



# Et gjeldstynget Europa

*Numeriske simuleringer av et «austerity»-eksperiment*

**Øystein Lysne og Olav H. Slettebø**

**Veileder: Øystein Thøgersen**

Masterutredning i hovedprofilen samfunnsøkonomi

NORGES HANDELSHØYSKOLE

Dette selvstendige arbeidet er gjennomført som ledd i masterstudiet i økonomi og administrasjon ved Norges Handelshøyskole og godkjent som sådan. Godkjenningen innebærer ikke at Høyskolen eller sensorer innestår for de metoder som er anvendt, resultater som er fremkommet eller konklusjoner som er trukket i arbeidet.



---

## Sammendrag

Denne oppgaven handler om effekten av nedbetaling av statsgjeld i Europa. Vi konstruerer en overlappende generasjonsmodell med to regioner, Sør og Nord, som hver representerer et utvalg europeiske land. Referansemodellen er utvidet til blant annet å ta høyde for friksjoner i arbeidsmarkedet, slik at alle likevekter er kjennetegnet av arbeidsledighet. I tråd med situasjonen i dagens Europa har region Sør høyere statsgjeld og arbeidsledighet enn Nord. Vi tar utgangspunkt i et basisscenario der vi antar at statsgjelden forblir på 2015-nivå i hele simuleringsperioden. Dette sammenligner vi med scenarier der region Sør betaler ned en stor del av statsgjelden sin ved å kjøre overskudd på primærbalansen. Vi gjør numeriske simuleringer av utviklingen i makroøkonomiske størrelser som gjeldsgrad, produksjon, skattetrykk og arbeidsledighet. Vi finner blant annet at nedbetaling har flere gunstige effekter på lang sikt, men svært negativ effekt på skattetrykket og arbeidsledigheten på kort og mellomlang sikt.

## Forord

Arbeidet med denne oppgaven har vært krevende og lærerikt. Framgangen har vært som Reinhart og Rogoffs postulerte forhold mellom vekst og statsgjeld: høyst ulineær.

I tillegg til å lære en hel del om makroøkonomisk teori og situasjonen i Europa, har vi fått et innblikk i hvordan moderne økonomiske modeller blir konstruert og anvendt. Vi lærte oss å bruke Dynare, en programvare vi var ukjent med frem til mars. For å parafrasere Hans Fehr, en ressurs på programmering av numeriske simuleringsmodeller: «It was a significant computational challenge».

En stor takk til de blide ansatte i kantina på NHH, der vi har spist middag det siste halvåret, og til bibliotekarene samme sted, som har skaffet oss alt vi har bedt om. Takk til Olsen og Magne Ludvigsen for hjelp til å installere Matlab og Dynare. Takk til Svein Gjedrem, som tok seg tid til å bidra med sin ekspertise og sitt gode humør i to omganger. Takk til våre respektive opphav, som har bidratt med emosjonell og finansiell støtte. Øystein ønsker også å takke sin bestefar, professor emeritus Anders Lysne, som gikk bort under ferdigstillingen av denne oppgaven.

Vi må heller ikke glemme Big Business Band, Direksjonsmusikken og resten av Institutt for utenomfaglige aktiviteter, som har gitt oss mange musikalske gleder i våre år på NHH.

Og selvsagt en ekstra stor takk til vår inspirerende veileder Øystein Thøgersen, som tok seg god tid til oss selv om han hadde et utvalg å lede.

Bergen, juni 2015.

---

# Innholdsfortegnelse

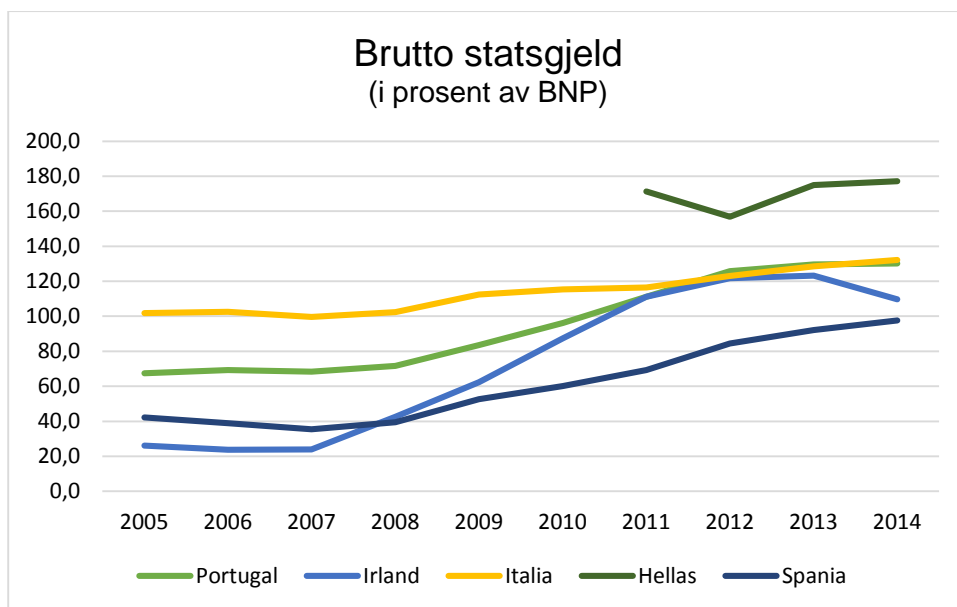
<b>SAMMENDRAG .....</b>	<b>3</b>
<b>FORORD .....</b>	<b>4</b>
<b>1. INNLEDNING - HVORFOR SE PÅ STATSGJELD? .....</b>	<b>7</b>
<b>2. LITTERATUR .....</b>	<b>12</b>
2.1 STATSGJELD I ET HISTORISK PERSPEKTIV .....	12
2.2 TO SYN PÅ STATSGJELD .....	13
2.3 NYERE TID .....	16
2.4 DAGENS DEBATT OM NØYSOMHET .....	18
<b>3. OVERLAPPENDE GENERASJONSMODELLER .....</b>	<b>23</b>
3.1 BAKGRUNN .....	23
3.3 SAMUELSON-DIAMOND-MODELLEN .....	25
3.3 KORT OM STATSGJELD I DYNAMISKE MODELLER .....	31
<b>4. UTVIDELSER AV OLG-MODELLEN .....</b>	<b>32</b>
4.1 INTRODUKSJON .....	32
4.2 BEFOLKNING OG DEMOGRAFI .....	32
4.3 MYNDIGHETENE .....	32
4.4 FRIKSJONER I ARBEIDSMARKEDET .....	33
<b>5. NUMERISK SIMULERINGSMODELL .....</b>	<b>40</b>
5.1 INTRODUKSJON .....	40
5.2 MODELLELEMENTER .....	41
5.3 LØSNINGSMETODIKK - KORT OM DYNARE .....	50
<b>6. KALIBRERING .....</b>	<b>52</b>
6.1 INTRODUKSJON .....	52
6.2 REGIONER - NORD OG SØR .....	52
6.3 DEMOGRAFI .....	53

---

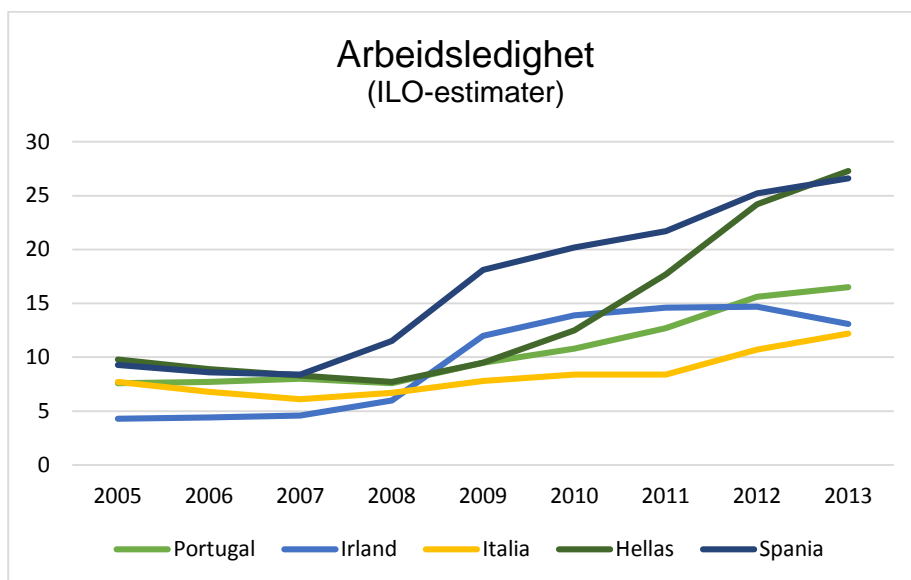
6.4 PRODUKSJONS- OG KONSUMENTSIDEN .....	55
6.5 ARBEIDSMARKEDET .....	56
6.6 MYNDIGHETENE .....	57
<b>7. PRESENTASJON AV SCENARIER .....</b>	<b>58</b>
7.1 INTRODUKSJON .....	58
7.2 BASISSCENARIO .....	59
7.3 ALTERNATIVSCENARIER .....	60
<b>8. RESULTATER .....</b>	<b>62</b>
8.1 INTRODUKSJON .....	62
8.2 BASISSCENARIET .....	63
8.3 ALTERNATIVSCENARIO - GJELDSNEDBETALING.....	72
8.4 TRE MULIGHETER FOR Å LETTE NEDBETALINGEN.....	76
8.5 EUROPA SOM EN LUKKET ØKONOMI.....	81
<b>9. KONKLUSJON.....</b>	<b>85</b>
<b>REFERANSELISTE.....</b>	<b>87</b>
<b>VEDLEGG 1 - UTLEDNINGER.....</b>	<b>94</b>
MARGINALVERDI AV EN EKSTRA ARBEIDSPASS .....	94
FIRMAENES MARGINALPROFIT AV EN MATCH .....	95
NASH-FORHANDLINGER.....	96
<b>VEDLEGG 2 – ESTIMERTE STØRRELSER .....</b>	<b>98</b>
<b>VEDLEGG 3 - EKSEMPELUTSKRIFT FRA DYNARE.....</b>	<b>103</b>

## 1. Innledning - hvorfor se på statsgjeld?

Flere land i Sør-Europa har siden finanskrisen i 2008 vært gjennom en alvorlig resesjon. Statsgjelden og arbeidsledigheten har økt, mens BNP-veksten per capita har vært svak eller negativ. Selv om indikatorene i noen land har gått riktig vei det siste året, er man langt unna full gjenopphenting. I resten av Europa har perioden stort sett vært preget av svak vekst.

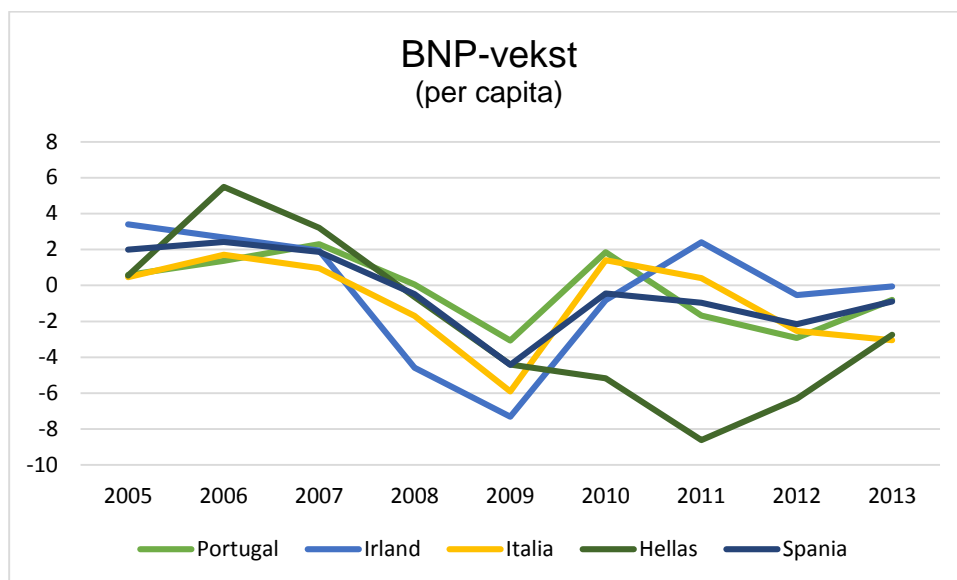


**Figur 1.1:** Utvikling i statsgjeld 2005-2014. Tall fra Eurostat (2015).



**Figur 1.2:** Utviklingen i arbeidsledighet 2005-2013. Tall fra Verdensbanken (2015).

Vekstratene i det som ofte kalles PIIGS-landene (Portugal, Irland, Italia, Hellas og Spania) fikk seg et oppsving som følge av stimuluspakker rett etter finanskrisen, men har vært gjennomgående svake siden 2010.



**Figur 1.3:** Utviklingen i BNP-vekst 2005-2013. Tall fra Verdensbanken (2015).

Siden krisen var et faktum, har debatten dreiet seg om hvordan myndighetene bør opptre. De viktigste beslutningstakerne på myndighetssiden er EU, den europeiske sentralbanken (ECB) og det internasjonale pengefondet (IMF).

Pengepolitikken har vært mer eller mindre etter boka – i respons til deflatoriske tendenser og negativt produksjonsgap har rentene i Europa har blitt holdt svært lave de siste seks-syv årene. Sentralbanken har bedrevet «forward guidance»<sup>1</sup> og forsikret om at rentene vil holde seg lave en god stund fremover. I senere tid har ECB også iverksatt kvantitative lettelser.<sup>2</sup> Disse tiltakene virker ekspansivt på økonomien, men når rentene har nådd null, er det begrenset hvor mye kraft det er igjen i pengepolitikken.

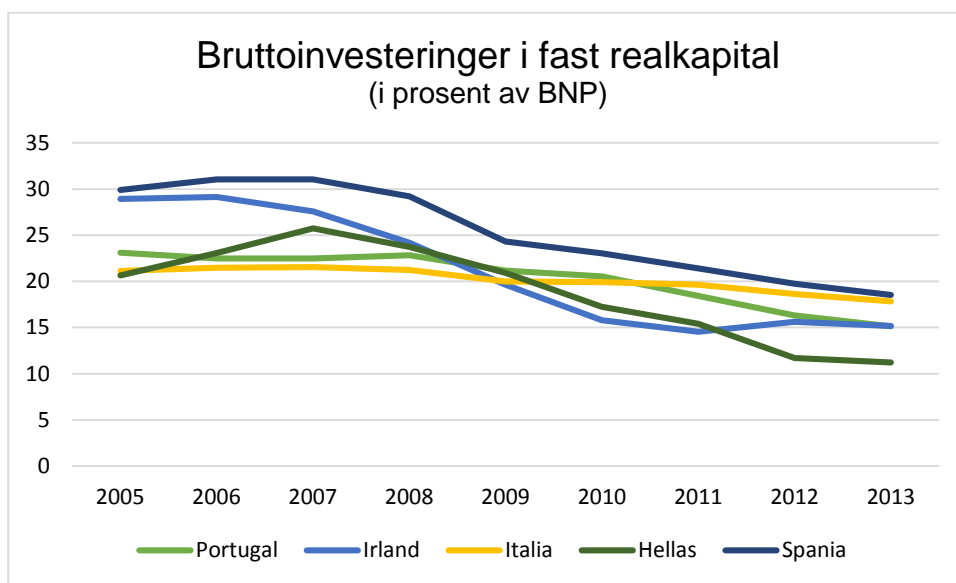
<sup>1</sup> «Forward guidance» er uformelle forsikringer fra sentralbanken til innbyggerne om renteutviklingen. For en rask innføring i ECB sin «forward guidance»-strategi, se Praet (2013).

<sup>2</sup> Dagens Næringsliv, 5. mars 2015. <http://www.dn.no/nyheter/2015/03/05/1448/Makroekonomi/starter-massive-oppkjop-i-neste-uke>



På finanspolitisk side har medisinen vært «austerity», som vi kan oversette til nøysomhet<sup>3</sup>. I denne sammenhengen betyr det kutt i offentlige budsjetter og/eller tiltak for å øke skatteinntektene, i en tid der økonomien er i resesjon. De søreuropeiske landene har gått med på innstramningstiltak i budsjettpolitikken, men siden likviditetstilgangen til disse landene er sterkt avhengig av landene i Nord-Europa, har profilerte kommentatorer som Paul Krugman (2013b) og Martin Wolf (2013) uttalt at dette i realiteten er påtvungne innstramminger.

Tiltakene er myntet på å redusere underskuddet på budsjettbalansen til maksimalt tre prosent av BNP innen 2014-2015. For å nå disse målene har landene i Sør-Europa måttet kutte i de offentlige utgiftene. Flere land har også økt det totale skattetrykket. Lønnsnivået til offentlig ansatte er enten fryst eller redusert i de hardest rammede landene. Hellas og Italia har økt pensjonsalderen. Irland, Portugal og Hellas har økt merverdiavgiften, mens Hellas, Italia og Spania har økt skattenivået for den rikeste delen av befolkningen. Hellas har i tillegg introdusert en ny eiendomsskatt.<sup>4</sup>



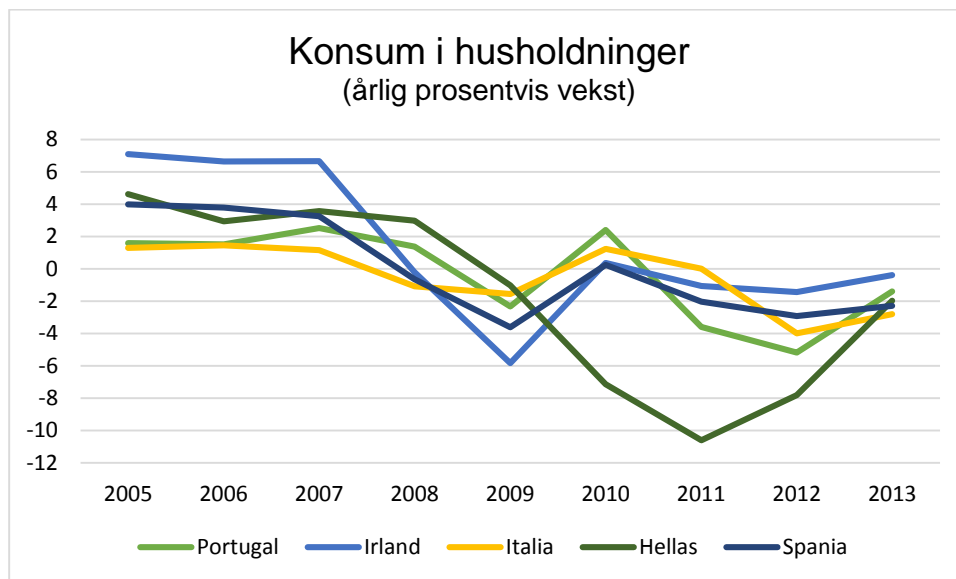
**Figur 1.4:** Bruttoinvesteringer i fast realkapital 2005-2013. Tall fra Verdensbanken (2015).

Snart syv år etter finanskrisen har den store innhentingens altså uteblitt. En rapport fra McKinsey Global Institute (2015) konkluderer med at så godt som ingen land har klart å redusere statsgjeldsnivået nevneverdig. Videre kan det se ut som om tiltakene har bidratt til et

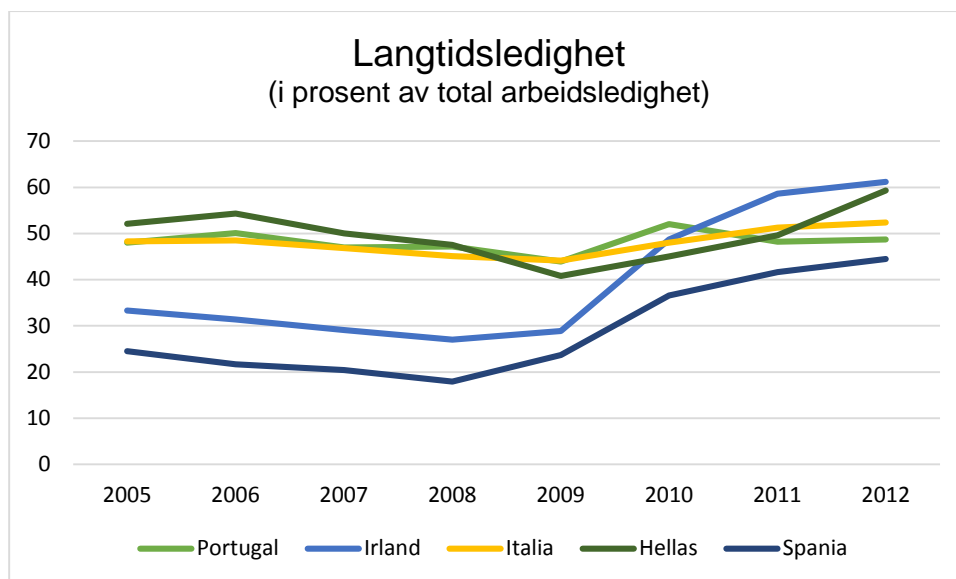
<sup>3</sup> I denne oppgaven bruker vi begrepene «austerity» og nøysomhet om hverandre.

<sup>4</sup> <http://www.bbc.com/news/10162176>

fall i innenlandsk etterspørsel, reduserte investeringer i fast realkapital, samt økte langsiktige ledighetsrater.



**Figur 1.5:** Konsumvekst i husholdninger 2000-2013. Tall fra Verdensbanken (2015).



**Figur 1.6:** Langtidsledighet 2000-2012. Tall fra Verdensbanken (2015).

Før innstrammingsiltakene ble satt i gang, var fagøkonomer uenige om nøydsomheten ville virke ekspansivt eller kontraktivt på europeisk økonomi. De siste års debatt om statsgjeld, «austerity» og økonomisk vekst er noe av bakteppet for analysen vi gjør i denne oppgaven.

Ved hjelp av numeriske simuleringer i et overlappende generasjonsrammeverk forsøker vi å belyse effektene en hurtig gjeldsnedbetaling kan ha på Sør-Europas økonomiske utvikling

---

fremover. Poenget er å veie langsiktige fordeler ved lavere statsgjeld opp mot ulemper på kort og mellomlang sikt ved nye reduksjoner i offentlige utgifter og/eller økt skattetrykk.

Vi bygger en overlappende generasjonsmodell og gjør simuleringer for to konstruerte regioner vi kaller *Nord* og *Sør*. Regionene inneholder et utsnitt av medlemsland i den økonomiske og monetære union - ØMU. *Nord* er satt sammen av økonomier fra Nord- og Sentral-Europa (Tyskland, Frankrike, Nederland, Belgia, Østerrike og Finland), mens *Sør* består av PIIGS-landene (Portugal, Irland, Italia, Hellas og Spania), som skiller seg negativt ut i form av høy statsgjeld og arbeidsledighet.<sup>5</sup> Inndelingen er i tråd med andre relevante arbeider (se f.eks. Farmer 2013, Fagan og Gaspar 2008), og vi mener den er et godt utgangspunkt for å vurdere forskjellene mellom kjernelandene og periferien i ØMU.

I vårt basisscenario simulerer vi utviklingen i makroøkonomiske nøkkelvariabler for en situasjon der vi antar at gjeldsoppbyggingen i begge regioner når toppen i 2020, og så forblir uforandret. Dette sammenligner vi med et alternativscenario der region Sør foretar en nedbetaling av gjelden over 15 år, fra omtrent 120 til 90 prosent av BNP. Nedbetalingen finansieres i utgangspunktet med økte skatter. Videre undersøker vi hvordan økt pensjonsalder og redusert kompensasjonsrate for pensjonistene kan gjøre nedbetalingen mer håndterlig.

Strukturen på resten av oppgaven er slik:

I kapittel 2 gir vi en kort historisk innføring i diskusjonen om statsgjeld. Vi presenterer ulike fremgangsmåter for å redusere statsgjeldsnivåer. I tillegg gjengir vi noen av hovedargumentene for og mot bruken av «austerity»-tiltak for en økonomi i resesjon. I kapittel 3 gir vi en enkel innføring i Diamonds overlappende generasjonsmodell (1965), som er utgangspunktet for vår modell. I kapittel 4 kommenterer vi kort de utvidelsene vi gjør av referansemodellen. Vi presenterer detaljert et rammeverk for friksjoner i arbeidsmarkedet, som er vår mest omfattende utvidelse. I kapittel 5 presenterer vi vår numeriske simuleringsmodell, mens kapittel 6 og 7 beskriver henholdsvis kalibreringen av modellen og scenariene vi analyserer. I kapittel 8 legger vi fram resultatene av analysen, før vi oppsummerer og konkluderer i kapittel 9.

---

<sup>5</sup> Se for øvrig Brazys og Hardiman (2013) for en interessant studie av hvordan akronymer styrer og former oppfatninger. I sin studie av Irland finner de Granger-kausaltet mellom bruken av PIIGS-akronymet i media og økt rentekorrelasjon mellom Irland og andre PIIGS-land, relativt til korrelasjonen mellom Irland og Nord-Europa.

## 2. Litteratur

### 2.1 Statsgjeld i et historisk perspektiv

*«It must, indeed, be one of these two events; either the nation must destroy public credit, or public credit will destroy the nation»*

David Hume, *Political Discourses* (1752, s.135)

Offentlig gjeld ble ikke omtalt i særlig grad før moderne nasjoner og finansielle institusjoner så dagens lys. Fra slutten av 1600-tallet begynte filosofer og politiske tenkere å diskutere gjeld som et alternativ for å finansiere offentlige utgifter – spesielt krigsutgifter. Allerede den gang var man opptatt av om de samme regler gjaldt for offentlig som for privat gjeld.

Den skotske opplysningsfilosofen David Hume (1711-1776) var en sterk motstander av offentlig gjeld. Hume mente at skattene som ble utstedt for å betjene gjelden måtte øke gradvis, til man endte opp med mislighold, noe som ville ha gavnet skattebetalerne på bekostning av kapitaleierne. Det er en situasjon Hume (1752) beskriver som utenkelig, siden beslutningstakerne i en slik situasjon alltid vil velge en løsning som er til fordel for kapitaleierne – derav sitatet over.

Adam Smith var også negativt innstilt til offentlig gjeld. For eksempel skriver han at gjeldsfinansiering av krig får krigen til å virke mindre kostbar enn den faktisk er for skattebetalerne (1776). Han var dessuten en av de første til å presentere *crowding out*-argumentet, at offentlig gjeld vrir kapitalen fra produktive til mindre produktive deler av økonomien. Både Smith og Hume skriver med forakt om obligasjonseiere som kun lever av avkastningen på verdipapirene sine, og hvordan de med sin oppførsel oppfordrer til et «ubrukelig og inaktivt liv» (Hume, 1752, s.131).

Diskusjonen om gjeldsfinansiering av offentlige utgifter tiltok utover 1800-tallet (Theocarakis, 2014). Debatten var preget av partiske aktører; kapitaleierne hadde mye å tjene på en stat som utstedte obligasjoner, og det samme hadde politikere, siden det gav dem mulighet til å finansiere kriger uten å øke skattene samtidig. I motsatt ende stod ortodokse økonomer. Hovedargumentet deres var at kapital som ble lånt eller beskattet av staten var kapital som ble holdt vekk fra produksjon. Jean-Baptiste Say (1767-1832) sa blant annet at

---

forskjellen mellom et individ som låner penger og en stat som akkumulerer gjeld er at individet låner penger til produktive formål, noe staten ikke gjør (Say, 1803).

Offentlig gjeldsfinansiering beslaglegger m.a.o. produktiv kapital og er derfor kun forsvarlig når staten låner kapital som ellers ville ha forblitt uproduktiv, for så å investere den i produktive formål. Dette resonnementet har fått stor innflytelse i makroøkonomisk teori. I enkle makromodeller er det for eksempel vanlig å anta at offentlig konsum ikke er produktiv, jf. en standard Cobb-Douglas produksjonsfunksjon.<sup>6</sup> Produktive offentlige utgifter vil per definisjon øke marginalproduktiviteten i økonomien og stimulere til økonomisk vekst. Uproduktive offentlige utgifter påvirker derimot ikke produksjonen, men må finansieres av skatteinntekter eller gjeld, og er derfor en belastning for økonomien.

## 2.2 To syn på statsgjeld

I løpet av det 20. århundre dannet det seg to leire blant økonomer, med hvert sitt syn på statsgjelden: de som hevdet at husholdningene internaliserer effekten av offentlig gjeldsopptak og de som mente at husholdningene ignorerer det. Det første synspunktet kaller man det ricardianske, mens det andre gjerne tilskrives arbeidet til den britiske økonomen John Maynard Keynes.

### 2.2.1 Ricardiansk ekvivalens

David Ricardo (1772-1823) var en viktig tidlig bidragsyter. Han var i utgangspunktet enig med Say, men kommenterer at det under noen omstendigheter vil være likegyldig om staten velger gjelds- eller skattefinansiering for en gitt utgiftsbane. Om staten utsteder en skatt for å finansiere en utgift, kan skattebasen/innbyggerne alltså ta opp et tilsvarende lånebeløp for å betale skatten. På bakgrunn av Ricardos betraktninger kaller man i dag denne teoretiske sammenhengen *ricardiansk ekvivalens*. Det er en noe misvisende betegnelse, siden Ricardo aldri hevdet at de to var likeverdige. Personlig var han svært negativ til offentlig

---

<sup>6</sup> Siden 1980-tallet har flere forfattere undersøkt når offentlige utgifter er produktive. Aschauer (1989) finner f. eks. at offentlige investeringer i infrastruktur er avgjørende for produktiviteten. Barro (1991) og Barro og Sala-i-Martin (1992) undersøker effekten av offentlige utgifter på økonomisk vekst.

gjeldsakkumulasjon, siden han mente at det bidro til å gjøre folk mindre sparsommelige og blinde overfor den reelle økonomiske situasjonen.

Det er i sitt «Essay on the funding system» fra 1820 Ricardo lanserer ideen om at det vil være likegyldig om man finansierer økt statlig pengebruk (i Ricardos eksempel som følge av en tenkt krig) med statsgjeld eller økte skatter. Han avviser allerede her at denne tanken skulle ha praktisk innvirkning på statsfinansene, fordi han mente den jevne borger opererer kortsiktig. Spesifikt mente han at gjeldsopptaket ville bli delvis ignorert av landets innbyggere. Om det er tilfelle, er det lett å vise at ricardiansk ekvivalens svikter. I 1890-årene ble ideen gjenopptatt av den italienske økonomen Antonio de Viti de Marco, men det skulle gå nye 80 år før ricardiansk ekvivalens ble sentrum for omfattende debatt og empirisk forskning. Det skjedde med Barro (1974), som presenterer et analytisk fundament for fenomenet.

I en Arrow-Debreu-modell (1954) med agenter som lever evig, er antagelsen om ricardiansk ekvivalens uproblematisk. Både myndighetene og individet står overfor én budsjettrestriksjon, som ikke endrer seg om man bytter fra gjelds- til skattefinansiering, eller om man forandrer timingen på skattene. I overlappende generasjonsmodeller (OLG) er timingen i utgangspunktet ikke nøytral på den ricardianske måten - skatteendringer er egentlig en velferdsoverføring fra én generasjon til en annen. Barro (1974) forklarer hvordan individene i et OLG-oppsett likevel kan oppføre seg som om de var én eviglevende agent. Nøkkelen er altruistisk motivert arvelating mellom generasjonene.

Mye av debatten om ricardiansk ekvivalens koker ned til en diskusjon om permanentinntektshypotesen (Friedman, 1957) er realistisk<sup>7</sup>, og hvor altruistiske individene er. Hvis dagens generasjon kun i liten grad tar hensyn til økt skattetrykk for fremtidige generasjoner, vil arvelatingen mellom generasjoner være for liten til å dekke senere skatteøkninger. Da kan et gjeldsopptak i dag være en velferdsoverføring fra fremtidige til dagens generasjoner. En empirisk innsigelse mot dette argumentet er at statsgjeld stort sett blir nedbetalt av generasjoner som levde da gjelden ble tatt opp, noe som for eksempel var tilfelle etter andre verdenskrig (Reinhart og Rogoff, 2013).

---

<sup>7</sup> Fuchs-Schündeln og Hassan (2015) inneholder en fin oppsummering av 50 års forsøk på å teste permanentinntektshypotesen empirisk.

---

## 2.2.2 Det keynesianske synet

Synspunktet til Keynes er kort oppsummert at underskuddsfinansiering av offentlige utgifter vil stimulere aggregert etterspørsel, og dermed virke ekspansivt på økonomien, mens skattefinansiering vil virke kontraktivt. På samme måte vil et skattekutt stimulere til økt konsum, fordi det øker husholdningenes disponible inntekt (se f. eks. Keynes, 1936).

