/aktiehemsidan/optioner.html?identifier=25289&marketplace=15> [Lest: 16. april 2015].

Norges Bank (2015) Rentestatistikk. Tilgjengelig fra: <http://www.norges-bank.no/Statistikk/Rentestatistikk/> [Lest: 17. mars 2015].

Petroleum Geo-Services (2012) Annual Report 2011. Tilgjengelig fra: <http://www.pgs.com/Investor-relations/Financial-Reports/Annual_Reports/> [Lest: 16. april 2015].

Petroleum Geo-Services (2014) Annual Report 2013. Tilgjengelig fra: <http://www.pgs.com/Investor-relations/Financial-Reports/Annual_Reports/> [Lest: 16. april 2015].

Petroleum Geo-Services (2015) Annual Report 2014. Tilgjengelig fra: <http://www.pgs.com/Investor-relations/Financial-Reports/Annual_Reports/> [Lest: 16. april 2015].

Pihl, C. H. (2012) Garanterte spareprodukter – år for år, *E24*. Tilgjengelig fra: <http://e24.no/privat/penger/garanterte-spareprodukter-aar-for-aar/20290028> [Lest: 20.05.2015].

PWC (2014) Risikopremien i det norske markedet. Tilgjengelig fra: <http://www.pwc.no/no/publikasjoner/deals/risikopremien-2014-2015.jhtml> [Lest: 30.03.2015].

Reuters (2015a) Aker Solutions ASA (AKSOL.OL): Overview. Tilgjengelig fra: <http://www.reuters.com/finance/stocks/overview?symbol=AKSOL.OL> [Lest: 2. mai 2015].

Reuters (2015b) Bayerische Motoren Werke AG (BMWG.DE): Overview. Tilgjengelig fra: <http://www.reuters.com/finance/stocks/overview?symbol=BMWG.DE> [Lest: 2. mai 2015].

Reuters (2015c) LVMH Moet Hennessy Louis Vuitton SE (LVMH.PA): Overview. Tilgjengelig fra: <http://www.reuters.com/finance/stocks/overview?symbol=LVMH.PA> [Lest: 2. mai 2015].

Reuters (2015d) Petroleum Geo Services ASA (PGS.OL): Overview. Tilgjengelig fra: <http://www.reuters.com/finance/stocks/overview?symbol=PGS.OL> [Lest: 2. mai 2015].

Reuters (2015e) Sanofi SA (SASY.PA): Overview. Tilgjengelig fra: <http://www.reuters.com/finance/stocks/overview?symbol=SASY.PA> [Lest: 2. mai 2015].

Reuters (2015f) SAP SE (SAPG.DE): Overview. Tilgjengelig fra: <http://www.reuters.com/finance/stocks/overview?symbol=SAPG.DE> [Lest: 2. mai 2015].

Reuters (2015g) Siemens AG (SIEGn.DE): Overview. Tilgjengelig fra: <http://www.reuters.com/finance/stocks/overview?symbol=SIEGn.DE> [Lest: 2. mai 2015].

Reuters (2015h) Subsea 7 SA (SUBC.OL): Overview. Tilgjengelig fra: <http://www.reuters.com/finance/stocks/overview?symbol=SUBC.OL> [Lest: 2. mai 2015].

Sanofi (2015) Annual Report 2014. Tilgjengelig fra: <http://en.sanofi.com/investors/news/financial_publications/financial_publications.aspx#para_1> [Lest: 10. april 2015].

SAP A.G. (2015) Annual Report 2014. Tilgjengelig fra: <http://www.sap.com/corporate-en/about/investors/newsandreports/reports.html> [Lest: 10. april 2015].

Siemens (2015) Annual Report 2014. Tilgjengelig fra: <http://www.siemens.com/annual/14/en/index/> [Lest: 10. april 2015].

Subsea 7 S.A. (2012) Annual Report 2011. Tilgjengelig fra: <http://www.subsea7.com/en/media-centre/publications/annual-report-and-financial-statements.html.> [Lest: 16. april 2015].

Subsea 7 S.A. (2013) Annual Report 2012. Tilgjengelig fra: <http://www.subsea7.com/en/media-centre/publications/annual-report-and-financial-statements.html.> [Lest: 16. april 2015].

Subsea 7 S.A. (2014) Annual Report 2013. Tilgjengelig fra: <http://www.subsea7.com/en/media-centre/publications/annual-report-and-financial-statements.html.> [Lest: 16. april 2015].

Subsea 7 S.A. (2015) Annual Report 2014. Tilgjengelig fra: <http://www.subsea7.com/en/media-centre/publications/annual-report-and-financial-statements.html.> [Lest: 16. april 2015].

Vorst, A. C. F. & Kemna, A. (1990) A Pricing Method For Options Based On Average Asset Values. *Journal of Banking and Finance*, 14, s. 113-129.

Wig, K. (2013) To tusen Røeggen-klager fortsatt i det blå. *E24*. 23. september 2013 [Internett]. Tilgjengelig fra: <http://e24.no/privat/penger/to-tusen-roeeggen-klager-fortsatt-i-det-blaa/21612220 [Lest: 20.05.2015].

Wilmott, P. (1998) *Derivatives: The Theory and Practice of Financial Engineering*. Chichester, John Wiley & Sons.

Yahoo Finance (2015a) Aker Solutions (AKSO.OL): Historical Prices. Tilgjengelig fra: <http://finance.yahoo.com/q/hp?s=AKSO.OL+Historical+Prices> [Lest: 16. april 2015].

Yahoo Finance (2015b) Bayerische Motoren Werke Aktiengesellschaft (BMW.DE): Historical Prices. Tilgjengelig fra: <http://finance.yahoo.com/q/hp?s=BMW.DE+Historical+Prices> [Lest: 10. april 2015].

Yahoo Finance (2015c) Bonds Center: US Treasury Bonds Rates. Tilgjengelig fra: <http://finance.yahoo.com/bonds> [Lest: 17. mars 2015].

Yahoo Finance (2015d) CBS Corporation (CBS): Historical Prices. Tilgjengelig fra: <http://finance.yahoo.com/q/hp?s=CBS+Historical+Prices> [Lest: 17. mars 2015].

Yahoo Finance (2015e) CBS Corporation (CBS): Options. Tilgjengelig fra: <http://finance.yahoo.com/q/op?s=CBS+Options> [Lest: 17. mars 2015].

Yahoo Finance (2015f) CBS Corporation (CBS): Summary. Tilgjengelig fra: <http://finance.yahoo.com/q?s=CBS&ql=0> [Lest: 17. mars 2015].

Yahoo Finance (2015g) General Motors Company (GM): Historical Prices. Tilgjengelig fra: <http://finance.yahoo.com/q/hp?s=GM+Historical+Prices> [Lest: 17. mars 2015].

Yahoo Finance (2015h) General Motors Company (GM): Options. Tilgjengelig fra: <http://finance.yahoo.com/q/op?s=GM+Options> [Lest: 17. mars 2015].

Yahoo Finance (2015i) General Motors Company (GM): Summary. Tilgjengelig fra: <http://finance.yahoo.com/q?s=GM&ql=0> [Lest: 17. mars 2015].

Yahoo Finance (2015j) Google Inc. (GOOGL): Historical Prices. Tilgjengelig fra: <http://finance.yahoo.com/q/hp?s=GOOGL+Historical+Prices> [Lest: 17. mars 2015].

Yahoo Finance (2015k) Google Inc. (GOOGL): Options. Tilgjengelig fra: <http://finance.yahoo.com/q/op?s=GOOGL+Options> [Lest: 17. mars 2015].

Yahoo Finance (2015l) Google Inc. (GOOGL): Summary. Tilgjengelig fra: <http://finance.yahoo.com/q?s=GOOGL&ql=0> [Lest: 17. mars 2015].

Yahoo Finance (2015m) Hewlett-Packard Company (HPQ): Historical Prices. Tilgjengelig fra: <http://finance.yahoo.com/q/hp?s=HPQ+Historical+Prices> [Lest: 17. mars 2015].

Yahoo Finance (2015n) Hewlett-Packard Company (HPQ): Options. Tilgjengelig fra: <http://finance.yahoo.com/q/op?s=HPQ+Options> [Lest: 17. mars 2015].

Yahoo Finance (2015o) Hewlett-Packard Company (HPQ): Summary. Tilgjengelig fra: <http://finance.yahoo.com/q?s=HPQ&ql=0> [Lest: 17. mars 2015].

Yahoo Finance (2015p) LVMH Moët Hennessy Louis Vuitton SA (MC.PA): Historical Prices. Tilgjengelig fra: <http://finance.yahoo.com/q?s=MC.PA&ql=0> [Lest: 10. april 2015].

Yahoo Finance (2015q) Pepsico, Inc. (PEP): Historical Prices. Tilgjengelig fra: <http://finance.yahoo.com/q/hp?s=PEP+Historical+Prices> [Lest: 17. mars 2015].