Det er viktig å huske at Keynes var tilhenger av motkonjunkturpolitikk også i gode tider. Han påpekte at et land i praksis ikke kan håndtere en stadig økende gjeldsbyrde; en nøkternhet flere av hans tilhengere ikke nødvendigvis delte. Alvin Hansen presenterte ideen om at størrelsen på den offentlige gjelden kun bør sees i sammenheng med nasjonalinntekten, eller m.a.o. at absoluttverdien ikke er viktig, mens en annen keynesianer – Evsey Domar – publiserte i 1944 en modell som under visse forutsetninger viste at offentlig gjeld kan øke evig, samtidig som skattebyrden holdes konstant, så lenge det er en opprettholdbar vekst i økonomien (1944, referert i Theocarakis, 2014).

Politikere i etterkrigstiden trykket Keynes, og kanskje særlig hans mindre nøkterne meningsfeller, til sitt bryst. Hans teorier dominerte frem til det økonomiske landskapet endret seg på 1970-tallet. Monetaristene, som kritiserte gjeldsfinansiering og fokuset på etterspørselssiden i økonomien, festet deretter grepet først i USA, så i Storbritannia og resten av Europa.

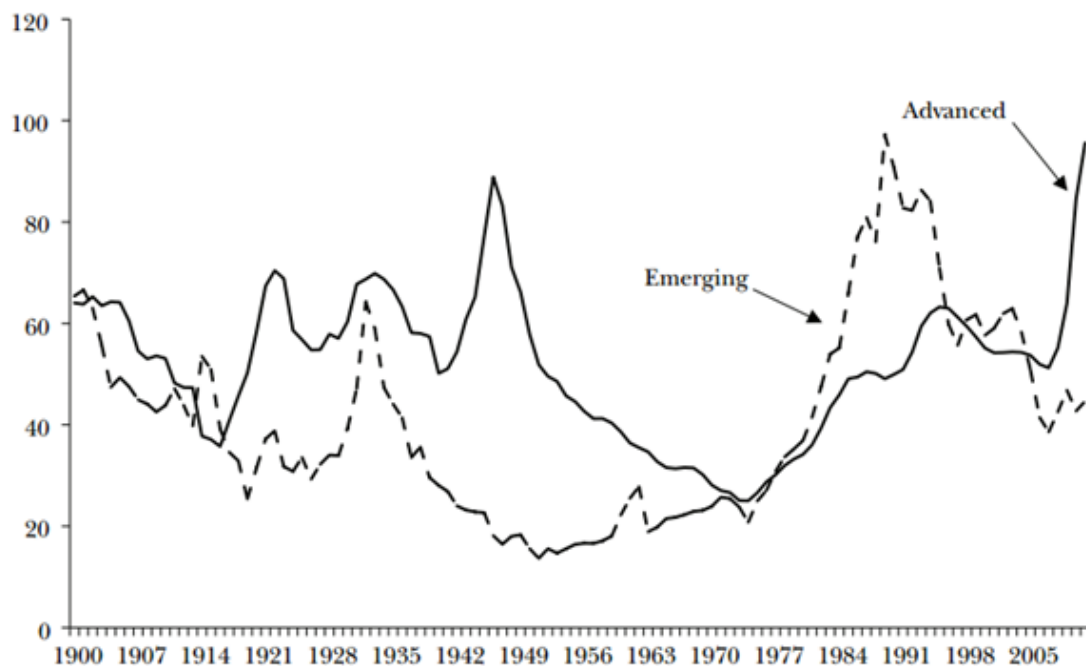
Det keynesianske og ricardianske synet har helt ulike implikasjoner for hvordan finanspolitikken vil fungere. Hvis konsumenter er “nærsynte” og tilpasser sitt forbruk ut fra disponibel inntekt idag (det keynesianske synet), vil finanspolitikken være et viktig instrument for å styre økonomien i ønsket retning. Et skattekutt i nedgangstider vil for eksempel øke disponibel inntekt, slik at forbruket øker og økonomien vokser. Hvis folk derimot tilpasser seg som i Modiglianis livssyklusshypotese<sup>8</sup> (1963) eller Friedmans permanentinntektshypotese (1957), vil den ekspansive effekten av en skattereduksjon idag være mindre, fordi deler av den økte disponible inntekten blir spart av konsumentene i påvente av en fremtidig skatteøkning.

---

<sup>8</sup> Livssyklusshypotesen er grunnlaget for konsumentadferden i OLG-modeller, og blir forklart mer grundig i kapittel 3.

## 2.3 Nyere tid

Til tross for favoriseringen av Keynes i etterkrigstiden og den økende innflytelsen til monetaristene fra 70-tallet, viser statistikken gradvis gjeldsnedbygging etter 1945, og deretter gjeldsoppbygging frem til vår tid (med unntak av perioden 1995-2005).



**Figur 2.1:** Brutto offentlig gjeld i prosent av BNP for utviklede og framvoksende økonomier (uvektet snitt). Kilde: Reinhart, Reinhart og Rogoff (2012).

Dette henger sammen med det økonomiske klimaet i perioden etter andre verdenskrig, med til dels høye vekst- og inflasjonsrater, samt det store oljeprissjokket på 70-tallet. Reinhart og Sbrancia (2014) argumenterer for at det var negative realrenter, heller enn eksepsjonelle vekstrater som er nøkkelfaktoren for å forklare gjeldsnedbyggingen etter andre verdenskrig. Det var også en høy produktivitetsvekst på 50- og 60-tallet, som avtok på 70- og 80-tallet. Etter finanskrisen i 2008 eksploderer gjelden i europeiske land som følge av bortfall av skatteinntekter, gjeldsfinansierte stimulerings- og «bail-out»-pakker<sup>9</sup>, samt lav eller negativ

<sup>9</sup> Fra 2008 til 2013 godkjente EU mer enn 5 billioner euro i statsstøtte til finansielle institusjoner.

(<http://www.reuters.com/article/2013/09/29/us-europe-banks-bailouts-idUSBRE98S03720130929>)



---

BNP-vekst. Vender man blikket mot fremtiden, ser man at forpliktelsene forbundet med økt levealder og den forestående pensjoneringen av den store etterkrigsgenerasjonen tegner et dystert bilde av den kommende økonomiske utviklingen i Europa. Dette er bakgrunnen for at bremsing eller reduksjon av statsgjelden står høyt på agendaen i mange europeiske land, særlig i Sør-Europa.

### **2.3.1 Reinhart, Reinhart og Rogoff: en meny for håndtering av gjeld**

I artikkelen «Dealing with Debt» (2015) vurderer Reinhart, Reinhart og Rogoff de ulike mulighetene staten har for å redusere gjeld. De er grovt inndelt i ortodokse og heterodokse strategier. Førstnevnte er tradisjonelle metoder som å stimulere til økt vekst, innrette politikken mot budsjettoverskudd eller privatisere statlige eiendeler. De heterodokse strategiene er å generere inflasjon utover inflasjonsforventningene, restrukturere (slette) gjeld, aktive grep for å holde rentekostnadene nede (*finansiell undertrykking*) og skattlegging av formue. Land med mye innenlandsk gjeld og egen valuta har større mulighet til å velge av denne menyen enn land der gjelden er eid av utenlandske investorer og/eller land som deltar i et valutasamarbeid.

I denne oppgaven konsentrerer vi oss som nevnt om «austerity», siden det på mange måter har vært den foreskrevne medisinen i ØMU. Slik vi bruker begrepet innebærer det å innrette politikken mot budsjettoverskudd mens økonomien ennå er i resesjon, med sikte på å nedbetale av statsgjeld. Det kan skje ved økt skatteinngang, reduserte offentlige utgifter eller begge. Før vi går nærmere inn på «austerity» kommenterer vi imidlertid kort de andre menyvalgene.

For myndighetene er det mest ønskelig å vokse seg ut av høye statsgjeldsposisjoner. Forutsetningen for en slik utvikling er at økonomiens vekstrate ligger over rentenivået på statsgjeld, såkalt dynamisk ineffisiens. Reinhart et al. (2015) påpeker at dette historisk har vært vanligst i situasjoner der gjeldsoppbyggingen har skjedd for å finansiere krigsutgifter. Innrulleringen av militært personell etter store kriger øker arbeidsstyrken. Samtidig vil gjenoppbygging av sentral infrastruktur etter en krig ofte være realkapitalinvesteringer med unormalt høy avkastning. Dette er sjelden tilfelle etter finanskriser.

Privatisering av statlige eiendeler og restrukturering av gjeld er krevende å analysere i det overlappende generasjonsrammeverket vi anvender. Privatisering, selv om det bedrer likviditeten på kort sikt, vil dessuten gjøre lite med et lands langsiktige forpliktelser. Siden vi

begrenser oss til å se på land som inngår i ØMU, og mye av Sør-Europas gjeld er til kreditorer i Nord-Europa, ser vi på muligheten for å inflatere bort gjelden som lite realistisk.

Et virkemiddel som kunne vært interessant å se nærmere på er *finansiell undertrykking*, som på mange måter er en type formuesbeskatning. Denne typen tiltak går ut på at myndighetene fører en aktiv politikk for å holde rentekostnadene på gjeld kunstig lave – gjerne så lave at inflasjonen på sikt spiser opp gjelden. Dette kan man for eksempel gjøre ved å sette et rentetak, regulere kapitalflyt inn og ut av landet eller ved streng kontroll på innenlandsk finansiell aktivitet (Reinhart og Sbrancia, 2015). Etter 2008 har slike tiltak fått ny popularitet. Flere land har økt minsteandelen innenlandske statsobligasjoner bankene må ha i sine porteføljer. Spania har innført et *de facto* rentetak på bankinnskudd (Reinhart, 2012). Denne typen virkemidler er komplisert å modellere i et OLG-rammeverk, der avkastningen på de ulike spareinstrumentene i utgangspunktet må være lik. Norkina og Pekarski (2014) bruker imidlertid et OLG-rammeverk med endogen rente for å finne optimal mengde finansiell undertrykking. Når vi ikke velger å undersøke finansiell undertrykking nærmere, er det både fordi det er krevende å modellere, og fordi slike tiltak neppe vil være et kraftig nok verktøy for å få gjelden ned til førkrisenivåer.

## 2.4 Dagens debatt om nøysomhet

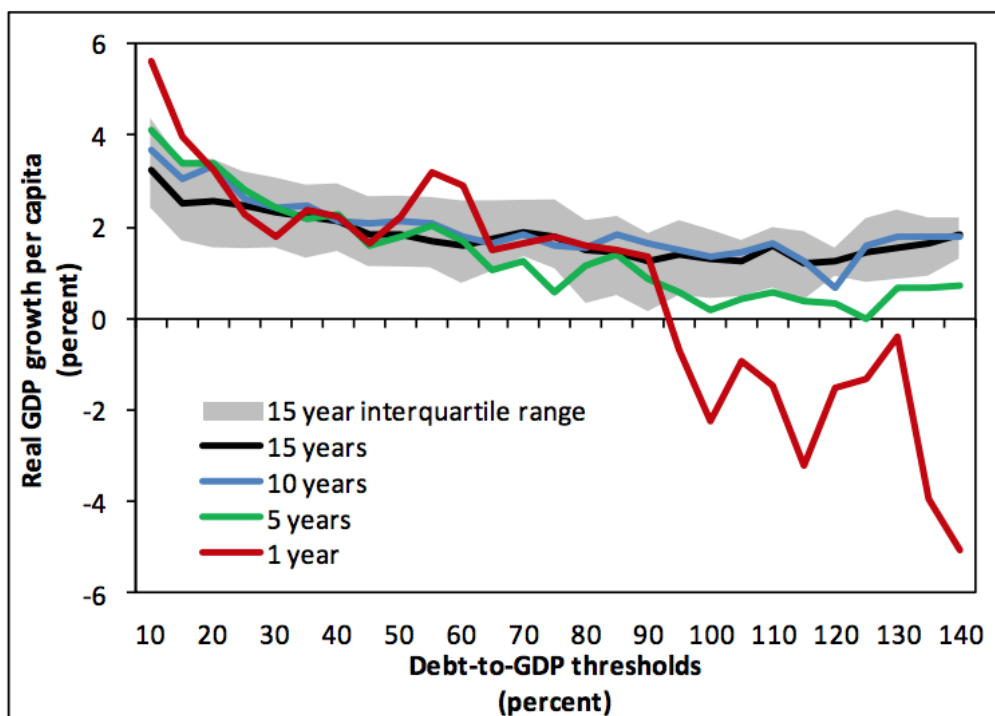
Det er ikke fullstendig enighet blant akademikere om effekten av «austerity» etter en finanskrisen. Vi presenterer her noen av de mest fremtredende argumentene i hver leir.

### 2.4.1 Kan innstramminger virke ekspansivt?

Av faglige bidrag til å legitimere «austerity», er “Growth in a Time of Debt” av Reinhart og Rogoff (2010) blant de mest kjente. Forfatterne viser empirisk en negativ sammenheng mellom gjeldsnivå og økonomisk vekst - som at veksten ser ut til å få en betydelig negativ knekk når statsgjelden bikker 90 prosent av BNP. Reinhart og Rogoff er nøye med å understreke at de ikke kan påvise hvilken vei kausaliteten går, men artikkelen ble ganske umiddelbart etter publisering brukt som argument av politikere som ønsket innstramning,

blant dem britenes finansminister George Osborne.<sup>10</sup> Senere ble artikkelen utsatt for skarp metodisk kritikk, og den er fremdeles kontroversiell.

Enkelte forfattere har imidlertid gitt Reinhart og Rogoff noe støtte. Pescatori et al. (2014) finner sterk sammenheng mellom gjeldsnivå og økonomisk vekst på kort sikt, men beskjeden sammenheng på mellomlang sikt. De finner heller ingen “magisk grense”. Funnene deres tyder imidlertid på at gjeldsbanen kan henge sammen med vekst, på den måten at land med høy, men avtakende statsgjeld kan vokse like raskt som land med lavere gjeld.



*Figur 2.2: Sammenheng mellom statsgjeld og BNP-vekst. Fra Pescatori et al (2014).*

Kumar og Woo (2010) finner at en ti prosentpoengs økning i statsgjeld i snitt henger sammen med 0,2 prosentpoeng redusert årlig BNP-vekst per capita, men effekten er mindre for utviklede økonomier. De finner også noe støtte for de ikke-lineære effektene Reinhart og Rogoff beskriver (veksten synker overprosjonalt når gjelden øker).

<sup>10</sup> Se f. eks. <http://www.newyorker.com/news/john-cassidy/the-reinhart-and-rogoff-controversy-a-summing-up>

Såfremt innstrammingene skjer ved å kutte offentlige utgifter, framfor å øke skatter, vil nøysomhet kunne føre til høyere veksttakt samtidig som budsjettunderskuddene reduseres, ifølge Alesina og Ardagna (1998) – tilsynelatende i skarp motsetning til keynesiansk tenkning. Argumentasjonen hviler på at vi befinner oss i en situasjon der myndighetene har vokst seg store og ineffektive, og at nedbygging av staten vil gi kraftige effektivitetsgevinster, samt et mer optimisk næringsliv som øker sine investeringer.

Alesina og Perotti (1996) kommer til en lignende konklusjon. De viser at underskuddsreduksjoner fra redusert offentlig forbruk har mye høyere sannsynlighet for å vedvare enn reduksjoner fra skatteøkninger.

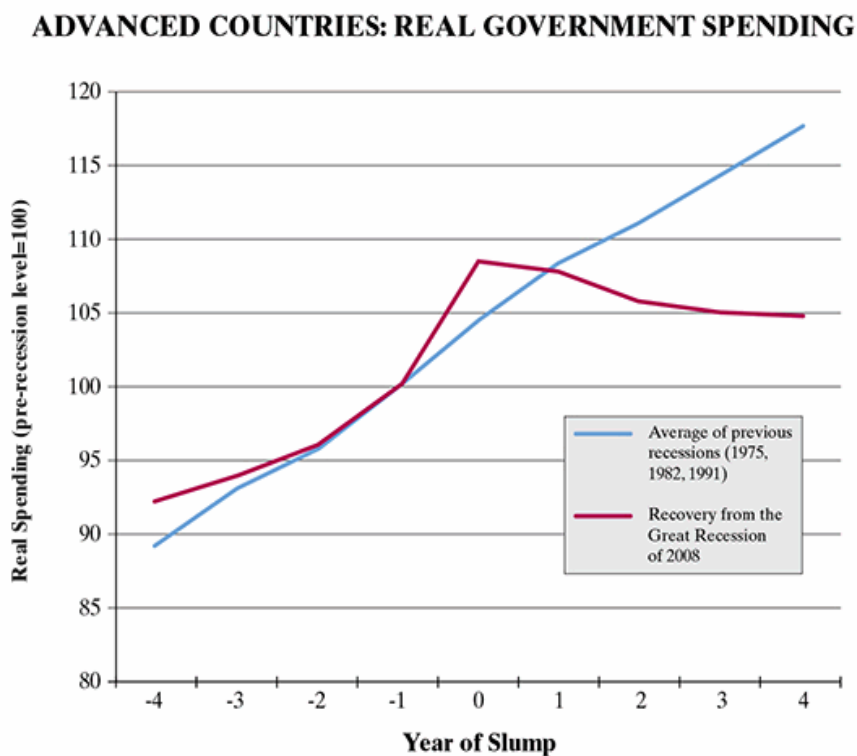
Alesina og Ardagna (2009) er en omdiskutert artikkel. Ifølge forfatterne har store kutt i offentlig forbruk i utviklede land i snitt vært etterfulgt av økonomisk vekst. Argumentet er også her at nøysomheten skaper økt tillit i privat sektor, som er viktigere for veksten enn en negativ direkte effekt av reduserte utgifter. Denne analysen har fått ganske hard medfart, blant annet av Krugman (2013a). At den fikk stor praktisk innvirkning på beslutningstakere, er likevel sannsynlig. Som tidligere ECB-sjef Jean-Claude Trichet sa i et avisintervju i 2009<sup>11</sup>:

*“As regards the economy, the idea that austerity measures could trigger stagnation is incorrect. (...) In fact, in these circumstances, everything that helps to increase the confidence of households, firms and investors in the sustainability of public finances is good for the consolidation of growth and job creation. I firmly believe that in the current circumstances confidence-inspiring policies will foster and not hamper economic recovery, because confidence is the key factor today.”*

Tillitsargumentet er gjennomgående viktig for gruppen som kalles “deficit hawks”, altså de som mener balanse eller overskudd på statsbudsjettene bør være prioritert.

---

<sup>11</sup> <http://www.ecb.europa.eu/press/key/date/2010/html/sp100624.en.html>



Source: IMF, World Economic Outlook, April 2013

*Figur 2.3: Reduksjon i offentlige utgifter etter 2008 sammenlignet med tidligere finanskriser.*

## 2.4.2 Motstandere av nøysomhetspolitikk i krisetider

Det ser ut til at de fleste profilerte økonomer mener at nøysomheten har hatt skadelig effekt på de søreuropeiske landene. Dette er ikke så overraskende, siden det såkalte “nykeynesianske” paradigmet har vært dominerende blant makroøkonomer i hvert fall de siste 10-15 årene. En vanlig nykeynesiansk DSGE-modell<sup>12</sup> med stive priser og rimelige parametre vil gi som resultat at kutt i offentlig konsum vil skade samlet etterspørsel, se f. eks. Smets og Wouters (2007). Det ser også ut som denne leiren har tallene på sin side. Arbeidsledigheten i PIIGS-landene har ikke hatt noen god utvikling, BNP-utviklingen har vært laber, og gjeldsgraden har bare økt siden innstrammingene trådte i kraft, jf. kapittel 1.

<sup>12</sup> DSGE står for Dynamic Stochastic General Equilibrium.

De Long og Summers (2012) argumenterer for at nøysomhet i enkelte tilfeller kan virke mot sin hensikt og føre til økte budsjettunderskudd. Det forklarer de hovedsakelig med hysterese-effekter: Innstramminger øker en allerede høy ledighet og resulterer på sikt i at flere blir permanent stående utenfor arbeidsstyrken. Denne effekten er særlig aktuell i situasjoner der økonomien befinner seg i en likviditetsfelle (ibid.). Likviditetsfeller ble først beskrevet i Keynes' *General Theory* (1936). Litt forenklet dreier det seg om en situasjon der svært lave renter ikke stimulerer forbruket, på grunn av konsumentenes forventninger, slik at pengepolitikken mister sin kraft. Rentekuttene etter 2008 har hatt begrenset effekt på økonomisk vekst, og mange nykeynesianere argumenterer for at Europa gikk inn i en likviditetsfelle etter finanskrisen.

Joseph Stiglitz har markert seg som en av de hardeste kritikerne av nøysomhetslinja. Han argumenterer for at dagens politikk har mange likhetstrekk med den stramme linja ført av president Herbert Hoover etter krakket i 1929, som bidro til å skape den store depresjonen på 30-tallet (Stiglitz, 2015).

Guajardo, Leigh og Pescatori (2011) argumenterer for at Alesina og Ardagna (2010) sin konklusjon om at nøysomheten kan virke ekspansivt, bygger på en mangelfull statistisk metode. I avisartikkelen "How the case for austerity has crumbled" fra 2013 går Paul Krugman hakket lenger, og anklager Alesina og Ardagna for å ha trikset med tallene for å nå konklusjonen de ønsket seg.

Blanchard og Leigh (2013) finner at prediksjonene gjort før nøysomheten ble iverksatt var for optimistiske, og at landene med strammest innskjerping har opplevd lavere vekst enn forventet. De argumenterer for at multiplikatoreffekten, særlig rett etter krisen, var høyere enn det som ble lagt til grunn i prediksjonene.

---

## 3. Overlappende generasjonsmodeller

### 3.1 Bakgrunn

Store makroøkonomiske modeller med mikroøkonomisk fundament er en ganske ny oppfinnelse. Fra 40-tallet ble makroøkonometriske modeller, ofte med tusener av variabler, et vanlig styringsverktøy for sentralbanker. Det er de for så vidt fremdeles. Slike modeller har hatt forholdsvis god prediksjonskraft, men er gått av moten i akademiske kretser. Hovedårsaken til det er at modellene er bygget på observerte statistiske sammenhenger og ikke fundert i økonomisk teori (Juel, Molnar og Røed, 2008). Dermed er modellene lite generelle, og de observerte sammenhengene ikke nødvendigvis gyldige når preferanser eller policy endrer seg. Denne innvendingen er kjent som Lucas-kritikken, navngitt etter et essay Robert Lucas skrev i 1976. Selv om poengene han la frem allerede var implisitt i f. eks. Friedman (1957) og Knight (1921), var det etter 1976 at faget virkelig omfavnet makromodeller med mikrofundament. De siste 30 årene har hovedstrømmen i makroøkonomisk modellering vært svært preget av Lucas-kritikken. De fleste nye arbeider i teoretisk makroøkonomi tar utgangspunkt i et sett med aktører som følger mikroøkonomiske aksiomer<sup>13</sup>, og parametrene er “dype”, dvs. at man antar at de ikke endrer seg når politikken endrer seg.

Det er hovedsakelig to modellrammeverk man bruker til å studere makroøkonomiske problemer over en lengre tidshorison. Det første er modeller av representativ agent-typen, som vi her bare skal nevne kort. Slike «dynastiske» modeller tar utgangspunkt i én aktør som lever evig og har rasjonelle forventninger. Økonomiske svingninger forklares av stokastiske sjokk. Litt forenklet kan man si at slike modeller er et forsøk på å transformere den generelle likevekten vist av Arrow og Debreu (1954) til et analytisk verktøy for å simulere hele økonomier over tid. En rekke sentralbanker anvender slike modeller til å gjøre numeriske simuleringer. Norges Banks strukturelle modell (NEMO) er for eksempel en avansert DSGE-modell.

Et problem med Arrow og Debreus modell er at den ikke er praktisk håndterbar. Det er fåfengt å beregne likevektene den forutsier, enten fordi de er ustabile eller fordi det finnes svært mange

---

<sup>13</sup> Merk at “aksiom” i matematikken er en grunnsetning som er allment akseptert eller selvnynnsende sann. Mikroøkonomiske aksiomer er egentlig postulater, se f. eks. Allais (1952).

av dem. Derfor måtte modellen forenkles betraktelig. DSGE-modeller, som inneholder stokastiske sjokk, og dermed usikkerhet, må lineariseres, slik at man kan finne en unik likevekt. I den virkelige verden er det vanskelig å se en god grunn til at det skal eksistere kun én eller noen få stabile likevekter, men de aller fleste arbeider med DSGE-modellering ser likevel bort fra muligheten for mangfoldige likevekter. Som Franklin Fisher skrev i 2011 (s.35):

*“Milton Friedman remarked to me long ago that the study of the stability of general equilibrium is unimportant, first, because it is obvious that the economy is stable, and, second, because if it isn’t stable we are wasting our time. He should have known better. In the first place, it is not at all obvious that the actual economy is stable. Apart from the lessons of the past few years, there is the fact that prices do change all the time. Beyond this, however, is a subtler and possibly more important point. Whether or not the actual economy is stable, we largely lack a convincing theory of why that should be so. Lacking such a theory, we do not have an adequate theory of value, and there is an important lacuna in the center of microeconomic theory.”*

Eller sagt på en annen måte: En strukturell makroøkonomisk modell kan aldri bli mer robust enn de mikroøkonomiske antagelsene den bygger på.

Den andre tilnærmingen til dynamiske makroøkonomiske problemer bygger på overlappende generasjonsmodeller (OLG). Det er en slik modell vi presenterer i denne oppgaven. Viktige tidlige bidrag er Allais (1947), Samuelson (1958) og Diamond (1965).

### **3.1.1 Hvorfor OLG-modeller?**

Som Auerbach og Kotlikoff (1987) påpeker er statiske modeller lite egnet til å analysere langsiktige konsekvenser av økonomisk politikk, fordi slike modeller ignorerer effekter på fremtidige generasjoner. En dynamisk tilnærming er velegnet til å vekte kortsiktige nyttevirknninger av et spesifikt tiltak (f. eks. økt oljepengebruk) opp mot eventuelle langsiktige tap (f. eks. *crowding out*-effekter).

I motsetning til DSGE-modeller med en representativ agent som lever evig, blir det her født en ny generasjon i hver periode, som tar del i økonomien i (minst) to perioder og så dør. Det gjør at modellene egner seg godt til å beskrive demografiske endringer, som ofte er relevant



---

for økonomisk politikk. En annen fordel med OLG-modeller er at det er forholdsvis enkelt å utvide dem til å ta høyde for f. eks. friksjoner i arbeidsmarkedet.

Av disse årsakene er OLG-modeller mye brukt til å analysere spørsmål om utvikling i offentlig gjeld, ulike former for skattlegging samt pensjons- og trygdesystemer.

### 3.3 Samuelson-Diamond-modellen

Her forklarer vi OLG-rammeverket med utgangspunkt i Diamond (1965), som på mange måter er blitt referansemodellen. Diamond utvidet Samuelsons arbeid til å omfatte både en produksjonssektor og en offentlig sektor. Modellens elementer presenterer vi hver for seg. Fremstillingen bygger på Obstfeld og Rogoff (1996), samt De La Croix og Michel (2002). I neste kapittel presenterer vi våre utvidelser av modellen. Der vil vi også lempe på en del av forutsetningene vi tar i dette kapitlet.

I det følgende gir vi et raskt overblikk over referansemodellen for en lukket økonomi.

#### 3.2.1 Befolkning

I hver periode  $t = 1, 2$  lever en ung generasjon  $N_t$  og en gammel generasjon  $N_{t-1}$ . Bunnteksten angir hvilken periode man er født. Den totale befolkningen i periode  $t$  er altså  $N_t + N_{t-1}$ . Hver generasjon vokser med en konstant rate  $n$ , slik at  $N_t = (1 + n)N_{t-1}$ .

#### 3.2.2 Konsumentene

Det teoretiske rammeverket for modellering av konsumentoppførsel i moderne OLG-modeller er Modiglianis livssyklusmodell (1963). Konsumentene sparer deler av inntekten fra første periode og bruker det forrentede beløpet i sin helhet i andre periode. Modellen kan utvides til å inneholde et arvemotiv. Hvert individ er rasjonelt og har perfekt informasjon om framtiden.

I det enkleste modelloppsettet lever hvert individ i to perioder, den første som yrkesaktiv og den andre som pensjonist. Tolkningmessig innebærer det f. eks. at man entrer økonomien som 20-åring, og at en periode varer i omtrent 25-30 år. I den første perioden supplerer hvert individ uelastisk én enhet arbeidskraft til produksjonssiden i økonomien, og mottar reallønn  $w_t$ . Konsumprofilen blir bestemt av sammenhengen mellom realrenten og individenes

tidspreferanserate. Konsumentene har slik sett kun én beslutningsvariabel i det enkleste OLG-oppsettet – sparing.

Nytemaksimeringsproblemet til det representative individet i hver generasjon er på sin enkleste form slik:

$$\max U(c_{1,t}, c_{2,t+1}) = u(c_{1,t}) + \beta u(c_{2,t+1}) \quad (3.1)$$

Konsumenten tilpasser seg ved å maksimere nyttefunksjonen med hensyn på budsjettrestriksjonene han står overfor i de to periodene:

$$c_{1,t} + s_t = w_t - \tau_t \quad (3.2)$$

$$c_{2,t+1} = (1 + r_{t+1})s_t \quad (3.3)$$

Bunnskriften refererer nå til henholdsvis livsperiode og tidsperiode, slik at  $c_{1,t}$  er det unge individets konsum i periode  $t$ , mens  $c_{2,t+1}$  er konsumet til det samme individet i neste periode. Sparing  $s_t$  forrentes med en årlig realrente,  $r_{t+1}$ , som løper fra periode  $t$  til  $t + 1$ . I tillegg må konsumentene betale en lump sum-skatt  $\tau_t$  i den første perioden. Nytte av fremtidig konsum blir neddiskontert med faktoren  $\beta$ , som igjen er en funksjon av tidspreferanseraten,  $\rho$ :

$$\beta = \frac{1}{1+\rho}$$

Nytemaksimeringsproblemet kan løses rett fram ved innsetting eller ved hjelp av Lagranges metode. Begge resulterer i en Euler-ligning som karakteriserer den optimale tilpasningen.

$$u'(c_{1,t}) = \beta(1 + r_{t+1})u'(c_{2,t+1}) \quad (3.4a)$$

Euler-ligningen sier at konsumenten i optimal tilpasning vil være indifferent mellom nytten av en ekstra enhet konsum i dag og den neddiskonterte nytten av å utsette konsumet av den ekstra enheten til neste periode.

For å utlede eksplisitte uttrykk for sparing og konsum må vi gjøre noen antagelser om nyttefunksjonen. Det er vanlig å anta en logaritmisk nyttefunksjon, som gir følgende Euler-ligning:

$$\frac{1}{c_{1,t}} = \frac{\beta(1+r_{t+1})}{c_{2,t+1}} \quad \text{eller} \quad c_{1,t} \beta(1 + r_{t+1}) = c_{2,t+1} \quad (3.4b)$$

Man ser av uttrykket for optimal tilpasning at konsumbanen til hvert individ er stigende for  $1 + r_{t+1} > \frac{1}{\beta}$  og synkende i det motsatte tilfellet. Når renta er lik tidspreferanseraten foretrekker konsumentene likt konsum i begge perioder (konsumglattning).

Budsjettbeskrankningen i hver av periodene kan samles i en intertemporal budsjettbetingelse ved å løse (3.3) for sparing og så sette inn i (3.2). Setter man så Euler-ligningen (3.4b) inn i den intertemporale budsjettbetingelsen og løser eksplisitt for  $c_{1,t}$ , kommer man fram til:

$$c_{1,t} = \frac{w_t - \tau_t}{1 + \beta}$$

Sparingen er nå gitt ved

$$s_t = w_t - \tau_t - c_{1,t} = w_t - \tau_t - \frac{w_t - \tau_t}{1 + \beta} = \frac{\beta}{1 + \beta} (w_t - \tau_t) \quad (3.5)$$

der  $\frac{\partial s_t}{\partial w_t} > 0$  og  $\frac{\partial s_t}{\partial \tau_t} < 0$ . Høyere lønn gir høyere livstidsinntekt, og noe av økningen i konsummulighetene flyttes til neste periode, mens økt skatt slår ut i redusert sparing.

Et interessant resultat ved logaritmisk nytte er at sparebeslutningen ikke varierer med realrenten. Dette er fordi den intertemporale substitusjonselastisiteten er lik 1, noe som medfører at inntekts- og substitusjonseffekten av endret rente nuller hverandre ut.

### 3.2.4 Firmaer

Produksjonen er homogen og kan brukes til både konsum- og investeringsformål. Dermed kan vi se på kapitalen som akkumulert ikke-konsumert produksjon. Siden vi forutsetter at produktfunksjonen er homogen, er det irrelevant hvor mange firmaer det er i økonomien. Firmaene eies av individene og tar priser for gitt. Firmaene kombinerer individenes sparte kapital og arbeidskraft til produksjon, beskrevet ved en standard Cobb-Douglas produktfunksjon:

$$Y_t = AF(K_t, L_t) = AK_t^\alpha L_t^{1-\alpha} \quad (3.6a)$$

der  $K$  er kapital,  $L$  er størrelsen på arbeidsstyrken (bestående av hele den unge generasjonen),  $A$  er totalfaktorproduktivitet og  $\alpha$  representerer kapitalens inntektsandel.

For å holde det enkelt normaliserer vi arbeidsstyrken i hver generasjon til 1, slik at vi i det følgende har makroproduktfunksjonen på intensiv form:

$$Y_t = F(K_t, L_t) = L_t F(k_t, 1) = L_t f(k_t) \quad \Rightarrow \quad y_t = f(k_t) = Ak_t^\alpha \quad (3.6b)$$

Funksjonen  $f(k_t)$  er stigende, strengt konkav og oppfyller Inada-betingelsene<sup>14</sup>.

Dersom vi antar frikonkurranse og ser bort fra selskapsskatt og tilpasningskostnader for kapital, maksimerer firmaene følgende profittfunksjon:

$$\pi_t = f(k_t) - (r_t + \delta)k_t - w_t. \quad (3.7)$$

Standard profittmaksimering over en periode under disse antagelsene innebærer at firmaene ansetter arbeidere til marginalproduktet av arbeidskraft er lik reallønnen, og investerer i kapital fram til et nivå der marginalproduktet av kapital er lik realrenten.

$$r_t + \delta = f'(k_t) \quad \rightarrow \quad r_t + \delta = \alpha Ak_t^{\alpha-1} \quad (3.8)$$

$$w_t = f(k_t) - f'(k_t)k_t \quad \rightarrow \quad w_t = (1 - \alpha)Ak_t^\alpha \quad (3.9)$$

I tillegg trenger vi et uttrykk for kapitalakkumulasjonen, her på per capita-form:

$$k_{t+1} = s_t + (1 - \delta)k_t, \quad (3.10)$$

Kapitalen i starten av en periode er lik ikke-neddepresiert kapital pluss sparingen fra forrige periode.

### 3.2.5 Myndighetene

Utgiftssiden til myndighetene kan man i prinsippet modellere svært detaljert, men vi begrenser oss her til at staten har en samlepost  $G$  som betegner offentlig konsum. Senere i oppgaven vil vi utvide utgiftssiden til å inkludere pensjons- og ledighetsytelser. I tråd med det meste av litteraturen antar vi at det offentlige konsumet er “uproduktivt”, forstått som at det ikke påvirker verken produktfunksjonen eller individenes marginalnytte av konsum (se f. eks. De La Croix og Michel, 2002).

---

<sup>14</sup> Inada-betingelsene er matematiske forutsetninger om produktfunksjonen. De sikrer at vekstbanen er stabil.

Finansieringen av de offentlige utgiftene skjer i hovedsak over skatteseddelen. Her finnes flere muligheter, men det vanligste er å skattlegge lønnsinntekt og/eller konsum. Andre alternativer er å skattlegge kapitalinntekt eller beskatte firmaene med en form for arbeidsgiveravgift. Her antar vi for enkelhets skyld at myndighetene ilegger konsumentene en lump sum-skatt  $\tau_t$  i periode 1, som i sin helhet går til å finansiere det offentlige konsumet. Myndighetene innretter seg slik at de balanserer budsjettbetingelsen gitt ved:

$$N_t \tau_t = G_t, \quad \text{eller på per capita-form:} \quad \tau_t = g_t \quad (3.11)$$

En mer realistisk modellering av offentlig sektor er å tillate myndighetene å gjeldsfinansiere offentlige utgifter. Staten kan låne av sine innbyggere ved å utstede rentebærende obligasjoner  $D$  med løpetid på én periode. Typisk vil man modellere dette ved å anta at gjeld er lik offentlige utgifter minus samlede inntekter i den gjeldende perioden. Rentene som løper på gjelden må legges til på utgiftssiden til myndighetene, slik at den periodevise budsjettbetingelsen til myndighetene tar følgende form (per capita):

$$d_{t+1} = (1 + r_t)d_t + g_t - \tau_t \quad (3.12)$$

Her er  $d_{t+1}$  gjeldsopptaket i inneværende periode, og  $(1 + r_t)d_t$  gjelden fra forrige periode pluss renter. Utestående gjeld ved inngangen til periode  $t+1$  er altså gitt av offentlig konsum, skatteinntektene og den forrentede gjelden fra forrige periode.

Siden myndighetene låner av konsumentene i en lukket økonomi legger de beslag på produktiv kapital, i den forstand at pengene ellers kunne blitt spart i (real)kapital. Kapitalakkumulasjonslikningen i en situasjon med offentlig gjeld blir derfor

$$k_{t+1} = s_t + (1 - \delta)k_t - d_t. \quad (3.13)$$

Renta blir bestemt av denne ligningen og faktorprisfrontieren for kapital, (3.8).

### 3.2.6 Likevekt

I en lukket økonomi er frikonkurranselikevekten en allokering og et sett med priser som gjør at:

1. Alle konsumenter og firmaer optimerer, gitt de prisene de står overfor.
2. Alle markeder klarer.

Firmaene bestemmer optimal bruk av arbeid og kapital, og konsumentene optimal konsumfordeling (via sparing  $s_t$ ), gitt realrente og reallønn, mens myndighetene balanserer budsjettet i henhold til (3.11). I tillegg krever klarering i finansmarkedet at kapitalakkumulasjonslikningen (3.10) holder, mens klarering i arbeidsmarkedet krever at arbeidsstyrken er lik størrelsen på generasjonen i arbeidsfør alder,  $L_t = N_t$ . Markedet for det homogene godet klarerer i henhold til Walras' lov<sup>15</sup>.

Ved å sette uttrykket for optimal sparing inn i kapitalakkumulasjonslikningen kan vi løse for optimalt kapitalnivå. For enklest mulig fremstilling ser vi akkurat her bort fra depresiering, befolkningsvekst, lump sum-skatten til myndighetene, samt muligheten for gjeldsfinansiering.

$$k_{t+1} = \frac{w_t \beta}{1 + \beta} = \frac{\beta}{1 + \beta} \cdot (1 - \alpha) A k_t^\alpha$$

Fra denne endringslikningen for  $k$  kan man se direkte om det eksisterer en steady state ved å sette  $k_{t+1} = k_t = k$ .

$$k_t = \frac{\beta}{1 + \beta} \cdot (1 - \alpha) A k_t^\alpha$$

$$\frac{k}{k^\alpha} = \frac{(1 - \alpha) A \beta}{1 + \beta} \quad k^{1 - \alpha} = \frac{(1 - \alpha) A \beta}{1 + \beta}$$

$$k^* = \left[ \frac{(1 - \alpha) A \beta}{1 + \beta} \right]^{\frac{1}{1 - \alpha}} \quad (\pi)$$

Hvis vi nå setter inn verdier for parametrene  $\alpha$  og  $\beta$  samt den eksogene variabelen  $A$ , kan vi finne steady state-verdien for kapital per capita, og deretter de andre endogene størrelsene som restverdier.

I det følgende eksempelet antar vi at hver periode består av 30 år og setter  $A = 1$ ,  $\alpha = 0,65$  og  $\rho = 0,02$ , som gir  $\beta = \frac{1}{(1 + \rho)^t} = \frac{1}{(1 + 0,02)^{30}} = 0,552071$ .

---

<sup>15</sup> Walras' lov sier at dersom det er klarering i alle markeder utenom ett, vil også det siste klarere.

---

$$\text{Det gir } k^* = \left[ \frac{0,35 \cdot 1 \cdot 0,552071}{1 + 0,552071} \right]^{\frac{1}{1-0,35}} = 0,1051$$

Et initielt kapitalnivå over (under) dette nivået vil med tiden konvergere nedover (oppover) til den når steady state-nivået.

### 3.3 Kort om statsgjeld i dynamiske modeller

US Joint Committee on Taxation bruker makroøkonomiske simuleringsmodeller for å anslå effekten skattepolitiske endringer kan ha på BNP, arbeidsledighet og andre makroøkonomiske størrelser. En av modellene er en hybrid Solow-modell (MEG-modellen) der individene har myopisk atferd og kun optimerer for én periode om gangen. Fordelen med det er at man kan modellere ikke-bærekraftig finanspolitikk, som langsiktig eskalerende gjeldsnivåer selv med  $r > g$ , såkalt dynamisk effisiens. Det perfekte fremsynet hos agentene i OLG-modellen gjør at slike scenarioer er krevende å løse.

Så vidt vi vet er det ikke blitt utviklet OLG-modeller der staten har mulighet til å restrukturere (slette) gjeld, eller gå konkurs. Det måtte man ha modellert som et sjokk aktørene i økonomien ikke kunne forutse. Også dette problemet ville man kunne kommet rundt om man antok at aktørene var nærsynte, men det er en antagelse vi ikke forfølger nærmere i denne oppgaven, siden vi konsentrerer oss om gjeldsnedbetaling gjennom overskudd på primærbalansen.

## 4. Utvidelser av OLG-modellen

### 4.1 Introduksjon

I dette kapitlet beskriver vi våre utvidelser av det tradisjonelle OLG-rammeverket. De viktigste utvidelsene er en mer detaljert modellering av befolkningen, myndighetene og arbeidsmarkedet. Særlig friksjoner i arbeidsmarkedet er en ganske omfattende modifikasjon, og her mener vi det er hensiktsmessig med noe teoretisk bakgrunnsstoff før vi beskriver oppsettet i simuleringsmodellen.

### 4.2 Befolkning og demografi

I vår simuleringsmodell lever tolv generasjoner side om side. Størrelsen på hver generasjon reflekterer forholdene i Europa. I tillegg innfører vi demografiske endringer i modellens transformasjonsfase, samt produktivitetsforskjeller mellom ulike aldersgrupper. De demografiske detaljene er nøyere forklart i kapittel 5 og 6.

### 4.3 Myndighetene

Nærmest samtlige europeiske land står overfor en aldrende befolkning, noe som vil legge et stort press på statsfinansene framover. I tillegg har enkelte land opplevd en nedgang i effektiv pensjonsalder, som forverrer situasjonen ytterligere. Nedgangen henger sammen med generøse tidligpensjonsinsentiver, introdusert på 80- og 90-tallet som et ledd i kampen mot høye ledighetsrater. De senere år har flere europeiske land gjort endringer i pensjonssystemet, som skal gjøre det mer attraktivt å stå i jobb (Fehr et al. 2012).

I den numeriske simuleringsmodellen utvider vi offentlig sektor til å inkludere arbeidsledighetstrygd og et PAYGO-pensjonssystem. Myndighetenes rolle vil bli grundigere forklart i presentasjonen av simuleringsmodellen.



## 4.4 Friksjoner i arbeidsmarkedet

### 4.4.1 Introduksjon

Siden høy arbeidsledighet er et viktig særtrekk ved dagens situasjon i Europa, utvider vi OLG-rammeverket til å inkludere friksjoner i arbeidsmarkedet. Det innebærer at vi ser på en økonomi uten perfekt konkurranse, der bedriftene og arbeidstagerne forhandler om merprofitten, og alle likevekter er kjennetegnet av arbeidsledighet.

Vi tar utgangspunkt i *search and matching*-modellen til Diamond, Mortensen og Pissarides (f. eks. 1971, 1985, 1994), som forklart i lærebøkene til Olsson (2012) og Heijdra og van der Ploeg (2002). Dette er de siste 10-15 årene blitt referansemodellen for å forklare arbeidsledighet i generell likevekt. I dette avsnittet ser vi bort fra skatter.

Anta at nye «matcher» mellom ledige arbeidere og firma med ledige stillinger kan beskrives av en matchingfunksjon

$$M = M(U, V)$$

der  $U = uN$  er antall arbeidsledige (ledighetsrate  $u$  ganger størrelse på arbeidsstyrken  $N$ ) og  $V = vN$  er antall ledige jobber. Alle arbeidsledige søker i utgangspunktet jobb, og alle jobber kan fylles av en hvilken som helst arbeidsledig. Dette gjelder også når vi senere inkluderer aldersbestemte effektivitetsforskjeller mellom arbeidere. Empiriske undersøkelser har vist at det er en god tilnærming å anta at matchingfunksjonen har konstant skalaavkastning.<sup>16</sup> I vår modell skriver vi derfor matchingfunksjonen på Cobb-Douglas-form. Vi deler  $M$  på arbeidsstyrken  $N$  og skriver:

$$m(u, v) = \frac{M(U, V)}{N} = \bar{m}u^\phi v^{1-\phi} \quad (4.1)$$

der  $m$  altså er en funksjon av arbeidsledighetsraten  $u$  og jobbutlysningsraten  $v$  (vacancy rate).  $\bar{m}$  er en effektivitetsparameter og  $\phi$  elastisiteten til matchingfunksjonen med hensyn på antall jobbsøkere.

---

<sup>16</sup> Se f. eks. Petrongolo og Pissarides (2001).

Vi definerer en stramhetsparameter  $\sigma = \frac{v}{u}$ . Om  $\sigma$  er lav, er det relativt få ledige jobber i forhold til antall arbeidsledige. Det kan tolkes som et stramt arbeidsmarked, der det vil være vanskelig å finne en jobb.

Videre definerer vi en Poisson-rate for suksessfulle matcher per utlysning som

$$q(\sigma) = \frac{m(u,v)}{v} = \bar{m} \left(\frac{u}{v}\right)^\phi = \bar{m}\sigma^{-\phi} \quad (4.2)$$

med  $q'(\sigma) = -\bar{m}\phi\sigma^{-\phi-1} < 0$ .

En Poisson-prosess betyr i denne sammenhengen at i et gitt tidsintervall  $\Delta t$  er sannsynligheten for at en ledig jobb blir besatt gitt ved  $q(\sigma)\Delta t$ . Sannsynligheten øker altså med arbeidsledighetsraten  $u$  og med tidsintervallet  $\Delta t$ , og synker med jobbutlysningsraten  $v$ .

Tilsvarende Poisson-rate for match for en arbeidsledig er

$$\frac{m(u,v)}{u} = \bar{m}\sigma^{1-\phi} = q(\sigma)\sigma \quad (4.3)$$

Om vi setter  $\Delta t = 1$ , viser denne ligningen sannsynligheten for at en ledig arbeider vil finne jobb i løpet av én tidsenhet. Antar vi nå en liten økning i ledighetsraten  $u$ , så vil matchingraten per utlysning  $q(\sigma)$  øke, men samtidig er det flere arbeidsledige som konkurrerer om stillingene. Nettoeffekten på arbeidernes mulighet for å finne en jobb blir derfor negativ:

$$\frac{\partial\left(\frac{m(u,v)}{u}\right)}{\partial u} = -\frac{\bar{m}(1-\phi)\sigma^{1-\phi}}{u} < 0.$$

For både firmaet og jobbsøkeren er  $\sigma$  det avgjørende målet på stramhet i arbeidsmarkedet. Siden vi i denne modellen har arbeidsledighet og ledige jobber (som kan fylles av de arbeidsledige), betyr det at vi har tilfeldig rasjonering som ikke løses av prismekanismen, fordi arbeider og firma må føres sammen før prismekanismen trer inn. Om  $\sigma$  øker er sannsynligheten for rasjonering høyere for et gjennomsnittlig firma, og lavere for arbeiderne. Pissarides (1990) kaller dette «søknadseksternaliteten».

Alle *search and matching*-modeller har en parameter som viser hvor mange jobber som går tapt i løpet av en periode. For å holde det enkelt sier vi at denne jobbdestruksjonsraten er en

eksogen størrelse  $\lambda$ .<sup>17</sup> Gjennomsnittlig antall arbeidere som blir ledige i løpet av et tidsintervall  $\Delta t$  er gitt ved

$$\lambda(N - uN)\Delta t$$

Vi kan tenke på  $\lambda$  som sannsynligheten for at en arbeider rammes av et eksogent sjokk som gjør at han blir arbeidsledig. I en steady state-likevekt er arbeidsledigheten konstant, så antall tapte jobber må være lik antall nye jobber:

$$\lambda(1 - U)N = \sigma q(\sigma)UN \quad (4.4)$$

Løst for ledighetsraten gir det en likevektsledighet på

$$U^* = \frac{\lambda}{\lambda + \sigma q(\sigma)} \quad (4.5)$$

som innebærer at  $\frac{\partial U}{\partial \lambda} > 0$  og  $\frac{\partial U}{\partial \sigma} < 0$ .

#### 4.4.2 Produksjonssiden

Vi tar utgangspunkt i en homogen produksjonsfunksjon. Vi antar at det ikke er inngangsbarrierer utover de faste søknadskostnadene. I likevekt vil firmaets forventede verdiøkning av å besette en ledig stilling da være

$$J_0 = \frac{\partial W}{\partial L} = \frac{1}{q(\sigma)}\gamma, \quad (4.6)$$

der  $W$  er firmaets verdi,  $\gamma$  en fast søkekostnad og  $\frac{1}{q(\sigma)}$  er forventet tid det tar å fylle en ledig stilling. Om forventet verdi var høyere enn uttrykket på høyre side, ville det være optimalt å utlyse flere stillinger, og motsatt vice versa.

For å vise likevektsbetingelsene vil det være nyttig å tenke på en besatt stilling som en eiendel for firmaet. Vi kan skrive følgende arbitrasjeligning:

---

<sup>17</sup> Mortensen og Pissarides (1994) presenterer en modell med endogen jobbdestruksjonsrate, der risikoen for å miste jobben er bransjespesifikk.

$$rJ_O = F(K, 1) - (r + \delta)K - w - \lambda J_O \quad (4.7)$$

Kapitalkostnaden ved “eiendelen” må være lik overskuddet arbeideren skaper for firmaet minus kapital- og lønnskostnader og forventet verditap på grunn av jobbdestruksjon.

Om vi optimerer med hensyn på kapital, finner vi den vanlige faktorprisfrontieren:

$$\frac{\partial F(K, 1)}{\partial K} = r + \delta$$

Siden produksjonsfunksjonen er lineært homogen, er  $F(K, 1) - \frac{\partial F(K, 1)}{\partial K} K = \frac{\partial F(K, 1)}{\partial L}$ . Vi setter denne sammenhengen og faktorprisfrontieren for kapital inn i (4.7) og får:

$$\frac{\frac{\partial F(K, 1)}{\partial L} - w}{r + \lambda} = \frac{1}{q(\sigma)} \gamma \quad (4.8)$$

Venstresiden av dette uttrykket er verdien av en besatt jobb, eller mer presist: Nåverdien av profitten (arbeidsproduktet minus lønn) kalkulert med *rente pluss risiko for jobbdestruksjon* som diskonteringsfaktor for fremtidig profitt. Høyresiden er forventede søknadskostnader. I likevekt må disse være like.

#### 4.4.3 Arbeidstakersiden

For arbeiderne kan vi sette opp et lignende resonnement. La  $I_E$  være nåverdien av den forventede inntektsstrømmen for en arbeider med jobb, og  $I_U$  tilsvarende for en arbeidsledig. Da kan vi skrive en steady state-arbitrasjeligning for den arbeidsledige:

$$rI_U = z + \sigma q(\sigma)[I_E - I_U] \quad (4.9)$$

I denne ligningen ser vi på  $I_U$  som humankapitalen til en arbeidsledig. Kapitalkostnaden ved denne (venstre side) må være lik forventet avkastning, som er ledighetstrygd  $z$  pluss forventet kapitalavkastning ved å finne en jobb ( $I_E - I_U$ ). Pissarides (1990) påpeker at venstresiden av ligningen kan tolkes som den mengden konsum man kan få som arbeidsledig uten å “tære på” humankapitalen. Derfor er det rimelig å se på denne størrelsen som en reservasjonslønn – man vil ikke akseptere en lavere lønn enn denne når man vurderer å gå ut i jobb.

For en arbeider med jobb blir arbitrasjeligningen i steady state slik:

$$rI_E = w - \lambda(I_E - I_U) \quad (4.10)$$

Permanentinntekten er lønna minus forventet tap på grunn av jobbdestruksjon. Om vi kombinerer de to ligningene får vi denne sammenhengen:

$$rI_E = \frac{r(w-z)}{r+\lambda+\sigma q(\sigma)} + rI_U \quad (4.11)$$

Fra dette uttrykket ser vi at lønna må være større enn trygden  $z$  for at ledige skal søke jobb.

#### 4.4.4 Lønnsdannelse

Når en arbeider og et firma “matcher” blir det skapt økonomisk profitt. Siden det ikke er noen gitt markedslønn, er det ikke åpenbart hvordan profitten skal fordeles mellom de to partene. I vår modell løser vi dette med Nash-forhandlinger<sup>18</sup>, der hver av partene har en relativ forhandlingsstyrke mellom 0 og 1. Men først trenger vi uttrykk for firmaets og arbeiderens forventede verdi av matchen.

Vi tenker oss nå at det finnes et stort antall firmaer og arbeidere, og introduserer bunnskrift  $i$ . I likevekt forsvinner bunnskriften, siden lønn og kapitaltilpasning er lik overalt. Firmaets forventede verdi av å fylle en stilling skriver vi nå:

$$rJ_O^i = F(K_i, 1) - (r + \delta)K_i - w_i - \lambda J_O^i$$

$$\text{eller } J_O^i = \frac{\frac{\partial F(K_i, 1)}{\partial L} - w_i}{r + \lambda}, \quad (4.12)$$

hvor vi igjen har brukt produksjonsfunksjonens lineære homogenitet, med firmaets tilpasning slik at  $\frac{\partial F(K, 1)}{\partial K} = r + \delta$ .

Tilsvarende er forventet verdi for arbeideren gitt ved:

$$r(I_E^i - I_U) = w_i - \lambda(I_E^i - I_U) - rI_U. \quad (4.13)$$

---

<sup>18</sup> Den generelle fremgangsmåten ble vist av John Nash første gang i 1950. Merk at enkelte har kritisert Nash-forhandlinger for å mangle empirisk støtte, se f. eks. Steinbaum (2014).

Her er  $rI_U$  som nevnt en reservasjonslønn.  $I_U$  er ikke bestemt av  $w_i$ , men av forventningene til lønnsnivå i økonomien. Hvis arbeideren tror det finnes bedre lønnsmuligheter i andre jobber, kan han velge å ikke akseptere tilbudet, og fortsetter dermed jobbjakten.

Lønna blir satt for å maksimere Nash-produktet  $\pi$  (her på logaritmisk form):

$$\max_{w_i} \pi = \eta \cdot \ln[I_E^i - I_U] + (1 - \eta) \cdot \ln[J_O^i - J_V] \quad (4.14a)$$

Førsteordensbetingelsen blir da

$$I_E^i - I_U = \left( \frac{\eta}{1-\eta} \right) [J_O^i - J_V]. \quad (4.14b)$$

Her er  $\eta$  forhandlingsstyrken til arbeideren. Variabelen  $J_V$  er en tenkt reservasjonsstørrelse for firmaet, altså verdien av å la jobben fortsatt være ledig. I likevekt er  $J_V = 0$ .

Vi setter inn ligning 4.12 og 4.13, setter  $J_V = 0$  og løser for lønna. Etter litt algebra<sup>19</sup> ender vi opp med

$$w_i = (1 - \eta)rI_U + \eta \frac{\partial F(K_i, 1)}{\partial L} \quad (4.15)$$

Arbeideren får altså et vektet snitt av sin reservasjonslønn og arbeidets marginalprodukt. I likevekt er  $w_i = w$ , altså får alle arbeidere samme lønn. Merk at vi lempet på denne forutsetningen i den numeriske simuleringsmodellen, når vi introduserer produktivitetsforskjeller mellom kohortene. Et alternativt uttrykk for lønna er:

$$w = (1 - \eta)z + \eta \left[ \frac{\partial F(K, 1)}{\partial L} + \sigma\gamma \right] \quad (4.16)$$

Denne ligningen sier at arbeiderne får et vektet snitt av ledighetstrygden pluss overskuddet de skaper for bedriften, som består av arbeidets marginalprodukt pluss sparte forventede søknadskostnader.

---

<sup>19</sup> Se vedlegg for utregninger av Nash-forhandlingene.

---

#### 4.4.5 Noen merknader

Robert Shimer (2005) peker på en del svakheter ved search and matching-modeller. Hovedpoenget hans er at modellene spår langt mindre ledighetssvingninger i løpet av en konjunktursyklus enn det man observerer. Kritikken ble enda mer relevant etter finanskrisen i 2008. Fordi search and matching-modeller legger stor vekt på strukturelle, langvarige variabler, og kun indirekte har rom for effekten av endret samlet etterspørsel, bør man være forsiktig med å stole blindt på kortsiktige spådommer fra slike modeller. Denne kritikken diskuterer vi litt nærmere i kapittel 7.

Quiggin (2014) påpeker at jobbannonser på internett har redusert søknadskostnadene betraktelig de siste 10-15 årene, tilsynelatende uten å bidra til senket arbeidsledighet. Det kan også være en relevant kritikk av search and matching-modeller.

En interessant effekt vi her nevner i parentes, er at økt minstelønn i en search and matching-modell vil øke incentivet for arbeidsledige til å søke etter lavtlønnede jobber. Det vil, avhengig av parameterverdiene, kunne øke sysselsettingen i likevekt. Om man aksepterer ideen om at hver arbeidsgiver har en liten mengde monopolmakt til å sette lønna, kan modellen forklare at lønnsnivået i en del manuelle jobber kanskje er for lavt. Det kan skje fordi arbeidsgiveren frykter at en lønnsøkning for de lavest lønnede i bedriften vil føre til økte lønnskrav fra de andre arbeiderne. Økt minstelønn vil ikke ha den samme effekten, men vil bidra til å klarere markedet for lavtlønnede jobber.

## 5. Numerisk simuleringsmodell

### 5.1 Introduksjon

Auerbach og Kotlikoff (1987) var tidlig ute med å bruke et rammeverk med overlappende generasjoner til numeriske simuleringer av finanspolitikk. Selv om teoretiske OLG-modeller allerede hadde eksistert i noen tiår, ble bruksområdene betydelig utvidet etter hvert som avanserte datamaskiner ble allemannseie. Å beregne likevekter og transformasjonsfaser i store OLG-modeller for hånd, krever en tålmodighet godt over gjennomsnittet.

I dette kapitlet presenterer vi den numeriske simuleringsmodellen. Vi modellerer i første omgang Europa som en åpen økonomi med to regioner, Sør og Nord. Det medfører at begge tar renta for gitt. Senere vil vi lukke økonomien, og da blir renta bestemt endogent i modellen.

Det finnes kun ett homogent gode, som kan benyttes til enten konsum eller investeringsformål. Konsumentene lever i tolv perioder, de første åtte som yrkesaktive og de siste fire som pensjonister. De kan spare i statsobligasjoner, verdipapir eller realkapital. Avkastningen blir den samme, siden det ikke er risiko knyttet til sparing. Det er fullkommen kapitalmobilitet mellom regionene. Arbeiderne blir mer produktive med alderen. Arbeidsledigheten for yngre generasjoner er mer følsom for endringer i kapitalnivået.

Vi åpner for ulike preferanser i Sør og Nord, men på tvers av kohortene er preferansene like. Vi modellerer ikke migrasjon eksplisitt, men fanger indirekte opp migrasjonseffekter gjennom befolkningsdynamikken, som er eksogent gitt. Myndighetene i begge regioner skattlegger inntekt, konsum og arbeid for å finansiere offentlig konsum, pensjons- og trygdeutbetalinger samt renter på statsgjeld.

Dersom ikke annet er spesifisert gjelder alle sammenhenger under for begge regioner, og vi dropper derfor å indeksere likningene med bunnskrift for region.



## 5.2 Modellelementer

### 5.2.1 Befolkning

Livsløpet til hvert enkeltindivid deles nå inn i tolv femårs-perioder, slik at det til enhver tid lever tolv kohorter samtidig i hvert av de to landene. Kohortene nummererer vi  $a = 0, 1, \dots, 11$ . Befolkningen i hvert av landene i periode  $t$  er derfor gitt av summen av befolkningstørrelsene for samtlige kohorter:  $N_t^{tot} = \sum_{a=0}^{11} N_{a,t}$ .

Kohort	Livsperiode	Kohort	Livsperiode
0	20-24 år	6	50-54 år
1	25-29 år	7	55-59 år
2	30-34 år	8	60-64 år
3	35-39 år	9	65-69 år
4	40-44 år	10	70-74 år
5	45-49 år	11	75-79 år

Individene trer inn i arbeidsstyrken som 20-åring og kan arbeide de åtte første periodene av livet. Fra og med sitt sekstiende år blir individene pensjonert, og tilbringer de fire siste periodene av livet som pensjonister. Ved utgangen av det 79. året dør individene og forlater det økonomiske kretsløpet.

Størrelsen på de ulike generasjonene er gitt ved

$$N_{a+1,t+1} = (1 + x_{a,t})N_{a,t} \quad (5.1)$$

Her er  $x$  en tilvekstrate som fanger opp nettoeffekten av fødselsrater, kumulativ overlevelsessannsynlighet og migrasjonseffekter i hver kohort. Størrelsen på befolkningen i Sør normaliserer vi til 1 i første steady state. Befolkningsstørrelsen i Nord blir justert deretter.

Vi modellerer endringer i størrelsen på kohortene som eksogene sjokk i transformasjonsfasen. Slik fanger vi opp at kohortene endrer seg både i absolutt størrelse og relativt til hverandre.

Det effektive arbeidstilbudet i økonomien avhenger av størrelsen på arbeidsstyrken, samt effektiviteten til hver enkelt arbeider, representert ved parameteren  $e_{a,t}$ . Denne følger i tråd med litteraturen en aldersbestemt konkav bane.<sup>20</sup> Effektiviteten til den enkelte arbeider øker gradvis med alder, inntil et metningspunkt der den enten flater ut eller avtar.

Arbeidstilbudet i økonomien er eksogent gitt av befolkningsdynamikken og vil til enhver tid være lik summen av de åtte yrkesaktive kohortene:

$$N_t = \sum_{a=0}^7 N_{a,t} \quad (5.2a)$$

En andel  $n_{a,t}$  av hver generasjon i arbeidsfør alder står i arbeid. Sysselsetting blir da:

$$L_t = \sum_{a=0}^7 N_{a,t} n_{a,t} \quad (5.2b)$$

Den *effektive sysselsettingen* tar høyde for både kohortstørrelse, effektivitetsforskjeller og sysselsettingsnivå:

$$L_t^{eff} = \sum_{a=0}^7 N_{a,t} n_{a,t} e_{a,t} \quad (5.2c)$$

En andel  $u_{a,t} = 1 - n_{a,t}$  er arbeidsledige og mottar ledighetstrygd. Den arbeidsledige delen av befolkningen kan vi skrive som:

$$U_t^{tot} = \sum_{a=0}^7 N_{a,t} u_{a,t} \quad (5.2d)$$

Endelig er den pensjonerte delen av befolkningen gitt ved:

$$R_t = \sum_{a=8}^{11} N_{a,t} \quad (5.2e)$$

---

<sup>20</sup> Se f. eks. Borjas (2013) for en introduksjon til lønnsbaner, eller Heckman (1974) for en formell presentasjon.

## 5.2.2 Konsumentene

Vi antar representative individ i hver kohort. Det er ingen aggregert usikkerhet.<sup>21</sup> Det er heller ikke noe arvemotiv, slik at inngående og utgående formue begge er lik null (all verdiskaping konsumeres m.a.o. i løpet av livet).

Nyttmaksimeringsproblemet til det representative individ i hver kohort er slik:

$$\max U = \max_{c_{a,t+a}} \sum_{a=0}^{11} \beta^a \{u(c_{a,t+a})\} \quad (5.3)$$

Nytten er altså kun en funksjon av konsumet i de ulike periodene. Som nevnt tidligere er det praktisk å anta at nyttefunksjonen er logaritmisk:  $u(c_{a,t+a}) = \ln(c_{a,t+a})$ .