Yahoo Finance (2015r) Pepsico, Inc. (PEP): Options. Tilgjengelig fra: <http://finance.yahoo.com/q/op?s=PEP+Options> [Lest: 17. mars 2015].

Yahoo Finance (2015s) Pepsico, Inc. (PEP): Summary. Tilgjengelig fra: <http://finance.yahoo.com/q?s=PEP&ql=0> [Lest: 17. mars 2015].

Yahoo Finance (2015t) PETROLEUM GEO (PGS.OL): Historical Prices. Tilgjengelig fra: <http://finance.yahoo.com/q/hp?s=PGS.OL&a=10&b=7&c=2003&d=4&e=8&f=2015&g=d&z=66&y=0> [Lest: 16. april 2015].

Yahoo Finance (2015u) SAP SE (SAP.DE): Historical Prices. Tilgjengelig fra: <http://finance.yahoo.com/q/hp?s=SAP.DE+Historical+Prices> [Lest: 10. april 2015].

Yahoo Finance (2015v) Siemens Aktiengesellschaft (SIE.DE): Historical Prices. Tilgjengelig fra: <http://finance.yahoo.com/q/hp?s=SIE.DE+Historical+Prices> [Lest: 10. april 2015].

Yahoo Finance (2015w) SUBSEA 7 (SUBC.OL): Historical Prices. Tilgjengelig fra: <http://finance.yahoo.com/q/hp?s=SUBC.OL+Historical+Prices> [Lest: 16. april 2015].

Øksendal, B. (2003) *Stochastic Differential Equations*. 6. utg. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

Appendiks

VBA-kode for generering av Halton-tall (Wilmott, 1998)

```
Function Halton(n, b)

Dim n0, n1, r As Integer

Dim h As Double

Dim f As Double

    n0 = n

    h = 0

    f = 1 / b

While (n0 > 0)

    n1 = Int(n0 / b)

    r = n0 - n1 * b

    h = h + f * r

    f = f / b

    n0 = n1

Wend

Halton = h

End Function
```

VBA-kode for Moros interpoleringsformel (Bøe, 2007)

```
Function Moro_NormSInv(u As Double) As Double

' Calculates the Normal Standard numbers given u, the associated uniform number (0, 1)

' VBA version of the Moro's (1995) code in C

' Option Base 1 is necessary to be declared before this function for vector elements positioning
to work

 Dim c1, c2, c3, c4, c5, c6, c7, c8, c9

 Dim X As Double

 Dim r As Double

 Dim a As Variant

 Dim b As Variant

 a = Array(2.50662823884, -18.61500062529, 41.39119773534, -25.44106049637)

 b = Array(-8.4735109309, 23.08336743743, -21.06224101826, 3.13082909833)

 c1 = 0.337475482272615

 c2 = 0.976169019091719

 c3 = 0.160797971491821

 c4 = 2.76438810333863E-02

 c5 = 3.8405729373609E-03

 c6 = 3.951896511919E-04

 c7 = 3.21767881768E-05

 c8 = 2.888167364E-07

 c9 = 3.960315187E-07
```

```
X = u - 0.5
If Abs(X) < 0.42 Then
r = X ^ 2
r = X * (((a(4) * r + a(3)) * r + a(2)) * r + a(1)) / ((((b(4) * r + b(3)) * r + b(2)) * r + b(1)) * r + 1)
Else
If X > 0 Then r = Log(-Log(1 - u))
If X <= 0 Then r = Log(-Log(u))
r = c1 + r * (c2 + r * (c3 + r * (c4 + r * (c5 + r * (c6 + r * (c7 + r * (c8 + r * c9)))))))
If X <= 0 Then r = -r
End If
Moro_NormSInv = r
End Function
```

VBA-kode for Cholesky-faktorisering (Wilmott, 1998)

```
Function Cholesky(Sigma As Object)

Dim n As Integer

Dim k As Integer

Dim i As Integer

Dim j As Integer

Dim x As Double

Dim A() As Double

Dim M() As Double

n = Sigma.Columns.Count

ReDim A(1 To n, 1 To n)

ReDim M(1 To n, 1 To n)

For i = 1 To n

    For j = 1 To n

        A(i, j) = Sigma.Cells(i, j).Value

        M(i, j) = 0

    Next j

Next i

For i = 1 To n

    For j = i To n

    x = A(i, j)

    For k = 1 To (i - 1)
```

```
        x = x - M(i, k) * M(j, k)
    Next k
    If j = i Then
        M(i, i) = Sqr(x)
    Else
        M(j, i) = x / M(i, i)
    End If
    Next j
Next i
Cholesky = M
End Function
```