Konsumenten tilpasser seg ved å maksimere nyttefunksjonen med hensyn på budsjettrestriksjonene han står overfor i de 12 periodene:

$$(1 + \tau_{t+a}^c)c_{a,t+a} + s_{a,t+a} = (1 - \tau_{t+a}^w)w_{a,t+a}n_{a,t+a} + \theta^u w_{a,t+a}u_{a,t+a}$$

for  $a = 0$ , (5.4a)

$$(1 + \tau_{t+a}^c)c_{a,t+a} + s_{a,t+a} = (1 - \tau_{t+a}^w)w_{a,t+a}n_{a,t+a} + \theta^u w_{a,t+a}u_{a,t+a} + (1 + r_{t+a})s_{a-1,t+a-1}$$

for  $1 \leq a \leq 7$ , og (5.4b)

$$(1 + \tau_{t+a}^c)c_{a,t+a} = \theta^p w_{t+a}^{ref}(1 - \tau_{t+a}^p) + (1 + r_{t+a})s_{a-1,t+a-1}$$

for  $8 \leq a \leq 11$ . (5.4c)

Her er  $\tau_c$  konsumskatt,  $\tau_t^w$  inntektsskatt og  $\tau_t^p$  en skatt på pensjonsinntekt som er lavere enn inntektsskatten.  $\theta^u \in [0,1]$  og  $\theta^p \in [0,1]$  er eksogene kompensasjonsrater som bestemmer størrelsen på henholdsvis ledighetstrygden og pensjonsytelsen. Førstnevnte som andel av den lønna individene ville fått som arbeidende, og pensjonen som andel av en referanselønn  $w^{ref}$ . Denne er igjen definert som snittet av tidligere lønnsinntekt. Høyre side av budsjettlikningene er ressursene man disponerer i hver periode. Det representative individet får altså en

---

<sup>21</sup> Vi tenker oss en økonomi der den representative konsumenten i hver kohort tilpasser seg som om han var delvis arbeidsledig og delvis sysselsatt.

kombinasjon av lønn, ledighetstrygd, sparing fra forrige periode og pensjon.  $u_{a,t}$  og  $n_{a,t}$  er henholdsvis ledighets- og sysselsettingsandel for kohort  $a$  i periode  $t$ . Venstresiden uttrykker at ressursene i sin helhet blir fordelt på konsum, konsumskatt og sparing til neste periode.

Førsteordensbetingelsen for optimal sparing i hver av periodene skriver vi som en standard Euler-ligning:

$$\left[ \frac{u'(c_{a,t+a})}{(1+\tau_{t+a}^c)} \right] = \beta(1+r_{t+a+1}) \left[ \frac{u'(c_{a+1,t+a+1})}{(1+\tau_{t+a+1}^c)} \right] \quad (5.5a)$$

Med en logaritmisk nyttefunksjon blir dette

$$\left[ \frac{1}{(1+\tau_{t+a}^c)c_{a,t+a}} \right] = \beta(1+r_{t+a+1}) \left[ \frac{1}{(1+\tau_{t+a+1}^c)c_{a+1,t+a+1}} \right] \quad (5.5b)$$

### 5.2.3 Arbeidsmarkedet

Arbeidsmarkedet i modellen følger De La Croix et al. (2013) som igjen bygger på Den Haan og Kaltenbrunner (2009). Deres oppsett er en utvidelse av standardoppsettet til Mortensen og Pissarides (f. eks. 1994), modellert for flere kohorter og tilpasset en OLG-modell.

$$\text{Matchingfunksjon: } M_t = M(V_t, \Omega_t) = \bar{m}V_t^{1-\phi}\Omega_t^\phi \quad (5.6)$$

Her er  $V_t$  samlet antall ledige stillinger i periode  $t$  og  $\Omega_t$  er samlet antall jobbsøkere blant de åtte første kohortene, som er i arbeidsfør alder.<sup>22</sup> Her er  $\phi$  elastisiteten til matchingfunksjonen mhp. antall jobbsøkere.

$$\Omega_t = \sum_{a=0}^7 \Omega_{a,t}, \text{ der} \quad (5.7a)$$

$$\Omega_{a,t} = N_{a,t} \quad \text{for kohort } a = 0 \quad (5.7b)$$

$$\Omega_{a,t} = [1 - (1 - \lambda)n_{a,t-1}]N_{a,t} \quad \text{for kohortene } 1 \leq a \leq 7 \quad (5.7c)$$

---

<sup>22</sup> I kapittel 4 skilte vi for enkelhets skyld ikke mellom jobbsøkere og arbeidsledige. I vårt dynamiske oppsett har timingen betydning, og derfor er det forskjell på arbeidsledige  $U$  og jobbsøkere  $\Omega$ . Alle 20-åringer som nettopp har entret økonomien er jobbsøkere, men kun de som ikke får jobb i løpet av perioden teller som arbeidsledige. Dermed er  $\Omega$  et større tall enn  $U$ .

Dette betyr at alle 20-åringer begynner som jobbsøkere. De resterende kohortene i arbeidsfør alder er en mer sammensatt gruppe: De som fikk jobb i forrige periode (andel  $n_{a,t-1}$ ) er ikke lenger jobbsøkere, med mindre de har mistet jobben (som en andel  $\lambda$  gjør i hver periode).

$$\text{Sannsynligheten for å finne en jobb er:} \quad p_t = \frac{M_t}{\Omega_t} \quad (5.8)$$

$$\text{Sannsynligheten for å fylle en ledig jobb er:} \quad q_t = \frac{M_t}{V_t} = \bar{m}(\sigma)^{-\phi} \quad (5.9)$$

Her er altså  $\sigma$  stramhetsparameteren. Disse uttrykkene tilsvarer ligning 4.2 og 4.3, og er nærmere forklart i kapittel 4. Antall sysselsatte i kohort  $a$  er lik summen av jobber som ikke gikk tapt i forrige periode pluss nyansettelsene i inneværende periode:

$$n_{a,t} = p_t \frac{\Omega_{a,t}}{N_{a,t}} \quad \text{for kohort } a = 0, \quad (5.10a)$$

$$n_{a,t} = (1 - \lambda)n_{a-1,t-1} + p_t \frac{\Omega_{a,t}}{N_{a,t}} \quad \text{for kohortene } 1 \leq a \leq 7. \quad (5.10b)$$

Satt inn for  $\Omega_{a,t}$  fra ligning (5.7b) og (5.7c) får vi

$$n_{a,t} = p_t \quad \text{for } a = 0, \quad (5.11a)$$

$$n_{a,t} = (1 - \lambda)n_{a-1,t-1} + p_t[1 - (1 - \lambda)n_{a-1,t-1}] = (1 - p_t)(1 - \lambda)n_{a-1,t-1} + p_t$$

for  $1 \leq a \leq 7$ . (5.11b)

Den økte verdien for de arbeidsføre individene av en ekstra arbeidsplass (en match)<sup>23</sup>:

$$MV_{a,t} = \left\{ \left[ \frac{(1 - \tau_t^w - \theta^u)w_{a,t}}{(1 + \tau_t^c)} \right] \right\} + \beta \frac{c_{a,t}}{c_{a+1,t+1}} MV_{a,t+1} (1 - p_t)(1 - \lambda)$$

for kohort  $0 \leq a \leq 6$ , (5.12a)

$$MV_{a,t} = \left\{ \left[ \frac{(1 - \tau_t^w - \theta^u)w_{a,t}}{(1 + \tau_t^c)} \right] \right\}$$

for kohort  $a = 7$ . (5.12b)

---

<sup>23</sup> Se vedlegg for detaljer.

Intuisjonen bak (5.12a) er slik: Den økte verdien av en match i dag avhenger av differansen på netto lønnsinntekt  $(1 - \tau^w)w_0$  og trygd  $\theta^u w_0$ , justert for konsumskatt. I tillegg kommer en gevinst i neste periode, men denne må neddiskonteres og justeres for muligheten for å miste jobben i neste periode ( $\lambda$ ), samt muligheten for at man hadde funnet en jobb i neste periode uansett ( $p$ ). For den siste kohorten faller det siste leddet bort, siden alle blir pensjonister i åttende periode.

### 5.2.4 Produksjonssiden

Firmaene kombinerer som før arbeidskraft og kapital til produksjon, spesifisert ved en Cobb-Douglas produksjonsfunksjon i begge land.

$$Y_t = A_t F(K_t, L_t^{eff}) = A_t K_t^\alpha (L_t^{eff})^{1-\alpha} \quad (5.13)$$

Arbeidskraften måler vi i effektivitetsenheter. Effektiviteten til hver arbeider avhenger av alder og regionen han bor i. Dette er en rimelig antagelse, siden f. eks. utdanningsnivået er høyere i Nord-Europa.

Arbeidstilbudet, kapitalens inntektsandel og totalfaktorproduktivitet tillates å variere mellom de to regionene. Firmaene skatter ikke av sitt overskudd. De maksimerer sin verdi, beskrevet av ligning (5.14):

$$W_t = \max \left\{ F(K_t, L_t^{eff}) - (r_t + \delta)K_t - \sum_{a=0}^7 (1 + \tau_t^a)w_{a,t}L_{a,t} - \gamma V_t \right\} + \frac{W_{t+1}}{(1 + r_{t+1})}$$

med sidebetingelser  $p_t = q_t \frac{V_t}{\Omega_t}$  og ligning (5.11a) og (5.11b) for de respektive kohortene. Kapital  $K$  og jobbutlysninger  $V$  er beslutningsvariabler.  $\gamma$  er den faste søknadskostnaden per utlyste stilling, mens  $\tau^a$  er en arbeidsgiveravgift.

$\frac{\partial W_t}{\partial K} = 0$  gir  $r_t + \delta = \frac{\partial F}{\partial K}$ , som er det vanlige resultatet at man investerer i kapital til kapitalens marginalprodukt er lik rentekostnad pluss depresiering.

$\frac{\partial W_t}{\partial V} = 0$  gir ligning (5.15):

$$\gamma = \frac{q_t}{\Omega_t} \left( \sum_{a=0}^7 \Omega_{a,t} \frac{\partial W_t}{\partial L_{a,t}} \right)$$

Merk at dette uttrykket tilsvarer ligning (4.6), justert for flere kohorter. Uttrykket viser at det er optimalt å utlyse stillinger frem til forventet verdi av en jobbutlysning er lik  $\gamma$ , som er søknadskostnaden.  $q$  (som er en funksjon av stramheten i arbeidsmarkedet,  $V/\Omega$ ) angir sannsynligheten for å få fylt en ledig stilling i løpet av én tidsenhet.  $\Omega_a$  er antall jobbsøkere i hver kohort og  $\frac{\partial W_t}{\partial L_{a,t}}$  er firmaets marginalprofitt av én ekstra match. Sistnevnte er gitt av:

$$\frac{\partial W_t}{\partial L_{a,t}} = \left[ e_{a,t} \frac{\partial F}{\partial L_t^{eff}} - (1 + \tau_t^a) w_{a,t} \right] + \frac{1}{1 + r_{t+1}} \frac{\partial W_{t+1}}{\partial L_{a+1,t+1}} (1 - \lambda)$$

for kohortene  $0 \leq a \leq 6$  (5.16a)

$$\frac{\partial W_t}{\partial L_{a,t}} = e_{a,t} \frac{\partial F}{\partial L_t^{eff}} - (1 + \tau_t^a) w_{a,t}$$

for kohort  $a = 7$ . (5.16b)

Disse er parallelle til ligningene for arbeidernes verdi av en ekstra match.<sup>24</sup> Intuisjonen bak den øverste ligningen er at marginalprofitten øker når det kohortspesifikke marginalproduktet av arbeidskraft øker. Jo høyere lønnskostnad (som inkluderer arbeidsgiveravgift  $\tau^a$ ), desto lavere marginalprofitt. Det andre leddet på høyresiden av ligningen er marginalprofitten i neste periode av én ekstra match i dag. Den må neddiskonteres med vanlig rentesats og justeres for jobbdestruksjonsraten  $\lambda$ .

### 5.2.5 Lønnsdannelse

I hver periode forhandler arbeidstakere og firmaer om lønna, som blir fastsatt med en Nash-forhandlingsregel (se kap. 3). Lønna blir satt slik at førsteordensbetingelsen for en Nash-likevekt er oppfylt (5.17):

$$(1 - \eta) \frac{1}{u'(c_{a,t})} \frac{\partial U_t}{\partial L_{a,t}} = \eta \frac{1 - \tau_t^w}{(1 + \tau_t^c)(1 + \tau_t^a)} \frac{\delta W_t}{\delta L_{a,t}}$$

---

<sup>24</sup> Se vedlegg for detaljer.

der  $\eta$  er firmaenes forhandlingskraft. Jo høyere verdi på  $\eta$ , desto mer av marginalprofitten (beskrevet over) tilfaller bedriften. Merk at  $\frac{1}{u'(c_{a,t})} \frac{\partial U}{\partial L}$  tilsvarer  $I_E^i - I_U$  fra ligning (4.14b). Det er det arbeidsføre individets marginalverdi av matchen. Uttrykket  $\frac{\delta W_t}{\delta L_{a,t}}$  tilsvarer  $J_O^i - J_V$  fra samme ligning, som er firmaets økte verdi av matchen. I den teoretiske gjennomgangen i kapittel 4 så vi bort fra skatt. Her må vi inkludere skattene i førsteordensbetingelsen.

### 5.2.6 Myndighetene

Myndighetene har kostnader som de finansierer delvis med skatteinntekter og delvis med gjeld. Det er fire typer kostnader: pensjonsytelser, ledighetstrygd, offentlig konsum og renter på statsgjeld.

Pensjonsytelsen er en eksogen andel  $\theta^p$  av en referanselønn, definert som gjennomsnittlig lønn over alle yrkesaktive perioder:

$$w_{a,t}^{ref} = \frac{\sum_{a=0}^7 w_{a,t}}{8}. \quad (5.18)$$

Ledighetstrygden definerer vi som en eksogen andel  $\theta^u$  av lønna man ville mottatt som arbeidende,  $w_{a,t}$ .

Totale pensjons- og trygdeutbetalinger blir dermed lik

$$PENSJON = \sum_{a=8}^{11} \theta^p w_{a,t}^{ref} N_{a,t} \quad (5.19)$$

$$TRYGD = \sum_{a=0}^7 \theta^u w_{a,t} u_{a,t} N_{a,t} \quad (5.20)$$

Det offentlige konsumet  $G$  er en eksogen andel  $g$  av BNP, slik at  $G_t = g_t Y_t$ .

Myndighetene har skatteinntekter fra lønns- og pensjonsinntekt, arbeidsgiveravgift og privat konsum (merverdiavgift), slik at samlede skatteinntekter  $T_t^{tot}$  blir:

$$T_t^{tot} = (\tau_t^w + \tau_t^a) w_t^{tot} + \tau_t^c C_t^{tot} + \tau^p PENSJON_t \quad (5.21)$$

der  $C_t^{tot} = \sum_{a=0}^{11} c_{a,t} N_{a,t}$  er samlet konsum og  $w_t^{tot} = \sum_{a=0}^7 w_{a,t} n_{a,t} N_{a,t}$  er samlede lønnsinntekter, begge summert over samtlige relevante kohorter for hver periode  $t$ .



I tillegg har myndighetene mulighet til å gjeldsfinansiere offentlige utgifter. Staten kan låne av innbyggerne hjemme eller ute ved å utstede rentebærende obligasjoner  $D$  med løpetid på én periode. Det løper renter på gjelden, slik at myndighetene i neste periode må betale tilbake prinsipalbeløpet pluss påløpte renter. Vi ser bort fra muligheten for konkurs, mislighold og sletting av gjeld.

Myndighetenes periodevise budsjettbetingelse blir slik:

$$D_{t+1} + T_t = (1 + r_t)D_t + PENSJON_t + TRYGD_t + G_t \quad (5.22)$$

For våre formål er det hensiktsmessig å gjøre statens gjeldsposisjon eksogen. Vi antar at myndighetene balanserer sitt budsjett i hver femårsperiode ved å justere en eller flere av skatteratene eller det offentlige konsumet. Slik vil samlede inntekter alltid tilsvare samlede utgifter. For å studere endringer i statsgjelden skriver vi statens budsjettbetingelse i hver periode slik:

$$Inntekter - Utgifter - Renter på statsgjeld + (\Delta D) = 0 \quad (5.23)$$

En endring i formuesposisjonen, i form av gjeldsopptak eller -reduksjon, må dekkes inn ved å trekke på primærbalansen.

### 5.2.7 Rente, likevektsbetingelser og regnskapssammenhenger

Når vi modellerer Europa som en åpen økonomi, er renta eksogent gitt, og aktørenes adferd påvirker ikke renta i det hele tatt. I kapittel 6 presenterer vi den eksogene rentebanen for en åpen økonomi. Når vi senere modellerer Europa som en lukket økonomi med to regioner er den produktive kapitalen summen av privat sparing og gjenværende kapital fra forrige periode, minus verdien av offentlig gjeld og verdipapir i begge regionene:

$$K_{t+1} + K_{t+1}^N = S_t + S_t^N + (1 - \delta)K_t + (1 - \delta^N)K_t^N - (D_t + D_t^N) - (Q_t + Q_t^N) \quad (5.24)$$

Toppskrift  $N$  betyr her region Nord. Renta blir bestemt av denne ligningen og faktorprisfrontieren.

Videre kan vi skrive en arbitrasjebetingelse som må holde for begge land:

$$Q_{t+1} + \pi_{t+1} = (1 + r_{t+1})Q_t \quad (5.25)$$

Her er  $Q$  investeringer i egenkapital (aksjer) og  $\pi$  er firmaenes (mer)profitt. Sammenhengen sier at avkastningen på individenes sparing er den samme uavhengig av om sparingen skjer i firmaenes egenkapital eller obligasjonslån.

For å forsikre oss om at all verdiskaping havner en plass, innfører vi en aggregert inntektsbeskranking. Toppskrift E står for Europa, altså summert for begge regioner.

$$Y^E = (1 + \tau^a)w_{tot}^E + (r + \delta)K^E + \pi^{*E} \quad (5.26)$$

Verdiskapingen fordeles ut som lønn, kapitalavkastning og profitt før søknadskostnader ( $\pi^{*E}$ ).

### 5.2.8 Negative renter i OLG-modeller

I debatten om “secular stagnation”<sup>25</sup> blir det viet en del oppmerksomhet til de negative realrentene i flere europeiske land. Det finnes relativt få teoretiske arbeider om temaet, men et nylig eksempel på hvordan renta i en OLG-modell kan være langsiktig lav eller faktisk negativ finner vi i Eggertsson og Mehrotra (2014). De tar utgangspunkt i et tregenerasjons-oppsatt der den yngste generasjonen utelukkende lever av lånte midler. Når denne blir rammet av et eksogent innstrammingsjokk som begrenser muligheten til å låne penger, faller renta, fordi det fremdeles er stor sparevilje blant eldre generasjoner. Dette scenariet kan sies å passe dagens situasjon, der rentene ser ut til å forbli lave en stund, men siden vi modellerer på lang sikt, inkluderer vi ikke et slikt sjokk.

## 5.3 Løsningsmetodikk - kort om Dynare

Vi har skrevet modellen og foretatt simuleringene i programmet *Dynare*, som er en front-plattform for Matlab, spesielt utviklet for å håndtere DSGE- og OLG-modeller. Dynare bruker et spekter av teknikker fra anvendt matematikk og informatikkfaget for å løse modellene numerisk. Dynare er utviklet og finansiert av *Centre Pour La Recherche Economique Et Ses*

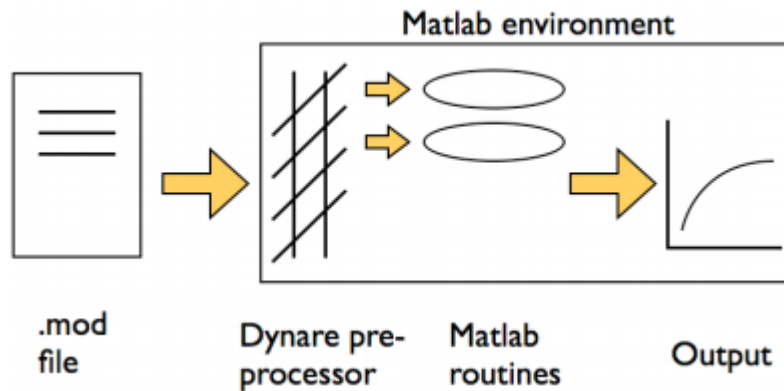
---

<sup>25</sup> Begrepet ble første gang lansert av Alvin Hansen i 1938, og betegner en langsiktig periode med svak vekst og meget lave rentenivåer. Lawrence Summers gjenopptok ideen i en tale i 2013, for å beskrive situasjonen for dagens vestlige økonomier.

*Applications* (CEPREMAP), et forskningsinstitutt under det franske forskningsdepartementet. Programvaren brukes av både forskere, sentralbanker og finansdepartementer.

For å regne ut likevekter bruker Dynare en iterativ fremgangsmåte. Programmet tar utgangspunkt i initielle gjett angitt av brukeren, og løser for steady state ved hjelp av en ikke-lineær Newton-type løsningsteknikk. Dynare har åtte ulike algoritmer for å simulere overgangsfasen mellom to steady state-likevekter. Vi holder oss i hele oppgaven til *solve\_algo=0*, som innebærer at programmet bruker Matlab sin innebygde *fsolve*-kommando for løsning av systemer av ikke-lineære ligninger (Adjemian et al. 2011).

Se vedlegg for en eksempelutskrift fra Dynare.



*Figur 5.1: Om Dynare. (Mancini-Griffoli 2007).*

## 6. Kalibrering

### 6.1 Introduksjon

Her presenterer vi kalibreringen av modellen. Noen deler kalibrerer vi svært detaljrikt, som den demografiske utviklingen, mens andre blir behandlet mer overfladisk. Modellens initielle likevekt setter vi til perioden 2000-2005.

### 6.2 Regioner - Nord og Sør

I denne oppgaven undersøker vi de langsiktige økonomiske utsiktene for Europa. Vi legger mest vekt på statsgjelden, og hvilke økonomiske effekter som kan oppstå ved ulike former for finanspolitiske innstramminger. Vi har begrenset oss til å se på landene som tar del i eurosamarbeidet (den økonomiske og monetære union - ØMU). Vi har slått sammen et utsnitt av ØMU-landene til to konstruerte regioner vi kaller *Nord* og *Sør*. Det mener vi er et greit utgangspunkt for å vurdere forskjellene mellom kjernelandene og periferien i ØMU. I tabellen under presenterer vi sammensetningen av regionene. Inndelingen er i tråd med andre relevante arbeider (se f. eks Farmer 2013, Fagan og Gaspar 2008). Landene vektet vi etter BNP-data fra Verdensbanken<sup>26</sup> for år 2000.

---

<sup>26</sup> Vi ser på BNP i faste 2005-dollarverdier.

---

**Tabell 6.1 Sammensetningen av region Nord og Sør**

<b>Sør</b>		<b>Nord</b>	
<i>Land</i>	<i>Vekt</i>	<i>Land</i>	<i>Vekt</i>
Italia	53,47 %	Tyskland	44,33 %
Spania	29,61 %	Frankrike	32,4 %
Hellas	6,20 %	Nederland	10,12 %
Portugal	5,71 %	Belgia	5,67 %
Irland	5,02 %	Østerrike	4,61 %
		Finland	2,87 %

Region Sør blir ofte kalt PIIGS-landene. De skiller seg negativt ut, med høye nivåer på statsgjeld og arbeidsledighet. Region Nord har et gjennomgående lavere gjeldsnivå, selv om dette også har økt etter 2008. Frankrike er den økonomien med størst problemer blant landene i Nord, med økende ledighet og forholdsvis høy gjeld. Vi velger likevel å inkludere det blant kjernen av euroland.<sup>27</sup>

### 6.3 Demografi

Vi modellerer en relativt detaljert befolkningsdynamikk, med utgangspunkt i tall fra FN (2013). Vi opererer med 12 kohorter à fem år for perioden 2000-2100, slik at hver kohort gjennomgående blir justert 20 ganger. Størrelsen på totalbefolkningen (20-79 år) normaliserer vi til 1 for Sør i år 2000, og alle andre kohortstørrelser veker vi relativt til denne. Fra og med år 2100 antar vi at befolkningen ikke endrer seg i den resterende modellperioden.

---

<sup>27</sup> Frankrike er for eksempel en stor kreditor til Italia og Hellas.

Tabell 6.2 og 6.3 viser størrelsen på de respektive kohortene i år 2000 og 2100. Se vedlegg for en mer detaljert framstilling av befolkningsdynamikken.

**Tabell 6.2: Kohortstørrelser i år 2000**

Alder	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79	Totalt
Sør	0,096	0,105	0,107	0,103	0,094	0,086	0,085	0,073	0,073	0,070	0,061	0,047	1
Nord	0,114	0,132	0,157	0,163	0,147	0,139	0,125	0,113	0,113	0,093	0,082	0,071	1,449

I år 2000 er befolkningen i Nord ca 1,45 ganger befolkningen i Sør. Relativt til basisåret faller befolkningen i Sør til cirka 0,84. Nord faller til 1,27, slik at Nord i løpet av 100 år blir relativt større i forhold til Sør.

**Tabell 6.3 Kohortstørrelser i år 2100**

Alder	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79	Totalt
Sør	0,065	0,067	0,067	0,067	0,068	0,070	0,072	0,074	0,074	0,072	0,071	0,070	0,837
Nord	0,101	0,102	0,103	0,105	0,107	0,108	0,109	0,109	0,109	0,109	0,108	0,106	1,275

Med denne framgangsmåten fanger vi implisitt opp migrasjonseffekter og kumulativ overlevelsesrate. Data for femårsperiodene 2000, 2005 og 2010 er basert på estimater. Fra og med 2015 er data basert på framskrivningene i FNs *medium fertility*-scenario.

Pensjonstidspunktet setter vi eksogent til starten av den åttende kohorten, altså fra og med individenes sekstiende leveår. Dette stemmer godt overens med den effektive pensjonsalderen observert utover 2000-tallet, se f.eks. OECD (Labour Market Statistics, 2014).

---

## 6.4 Produksjons- og konsumentensiden

De fleste OLG-modeller opererer med en årlig depresieringsrate mellom 5 og 10 prosent. Vanligvis settes denne uten henvisninger til empiriske funn, siden man ofte opererer med homogene komposittgoder, som er en teoretisk forenkling. Vi har satt depresieringsraten til 7,5 prosent for begge regioner, men en reduksjon til 5 eller en økning til 10 prosent endrer ikke resultatene i særlig grad, spesielt ikke i en åpen økonomi. Kapitalens inntektsandel setter vi til 35 prosent i Sør og 33 prosent i Nord. Det er på linje med estimatene til OECD (ibid.).

Vi antar en tidspreferanserate  $\rho = 0,01$  som gir en diskonteringsfaktor på  $\beta = 0,95$  for hver femårsperiode. Effektivitetsparametrene  $e_0, \dots, e_7$  setter vi skjønsmessig for å oppnå en aldersbestemt konkav bane. Effektiviteten til den enkelte arbeider øker gradvis med alder inntil den når et metningspunkt i den femte kohorten, og avtar noe for den siste kohortene. Dette er i tråd med litteraturen, selv om det ikke er konsensus om redusert produktivitet hos den eldre delen av arbeidsstyrken.<sup>28</sup> Kalibreringen er slik at den enkelte arbeider i sine mest effektive livsperioder, 45-55 år, oppnår en lønnskompensasjon som er omtrent det dobbelte av den han får i sin første periode (20-25 år).

---

<sup>28</sup> Det er også noe forskjeller på lønnsbanene for menn og kvinner. Se f.eks Polachek (2007)

## 6.5 Arbeidsmarkedet

I kalibreringen av arbeidsmarkedsparametrene har vi i hovedsak fulgt litteraturen. Avvikene vi gjør er for bedre å treffe observerte makroøkonomiske data.

**Tabell 6.4: Kalibrering av jobbmarkedsparametre**

Parameter	Beskrivelse	Sør	Nord
$\lambda$	Årlig jobbdestruksjonsrate	5 %	5 %
$\gamma$	Faste søknadskostnader	8	8
$\bar{m}$	Effektivitetsparameter	0,62	0,64
$\eta$	Forhandlingskraft/Nash-parameter	0,5	0,5
$\phi$	Jobbsøkerelastisiteten	0,5	0,5

I tråd med Shimer (2005) setter vi matchingfunksjonens elastisitet mhp. antall jobbsøkere  $\phi$  lik Nash-parameteren  $\eta$  (Hosios-betingelse for effektiv likevekt). Selv om Shimer setter denne til 0,72, velger vi oss 0,5, som virker å være vanligst i litteraturen (Petrolongo og Pissarides, 2001). Jobbdestruksjonsraten setter vi til 5 prosent i året, som er et konservativt anslag.

Matchingfunksjonens effektivitetsparameter  $\bar{m}$  og firmaenes søknadskostnader  $\gamma$  setter vi med hensyn på å gjenspeile observert ledighet i regionene Nord og Sør i perioden 2000-2015 – både samlet ledighet og ungdomsledighet. Den eneste forskjellen på arbeidsmarkedet i Sør og Nord er altså at arbeidsmarkedet i Nord har en noe høyere effektivitetsparameter. Det meste av forskjellene i arbeidsledighet mellom regionene følger i vår modell av produktivitetsforskjeller og demografiske ulikheter. Dermed er det ikke nødvendig å kalibrere de helt store forskjellene på arbeidsmarkedet i de to regionene.



---

## 6.6 Myndighetene

I den første steady state-likevekten setter vi gjelden som andel av BNP lik 2000-verdiene for regionene Nord og Sør. Gjelden følger deretter en eksogen bane med gjeldsoppbygging i periodene 1, 2 og 3, til den når omtrent 120 og 80 prosent av BNP for henholdsvis Sør og Nord i periode 2015-2020. Dette stemmer godt overens med våre estimater av statsgjelden i de to regionene i år 2013 (henholdsvis 118,8 og 82,4 prosent).

Samlet offentlig konsum setter vi til 20 prosent av BNP i initiell steady state for Nord og til 17 prosent av BNP i Sør. Disse verdiene er beregnet med data fra Verdensbanken.<sup>29</sup> Total faktorproduktivitet  $A$  setter vi skjønnsmessig for å få et riktig forhold mellom størrelsen på BNP i de to regionene. BNP i Nord ligger ganske stabilt dobbelt så høyt som BNP i Sør for perioden 1995-2013 (se vedlegg).

Effektive kompensasjonsrater for arbeidsledighetstrygd og pensjonsutbetalelser baserer seg i hovedsak på estimater fra CESifo (DICE Database 2013) som baserer seg på data fra OECD, samt Eurostat. Kompensasjonsraten for pensjonsutbetalinger er i basisscenariet 55 prosent for begge land, som er temmelig likt snittet for eurolandene i perioden 2000-2013, men noen prosentpoeng for lavt/høyt for henholdsvis Sør og Nord. Kompensasjonsraten for arbeidsledighetstrygd setter vi til 30 prosent av lønna individene ville ha mottatt som arbeidende. Dette er noe i underkant av brutto-kompensasjonsraten estimert av CESifo (2013) for tiårsperioden 2001-2011 for Nord, men et godt stykke over tilsvarende estimater for Sør. Vi har likevel valgt å justere det opp noe fordi Italia er en uteligger i disse estimatene og trekker kompensasjonsraten for Sør kraftig ned.<sup>30</sup>

Satsene på inntektsskatt, konsumskatt og arbeidsgiveravgift bestemmes endogent av modellen. Satsen på skatt på pensjonsytelser er satt skjønnsmessig til 25 prosent.

---

<sup>29</sup> Fra datasettet “*General government final consumption expenditure*”. Merk at vi har valgt å la verdiene for år 2000 ligge fast i hele simuleringen. Dette virker rimelig, siden prosentandelen har svingt lite i perioden 1995-2013.

<sup>30</sup> Estimaten til CESifo er basert på gjennomsnittlig bruttokompensasjon for arbeidsledige summert over to inntektsnivåer, tre familiesituasjoner og tre forskjellige lengder på arbeidsledighetsperioden.

## 7. Presentasjon av scenarier

### 7.1 Introduksjon

I dette kapittelet presenterer vi scenariene vi legger til grunn for analysen. Først beskriver vi et basisscenario, og deretter eksperimentene som inngår i alternativscenariene.

Når vi nå skal studere effekten av statsgjeld og «austerity» mer grundig, vil det meste av analysen foregå i en åpen økonomi. Årsaken er at det er urimelig å anta at all statsgjeld i Europa kommer innenfra, noe som nødvendigvis er tilfelle i en lukket økonomi. Statsgjeldsnivåer på opp mot og over 100 prosent av total verdiskaping, utelukkende finansiert av privat sparing, gir ekstreme og urealistiske utfall. Den offentlige gjelden vil fortrenge så å si all produktiv kapital. Konsumet blir som følge av dette svært ujevnt mellom generasjonene.

Vi antar derfor i vår modell at Nord og Sør er små åpne økonomier. Da må de ta renta for gitt, og konsumentenes sparebeslutninger i disse landene vil ikke påvirke rentenivået. Dette er også en forenkling av virkeligheten, men i våre øyne er den mer rimelig enn alternativet. Videre vil alle lønnsomme investeringer bli gjennomført, slik at det investeres i kapital helt til marginalproduktet av kapital er lik marginkostnaden – gitt ved realrentenivået pluss depresieringsraten. En del av investeringene kommer nødvendigvis fra resten av verden.

Helt til slutt bruker vi likevel et lite avsnitt på å beskrive Europa som en lukket økonomi. På den måten kan vi vise hvordan økt statsgjeld kan øke rentenivået og slik fortrenge produktive kapitalinvesteringer. Denne effekten er kjent som «crowding out», og blir ofte presentert som et viktig teoretisk argument mot overdreven offentlig pengebruk. I modellen med endogen rente justerer vi ned gjeldsnivåene noe i de to regionene, jf. forrige avsnitt.

For rentebanen vier vi mest oppmerksomhet til et slags «Rogoff-scenario», nemlig at renta etter en lengre nedgangsperiode tar seg opp når statsgjelden i Sør er kommet ned på vanligere nivåer (Rogoff, 2013). Ingen vet hvor renta skal, men slik vi ser det, er det mer sannsynlig at renta tar seg noe opp i løpet av de kommende tiårene enn at den blir liggende på dagens historisk lave nivåer.

## 7.2 Basisscenario

I tråd med det meste av litteraturen lar vi simuleringene starte og slutte i en steady state-likevekt. Modellen er kalibrert til å begynne i 2000-2005, og simuleringene kjører til omtrent år 2160, der samtlige endogene variabler har konvergert til en ny steady state. Banene på de eksogene variablene slutter imidlertid i år 2100, og blir liggende på 2100-nivåer i resten av modellperioden. Det er altså perioden frem til år 2100 vi konsentrerer oss om. I hele den perioden har vi programmert faktiske og forventede demografiske endringer som beskrevet i forrige kapittel.

Fra 2005-2010 modellerer vi et negativt sjokk i totalfaktorproduktiviteten  $A$ . Dette er ment å speile finanskrisen og den etterfølgende statsgjeldskrisen. Som Shimer (2005) påpeker gir et slikt sjokk mindre utslag på arbeidsledigheten enn man observerer i den virkelige verden. Ledigheten i den enkle search and matching-modellen vi bruker er for lite følsom for konjunktursvingninger<sup>31</sup>. Derfor sjokker vi i samme periode matchingeffektiviteten  $\bar{m}$ , som påvirker ledigheten direkte. Alternativt kunne vi ha sjokket jobbdestruksjonsraten  $\lambda$ . Fordelen med et sjokk i  $\bar{m}$  er at det slår relativt kraftigere ut for de yngre generasjonene, noe som er i tråd med empirien. Her kan redusert  $\bar{m}$  tolkes som et tillitssjokk som gjør at bedrifter er mindre tilbøyelige til å gjøre nyansettelser, alt annet likt. Begge sjokk er kraftigere og mer langvarige i Sør enn i Nord. I samme periode skjer en gjeldsoppbygging som er betraktelig større i Sør enn i Nord.

Merk at offentlig konsum som andel av BNP ligger fast i hele scenariet. Vi introduserer imidlertid en eksogen størrelse  $\epsilon$ , som representerer ekstraordinært offentlig konsum, som krisepakker til banker og store firmaer, slik at statens budsjettbetingelse nå blir

$$D_{t+1} + T_t = (1 + r_t)D_t + PENSJON_t + TRYGD_t + G_t + \epsilon_t \quad (7.1)$$

Gjeldsoppbyggingen som fant sted under finanskrisen hadde mye å gjøre med at skatteinntektene sviktet da ledigheten økte. I vår modell innretter skattene seg for å balansere

---

<sup>31</sup> En del av problemet er Nash-forhandlingene, som bidrar til at lønnen settes ganske fleksibelt i hver periode. Som Hall (2005) påpeker, presterer search and matching-modeller noe bedre i en sammenheng med nominell lønnsstivhet. Da blir ledigheten mer konjunkturfølsom. Det er imidlertid utenfor rekkevidden for denne oppgaven.

budsjettet i hver femårsperiode, og gjeldsoptaket er eksogent gitt. Dermed blir effekten av skattebortfallet på statsgjelden ikke fanget opp direkte.

Til slutt må vi gjøre noen antagelser om produktivitetsveksten som vil finne sted. Her er det naturlig nok ingen konsensus. Siden dette er en veldig viktig variabel for gjeldsutviklingen, på den måten at en høy produktivitetsvekst vil “spise opp” gjelden, mener vi at det er på sin plass med en viss konservatisme. Når finanskrise-sjokket er over, begynner en produktivitetsvekst på omtrent 0,5 prosent i året, som løper over den resterende modellperioden. Det innebærer en totalvekst på 42 prosent over 84 år fram til år 2100.

I basisscenariet er pensjons- og trygdeutbetalinger i sin helhet dekket av arbeidsgiveravgiften, mens det offentlige konsumet  $G$  blir dekket av skatt på privat forbruk. Inntektsskatten er ikke bundet på samme måte, og fluktuerer for å dekke den offentlige budsjettbetingelsen. I basisscenariet endrer den seg når rentekostnadene på statsgjeld endrer seg. Skatten på pensjonsinntekt er eksogent gitt og blir en forholdsvis liten størrelse. Den avlaster imidlertid inntektsskatten noe, siden den går til å dekke rentekostnader på offentlig gjeld - og senere også avdrag på gjelden.

### 7.3 Alternativscenarier

Som nevnt i litteraturkapittelet har myndighetene flere muligheter for å redusere statsgjelden. I denne oppgaven konsentrerer vi oss om metoden som har vært mest diskutert for de søreuropeiske landene: Å betale ned gjelden til den når mer normale nivåer. For å få til en slik nedbetaling må staten ha overskudd på primærbalansen. Det kan skje ved å øke skatteinntektene, redusere det offentlige forbruket, eller en kombinasjon av disse. Med andre ord blir det et slags *austerity*-eksperiment vi her gjennomfører.

I vår modell må ligning (5.23) holde i hver periode:

$$\text{Inntekter} - \text{Utgifter} - \text{Renter på statsgjeld} + (\Delta D) = 0$$

Om et land skal redusere statsgjelden, må altså inntektene være større enn utgiftene. Motsatt vil økt gjeld gjøre at landet kan “tillate seg” lavere skatter i den samme perioden, uten å redusere utgiftene. I alternativscenariet kommer det meste av inntektene som trengs til nedbetaling av gjeld fra økt skattlegging av lønnsinntekt. Vi vil etter hvert også undersøke om skattetrykket endrer seg vesentlig når kompensasjonsraten til pensjonistene synker, når den

effektive pensjonsalderen øker, samt hvordan resultatene vil kunne endre seg om vi lar offentlig konsum fluktuere.

Den BNP-vektede gjelden i region Sør er i 2013 på omtrent 118 prosent av BNP (se vedlegg). Maastricht-traktaten slår fast at statsgjeldsnivået i EU-land ikke skal overgå 60 prosent av samlet verdiskaping. For PIIGS-landene betyr det en halvering, og uten nedskrivning av gjeld eller et økonomisk mirakel, er det helt urealistisk på kort og mellomlang sikt. I denne oppgaven nøyer vi oss derfor med å se på en nedbetaling til 90 prosent, som er Reinhart og Rogoffs (2010) "kritiske grense" for statsgjeld. Selv om vi mener det er usikkert om den grensen er reell, fungerer 90 prosent som et godt benchmark-nivå for våre formål.

I det første alternativscenariet konsentrerer vi oss om Sør-Europas gjeld. Vi presenterer et scenario med hurtig nedbetaling over en 15-årsperiode, finansiert med en økning i inntektsskatten. Vi presenterer også tre variasjoner av nedbetalingsscenariet, der myndighetenes kutter i utgiftene for å få betalt ned gjelden.

## 8. Resultater

### 8.1 Introduksjon

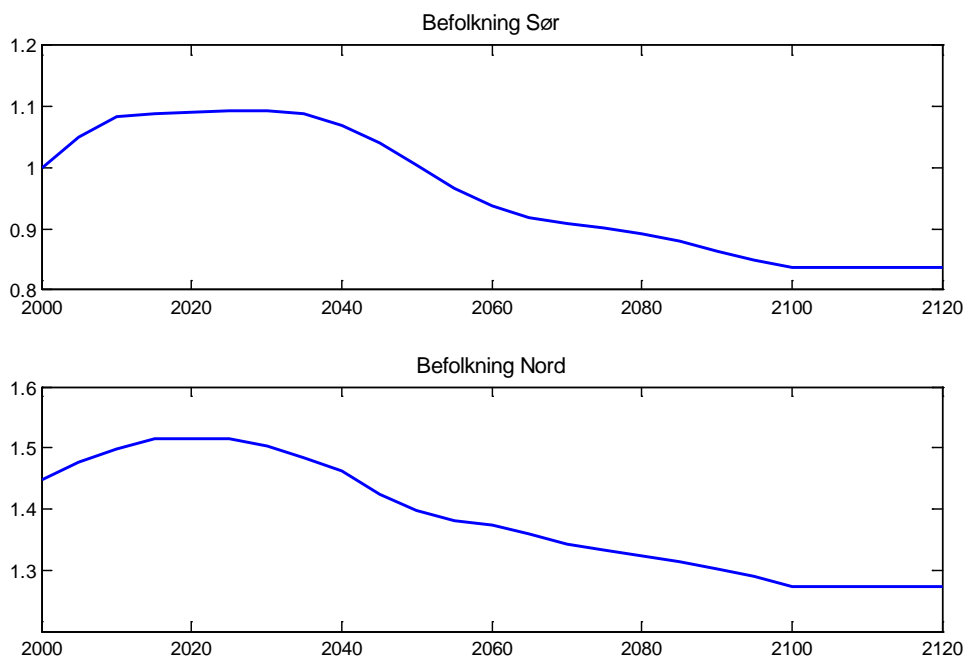
Her presenterer vi resultatene fra analysen. Vi presenterer resultatene fra basisscenariet før vi analyserer effektene av gjeldsnedbetalingen.

I samtlige scenarier er det en kombinasjon av sjokk som skjer samtidig. Det er et arbeidsmarkeds- og totalfaktorproduktivitetssjokk, og både renta, gjelden og det ekstraordinære offentlige konsumet endrer seg. Hele veien skjer det også demografiske endringer. Så langt det lar seg gjøre prøver vi å la de eksogene endringene speile det som har skjedd (som gjeldsopptaket fram til i dag) eller de beste spådommene om hva som vil skje (demografiske endringer). Noen av disse effektene trekker i samme retning, mens noen motvirker hverandre. Vi sammenligner gjeldsgrad, skattetrykk, BNP, samlet konsum og arbeidsledighet i de to scenariene.

## 8.2 Basisscenariet

### 8.2.1 Befolkningsdynamikk

Kanskje viktigst for å forstå Europas langsiktige utsikter er de demografiske endringene. Disse er presentert i figur 8.1 og 8.2 under. Vårt modellerte Europa vil på sikt oppleve en fallende befolkningsutvikling.

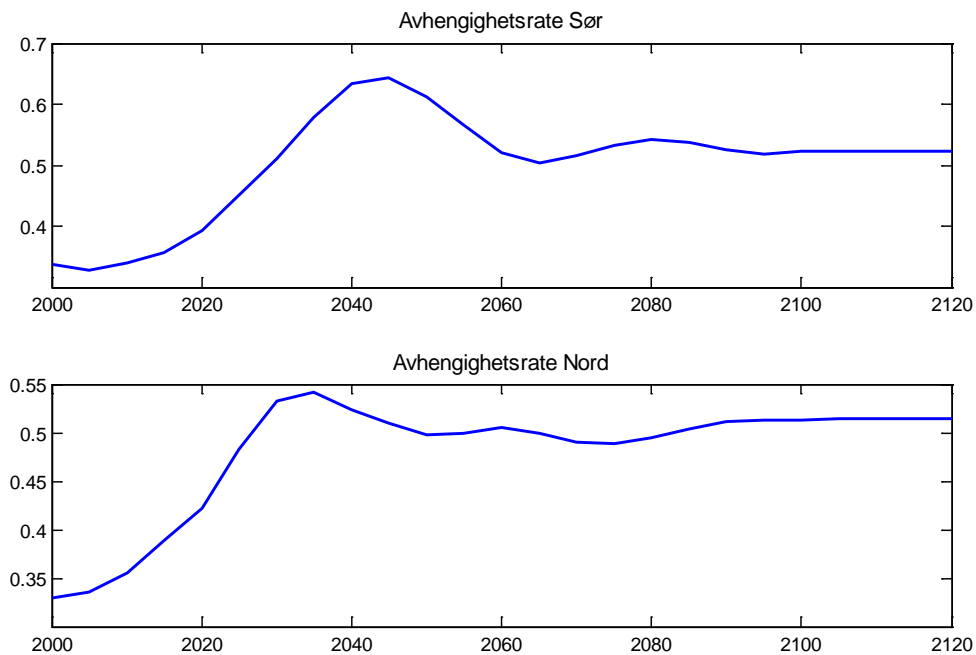


**Figur 8.1:** Befolkningstall og -framskrivninger for region Sør og Nord. Befolkningen i Sør i år 2000 er lik 1.

Befolkningen i region Sør vokser med 10 prosent relativt til basisåret og når toppen i 2010, der den blir liggende i snaut 30 år. Fra rundt 2035 faller befolkningen jevnt, før den stabiliserer seg på et 2100-nivå på rundt 0,84 relativt til startnivået. I Nord er veksten noe lavere, og nedgangen mindre kraftig. Nord starter med en totalbefolkning på 1,45 relativt til Sør og ender på ca 1,28 relativt til Sørs initielle befolkning.

Avhengighetsraten er definert som andel pensjonister i forhold til andel yrkesaktive. I vår modell blir dette antall 60-79-åringer relativt til antall 20-59-åringer. Denne grafen gir mye informasjon om økonomiske utsikter. En relativ nedgang i yrkesaktive reduserer potensielt BNP, alt annet likt. En slik utvikling trekker dessuten i retning høyere skatter for å betjene høyere pensjonskrav. I vårt Europa står både Sør og Nord foran en permanent høyere avhengighetsrate. Den toppe seg i Sør omtrent i 2045 på nesten 65 prosent, før den stabiliserer

seg på rundt 52 prosent rundt 2060. I Nord kommer toppen ti år før, og blir ikke fullt så kraftig. Også der stabiliserer den langsiktige avhengighetsraten seg på rundt 52 prosent.



*Figur 8.2: Avhengighetsrater i Sør og Nord, definert som summen av pensjonister delt på summen av befolkning i yrkesaktiv alder.*

Våre estimater er gjort på bakgrunn av tall fra FN, men bildet stemmer også godt overens med en OECD-rapport om temaet<sup>32</sup>, basert på tall fra Eurostat. De små forskjellene kommer av at avhengighetsraten i offisielle tall ofte defineres som antall individer over 65 år relativt til antall individer mellom 15 og 64 år. I tillegg ser vi i vårt oppsett bort fra individer som blir eldre enn 80 år.

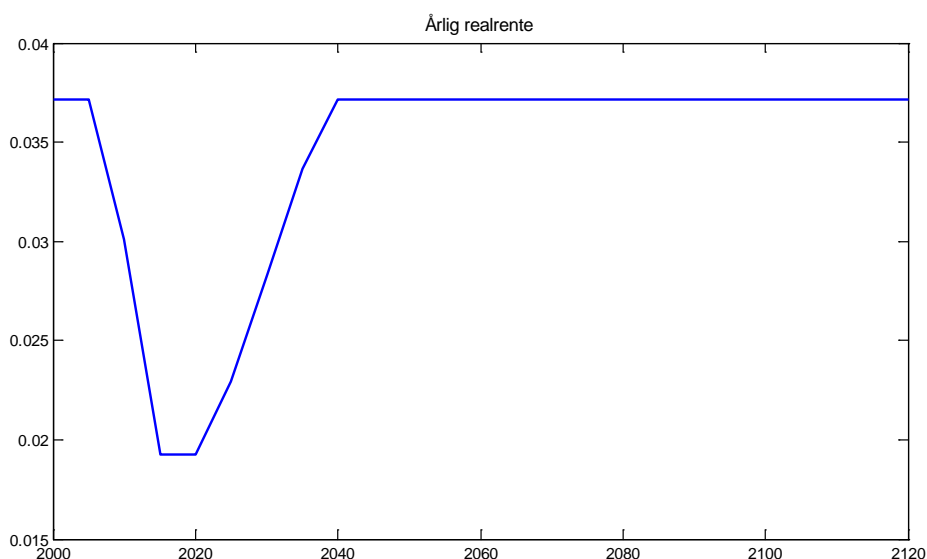
## 8.2.2 Renteutvikling

Som nevnt er det for våre formål mest hensiktsmessig å ta utgangspunkt i at Europa er en åpen økonomi med to regioner, som tar renta for gitt. Som vanlig er i økonomisk modellering har vi valgt å holde oss til én rentesats. I virkeligheten kan landene i region Nord låne penger til gunstigere rente enn landene i region Sør. Dette er et viktig poeng, men siden vår

<sup>32</sup> <http://www.oecd.org/eco/surveys/49314824.pdf>



deterministiske modell ikke fanger opp ulik kredittrisiko i ulike regioner, holder vi oss til én rentesats. Den har vi gitt et mellomhøyt nivå.



*Figur 8.3: Årlig eksogen realrente.*

Renta følger en U-bane, og holder seg lav før den begynner å stige fra år 2020. Vi antar at renta holder seg langsiktig mellom 3 og 4 prosent.

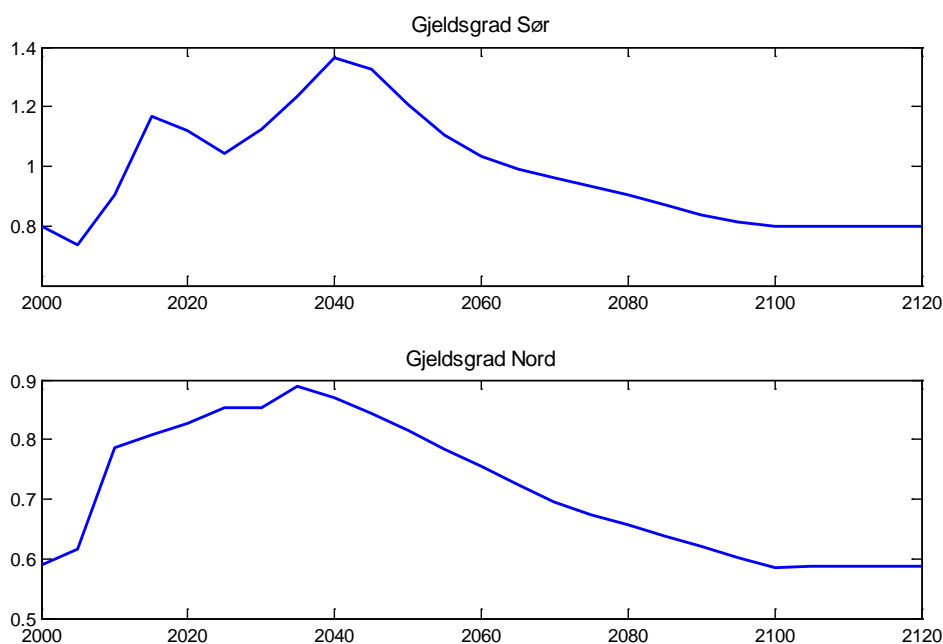
Siden renta bestemmer kapitalnivået og dermed produksjonen, er vår modell følsom for renteendringer. Vi ser at perioden med lavere rente virker veldig ekspansivt på begge regioner. Dessuten bidrar de lave rentene til at sparingen blir negativ i yngre generasjoner (kohort 0, 1, 2, tidvis også 3), dvs. de blir netto låntagere. Det er som ventet.

### 8.2.3 Gjeldsgrad

Statsgjelden følger som nevnt en eksogen bane. Verdiene fram til 2015-2020 er ment å treffe gjeldsgradene som har blitt observert de siste 15 årene. Av figuren under ser vi at både Sør og Nord er nære de estimerte gjeldsgradene for 2013, henholdsvis 118 og 82 prosent. Den lille knekken i Sør i periode 1 (2000-2005) stemmer også overens med våre data (se vedlegg). Fra 2020 “låser” vi gjeldens absoluttnivå og gjeldsgraden fluktuerer i takt med BNP.

I Sør ser vi i basisscenariet en liten forbigående bedring, som kommer av BNP-vekst og fallende rentekostnader i takt med den modellerte banen for realrenten, før gjeldsgraden igjen stiger til et toppnivå på 138 prosent av BNP i 2040. Denne toppen faller sammen med

bunnpunktet for BNP, samt toppen for pensjons- og trygdeutbetalinger. Nord opplever også en liten bedring i gjeldsgraden fra 2010 til 2015, til tross for at det absolutte gjeldsnivået øker noe for denne perioden. Etter at myndighetene i Nord starter med gjeldsrulling ser vi at gjeldsgraden øker noe, som følge av fall i BNP. Toppnivået er på rett over 90 prosent, i 2035. Det henger sammen med at BNP når bunnen og pensjonskostnadene når toppen. Som følge av den modellerte produktivitetsveksten ser vi at begge land bedrer sin gjeldsgrad betydelig på lengre sikt.



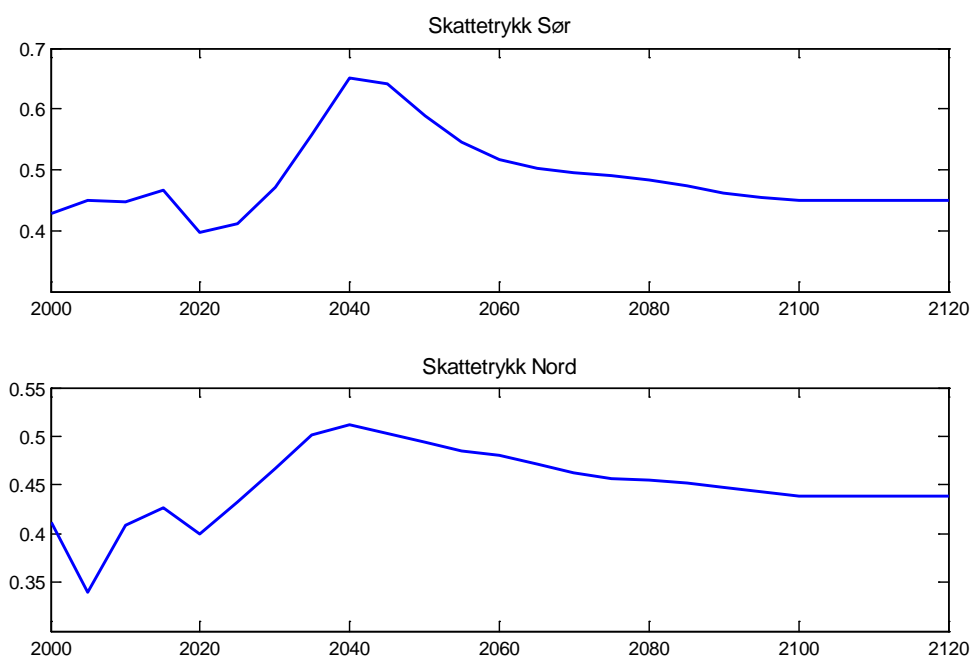
**Figur 8.4:** Statsgjeld som andel av BNP, uten nedbetaling av gjeld. Gjelden bygger seg opp til år 2020 og blir deretter liggende.

## 8.2.4 Samlet skattetrykk

Vi definerer samlet skattetrykk som summen av skatter og avgifter delt på samlet verdiskaping. I basisscenariet er det kun skatt på pensjonsinntekt som er gitt eksogent. Resten av skattene bestemmes endogent av modellen. Samlet skattetrykk starter både i Sør og Nord på omtrent 40 prosent av BNP, noe som er ganske nøyaktig likt snittet i eurosonen.<sup>33</sup>

<sup>33</sup> Tall fra Eurostat: <http://ec.europa.eu/eurostat/en/web/products-press-releases/-/2-29042013-CP>.

I Sør topper skattetrykket seg i 2040 på 65 prosent. I Nord kommer toppen samtidig, men da på 50 prosent. Differansen skyldes høyere statsgjeldsopptak i Sør, men også at Nord har et noe “hyggeligere” forholdstall mellom yrkesaktive og pensjonister, samt høyere produktivitet. I motsatt retning trekker det faktum at Nord har høyere offentlige utgifter (20 mot 17 prosent av BNP). Sluttverdien av samlet skattetrykk i siste steady state er 45 prosent i Sør, mot 44 prosent i Nord. Uten nedbetaling gir gjeldsopptaket i perioden 2000-2015 ikke uventet økt skattebyrde for alle kommende generasjoner.



**Figur 8.5:** Samlet skattetrykk i Nord og Sør uten nedbetaling av gjeld. Skatter og avgifter fluktuierer for å oppfylle myndighetenes budsjettbetingelse. Skatteøkningen kommer av økte pensjonsforpliktelser, økte gjeldsrenter og økt arbeidsledighet.

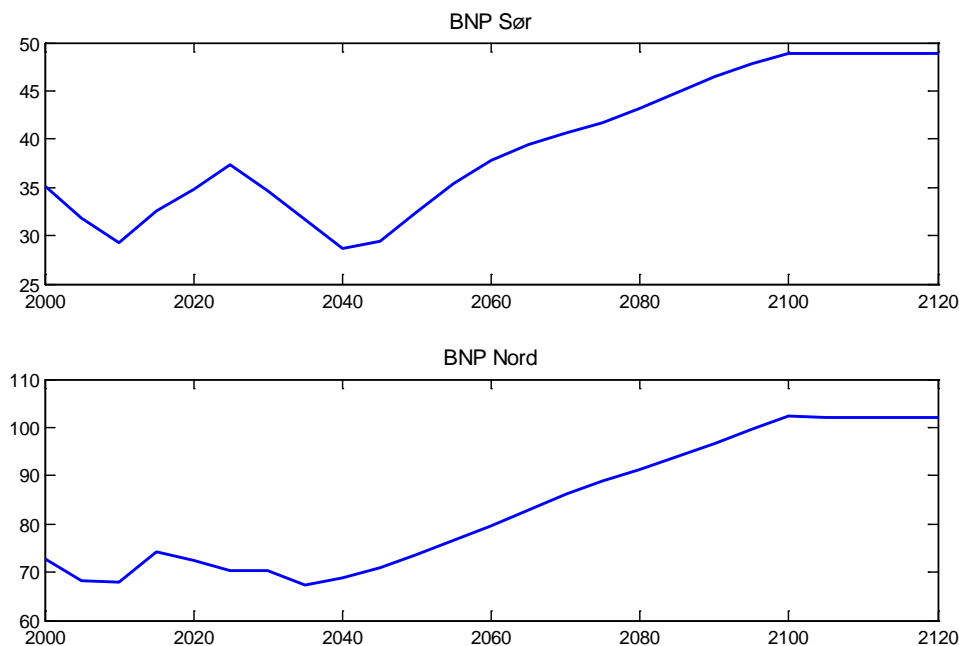
## 8.2.5 Utvikling i bruttonasjonalprodukt

Den langsiktige BNP-utviklingen i de to regionene er forholdsvis lik og følger i stor grad av banene vi har satt for produktivitetsveksten og realrenta. BNP i Nord er kalibrert til å være omtrent det dobbelte av BNP i Sør.

Enkelte av bevegelsene i figuren under avviker fra de reelle tallene for 2000-2015. Det skyldes noen egenskaper ved vår deterministiske modell. Aktørene i økonomien har perfekt informasjon om den forestående finanskrisen som inntreffer i perioden 2005-2010. Sparing blir mindre attraktivt når totalfaktorproduktiviteten er ventet å synke. Det gjør at kapitalnivået

tilpasser seg allerede perioden før. Motstykket til dette blir den kraftige konsumøkningen vi ser i modellen i samme periode.

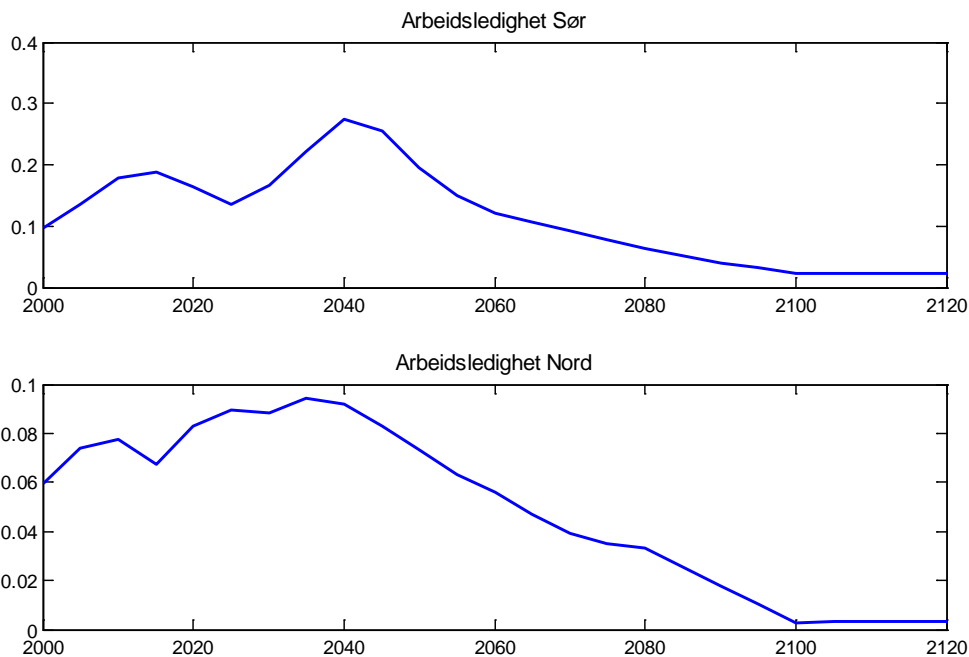
Det synkende kapitalnivået gjør at BNP faller fra initiell likevekt, og når et lokalt bunnpunkt i 2010. Det er noe misvisende. Deretter stiger BNP kraftig i Sør fram til rundt 2025 - hovedsakelig som konsekvens av rentefallet. BNP-utslagene er altså mer volatile enn i virkeligheten, men nettoutviklingen 2000-2015 har et realistisk forløp.



**Figur 8.6:** BNP-utvikling i Nord og Sør uten nedbetaling av gjeld.

Fra 2020 stiger renta igjen, samtidig som statsgjelden har økt betraktelig og pensjonsforpliktelsene begynner å tilta. Det fører til at BNP igjen faller kraftig frem til 2040. Deretter fører utjevningen i avhengighetsraten og den tiltakende produktivitetsveksten til at BNP vokser entydig fram til ny steady state rundt år 2100. Utviklingen i Nord følger et lignende mønster, men BNP svinger mindre under finanskrisen, treffer bunnen noe tidligere, og følger en kraftigere vekstbane fram mot år 2100. I sluttlikevekten er BNP i Nord litt høyere relativt til Sør enn det var i utgangspunktet.

## 8.2.6 Arbeidsledighet



*Figur 8.7: Arbeidsledighet i Nord og Sør i basisscenariet.*

Ledigheten starter på et høyere nivå i Sør enn i Nord, og har to topper: 19 prosent i 2015 og 26 prosent i 2040. Siden finanskriseskjokket er mer markert i Sør, opplever de en verre utvikling i perioden fram til 2015.

Fra omtrent 2010-2015 får begge landene god drahjelp av lavere rente, som virker positivt inn på kapitalnivået. Da øker jobbutlysninger  $V$ , arbeidsmarkedet blir mindre stramt og ledigheten synker etter hvert. Effekten er mindre synlig i Nord, fordi denne regionen opplever de negative demografiske effektene tidligere (økt avhengighetsrate gir økt skattenivå, redusert sparing, redusert kapitalnivå og økt ledighet, alt annet likt).

Men om eldrebølgen rammer først i Nord, rammer den hardest i Sør, der den er på sitt mest utfordrende i 2045. Dette sammenfaller med at renta beveger seg opp igjen, og nettoeffekten på arbeidsledighet blir stor. Det virker rimelig at ledigheten skal ned etter 2040, siden demografien (og dermed skattetrykket) etter hvert bedrer seg, og produktiviteten får vokse uforstyrret av finanskriser og lignende.

Ledigheten i siste steady state er omtrent tre prosent i Sør. I Nord konvergerer den mot 0,3 prosent. Husk imidlertid at på så lang sikt kan vi ikke gjøre vurderinger av den konjunkturelle

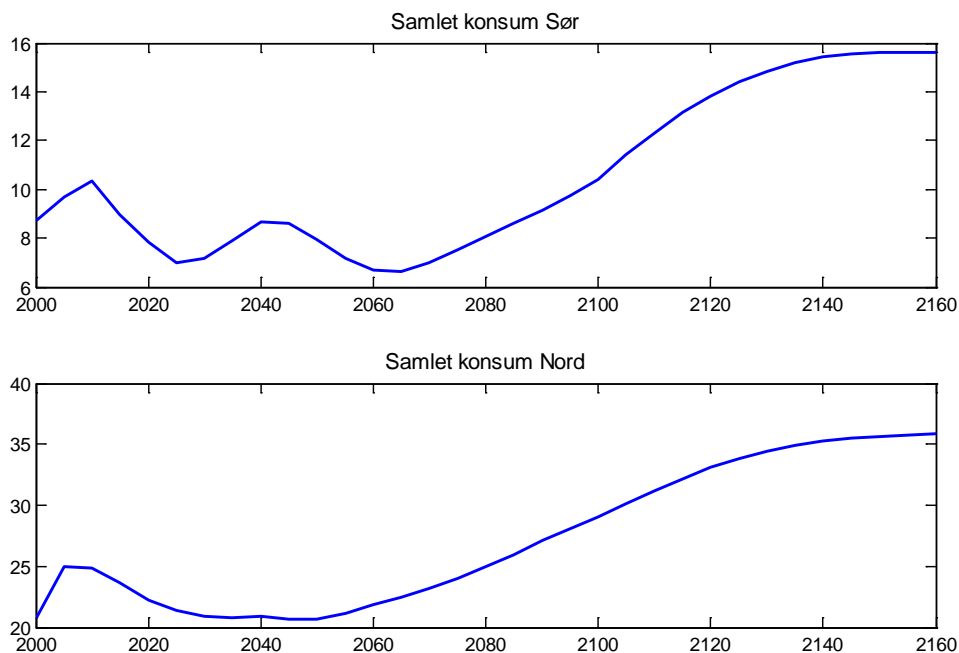
ledigheten. Utviklingen henger sammen med at de demografiske endringene er ganske beskjedne fra år 2060 og utover, samtidig som produktiviteten fortsetter å vokse hele perioden. I tillegg venter vi at samlet skattetrykk avtar noe etter cirka 2040. Grafen forteller oss at alle disse strukturelle forholdene, isolert sett, er med på å trekke arbeidsledigheten ned. Men her er det altså mange utelatte variabler.

### **8.2.7 Samlet privat konsum**

Samlet privat konsum øker fra initiell likevekt, men får seg en kraftig knekk med finanskrisen. Forbruket synker ytterligere fordi skattetrykket øker. I Sør ser vi en lokal bunn i 2025 før konsumet tar seg noe opp igjen fram mot 2040. Denne midlertidige økningen har en modellteknisk forklaring: Vi har satt konsumskatten til å dekke det offentlige konsumet. Fra 2025 faller BNP i Sør kraftig (pga. økende rente og demografisk "krise") og drar med seg offentlig konsum, som er en konstant andel av BNP. Når konsumskatten synker, vil konsumet øke noe. Deretter faller det fram til 2065, før konsumet stiger. Totalkonsumet i Sør er imidlertid ikke tilbake på før-krisenivå før i rundt 2100. I Nord når totalkonsumet bunnen rundt 2030, og blir liggende fram til 2050. Deretter øker det entydig, men er ikke tilbake på før-krisenivå før i rundt 2075.

At det tar så lang tid både i Nord og Sør, har flere årsaker. For det første synker befolkningen i denne perioden. For det andre er den modellerte produktivetsveksten ganske beskjeden. For det tredje øker konsumskatten i begge regioner kraftig fra 2020, og forblir høy til rundt 2060, jf. avsnittet over. Merk også at det offentlige konsumet øker betydelig i perioden, så det vil være samlet velstandsøkning selv om privat konsum har en svak utvikling.

Totalkonsumet bruker noe lenger tid på konvergere enn andre variabler, fordi spare- og konsumbeslutninger tatt i løpet av transformasjonsfasen følger individene resten av livsløpet.



*Figur 8.8: Samlet privat forbruk i Nord og Sør i basisscenariet.*

## 8.2.8 Oppsummering av basisscenariet

Basisscenariet gir indikasjoner på at de neste 30 årene vil bli krevende for Europa, og spesielt for region Sør. Gjeldsgraden, arbeidsledigheten og skattetrykket når alle sitt toppnivå, og BNP sitt bunnivå, rundt 2040. Det sammenfaller også med toppen i avhengighetsraten. Modellen replikerer utviklingen til de to regionene i perioden 2000-2015 forholdsvis godt, spesielt for ledighetsutvikling og samlet skattetrykk.

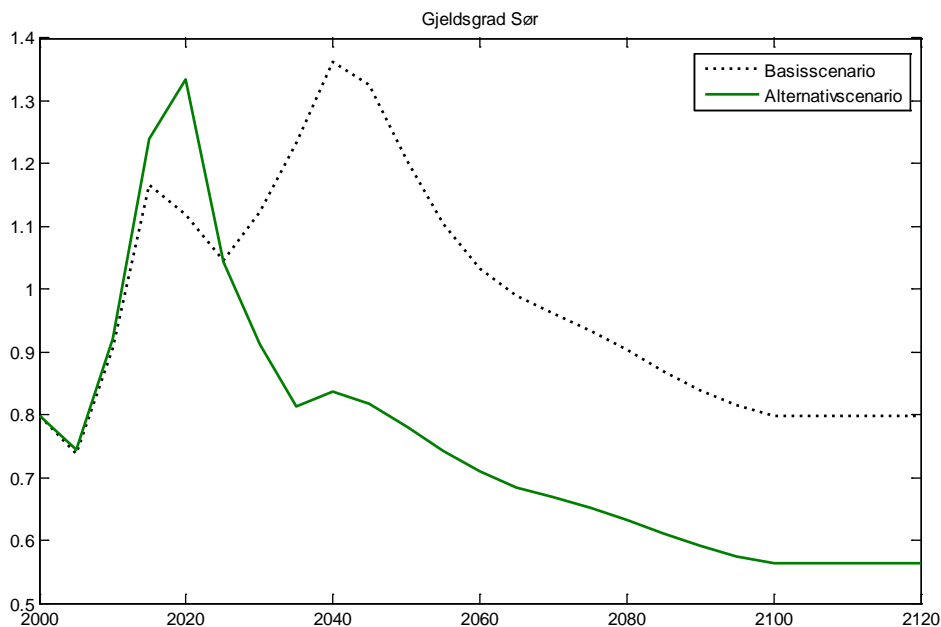
Merk at vi har forutsatt at renten er tilbake på sitt langsiktige nivå omtrent samtidig med at den demografiske situasjonen er på sitt verste. Siden modellen er generelt følsom for rentenivået, er dette et viktig poeng. Vi har ikke brukt mye tid på å analysere mulige fremtidige rentebaner, fordi vi mistenker at det er umulig å si noe sikkert om hvor renta ligger i 2040 eller senere. Vi mener rentebanen vi modellerer er plausibel.

Merk også at selv om det samlede skattetrykket holder seg innenfor rimelighetens grenser, forholdene tatt i betraktning, gir modellen overdrevne utslag i konsumskatten. Av tekniske årsaker har vi knyttet enkeltskatter opp mot spesifikke offentlige utgifter. Som regel er det en god tilnærming til virkeligheten, men konsumskatten blir i overkant volatil.

## 8.3 Alternativscenario - Gjeldsnedbetaling

### 8.3.1 Introduksjon

Alle sjokkene i basisscenariet inngår også i alternativscenarioet. Den eneste forskjellen er at Sør nå starter nedbetaling av statsgjelden rett etter at den når toppen i 2020. Resultatene i region Nord er uforandret fra basisscenariet, og derfor dropper vi å rapportere dem. Vi modellerer en 30 prosents nedbetaling i gjeldens absoluttverdi over 15 år. Kombinert med BNP-utviklingen gir det en nedgang i gjeldsgraden fra 133,4 til 81,3 prosent. Allerede etter ti år er Sør nær Reinhart og Rogoffs kritiske grense, med en gjeldsgrad på 91,4 prosent.



*Figur 8.9: Gjeldsgrad i Sør i nedbetalingsscenariet.*

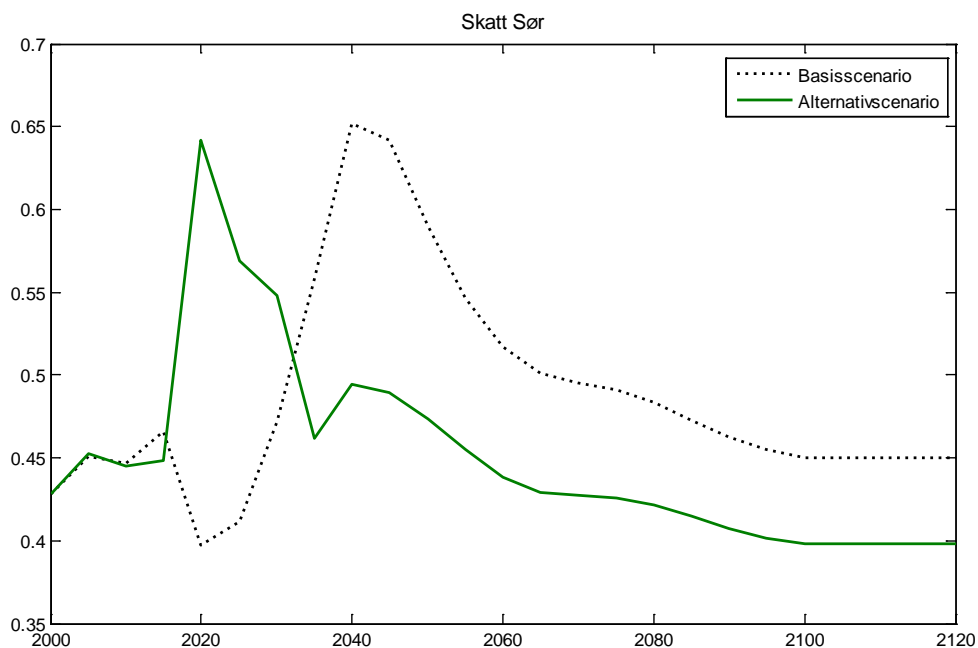
I 2035 er nedbetalingen over, og gjeldsgraden får et svakt oppsving mot 2040 før den synker entydig mot ny steady state i år 2100. Sammenlignet med basisscenariet topper gjeldsgraden seg 20 år tidligere, men toppunktet er omtrent av samme størrelsesorden. Allerede i 2050 er gjeldsgraden tilbake på førkriseivå, mot 2100 i basisscenariet. I endelig likevekt er gjeldsgraden under 60 prosent - som land i eurosamarbeidet skal holde seg under, ifølge Maastricht-traktaten.



### 8.3.2 Samlet skattetrykk

Nedbetalingen av gjelden skjer ved økt inntektsskatt. Vi ser av figuren under at det samlede skattetrykket fremdeles topper seg på rundt 65 prosent, men toppen kommer nå i 2020, mot 2040 i basisscenariet. Oppbyggingen blir imidlertid langt brattere, med en 20 prosentpoengs økning i femårsperioden 2015-2020. I basisscenariet skjer økningen i skattetrykket over en 20-årsperiode.

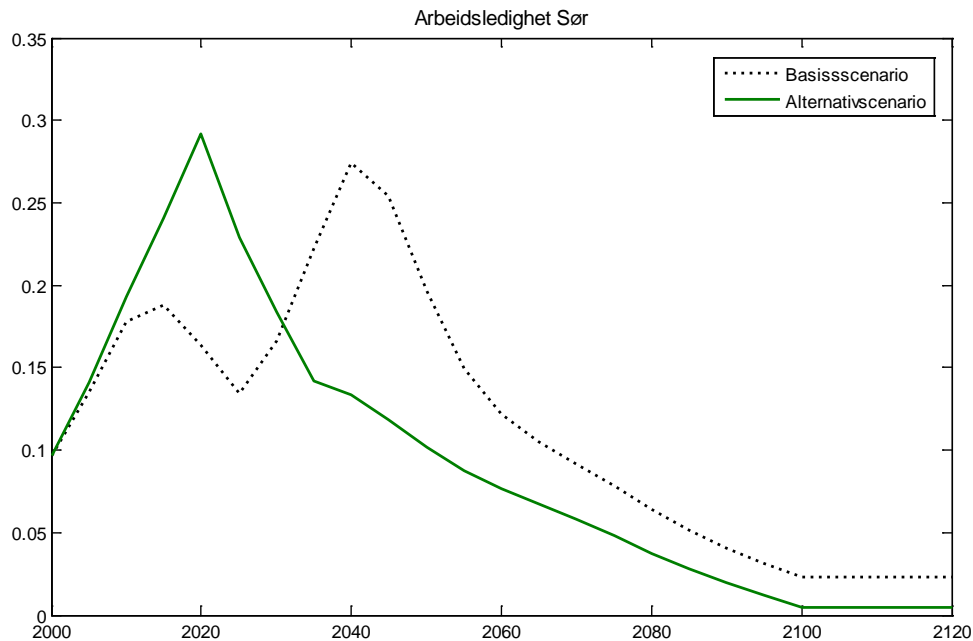
Vi ser at Sør er tilbake på førkrisenivå i 2060, og skattetrykket i sluttlikevekt blir vesentlig lavere enn i initiell likevekt. I basisscenariet er sluttlikevekten høyere enn i initiell likevekt, og skattetrykket kommer seg aldri ned på førkrisenivå.



*Figur 8.10: Samlet skattetrykk i Sør i nedbetalingsscenariet.*

### 8.3.3 Arbeidsledighet

Arbeidsledigheten opplever en dramatisk utvikling i vårt austerit eksperiment.



*Figur 8.11: Arbeidsledighet i S r i nedbetalingsscenariet.*

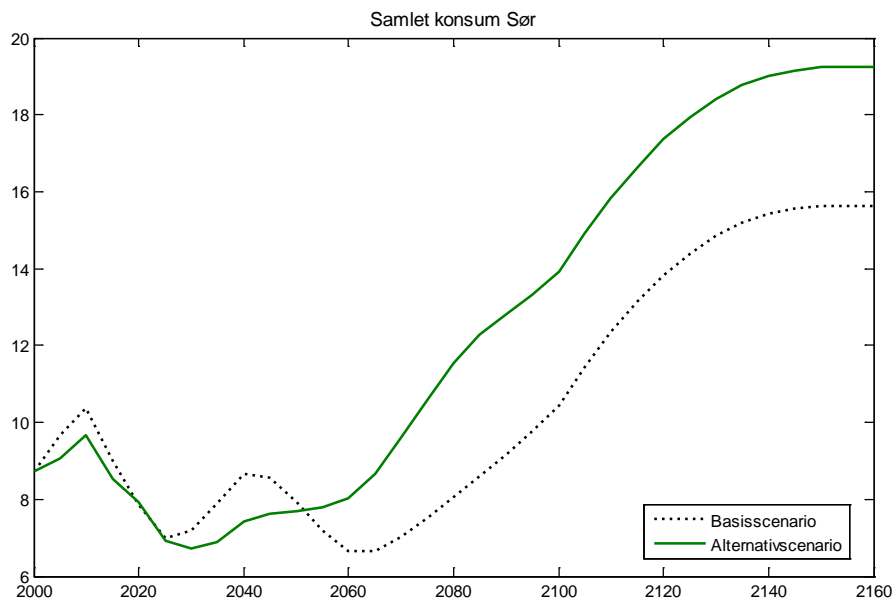
Relativt til basisscenariet stiger ledigheten kraftigere, og n r sitt absolutte toppunkt på rundt 29 prosent i 2020. Det er en dobling fra 2005-nivået. Oppsiden er at ledigheten faller nesten like brått som den stiger. I perioden 2030-35 er vi tilbake på f r-krisenivå, mens vi i 2050 er tilbake på initiell likevekt - mot henholdsvis rundt 2050 og 2060 i basisscenariet.

Også i dette scenariet konvergerer ledigheten på lang sikt mot null, med samme forklaring som f r. Vi er forsiktige med å lese for mye ut av prediksjonene på lang sikt.

### 8.3.4 Samlet konsum

Samlet konsum i Sør følger nogenlunde samme bane under nedbetalingsscenariet. Oppgangen før finanskrisen blir noe svakere, mens fallet som følge av den noe sterkere. Den lokale toppen vi observerte i 2040 i basisscenariet forsvinner nærmest. Oppgangen fra og med 2160 blir kraftigere, og i 2170-75 er vi tilbake på f rkriseniv er, mot år 2100 i basisscenariet.

Det samlede konsumet bruker som nevnt noe lenger tid på å konvergere. Totalkonsumet konvergerer mot en endelig likevekt på rett over 19. Det er betraktelig høyere enn i basisscenariet.



*Figur 8.12: Samlet konsum i Sør i nedbetalingsscenariet.*

### 8.3.5 Oppsummering

På lengre sikt tyder resultatene på at Sør-Europa tjener på å betale ned statsgjelden. Fordi man reduserer fremtidige rentekostnader, kan man holde skattenivået noe lavere. Det fremstår som fordelaktig å unngå at skattetrykket når toppen samtidig som den demografiske situasjonen er på sitt mest krevende. Nedbetalingen gir positive langsiktige effekter på arbeidsledighet og samlet privat konsum. Baksiden av medaljen er at ledigheten på kort og mellomlang sikt blir betydelig høyere enn den ellers ville blitt. Særlig ungdomsledigheten når svært høye nivåer. Dette kan også gi mer alvorlige langtidsvirkninger enn modellen gir inntrykk av. Siden vårt arbeidsmarked ikke skiller mellom korttids- og langtidsledige, fanger man ikke opp mulige hystereseeffekter.

Analysen sier heller ingenting om effektivitetstap knyttet til skattevariasjon, jf. Barro (1979). Den svært bratte skatteøkningen fra 2015 til 2020 vil ha vridende konsekvenser som vår modell ikke fanger opp. Samtidig gir høyere skatter i vår modell helt ensidig lavere økonomisk aktivitet. Det kommer av at offentlig konsum ikke er produktiv i vår modell, og dermed mister man mye av samspillet mellom finanspolitikk og arbeidsledighet. I virkeligheten er bildet mer

nyansert. En interessant utvidelse av modellen kunne derfor vært å la det offentlige konsumet inngå i produksjonslikningen på et vis.

Merk også at vi har valgt en ganske hurtig nedbetaling, for bedre å illustrere forskjellen mellom scenariene. Om man heller strekker nedbetalingen ut over et lengre tidsrom, som nok er et mer realistisk eksperiment, vil man kunne oppnå en mellomting mellom de to scenariene.

## 8.4 Tre muligheter for å lette nedbetalingen

### 8.4.1 Introduksjon

Flere tiltak er blitt foreslått for å lette på de finansielle problemene Sør-Europa står overfor. Staten har i bunn og grunn to metoder for å bedre primærbalansen: øke inntektene eller redusere utgiftene. Som vist i de foregående avsnittene vil region Sør oppleve en kraftig økning i skattenivået de neste årene, uansett om de velger å nedbetale eller ei. Den primære avveiningen blir om man når toppen på kort eller mellomlang sikt. Det begrenser mulighetene for å øke skattetrykket noe særlig i vår modell, siden regionen allerede kommer til å nå svært høye nivåer. En endring på utgiftssiden er mer realistisk.

Her presenterer vi tre tiltak som kan tenkes å hjelpe på nedbetalingen: et kutt i det offentlige konsumet, en reduksjon i kompensasjonsraten for pensjonistene, samt en økning av den eksogene pensjonsalderen fra 60 til 65 år.

### 8.4.2 Et kutt i det offentlige konsumet

Offentlig konsum bestemmes i vår modell eksogent som en andel av BNP. Da vil redusert offentlig konsum gi tilsvarende økning i privat konsum, siden vi har innrettet konsumskatten for å dekke inn det offentlige konsumet. Med en slik spesifisering vil et kutt i offentlig konsum være en ren overføring fra offentlig til privat sektor.

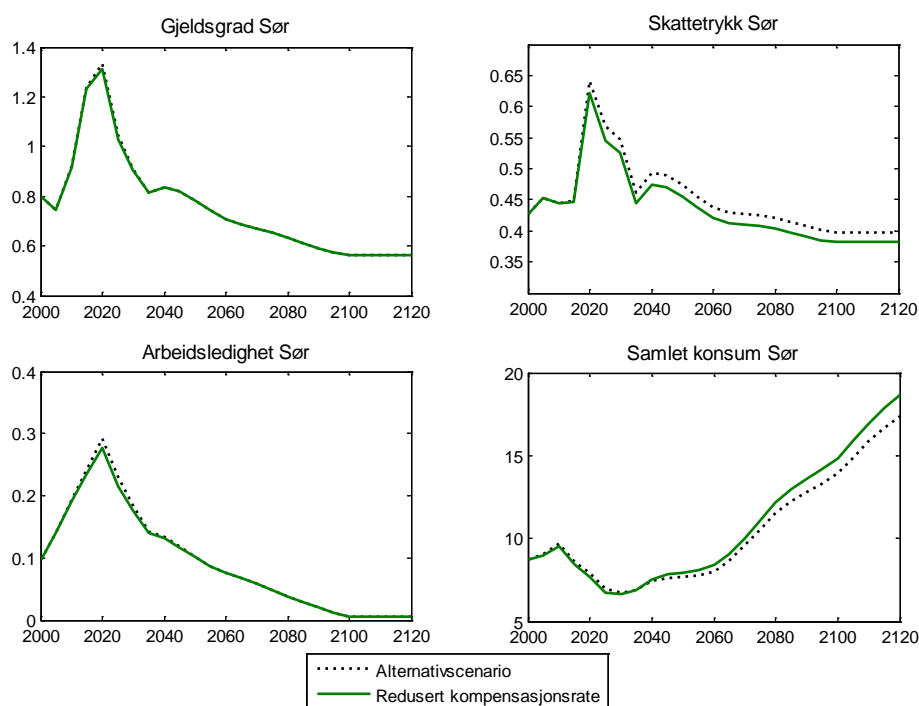
Vi kan alternativt tenke oss en situasjon der vi lar det offentlige konsumet fluktuere. En av skattesatsene må imidlertid settes for å balansere det offentlige konsumet. Valg av balanseringsvariabel bestemmer altså hvordan redusert offentlig konsum påvirker resten av økonomien. Velger vi oss konsumskatten, er vi tilbake i en situasjon med ren overføring. Velger vi arbeidsgiveravgiften eller inntektsskatten, får redusert offentlig konsum utslag på arbeidsledigheten i økonomien. Denne typen analyse med vår modellspesifikasjon blir ganske

*ad hoc*, fordi det offentlige konsumet er modellert som uproduktivt. Dermed blir resultatene av en slik analyse forutsigbare og lite interessante, og vi dropper derfor å rapportere dem her.

### 8.4.3 En reduksjon i pensjonistenes kompensasjonsrate

Vi kutter kompensasjonsraten til pensjonistene permanent med ti prosentpoeng fra 2020 av. I vår modell settes arbeidsgiveravgiften for å balansere pensjons- og trygdeutgiftene. Siden vi også skattlegger pensjonsinntekt, vil redusert kompensasjonsrate ha to motstridende effekter for det offentlige: Både skatteinntektene fra pensjon og pensjonsutgiftene faller. Utgiftene faller naturlig nok mer enn inntektene.

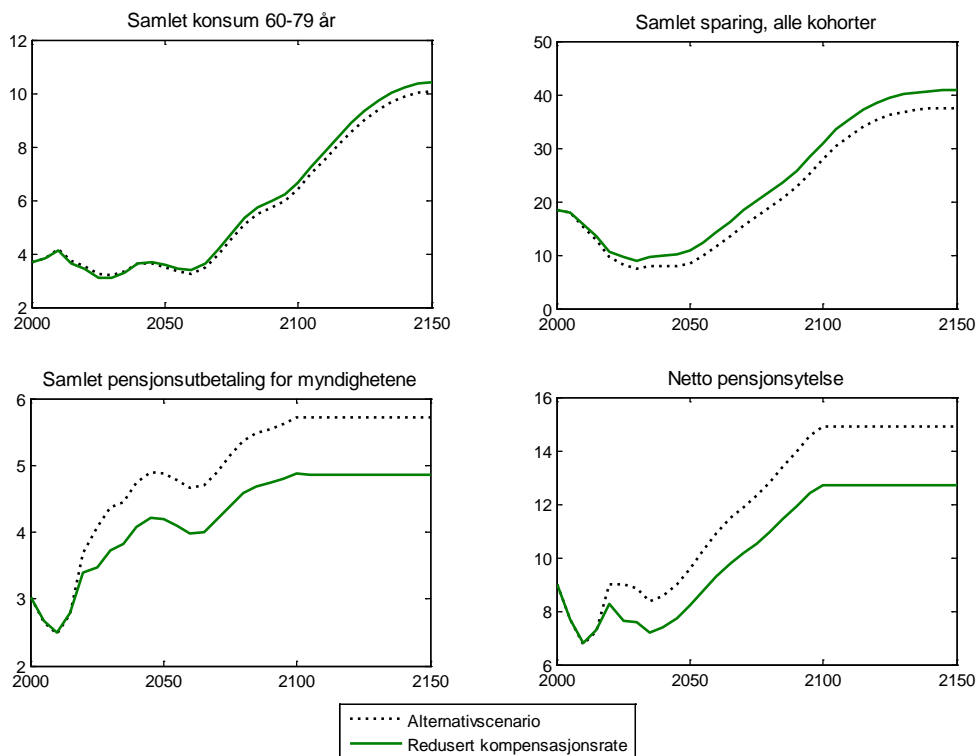
Siden reduksjonen påvirker inntektene, og dermed konsummulighetene, til den pensjonerte delen av befolkningen, er det ikke uventet at den også endrer spreadferden til individer i arbeidsfør alder.



**Figur 8.13:** Effekter i Sør av en 10 prosentpoeng reduksjon i pensjonistenes kompensasjonsrate.

Som vi ser av figuren fører eksperimentet til et par prosentpoeng reduksjon i samlet skattetrykk. Skattetrykket er cirka 2 prosentpoeng lavere, både i toppåret 2020 og i sluttlikevekten. Arbeidsledigheten toppe seg på 27,7 prosent, omtrent 1,5 prosentpoeng lavere enn uten kutt i kompensasjonsraten, men sluttverdien er lik. Gjeldsgraden får også en noe lavere topp (ca. 2,4 prosentpoeng), men ender i den samme sluttlikevekten på 56,4 prosent.

Totalkonsumet er ganske likt på kort sikt, men ender noe høyere. Mer interessant er det kanskje å se på hvor stor effekten blir for pensjonistene.



**Figur 8.14:** Effekter i Sør av en 10 prosentpoengs reduksjon i pensjonistenes kompensasjonsrate.

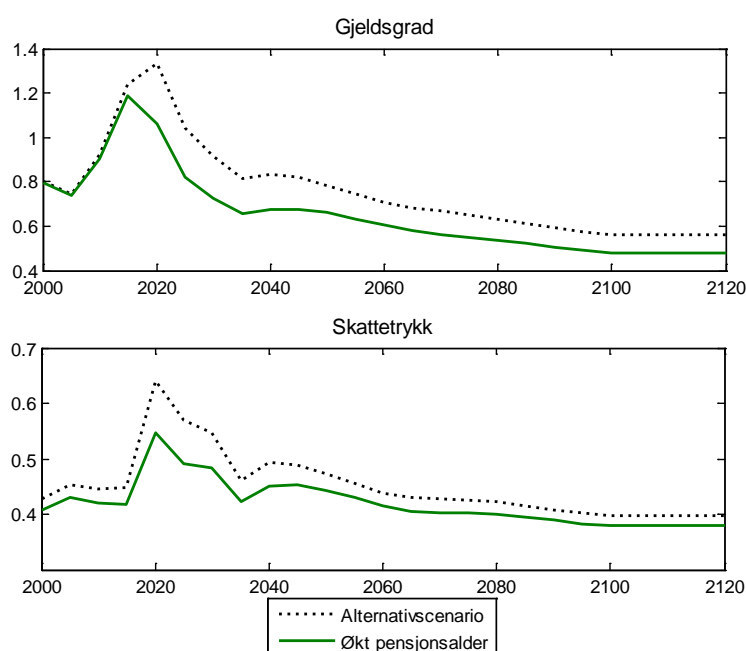
Redusert kompensasjonsrate fører ikke uventet til en nedgang både i de samlede pensjonsutgiftene og netto utbetalt pensjon. Når det gjelder det samlede konsumet, er det nokså uforandret på kort sikt, selv om det ligger noe lavere. I 2045 snur dette, og konsumet blir entydig høyere den resterende modellperioden. Dette kommer av at individene tilpasser seg ved å spare mer. I vår modell er det altså mer effektivt for individene å spare til egen pensjon. Dette er i tråd med mye av litteraturen om PAYGO og fonderte pensjonssystemer, se f. eks. Thøgersen (1997).<sup>34</sup> I tillegg henger konsumforskjellen sammen med at vi skattlegger pensjonsinntekter, men ikke kapitalinntekter fra sparing.

<sup>34</sup> Merk at avveiningen mellom PAYGO og fondering blir mer komplisert om man tar høyde for at avkastningen på sparing er stokastisk, se Matsen og Thøgersen (2004).

### 8.4.4 Økt pensjonsalder

Et poeng som ofte understrekes er at vi i framtiden må stå lenger i arbeid. Reformen for å øke effektiv pensjonsalder er allerede innført i flere europeiske land.

Ved å “tvinge” individene til å stå lenger i arbeid øker man skattebasen samtidig som man reduserer pensjonsforpliktelsene. Vi modellerer nå en eksogen økning i pensjonsalderen på fem år, slik at vi fra 2020 øker den effektive arbeidsstyrken med en kohort, og reduserer den pensjonerte delen av befolkningen med en kohort.<sup>35</sup> Fra og med 2020 øker altså pensjonsalderen fra 60 til 65 år. Dette gir ikke overraskende positive utslag.



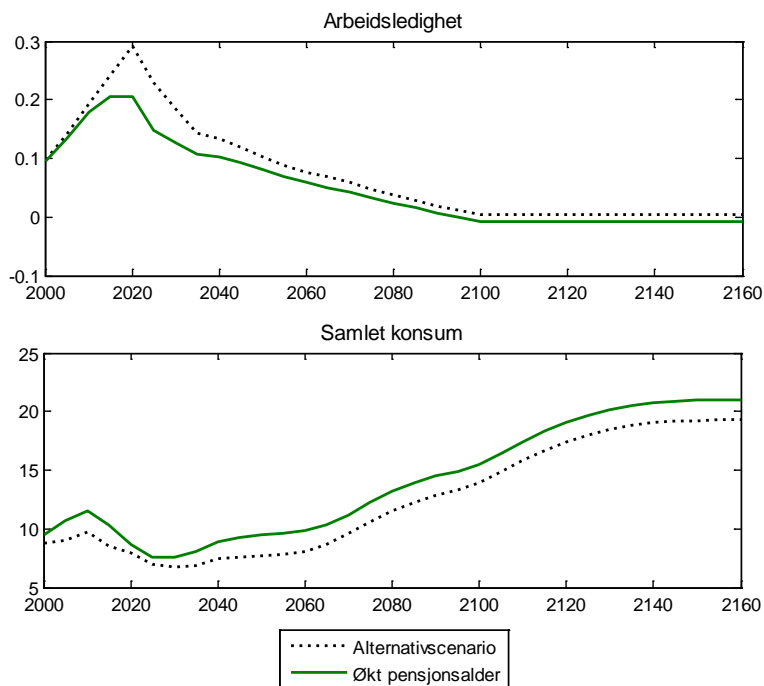
**Figur 8.15:** Effekt på gjeldsgrad og samlet skattetrykk i Sør av fem års økning i pensjonsalderen.

Gjeldsgraden når nå sitt toppnivå i 2015 på snaue 120 prosent, en reduksjon på nesten 15 prosentpoeng i forhold til toppen i 2020 i det første nedbetalingsscenariet. I tillegg ser vi at skattetrykket blir redusert og betraktelig jevnere. Skattetrykket ligger også noe lavere helt fra initiell likevekt. Her, som tidligere, skyldes det at aktørene i vårt deterministiske modelloppsett er fremadskuende.

<sup>35</sup> Rent teknisk introduserer vi en dummyvariabel i alle modelluttrykk der den åttende kohorten inngår. Dummyvariabelen tar verdien 0 i perioden 2000-2020, og verdien 1 fra 2020 til slutten av modellperioden

Videre ser vi at arbeidsledigheten faller kraftig og nå ligger på «kun» 20 prosent i 2015-2020, før den faller entydig. Som følge av de positive effektene på samlet skattetrykk og gjennomsnittlig ledighet øker det samlede private konsumet i hele modellperioden.

Effektene er som ventet, men et lite forbehold er på sin plass. Vi øker arbeidsstyrken og reduserer antall pensjonerte med én kohort hver. I et oppsett som vårt er det en vinn-vinn-situasjon, fordi individene får høyere livstidsinntekter og sparer mer, slik at kapitalnivået blir høyere og ledigheten lavere. Begge deler fører til høyere skatteinntekter for staten, som i tillegg har fått redusert sin utgiftsbane til pensjon. Da er behovet for å justere opp satsene blitt mindre. Men det ville vært enda «bedre» om ingen lenger var pensjonister. Siden fritid ikke inngår i nyttefunksjonen, er det ikke mulig å bruke vårt oppsett til å vurdere den samlede velferdseffekten av økt pensjonsalder. Men at det vil ha en del positive statsfinansielle effekter, virker sannsynlig.



**Figur 8.16:** Effekt på ledighet og samlet konsum i Sør av en fem års økning i pensjonsalder.



---

## 8.5 Europa som en lukket økonomi

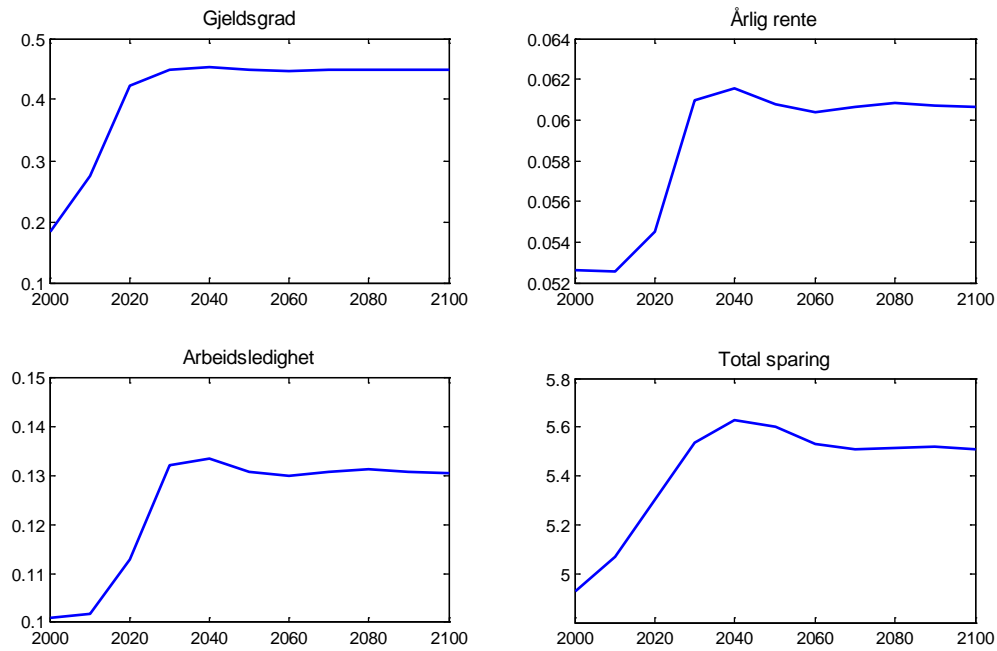
### 8.5.1 Endogen rente

Vi presenterer her en modell av en lukket økonomi med to regioner, der renta blir bestemt av kapitallikevektsligningen (5.24), samt faktorprisfrontieren for kapital. Kort sagt betyr det at tilbud og etterspørsel etter realkapital, aksjer og lån avgjør rentenivået. Fordelen med en slik spesifisering er at vi får vist hvordan endringer i politikk og spreadferd påvirker renta, som igjen påvirker kapitaletterspørselen og sysselsettingen. Under noen forutsetninger vil det være en hensiktsmessig måte å fremstille det økonomiske kretsløpet i Europa på. Region Nord og Sør er nå to store økonomier som til sammen utgjør en integrert verdensøkonomi med et felles kapitalmarked, i den forstand at individene i hvert av landene kan velge å plassere sin sparing i “utlandets” kapital og statsgjeld.

Frengangsmåten har enkelte svakheter. Det vil f. eks. være krevende å modellere det høye statsgjeldsnivået vi ser i Europa i dag (for region Sør rundt 120 prosent av BNP). I en lukket økonomi må all gjeld komme innenfra. Dersom vi bestemmer eksogent at modellen skal ha 120 prosent statsgjeld, “tvinges” konsumentene til å spare svært mye i gjeld. Rentenivået blir høyere, og realkapitalnivået blir dermed mindre. Siden vi ikke modellerer noe arvemotiv, må alle oppsparte midler bli konsumert på et tidspunkt. For veldig høye eksogene gjeldsbaner blir summen av dette en radikal ulikhet mellom konsumentene, i den forstand at senere kohorter konsumerer svært mye mer enn den yngste kohorten. Når det er sagt, kan en modell der renta bestemmes endogent være en god illustrasjon av viktige økonomiske mekanismer.

Vi presenterer her et kort eksperiment med gjeldsoppbygging, men setter gjeldsnivåene en del lavere enn dagens europeiske nivåer. Modellen er redusert til seks kohorter, og vi har fjernet skatt på pensjonsinntekt, samt arbeidsgiveravgiften. For å rendyrke renteeffekten av en eksogen gjeldsoppbygging antar vi at befolkningssammensetningen ligger fast på 2000-nivå, og vi fjerner produktivitetsveksten. Det eneste som skjer i transformasjonsfasen er en gradvis økning i gjeldsgraden i Sør fra 20 til 45 prosent av BNP.

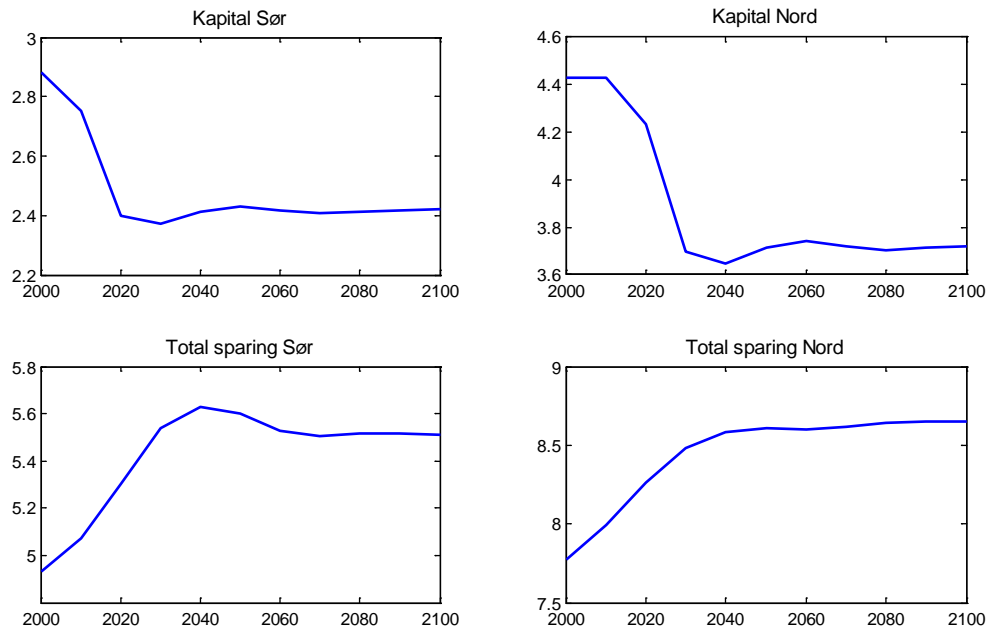
Figur 8.17 viser blant annet faktorprisresponsen av et gjeldsopptak. Den årlige renta stiger fra 5,3 til en topp på 6,2 prosent, før den konvergerer til en ny sluttlikevekt på rett over 6 prosent. Total sparing i Sør stiger som følge av den økte renta.



**Figur 8.17:** Effekter i Sør av en gjeldsoppbygging i form av en økning i gjeldsgraden fra 20 til 45 prosent.

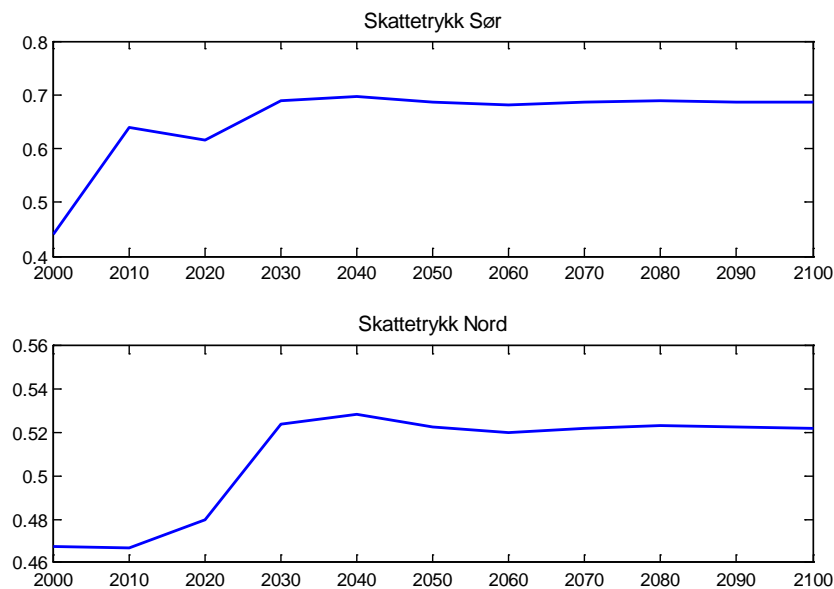
Som vi ser av figur 8.18 påvirkes også Nord av en gjeldsoppbygging i Sør, fordi noe av midlene til gjeldsopptaket kommer fra individene i Nord. Økt sparing i Nord og Sør er imidlertid ikke nok til å dekke hele gjeldsopptaket, så kapitalnivået i begge regioner synker permanent. I dette eksempelet ser vi altså en *crowding out*-effekt.

Som følge av kapitalfortrengningen synker den økonomiske aktiviteten i begge regioner, og arbeidsledigheten vokser.



**Figur 8.18:** Effekter i Sør og Nord av en gjeldsoppbygging i Sør i form av en økning i gjeldsgraden fra 20 til 45 prosent

Som en konsekvens av dette øker også det totale skattetrykket, definert som skatteinntekt som andel av BNP, i de to regionene.



**Figur 8.19:** Effekter i Sør og Nord av en gjeldsoppbygging i Sør i form av en økning i gjeldsgraden fra 20 til 45 prosent.

Et viktig spørsmål for å vurdere effekten av gjeldsfinansiering eller finanspolitikk generelt er hvor kraftig crowding out-effekten er.<sup>36</sup> Effekten er ikke en konstant størrelse, men avhenger av det økonomiske klimaet. I en resesjon som den Sør-Europa opplever, kan crowding out-effekten av offentlig konsum finansiert med økt budsjettunderskudd være liten, eller til og med positiv (*crowding in*), ifølge IMF (2015). Årsaken er at når økonomien har mye ledig kapasitet, vil offentlig gjeldsopptak for å finansiere økte budsjettunderskudd ikke drive opp renta. Da vil private investeringer ikke fortrenses, men samlet etterspørsel øker på grunn av økt offentlig forbruk. Dermed har myndighetene mulighet til å øke potensielt produksjonsnivå i fremtiden gjennom budsjettunderskudd i dag, ved at hysteresiseffektene blir mindre enn de ellers ville vært (De Long og Summers, 2012). Fordelen ved det må veies opp mot den negative effekten av økt gjeldsnedbetaling i fremtiden, som kan bety økt skattetrykk eller lavere offentlig konsum.

Dette er kompliserte sammenhenger å vise i stiliserte modeller, men er verdt å ha i bakhodet når man vurderer resultatene fra analysen over.

---

<sup>36</sup> Blinder og Solow (1973) er en god gjennomgang av argumentene til både monetaristene og keynesianerne. Forfatterne konkluderer med at fullstendig «crowding out», altså at en krone brukt av det offentlige fortrenger en krone i privat sektor, er usannsynlig gitt normale omstendigheter.

---

## 9. Konklusjon

Vi har i denne oppgaven sett på effektene av nedbetaling av søreuropeisk statsgjeld. Ved hjelp av numeriske simuleringer i en overlappende generasjonsmodell har vi vurdert utviklingen i makroøkonomiske nøkkelvariabler som skattetrykk, arbeidsledighet og samlet konsum. I vårt basisscenario har vi inkludert gjeldsoppbygging, detaljerte demografiske endringer og et sjokk som speiler resesjonen etter 2008. Et hovedresultat fra dette scenariet er at det høye gjeldsopptaket under og etter finanskrisen vil medføre store skattebyrder for senere generasjoner, på grunn av høye rentekostnader på gjelden. En aldrende befolkning trekker også i retning økt skattebyrde. Resultatet blir en svak utvikling i privat konsum og langvarig høy arbeidsledighet i Sør-Europa. I Nord-Europa er tendensen lignende, men mindre alvorlig.

Videre har vi vurdert et alternativscenarior, som er et tenkt «austerity»-eksperiment. Her har vi sett på en relativt hurtig nedbetaling av deler av statsgjelden i Sør-Europa. Vi har konsentrert oss om gjeldsreduksjon via overskudd på primærbalansen. Hovedfunnene fra alternativscenariet er at en hurtig nedbetaling av statsgjeld gir Sør-Europa bedre langsiktige utsikter relativt til basisscenarioet. Det fremstår som fordelaktig å unngå at toppen i skattetrykket inntreffer samtidig som den demografiske situasjonen er på sitt mest krevende. Kostnaden er blant annet markert høyere skattebyrde og arbeidsledighet på kort og mellomlang sikt. Særlig ungdomsledigheten når svært høye nivåer. Siden vår modellering av arbeidsmarkedet ikke skiller mellom korttids- og langtidsledighet, fanger man ikke opp hystereseffekter. Analysen sier heller ikke noe om effektivitetstap knyttet til store variasjoner i skattetrykket, jf. Barro (1979). Dermed kan langtidsvirkningene av den midlertidige økningen i ledighet og skattetrykk ved gjeldsnedbetaling være mer alvorlige enn resultatene tyder på.

I hovedsak fremstår begge alternativ som ganske dystre for Sør-Europa. Vi har derfor sett nærmere på noen muligheter for å lette nedbetalingen. Først en reduksjon i pensjonistenes kompensasjonsrate, og deretter en økning av pensjonsalderen. Redusert kompensasjonsrate fører til lavere pensjonsforpliktelser for det offentlige, men også lavere ytelser for den enkelte pensjonist. Dette vil i vårt oppsett bli veid opp av økt sparing gjennom livsløpet. Når vi øker den eksogene pensjonsalderen blir resultatene ikke overraskende positive for statsfinansene. Her kan vi imidlertid ikke gjøre vurderinger av den samlede velferdseffekten, siden fritid ikke inngår i konsumentenes nyttefunksjon.

I siste del av analysen har vi presentert Europa som en lukket økonomi, der renta blir bestemt endogent av modellen. Slik illustrerer vi mulige «crowding out»-effekter. Vi diskuterer hvorvidt slike effekter vil være relevante for Europa i dag.

Ut fra resultatene våre, og etter vårt skjønn, bør en løsning på Sør-Europas gjeldsproblemer bestå av en kombinasjon av flere tiltak, snarere enn en nedbetaling finansiert utelukkende med overskudd på primærbalansen. Et viktig tiltak på tilbudssiden er å skape insentiver til å stå lenger i arbeid. I kapittel 2 ga vi en kort innføring i andre muligheter for å redusere statsgjeld.

Til tross for en rekke forenklende antagelser, mener vi at vår modell kan illustrere noen viktige sammenhenger og avveininger om de statsfinansielle utsiktene i Europa. For bedre å vurdere samspillet mellom offentlig forbruk og økonomisk aktivitet, ville det vært interessant å utvide modellen slik at det offentlige forbruket inngår i produksjonsfunksjonen. Andre aktuelle utvidelser kan være å modifisere modellen til å ta høyde for kapitalbeskatning, eller diverse former for finansiell undertrykking.

Til slutt, noen ord som passer for den som har brukt lange dager og kvelder på å bygge makroøkonomiske modeller:

*“En formel som forteller hvor og når,  
hvor meget og for hvem og så hvorfor.  
Men alle har en formel som er bedre,  
en med syvogseksti ligningssett på rad.  
En som kan gi deg riktig svar på alt du ikke vet -  
hvis du bare forutsetter homogenitet.  
Ja, hvis du bare forutsetter alt du bare kan,  
så er det ikke måte på hva formler kan få fram.  
Men alle har en formel som er bedre -  
en som til og med kan brukes under vann”*

- Tonale Differensial (Svæveru' 1974)

---

## Referanseliste

Adjemian, S., Bastani, H., Julliard, M., Karamé, F., Mihoubi, F., Perendia, G., Pfeifer, J., Ratto, M. & Villemot, S. (2011). Dynare: Reference Manual, Version 4. *Dynamic Working Papers*, 1, CEPREMAP.

Alesina, A. & Ardagna (1998). Tales of fiscal adjustment. *Economic Policy*, 13 (27). s. 489-545.

Alesina, A. & Ardagna (2009). Large changes in fiscal policy: Taxes versus spending. *NBER Working Papers*, No. 15438, 1-37.

Alesina, A. & Perotti, R. (1996). Fiscal Adjustments in OECD Countries: Composition and Macroeconomic Effects. *NBER Working Papers*, 5730.

Allais, Maurice. (1947). *Economie et intérêt*. Imprimerie Nationale, Paris.

Ando, A. & Modigliani, F. (1963). The “Life Cycle” Hypothesis of Savings: Aggregate Implications and Tests. *The American Economic Review*. vol. 53 (1) s. 55-88.

Arrow, K. J. & Debreu, G. (1954). Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy. *Econometrica*, vol. 22(3), s. 265-290.

Aschauer, David A. (1989). Is public expenditure productive? *Journal of Monetary Economics*, vol. 23(2), s. 177-200, mars.

Auerbach, A.J. & Kotlikoff, L.J. (1987). *Dynamic Fiscal Policy*, Cambridge University Press, Cambridge.

Barro, Robert J. (1974). Are government bonds net wealth? *Journal of Political Economy*, 82(6), s.1095-1117.

Barro, Robert J. (1979). On the determination of the public debt. *Journal of Political Economy*, 87(5), s. 940-971.

Barro, Robert J. (1991). Economic growth in a cross section of countries. *Quarterly Journal of Economics*, 106(2), s.407-443.

Barro, R.J. & Sala-i-Martin, X. (1992). Public finance in models of economic growth. *Review of Economic Studies*, 59(4), s. 645-661.

Bernanke, Ben (2005). The global savings glut and the U.S. current account deficit. *Sandridge Lecture, Virginia Association of Economists*, Richmond, Virginia. Tale 10. mars.

Blinder, A. og Solow, R. (1973). Does fiscal policy matter? *Journal of Public Economics* 2(4), s. 319-337.

Borjas, Georg J. (2013). *Labor Economics*. McGraw-Hill Education (Asia, 6. utgave, New York).

Brazys, S. & Hardiman, N. (2013). From tiger to PIIGS: Ireland and the use of heuristics in comparative political economy. *UCD Geary Institute Discussion Paper Series*. WP2013/16, oktober.

De La Croix, D & Michel, P. (2002). *A Theory of Economic Growth: Dynamics and Policy in Overlapping Generations*. Cambridge University Press.

De La Croix, D. Pierrard, O. & Sneessens, H. R. (2013). Aging and pensions in general equilibrium: Labor market imperfections matter. *Journal of Economic Dynamics and Control*. Vol. 37(1), s.104-124, januar.

DeLong, B. & Summers, L. (2012). Fiscal policy in a depressed economy. I D. Romer og J. Wolfers (Red.), *Brookings Papers on Economic Activity*.

Den Haan, W.J. & Kaltenbrunner, G. (2009). Anticipated growth and business cycles in matching models. *Journal of Monetary Economics* 56 (3), s. 309-327.

Diamond, P.A. (1965). National debt in a neoclassical growth model. *American Economic Review*, 55, s.1126-1150.

Diamond, P.A. (1971). A Model of Price Adjustment. *Journal of Economic Theory*. s. 158-68.

DICE Database (2013). Unemployment Benefit Replacement Rates, 1961-201. Ifo Institute, Munich. <http://www.cesifo-group.de/DICE/fb/37gR28zBH> . Hentet 29.5.2015.



---

Fagan, G. & Gaspar, V. (2008). Macroeconomic adjustment to monetary union. *ECB Working Paper Series* No. 946, oktober.

Farmer, Karl (2013). Financial Integration and EMU's External Imbalances in a Two-Country OLG Model, *International Advances in Economic Research*, International Atlantic Economic Society, vol. 20(1), s.1-21, februar.

Fehr, H., Kallweit, M. & Kindermann, F. (2012). Pension reform with variable retirement age: a simulation analysis for Germany. *Journal of Pension Economics and Finance*, 11(3), s. 389-417. Cambridge University Press, februar.

Fisher, Franklin M. (2011). The stability of general equilibrium - what do we know and why is it important? I Pascal Bridels (Red.), *General Equilibrium Analysis: A century after Walras*. (s.34-45). Routledge, Oxon.

Friedman, Milton (1957). *A Theory of the Consumption Function*. Princeton University Press, Princeton 1957.

Fuchs-Schündeln, N. & Hassan, T.A. (2015). Natural Experiments in Macroeconomics. *NBER Working Paper* 21228.

Hall, Robert E. (2005). Employment Efficiency and Sticky Wages: Evidence from Flows in the Labor Market. *Review of Economics and Statistics*, 87(3), s. 397-407, august.

Heckman, James J. (1974). Life cycle consumption and labor supply: An explanation of the relationship between income and consumption over the life cycle. *American Economic Review*. American Economic Association, vol. 64 (1), s. 188-194, mars.

Heijdra, B.J. & van der Ploeg, F. (2002). *Foundations of Modern Macroeconomics*. Oxford University Press.

Hume, David (1752). *Political Discourses: VIII Of Public Credit*, 2.ed. Kincaid and Donaldson, Edinburgh. s.123-141.

International Monetary Fund (2015). World Economic Outlook : Uneven Growth – *Short and Long-Term Factors*. Washington, april. Hentet fra

<http://www.imf.org/external/pubs/ft/weo/2015/01/pdf/c4.pdf>

Juel, S., Molnar, K. & Røed, K. (2008). Norges Bank Watch 2008: An Independent Review of Monetary Policymaking in Norway. *Centre for Monetary Economics*, BI, Oslo.

Keynes, John M. (1936). *The General Theory of Employment, Interest and Money*. Macmillan, London.

Knight, Frank H. (1921). *Risk, Uncertainty and Profit*. University of Illinois.

Krugman, Paul (2013, 6.juni). How the Case for Austerity Has Crumbled. *The New York Review of Books*. Hentet fra <http://www.nybooks.com/articles/archives/2013/jun/06/how-case-austerity-has-crumbled/>

Krugman, Paul (2013, 3. november). Those depressing Germans. *New York Times*. Hentet fra [http://www.nytimes.com/2013/11/04/opinion/krugman-those-depressing-germans.html?\\_r=0](http://www.nytimes.com/2013/11/04/opinion/krugman-those-depressing-germans.html?_r=0)

Kumar, M. & Woo, J. (2010). Public Debt and Growth. IMF Working Paper 10/174. International Monetary Fund

Lucas, Robert E. (1976). Econometric Policy Evaluation: A Critique. *Carnegie Rochester Conference Series on Public Policy*. (1), s.19-46.

Mancini-Griffoli, Tommaso (2007). "Dynare User Guide: An introduction to the solution and estimation of DSGE models". Hentet fra <http://www.dynare.org/documentation-and-support/user-guide/Dynare-UserGuide-WebBeta.pdf>

Modigliani, F. & Brumberg, R. (1954). Utility Analysis and the Consumption Function: An Interpretation of Cross-section Data. I K.K. Kurihara (Red.) *Post-Keynesian Economics*. New Brunswick.

Mortensen, D. & Pissarides C.A. (1994). Job Creation and Job Destruction in the Theory of Unemployment, *Review of Economic Studies* 61, s. 397-415.

Obstfeld, M. & Rogoff, K.S. (1996), *Foundations of international macroeconomics*. Cambridge, Mass: MIT Press.

OECD (2015), "Labour: Unit labour costs - annual indicators [Discontinued]", *Main Economic Indicators* (database).

DOI: <http://dx.doi.org/10.1787/data-00050-en> (Hentet 9.juni 2015)

- 
- Olsson, Ola (2012). *Essentials of Advanced Macroeconomic Theory*. Routledge, London
- Pescatori, A., Sandri, D., Simon, J. (2014): Debt and growth: is there a magic threshold? *IMF Working Paper*, No 14/34.
- Petrolongo, B. & Pissarides, C.A. (2001): Looking Into the Black Box: A survey of the Matching Function. *Journal of Economic Literature*. 39 (2), s. 390-431.
- Pissarides, Christopher A. (1985). Short-Run Equilibrium Dynamics of Unemployment, Vacancies, and Real Wages. *American Economic Review* 75, s. 676-690.
- Praet, Peter (2013, 6. august). Forward guidance and the ECB. *VOX: CEPR's Policy Portal*.  
<http://ec.europa.eu/eurostat/tgm/table.do?tab=table&init=1&language=en&pcode=teina225&plugin=1>
- Quiggin, John (2014, 10.juli). In search of search theory. *Out of the crooked timber*, Hentet fra <http://crookedtimber.org/2014/07/10/in-search-of-search-theory/>
- Reinhart, Carmen M. (2012). The Return of Financial Repression. *CEPR Discussion Paper*, No. DP8947, april.
- Reinhart, C., Reinhart, V. & Rogoff, K. (2012). Public Debt Overhangs: Advanced Economy Episodes since 1800. *Journal of Economic Perspectives*, 26(3), s.69-86.
- Reinhart, C., Reinhart, V. & Rogoff, K. (2015). Dealing with Debt. *Journal of International Economics* 96, Supplement 1, juli.
- Reinhart, C. & Rogoff, K. (2010). Growth in a time of debt. *American Economic Association Papers and Proceedings*, 100(2), s. 1-9
- Reinhart, C. & Rogoff, K. (2013). Financial and sovereign debt crises: Some lessons learned and those forgotten. I S. Claessens, M.A. Kose, L. Laeven & F. Valencia (Red.). *Financial Crises: Causes, Consequenses, and Policy Responses*. International Monetary Fund.
- Reinhart, C. & Sbrancia, M.B. (2015). The liquidation of government debt. *Economic Policy*, vol. 30 (82), april.
- Ricardo, David (1820). Essay on the funding system. I J.R. McCulloch (Red.). *The Works of David Ricardo. With a Notice of the Life and Writings of the Author*. 1846. (London, John

---

Murray, 1888). s.515-550. Hentet fra [http://if-oll.s3.amazonaws.com/titles/1395/Ricardo\\_0454\\_EBk\\_v6.0.pdf](http://if-oll.s3.amazonaws.com/titles/1395/Ricardo_0454_EBk_v6.0.pdf) (s.455-483)

Rogoff, Kenneth (2013, 4.april). The Long Mystery of Low Interest Rates. *Project Syndicate*. Hentet fra <http://www.project-syndicate.org/commentary/why-are-long-term-interest-rates-so-low-by-kenneth-rogoff>

Samuelson, P.A. (1958). An exact consumption-loan model of interest with or without the social contrivance of money. *Journal of Political Economy*, 66,6, s.467-482.

Say, Jean-Baptiste (1803). *Traité d'économie politique ou simple exposition de la manière dont se forment, se distribuent et se consomment les richesses: Chapitre XVIII. Si le gouvernement augmente la richesse nationale en devenant producteur lui-même*. Hentet fra <http://www.institutcoppet.org/wp-content/uploads/2011/12/Traite-deconomie-politique-Jean-Baptiste-Say.pdf> (s.136-138).

Shimer, Robert (2005). The Cyclical Behaviour of Equilibrium Unemployment and Vacancies. *American Economic Review* 95, s. 24-29, mars.

Smith, Adam (1776). *An inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations*. Bok 5, kapittel 3.

Statistical Office of the European Communities (2015). EUROSTAT: General government gross debt, annual data. Luxembourg: Eurostat. Hentet fra <http://ec.europa.eu/eurostat/tgm/table.do?tab=table&init=1&language=en&pcode=teina225&plugin=1> . (Hentet 22.5.2015)

Steinbaum, Marshall (2014). The value of search-and-matching models for the labor market. Hentet fra <http://equitablegrowth.org/research/value-search-matching-models-labor-market/>

Theocarakis, Nicholas J. (2014). The History of the Political Economy of Public Debt. 4th ESHET Latin America Conference, Belo Horizonte - Brazil, s. 19-21, november.

United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division (2013). *World Population Prospects: The 2012 Revisions, DVD Edition* (Hentet 14.5.2015).

The World Bank, World Development Indicators (2015). Diverse dataserier. Hentet fra <http://databank.worldbank.org/data/home.aspx> .

---

Wolf, Martin (2013, 5. november). Germany is a weight on the world. *Financial Times*.  
<http://www.ft.com/intl/cms/s/0/291a5ca6-42ec-11e3-8350-00144feabdc0.html#axzz3dFKYO9ep>

## Vedlegg 1 - Utleddninger

### Marginalverdi av en ekstra arbeidsplass

Her ser vi bare på de yrkesaktive kohortene. Utgangspunktet er individets nyttemaksimeringsproblem:

$$\max U = \max_{c_{a,t+a}} \sum_{a=0}^7 \beta^a \{u(c_{a,t+a})\}$$

med sidebetingelser

$$(1 + \tau_t^c)c_{a,t} + s_{a,t} = (1 - \tau_t^w)w_{a,t}n_{a,t} + \theta^u w_{a,t}u_{a,t} \quad \text{for periode } a = 0$$

$$(1 + \tau_t^c)c_{a,t} + s_{a,t} = (1 - \tau_t^w)w_{a,t}n_{a,t} + \theta^u w_{a,t}u_{a,t} + (1 + r_t)s_{a-1,t-1}$$

for periode  $1 \leq a \leq 7$ .

Siden arbeidsstyrken i hver kohort er gitt ved  $N_{a,t}$ , og vi ønsker å finne den økte verdien for hele kohorten av en ekstra match, skriver vi objektfunksjonen på kohortform:

$$\max U = \max_{c_{a,t+a}} \sum_{a=0}^7 \beta^a \{u(c_{a,t+a})\} \cdot N_{a,t}$$

Vi antar logaritmisk nytte:  $u(c_{a,t+a}) = \ln c_{a,t+a}$ .

Sysselsettingsandelen og ledigheten er gitt ved

$$n_{a,t} = p \text{ for kohort } 0 \text{ og } n_{a,t} = (1 - p)(1 - \lambda)n_{a,t-1} \text{ for kohort } 1-7, \Leftrightarrow u_{a,t} = 1 - n_{a,t}$$

Verdien for individene av at det skapes en ekstra arbeidsplass i dag, skriver vi som  $\frac{1}{u'(c_{a,t})} \frac{\partial U_{a,t}}{\partial L_{a,t}}$ .

Vi benytter sammenhengen  $\frac{\partial U_{a,t}}{\partial L_{a,t}} = \frac{1}{N_{a,t}} \frac{\partial U_t}{\partial n_{a,t}}$ . Det er enklere å derivere mhp.  $n$  fordi den inngår direkte i budsjettrestriksjonene. Vi viser utregningen for kohort 6, for å spare plass:

$$\begin{aligned} \frac{1}{N_{6,t}} \frac{\partial U_{6,t}}{\partial n_{6,t}} &= \left\{ u'(c_{6,t}) \left[ \frac{(1 - \tau_t^w - \theta^u)w_{6,t}}{(1 + \tau_t^c)} \right] \right\} + \beta \left\{ u'(c_{7,t+1}) \left[ \frac{(1 - \tau_t^w - \theta^u)w_{7,t+1}(1 - p_t)(1 - \lambda)}{(1 + \tau_t^c)} \right] \right\} \\ &= (u'(c_{6,t}) \left\{ \left[ \frac{(1 - \tau_t^w - \theta^u)w_{6,t}}{(1 + \tau_t^c)} \right] \right\}) + \beta u'(c_{7,t+1}) \left\{ \left[ \frac{(1 - \tau_t^w - \theta^u)w_{7,t+1}}{(1 + \tau_t^c)} \right] \right\} (1 - p_t)(1 - \lambda) \end{aligned}$$

Vi deler begge sider med  $1/u'(c_{6,t})$ :

$$\frac{1}{u'(c_{6,t})} \frac{1}{N_{6,t}} \frac{\partial U_{6,t}}{\partial n_{6,t}} = \left\{ \left[ \frac{(1-\tau_t^w - \theta^u)w_{6,t}}{(1+\tau_t^c)} \right] \right\} + \beta \frac{u'(c_{7,t+1})}{u'(c_{6,t})} \left\{ \left[ \frac{(1-\tau_t^w - \theta^u)w_{7,t+1}}{(1+\tau_t^c)} \right] \right\} (1-p_t)(1-\lambda)$$

Siden nytten er logaritmisk, er  $\frac{u'(c_{7,t+1})}{u'(c_{6,t})} = \frac{1/c_{7,t+1}}{1/c_{6,t}} = \frac{c_{6,t}}{c_{7,t+1}}$ :

$$\frac{1}{u'(c_{6,t})} \frac{1}{N_{6,t}} \frac{\partial U_{6,t}}{\partial n_{6,t}} = \left\{ \left[ \frac{(1-\tau_t^w - \theta^u)w_{6,t}}{(1+\tau_t^c)} \right] \right\} + \beta \frac{c_{6,t}}{c_{7,t+1}} \left\{ \left[ \frac{(1-\tau_t^w - \theta^u)w_{7,t+1}}{(1+\tau_t^c)} \right] \right\} (1-p_t)(1-\lambda)$$

Definerer så  $\frac{1}{u'(c_{6,t})} \frac{1}{N_{6,t}} \frac{\partial U_{6,t}}{\partial n_{6,t}} = \frac{1}{u'(c_{6,t})} \frac{\partial U_{6,t}}{\partial L_{6,t}}$  som marginalverdi  $MV_6$ :

$$MV_{6,t} = \left\{ \left[ \frac{(1-\tau_t^w - \theta^u)w_{6,t}}{(1+\tau_t^c)} \right] \right\} + \beta \frac{c_{6,t}}{c_{7,t+1}} MV_{7,t+1} (1-p_t)(1-\lambda)$$

På generell form gjelder uttrykket for alle kohorter som inngår i arbeidsstyrken (0-7), utenom den siste, hvis nytte av en ekstra arbeidsplass kun gjelder i inneværende periode:

$$MV_{7,t} = \left\{ \left[ \frac{(1-\tau_t^w - \theta^u)w_{7,t}}{(1+\tau_t^c)} \right] \right\}$$

## Firmaenes marginalprofitt av en match

Utgangspunktet er firmaets verdi, som vi skriver som et dynamisk optimeringsproblem:

$$W_t = \max \left\{ F(K_t, L_t^{eff}) - (r_t + \delta)K_t - \sum_{a=0}^7 (1+\tau_t^a)w_{a,t}L_{a,t} - \gamma V_t \right\} + \frac{W_{t+1}}{(1+r_{t+1})}$$

med sidebetingelser

$$p_t = q_t \frac{V_t}{\Omega_t},$$

$$n_{a,t} = p_t \text{ for } a = 0$$

$$n_{a,t} = (1-\lambda)n_{a-1,t-1} + p_t \frac{\Omega_{a,t}}{N_{a,t}} \text{ for } 1 \leq a \leq 7.$$

Den sysselsatte delen av befolkningen er  $L_t = \sum_{a=0}^7 N_{a,t} n_{a,t}$ . Den effektive sysselsettingen er  $L_{a,t}^{eff} = \sum_{a=0}^7 N_{a,t} n_{a,t} e_{a,t}$ .

En ny match betyr en liten økning i  $L_{a,t}$ . For å finne marginalprofitten av en ny match, benytter vi oss av sammenhengen

$$\frac{\partial W_t}{\partial L_{a,t}} = \frac{1}{N_{a,t}} \frac{\partial W_t}{\partial n_{a,t}}.$$

For kohort 0 til 6 bruker vi også sammenhengen  $n_{a+1,t+1} = (1 - \lambda)n_{a,t} + p_{t+1} \frac{\Omega_{a+1,t+1}}{N_{a+1,t+1}}$ .

Den videre utregningen er analog til individenes økte verdi av en ekstra match (se over). På generell form får vi:

$$\frac{\partial W_t}{\partial L_{a,t}} = \frac{1}{N_{a,t}} \frac{\partial W_t}{\partial n_{a,t}} = \left( \frac{\partial F(K, L)}{\partial L^{eff}} e_{a,t} - (1 + \tau_t^a) w_{a,t} \right) + \frac{1}{1 + r_{t+1}} \frac{\partial W_{t+1}}{\partial L_{a+1,t+1}} (1 - \lambda)$$

.

For arbeidere fra kohort 7 faller det siste leddet bort, siden de med sikkerhet blir pensjonister i neste periode, og ikke lenger kan være ansatt hos firmaet.

## Nash-forhandlinger

Firmaets forventede verdi av å fylle en stilling skriver vi som:

$$rJ_0^i = F(K_i, 1) - (r + \delta)K_i - w_i - \lambda J_0^i$$

$$\text{eller } J_0^i = \frac{\frac{\partial F(K_i, 1)}{\partial L} - w_i}{r + \lambda}, \quad (4.12)$$

der vi har brukt produksjonsfunksjonens lineære homogenitet, med firmaets tilpasning slik at

$$\frac{\partial F(K, 1)}{\partial K} = r + \delta.$$

Tilsvarende er forventet verdi for arbeideren gitt ved:

$$r(I_E^i - I_U) = w_i - \lambda(I_E^i - I_U) - rI_U. \quad (4.13)$$



Vi løser uttrykket for  $I_E^i$  og får:

$$I_E^i = \frac{w_i + I_U \lambda}{r + \lambda} \quad (4.13b)$$

Lønna blir satt for å maksimere Nash-produktet  $\pi$ :

$$\max_{w_i} \pi = \eta \cdot \ln[I_E^i - I_U] + (1 - \eta) \cdot \ln[J_O^i - J_V] \quad (4.14a)$$

Lønna  $w_i$  inngår i uttrykkene  $I_E^i$  og  $J_O^i$ . Deriverer og setter lik 0:

$$\frac{\partial \pi}{\partial w_i} = \eta \frac{1}{(I_E^i - I_U)} \frac{\partial I_E^i}{\partial w_i} + (1 - \eta) \frac{1}{(J_O^i - J_V)} \frac{\partial J_O^i}{\partial w_i} = 0$$

$$\frac{\partial I_E^i}{\partial w_i} = \frac{1}{r + \lambda} \quad \text{og} \quad \frac{\partial J_O^i}{\partial w_i} = -\frac{1}{r + \lambda} \quad \text{gir}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial w_i} = \left( \frac{1}{(I_E^i - I_U)} \right) \frac{\eta}{r + \lambda} - \left( \frac{1}{(J_O^i - J_V)} \right) \frac{1 - \eta}{r + \lambda} = 0$$

Omrokerer og løser for  $(I_E^i - I_U)$ :

$$(I_E^i - I_U) = \frac{\eta}{1 - \eta} (J_O^i - J_V). \quad (4.14b)$$

For å komme frem til et uttrykk for lønna, skriver vi først:

$$(1 - \eta)I_E^i = \eta J_O^i + (1 - \eta)I_U$$

Vi setter inn ligning 4.12 og 4.13b, og setter  $J_V = 0$  (likevektsbetingelse):

$$(1 - \eta) \frac{w_i + I_U \lambda}{r + \lambda} = \eta \frac{\frac{\partial F(K_i, 1)}{\partial L} - w_i}{r + \lambda} + (1 - \eta)I_U$$

$$\Rightarrow (1 - \eta)(w_i + I_U \lambda) = \eta \left( \frac{\partial F(K_i, 1)}{\partial L} - w_i \right) + (1 - \eta)(r + \lambda)I_U$$

$$\Rightarrow w_i = \eta \frac{\partial F(K_i, 1)}{\partial L} + (1 - \eta)(r + \lambda)I_U - (1 - \eta)I_U \lambda$$

$$\Rightarrow w_i = (1 - \eta)rI_U + \eta \frac{\partial F(K_i, 1)}{\partial L}$$

som er ligning 4.15.

## Vedlegg 2 – Estimerte størrelser

### Arbeidsledighet

<i>Total unemployment (% of total labor force) (modeled ILO estimate). Kilde: Verdensbanken</i>									
	1995	2000	2005	2010	2013	BNP-vektet (2000)	ledighet	BNP-vektet (2013)	ledighet
Austria	4%	4%	5%	4%	5%		0,18%		0,24%
Belgium	9%	7%	8%	8%	8%		0,40%		0,47%
Finland	15%	10%	8%	8%	8%		0,29%		0,24%
France	12%	10%	9%	9%	10%		3,24%		3,26%
Germany	8%	8%	11%	7%	5%		3,55%		2,19%
Netherlands	7%	3%	5%	5%	7%		0,30%		0,70%
<b>Snitt</b>	<b>9%</b>	<b>7%</b>	<b>8%</b>	<b>7%</b>	<b>7%</b>		<b>7,96%</b>		<b>7,09%</b>
	1995	2000	2005	2010	2013	BNP-vektet (2000)	ledighet	BNP-vektet (2013)	ledighet
Greece	9%	11%	10%	13%	27%		0,68%		1,53%
Portugal	7%	4%	8%	11%	17%		0,23%		0,91%
Ireland	12%	4%	4%	14%	13%		0,20%		0,80%
Italy	12%	11%	8%	8%	12%		5,88%		5,96%
Spain	23%	14%	9%	20%	27%		4,15%		8,94%
<b>Snitt</b>	<b>13%</b>	<b>9%</b>	<b>8%</b>	<b>13%</b>	<b>19%</b>		<b>11,14%</b>		<b>18,15%</b>

## Offentlig konsum

<i>General government final consumption expenditure (% of GDP). Kilde: Verdensbanken</i>					
	<b>1995</b>	<b>2000</b>	<b>2005</b>	<b>2010</b>	<b>2013</b>
Austria	19%	19%	19%	20%	20%
Belgium	21%	21%	22%	24%	24%
Finland	22%	20%	21%	24%	25%
France	23%	22%	23%	24%	24%
Germany	19%	19%	18%	19%	19%
Netherlands	22%	20%	23%	26%	26%
<b>Snitt</b>	<b>21%</b>	<b>20%</b>	<b>21%</b>	<b>23%</b>	<b>23%</b>
	<b>1995</b>	<b>2000</b>	<b>2005</b>	<b>2010</b>	<b>2013</b>
Greece	17%	18%	20%	22%	20%
Portugal	18%	19%	21%	21%	19%
Ireland	17%	15%	16%	19%	17%
Italy	17%	18%	20%	20%	19%
Spain	18%	17%	17%	21%	19%
<b>Snitt</b>	<b>17%</b>	<b>17%</b>	<b>19%</b>	<b>21%</b>	<b>19%</b>

## Statsgjeld

<i>Government consolidated gross debt.</i>										
<i>Kilde: Eurostat</i>										
	1995	2000	2005	2010	2013	2014	BNP- vettet gjeld (2000)	BNP- vettet gjeld (2005)	BNP- vettet gjeld (2010)	BNP- vettet gjeld (2013)
Austria	68,00%	65,90%	68,30%	82,40%	80,90%	84,50%	3,04%	3,24%	3,94%	3,92%
Belgium	130,7%	109,0%	94,70%	99,50%	104,4%	106,5%	6,18%	5,52%	5,85%	6,08%
Finland	55,10%	42,50%	40,00%	47,10%	55,80%	59,30%	1,22%	1,23%	1,43%	1,64%
France	55,80%	58,70%	67,20%	81,70%	92,30%	95,00%	19,02%	22,30%	26,67%	30,08%
Germany	54,90%	59,00%	67,10%	80,50%	77,10%	74,70%	26,16%	28,88%	34,87%	33,78%
Netherlands	73,50%	51,30%	49,40%	59,00%	68,60%	68,80%	5,19%	5,00%	6,10%	6,85%
<b>Snitt</b>	<b>73,00%</b>	<b>64,40%</b>	<b>64,45%</b>	<b>75,03%</b>	<b>79,85%</b>	<b>81,47%</b>	<b>60,80%</b>	<b>66,17%</b>	<b>78,86%</b>	<b>82,35%</b>
	1995	2000	2005	2010	2013	2014	BNP- vettet gjeld (2000)	BNP- vettet gjeld (2005)	BNP- vettet gjeld (2010)	BNP- vettet gjeld (2013)
Greece					175,0%	177,1%				9,94%
Portugal	58,30%	50,30%	67,40%	96,20%	129,7%	130,2%	3,65%	4,77%	6,87%	6,98%
Ireland	78,70%	36,30%	26,20%	87,40%	123,2%	109,7%	2,38%	1,95%	6,44%	7,56%
Italy	116,9%	105,1%	101,9%	115,3%	128,5%	132,1%	57,82%	53,24%	58,71%	63,86%
Spain	61,70%	58,00%	42,30%	60,10%	92,10%	97,70%	18,07%	14,07%	20,78%	30,50%
<b>Snitt</b>	<b>78,90%</b>	<b>62,43%</b>	<b>59,45%</b>	<b>89,75%</b>	<b>129,7%</b>	<b>129,3%</b>	<b>81,93%</b>	<b>74,02%</b>	<b>92,79%</b>	<b>118,83%</b>

## Befolkningsdynamikk

Vektene er estimert på bakgrunn av tall fra FN. Totalbefolkningen i Sør er normalisert til 1. Alle andre kohorter på alle andre tidspunkter er vektet relativt til dette. De tre første årene er estimater, mens årene 2015-2100 er basert på FNs «medium fertility» - scenario

		<i>Total befolkning, begge kjønn, per femårige kohort (vektet)</i>												
Sør	År	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79	Totalt
Sør	2000	0,0960	0,1054	0,1067	0,1034	0,0936	0,0857	0,0845	0,0730	0,0727	0,0702	0,0614	0,0475	1,0000
Sør	2005	0,0859	0,1045	0,1133	0,1132	0,1073	0,0958	0,0862	0,0844	0,0721	0,0699	0,0651	0,0529	1,0507
Sør	2010	0,0779	0,0945	0,1113	0,1173	0,1158	0,1092	0,0966	0,0860	0,0836	0,0690	0,0656	0,0571	1,0840
Sør	2015	0,0739	0,0808	0,0967	0,1127	0,1180	0,1160	0,1087	0,0954	0,0841	0,0803	0,0645	0,0580	1,0890
Sør	2020	0,0719	0,0763	0,0827	0,0979	0,1133	0,1182	0,1155	0,1073	0,0934	0,0810	0,0754	0,0576	1,0904
Sør	2025	0,0748	0,0742	0,0782	0,0838	0,0985	0,1135	0,1176	0,1141	0,1052	0,0902	0,0765	0,0679	1,0945
Sør	2030	0,0781	0,0771	0,0761	0,0793	0,0846	0,0988	0,1130	0,1164	0,1121	0,1020	0,0856	0,0694	1,0924
Sør	2035	0,0769	0,0805	0,0790	0,0772	0,0801	0,0850	0,0986	0,1120	0,1145	0,1089	0,0971	0,0782	1,0879
Sør	2040	0,0724	0,0792	0,0823	0,0802	0,0781	0,0806	0,0850	0,0978	0,1103	0,1114	0,1040	0,0893	1,0707
Sør	2045	0,0688	0,0748	0,0811	0,0835	0,0810	0,0786	0,0806	0,0844	0,0966	0,1077	0,1069	0,0963	1,0403
Sør	2050	0,0680	0,0712	0,0767	0,0823	0,0844	0,0816	0,0787	0,0802	0,0835	0,0945	0,1036	0,0995	1,0040
Sør	2055	0,0694	0,0701	0,0729	0,0778	0,0831	0,0849	0,0816	0,0783	0,0794	0,0818	0,0912	0,0969	0,9674
Sør	2060	0,0712	0,0713	0,0716	0,0739	0,0785	0,0835	0,0849	0,0813	0,0776	0,0780	0,0792	0,0857	0,9366
Sør	2065	0,0716	0,0729	0,0726	0,0725	0,0745	0,0788	0,0835	0,0845	0,0806	0,0763	0,0757	0,0749	0,9184
Sør	2070	0,0701	0,0731	0,0740	0,0733	0,0730	0,0748	0,0788	0,0832	0,0838	0,0793	0,0742	0,0719	0,9096
Sør	2075	0,0680	0,0713	0,0740	0,0746	0,0737	0,0733	0,0748	0,0785	0,0825	0,0826	0,0773	0,0708	0,9015
Sør	2080	0,0666	0,0689	0,0721	0,0745	0,0749	0,0739	0,0732	0,0745	0,0780	0,0815	0,0807	0,0740	0,8927
Sør	2085	0,0664	0,0673	0,0695	0,0724	0,0747	0,0750	0,0739	0,0730	0,0740	0,0770	0,0797	0,0774	0,8803
Sør	2090	0,0667	0,0669	0,0676	0,0697	0,0725	0,0747	0,0749	0,0736	0,0725	0,0732	0,0755	0,0767	0,8647
Sør	2095	0,0666	0,0669	0,0670	0,0677	0,0697	0,0725	0,0746	0,0747	0,0732	0,0718	0,0719	0,0729	0,8495
Sør	2100	0,0655	0,0666	0,0669	0,0670	0,0677	0,0696	0,0723	0,0743	0,0742	0,0725	0,0706	0,0696	0,8368

		<i>Total befolkning, begge kjønn, per femårige kohort (vektet)</i>												
Nord	År	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54	55-59	60-64	65-69	70-74	75-79	Totalt
Nord	2000	0,1143	0,1320	0,1570	0,1626	0,1466	0,1388	0,1251	0,1126	0,1130	0,0930	0,0824	0,0709	1,4484
Nord	2005	0,1254	0,1183	0,1347	0,1581	0,1627	0,1458	0,1372	0,1226	0,1085	0,1068	0,0848	0,0708	1,4759
Nord	2010	0,1257	0,1279	0,1198	0,1349	0,1577	0,1613	0,1436	0,1336	0,1187	0,1023	0,0980	0,0740	1,4977
Nord	2015	0,1197	0,1283	0,1296	0,1208	0,1353	0,1570	0,1593	0,1406	0,1293	0,1131	0,0948	0,0861	1,5138
Nord	2020	0,1157	0,1220	0,1298	0,1306	0,1212	0,1348	0,1552	0,1562	0,1364	0,1237	0,1055	0,0841	1,5152
Nord	2025	0,1124	0,1178	0,1234	0,1306	0,1308	0,1208	0,1334	0,1525	0,1519	0,1309	0,1160	0,0945	1,5151
Nord	2030	0,1102	0,1145	0,1192	0,1243	0,1309	0,1305	0,1198	0,1313	0,1486	0,1462	0,1233	0,1047	1,5034
Nord	2035	0,1118	0,1123	0,1160	0,1201	0,1246	0,1307	0,1294	0,1180	0,1283	0,1434	0,1383	0,1119	1,4849
Nord	2040	0,1129	0,1140	0,1138	0,1169	0,1205	0,1245	0,1297	0,1277	0,1155	0,1242	0,1361	0,1263	1,4622
Nord	2045	0,1121	0,1151	0,1155	0,1147	0,1174	0,1204	0,1237	0,1282	0,1252	0,1122	0,1184	0,1251	1,4280
Nord	2050	0,1102	0,1143	0,1166	0,1165	0,1152	0,1173	0,1198	0,1223	0,1259	0,1218	0,1073	0,1095	1,3968
Nord	2055	0,1084	0,1122	0,1157	0,1175	0,1169	0,1152	0,1168	0,1186	0,1203	0,1227	0,1169	0,0997	1,3809
Nord	2060	0,1074	0,1101	0,1134	0,1165	0,1179	0,1169	0,1147	0,1157	0,1168	0,1176	0,1181	0,1092	1,3742
Nord	2065	0,1073	0,1089	0,1112	0,1140	0,1168	0,1178	0,1164	0,1138	0,1141	0,1143	0,1134	0,1108	1,3589
Nord	2070	0,1076	0,1086	0,1098	0,1117	0,1143	0,1167	0,1174	0,1155	0,1123	0,1119	0,1106	0,1069	1,3434
Nord	2075	0,1072	0,1087	0,1093	0,1103	0,1119	0,1142	0,1163	0,1165	0,1141	0,1103	0,1085	0,1047	1,3321
Nord	2080	0,1058	0,1080	0,1093	0,1097	0,1104	0,1118	0,1138	0,1155	0,1153	0,1123	0,1072	0,1031	1,3223
Nord	2085	0,1041	0,1064	0,1084	0,1095	0,1098	0,1103	0,1115	0,1131	0,1144	0,1135	0,1094	0,1023	1,3128
Nord	2090	0,1026	0,1045	0,1067	0,1086	0,1095	0,1096	0,1099	0,1109	0,1121	0,1128	0,1108	0,1046	1,3028
Nord	2095	0,1016	0,1028	0,1046	0,1067	0,1085	0,1094	0,1093	0,1094	0,1100	0,1107	0,1103	0,1064	1,2897
Nord	2100	0,1007	0,1015	0,1028	0,1045	0,1066	0,1083	0,1090	0,1088	0,1086	0,1087	0,1085	0,1062	1,2742

# Vedlegg 3 - Eksempelutskrift fra Dynare

## Initiell likevekt i alternativscenariet

```
nedbetaling
Starting Dynare (version 4.4.3).
Starting preprocessing of the model file
Found 255 equation(s).

Evaluating expressions...done

Computing static model derivatives:
- order 1

Computing dynamic model derivatives:
- order 1

Processing outputs ...done

Preprocessing completed.

Starting MATLAB/Octave computing.

Iteration  Func-count  f(x)          Norm of      First-order  Trust-region
          1          2          3          4          5          6
0           1          4674.29      step         optimality   radius
1           2          4274.83      1            689          1
2           3          4005.77      2.5          146          2.5
3           4          3417.06      6.25         126          6.25
4           5          2157.22     15.625       117          15.6
5           6          265.823     39.0625      92.1         39.1
6           7          0.0196781   20.3542      23.1         97.7
7           8          6.63939e-07 0.298004     4.7          97.7
8           9          6.54729e-17 0.000872385 0.0324       97.7
9          10          4.36282e-27 9.81259e-09 3.83e-0      97.7
                                     6.32e-13

<a href = "matlab: helpview([docroot
'/toolbox/optim/msg_csh/optim_msg_csh.map'],'eqn_solved','CSHelpwindow');">Equat
ion solved</a>.

fsolve completed because the vector of function values is near zero
as measured by the selected value of the <a href = "matlab: helpview([docroot
'/toolbox/optim/msg_csh/optim_msg_csh.map'],'
'fcn_tolerance_fsolve','CSHelpwindow');">function tolerance</a>, and
the <a href = "matlab: helpview([docroot
'/toolbox/optim/msg_csh/optim_msg_csh.map'],'appears_regular','CSHelpwindow');
">problem appears regular</a> as measured by the gradient.

<<a href = "matlab:
createExitMsg('trustnleqn',1.000000e+00,true,true,'fsolve',6.317996e-13,'selecte
d',1.000000e-08,4.362818e-27,
'selected',1.000000e-04,4.362818e-27,'selected',1.000000e-04);">stopping
criteria details</a>>

STEADY-STATE RESULTS:

Y 35.0389
K 23.457
Leff 2.22769
Wtot 14.7431
dLeff 10.2237
w0 13.5176
w1 15.6684
w2 19.786
w3 23.0175
w4 25.99
w5 28.1801
w6 26.7379
w7 21.8747
wref 21.8465
s0 0.80744
s1 2.85864
```

---

	nedbetaling
s2	6.98846
s3	12.767
s4	20.1441
s5	28.7169
s6	36.1359
s7	39.6849
s8	36.2961
s9	29.3467
s10	17.7156
s	18.5282
c0	4.18286
c1	4.77581
c2	5.45283
c3	6.22581
c4	7.10838
c5	8.11605
c6	9.26658
c7	10.5802
c8	12.08
c9	13.7925
c10	15.7477
c11	17.9801
c	8.71417
Inntekt	15.0025
Utgift	15.0025
tauw	0.328535
tauc	0.683554
tauf	0.233726
taup	0.25
PEN	3.02552
G	5.95661
trygd	0.420331
DR	0.336496
Gjeldskostnad	5.6
Gjeldsgrad	0.799113
E	3.23958e-25
thetau	0.3
thetap	0.55
N0	0.096
N1	0.1054
N2	0.1067
N3	0.1034
N4	0.0936
N5	0.0857
N6	0.0845
N7	0.073
N8	0.0727
N9	0.0702
N10	0.0614
N11	0.0475
Ntot	1.0001
n0	0.755623
n1	0.898507
n2	0.925526
n3	0.930635
n4	0.931601
n5	0.931783
n6	0.931818
n7	0.931825
u0	0.244377
u1	0.101493
u2	0.0744743
u3	0.0693653
u4	0.0683992
u5	0.0682165
u6	0.068182
u7	0.0681754
utot	0.0965693



---

	nedbeta1ing
Omega	0.295703
V	0.43922
M	0.22344
q	0.508719
p	0.755623
Omega0	0.096
Omega1	0.043774
Omega2	0.0325171
Omega3	0.0293497
Omega4	0.0261979
Omega5	0.0239227
Omega6	0.0235758
Omega7	0.0203653
marginalnytte0	3.65986
marginalnytte1	4.29808
marginalnytte2	5.33676
marginalnytte3	6.16275
marginalnytte4	6.87968
marginalnytte5	7.26724
marginalnytte6	6.6601
marginalnytte7	4.8265
marginalprofitt0	11.321
marginalprofitt1	13.2953
marginalprofitt2	16.5082
marginalprofitt3	19.0632
marginalprofitt4	21.2809
marginalprofitt5	22.4798
marginalprofitt6	20.6017
marginalprofitt7	14.9298
wshare	0.519108
pi	1.07255
Q	5.36275
Y_nord	72.8595
K_nord	48.7762
Leff_nord	3.61959
Wtot_nord	32.7954
dLeff_nord	13.084
w0_nord	19.2665
w1_nord	22.3047
w2_nord	28.732
w3_nord	33.2213
w4_nord	37.4377
w5_nord	40.6737
w6_nord	38.9193
w7_nord	32.0282
wref_nord	31.5729
s0_nord	1.08912
s1_nord	3.33046
s2_nord	8.17616
s3_nord	14.8259
s4_nord	23.2505
s5_nord	33.0069
s6_nord	41.3448
s7_nord	44.8422
s8_nord	41.4804
s9_nord	33.8521
s10_nord	20.5945
S_nord	32.0023
c0_nord	6.81564
c1_nord	7.78181
c2_nord	8.88496
c3_nord	10.1445
c4_nord	11.5825
c5_nord	13.2245
c6_nord	15.0992
c7_nord	17.2396
c8_nord	19.6835
c9_nord	22.4738

---

	nedbetaling
c10_nord	25.6596
c11_nord	29.2971
C_nord	20.7201
Inntekt_nord	29.973
Utgift_nord	29.973
tauw_nord	0.444328
tauc_nord	0.288088
tauf_nord	0.203066
taup_nord	0.25
PEN_nord	6.23929
G_nord	14.5719
trygd_nord	0.561839
DR_nord	0.329936
Gjeldskostnad_nord	8.6
Gjeldsgrad_nord	0.590177
E_nord	0
thetaw_nord	0.3
thetap_nord	0.55
N0_nord	0.1143
N1_nord	0.132
N2_nord	0.157
N3_nord	0.1626
N4_nord	0.1466
N5_nord	0.1388
N6_nord	0.1251
N7_nord	0.1126
N8_nord	0.113
N9_nord	0.093
N10_nord	0.0824
N11_nord	0.0709
Ntot_nord	1.4483
n0_nord	0.829963
n1_nord	0.939162
n2_nord	0.95353
n3_nord	0.95542
n4_nord	0.955669
n5_nord	0.955702
n6_nord	0.955706
n7_nord	0.955706
u0_nord	0.170037
u1_nord	0.0608378
u2_nord	0.0464703
u3_nord	0.0445799
u4_nord	0.0443312
u5_nord	0.0442984
u6_nord	0.0442941
u7_nord	0.0442936
utot_nord	0.0598592
Omega_nord	0.383366
V_nord	0.709694
M_nord	0.31818
q_nord	0.448333
p_nord	0.829963
Omega0_nord	0.1143
Omega1_nord	0.0472284
Omega2_nord	0.0429072
Omega3_nord	0.04263
Omega4_nord	0.0382207
Omega5_nord	0.0361604
Omega6_nord	0.0325881
Omega7_nord	0.0293315
marginalnytte0_nord	4.38808
marginalnytte1_nord	5.14292
marginalnytte2_nord	6.52719
marginalnytte3_nord	7.51699
marginalnytte4_nord	8.41742
marginalnytte5_nord	8.99673
marginalnytte6_nord	8.42211

	nedbetaling
marginalnytte7_nord	6.35727
marginalprofitt0_nord	12.2375
marginalprofitt1_nord	14.3425
marginalprofitt2_nord	18.203
marginalprofitt3_nord	20.9633
marginalprofitt4_nord	23.4745
marginalprofitt5_nord	25.09
marginalprofitt6_nord	23.4875
marginalprofitt7_nord	17.7291
wshare_nord	0.541522
pi_nord	2.22613
Q_nord	11.1307
ZPC	5.12556e-15
EFC	0.6947
kapitalflyt	60.2807
kapitalsjekk	-1.42109e-14
aarlig	0.0371373
Skatt	0.428166
Skatt_nord	0.411381
PENtauXuten	0.756381
CPENXuten	3.66741
NETTOXuten	9.01168
PENXuten	3.02552
GjeldsgradXuten	0.799113
SkattXuten	0.428166
utotXuten	0.0965693
CXuten	8.71417
SparingXuten	18.5282
GjeldsgradA	0.799113
Skatta	0.428166
Arbeidsledigheta	0.0965693
KonsumA	8.71417
SparingA	18.5282
KA	23.457
Kapitalflyta	60.2807

## EIGENVALUES:

Modulus	Real	Imaginary
2.49e-15	2.49e-15	0
4.823e-15	-4.823e-15	0
0.001953	0.001953	0
0.04332	0.04332	0
0.04674	0.04364	0.01674
0.04674	0.04364	-0.01674
0.04746	-0.04746	0
0.04756	-0.04031	0.02525
0.04756	-0.04031	-0.02525
0.04779	-0.02077	0.04304
0.04779	-0.02077	-0.04304
0.0479	0.02981	0.0375
0.0479	0.02981	-0.0375
0.04798	0.005427	0.04767
0.04798	0.005427	-0.04767
0.09933	-0.08959	0.0429
0.09933	-0.08959	-0.0429
0.1117	-0.02019	0.1099
0.1117	-0.02019	-0.1099
0.1385	-0.1247	0.06027
0.1385	-0.1247	-0.06027
0.1485	-0.02929	0.1456
0.1485	-0.02929	-0.1456
0.1511	0.09451	0.1178
0.1511	0.09451	-0.1178
0.1928	0.1266	0.1455
0.1928	0.1266	-0.1455
0.5376	-0.5185	0.1422
0.5376	-0.5185	-0.1422

		nedbetaling	
0.5451	-0.377	0.3938	
0.5451	-0.377	-0.3938	
0.5575	-0.122	0.544	
0.5575	-0.122	-0.544	
0.5805	0.1845	0.5504	
0.5805	0.1845	-0.5504	
0.6261	0.4844	0.3967	
0.6261	0.4844	-0.3967	
0.7161	0.7161	0	
1.2	1.2	0	
1.2	1.2	0	
1.584	1.584	0	
1.825	1.401	1.17	
1.825	1.401	-1.17	
1.991	0.6142	1.894	
1.991	0.6142	-1.894	
2.081	-0.4679	2.028	
2.081	-0.4679	-2.028	
2.12	-1.47	1.529	
2.12	-1.47	-1.529	
2.139	-2.064	0.5649	
2.139	-2.064	-0.5649	
3.501	2.253	2.679	
3.501	2.253	-2.679	
3.673	-3.673	0	
3.736	-2.824	2.446	
3.736	-2.824	-2.446	
3.755	-0.3891	3.735	
3.755	-0.3891	-3.735	
4.022	2.402	3.226	
4.022	2.402	-3.226	
4.059	-4.059	0	
4.08	-3.056	2.703	
4.08	-3.056	-2.703	
4.114	-0.4772	4.087	
4.114	-0.4772	-4.087	
6.533	6.533	0	
8.223	8.223	0	
29.98	29.98	0	
30.32	25.3	16.72	
30.32	25.3	-16.72	
31.15	12.5	28.53	
31.15	12.5	-28.53	
32.17	-4.871	31.79	
32.17	-4.871	-31.79	
33.08	-21.68	24.99	
33.08	-21.68	-24.99	
33.64	-32.26	9.536	
33.64	-32.26	-9.536	
141.2	-141.2	0	
973.1	-973.1	0	
9.58e+08	9.58e+08	0	
9.581e+08	-9.581e+08	0	
3.878e+09	1.108e+04	3.878e+09	
3.878e+09	1.108e+04	-3.878e+09	
2.353e+14	2.353e+14	0	
2.251e+17	-2.251e+17	0	
4.124e+18	-4.124e+18	0	
7.854e+18	7.854e+18	0	
1.163e+19	1.163e+19	0	
1.531e+19	-1.531e+19	0	
2.8e+19	-2.8e+19	0	
1.481e+20	1.481e+20	0	
Inf	Inf	0	
Inf	Inf	0	
Inf	Inf	0	
Inf	Inf	0	
Inf	Inf	0	

---

nedbetaling

There are 59 eigenvalue(s) larger than 1 in modulus  
for 59 forward-looking variable(s)

The rank condition is verified.